CLASSE : TLE C

MATIERE : MATHS TLE C

NIVEAU DE DIFFICULTES : DIFFICILE

TYPE D'EXERCICE : EVALUATION DES COMPETENCES

LECONS : nombres complexes, arithmétiques, fonctions logarithmiques, fonctions exponentielles et probabilités.

EXERCICE 1

$(\mathcal{C})$ est le cercle dont une équation cartésienne est: $x^2+y^2-x-y=0; (D), (D_1)$ et (D_2) sont des droites d'équations respectives : $y=-x+1; x-2y-4=0$ et $x=-y.$

$1.$ Déterminer les coordonnées du centre J et la valeur du rayon du cercle $(\mathcal{C})$.**[0,5 Pt]**

$2.$ Ecrire une équation cartésienne de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ au point $I(1;0)$ avec $I\in(\mathcal{C})$.**[0,5 Pt]**

$3.a$ calculer la distance du point J à chacune des trois droites.**[0,75 Pt]**

$b.$ En déduire la position de chacune des trois droites par rapport au cercle $(\mathcal{C})$.**[0,75 Pt]**

$4.$ Donner une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C})$.**[0,5 Pt]**

$5.a$ vérifier que le point $K(-1;-1)$ n'appartient pas au cercle $(\mathcal{C})$.**[0,25 Pt]**

$b.$ Déterminer les équations des tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par le point $K.$

Différentes Injections	Dosage plasmatique	Période		
Composition	Taux plasmatique obtenu	de FSH en ng/ml	de LH en ng/ml	
Estrogènes Progestérone	0 0	>15	>50	1
Estrogènes Progestérone	70pg/ml 0	env. 6	env. 4	2
Estrogènes Progestérone	300pg/nij 0	env. 12	env. 40	3
Estrogènes Progestérone	300pg/ml 4ng/ml	<4	<3	4

1) Déterminons les coordonnées du centre et la valeur du rayon de (C).

Par une simple factorisation, nous avons : $x^2-x+y^2-y=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ De ce fait les coordonnées de J sont : $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ et la valeur du rayon est : $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) Equation de la tangente à (C) au point $\mathrm{I}(1;0)$.

$I \in (C)$. Soit $\mathrm{M(x;y)}$ appartenant à la tangente (T). Alors, $\overrightarrow{JI} \cdot \overrightarrow{IM} = 0$ c'est-à-dire $-\frac{1}{2}(x-1)+\frac{1}{2}y=0$ soit $(\boldsymbol{T}) : \boldsymbol{y = x - 1}$.

3) a) Déterminons les distances.

$d(J,(D)) = \frac{|0{,}5\times -1+0{,}5\times -1+1|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}} = 0; d(J,(D_1)) = \frac{|0{,}5\times 1+0{,}5\times -2-4|}{\sqrt{(1)^2+(-2)^2}} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$ et $d(J,(D_2)) = \frac{|0{,}5\times 1+0{,}5\times 1|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Position des droites par rapport à (C):

- (D) coupe (C) en deux point passant par I ;

- (D_1) est disjoint de (C) de $\frac{9\sqrt{5}}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$;

- (D_2) est une tangente à (C).

4) Représentation paramétrique de (C).

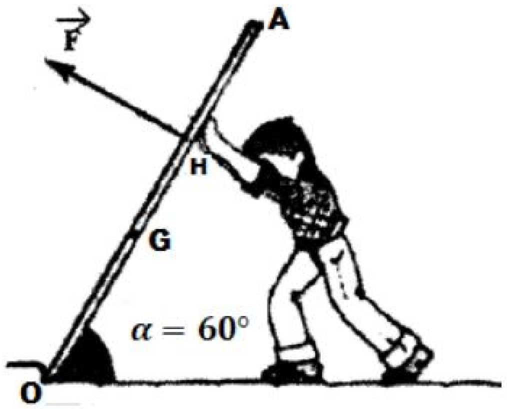
$\exists t \in IR$ tel que $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \text{ cost} \\ y = \frac{1}{2} + \sin t \end{cases}$.

5) a) Vérifions que $K \notin (C)$.

En effet, $(-1)^2+(-1)^2+1+1=4 \neq 0$. D'où $K \notin (C)$.

b) Equations des tangentes.

$K \notin (C)$ alors, il existe deux tangentes à (C) passant par K. De la représentation, la première est (D) et la seconde (D_1).



CORRIGE :

$(\mathcal{C})$ est le cercle dont une équation cartésienne est: $x^2+y^2-x-y=0; (D), (D_1)$ et (D_2) sont des droites d'équations respectives : $y=-x+1; x-2y-4=0$ et $x=-y$.

1. Déterminer les coordonnées du centre J et la valeur du rayon du cercle $(\mathcal{C})$.**[0,5 Pt]**

2. Ecrire une équation cartésienne de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ au point $I(1;0)$ avec $I \in (\mathcal{C})$.**[0,5 Pt]**

3.a calculer la distance du point J à chacune des trois droites.**[0,75 Pt]**

b. En déduire la position de chacune des trois droites par rapport au cercle $(\mathcal{C})$.**[0,75 Pt]**

4. Donner une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C})$.**[0,5 Pt]**

$5.a$ vérifier que le point $K(-1;-1)$ n'appartient pas au cercle $(\mathcal{C})$.**[0,25 Pt]**

b. Déterminer les équations des tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par le point K.

Différentes Injections	Dosage plasmatique	Période		
Composition	Taux plasmatique obtenu	de FSH en ng/ml	de LH en ng/ml	
Estrogènes Progestérone	0 0	>15	>50	1
Estrogènes Progestérone	70pg/ml 0	env. 6	env. 4	2
Estrogènes Progestérone	300pg/nij 0	env. 12	env. 40	3
Estrogènes Progestérone	300pg/ml 4ng/ml	<4	<3	4

1) Déterminons les coordonnées du centre et la valeur du rayon de (C).

Par une simple factorisation, nous avons : $x^2-x+y^2-y=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ De ce fait les coordonnées de J sont : $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ et la valeur du rayon est : $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) Equation de la tangente à (C) au point $\mathrm{I}(1;0)$.

$I \in (C)$. Soit $\mathrm{M}(\mathrm{x};\mathrm{y})$ appartenant à la tangente (T). Alors, $\overrightarrow{JI}\cdot\overrightarrow{IM}=0$ c'est-à-dire $-\frac{1}{2}(x-1)+\frac{1}{2}y=0$ soit $(\boldsymbol{T}) : \boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}-\mathbf{1}$.

3) a) Déterminons les distances.

$d(J,(D))=\frac{|0{,}5\times-1+0{,}5\times-1+1|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}}=0; d\left(J,(D_1)\right)=\frac{|0{,}5\times1+0{,}5\times-2-4|}{\sqrt{(1)^2+(-2)^2}}=\frac{9\sqrt{5}}{10}$ et $d\left(J,(D_2)\right)=\frac{|0{,}5\times1+0{,}5\times1|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Position des droites par rapport à (C):

- (D) coupe (C) en deux point passant par I ;

- (D_1) est disjoint de (C) de $\frac{9\sqrt{5}}{10}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$;

- (D_2) est une tangente à (C).

4) Représentation paramétrique de (C).

$\exists t \in IR$ tel que $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+\ \mathrm{cost} \\ y=\frac{1}{2}+\sin t \end{cases}$.

5) a) Vérifions que $K \notin (C)$.

En effet, $(-1)^2+(-1)^2+1+1=4\neq 0$. D'où $K\notin(C)$.

b) Equations des tangentes.

$K\notin(C)$ alors, il existe deux tangentes à (C) passant par K. De la représentation, la première est (D) et la seconde (D_1).