

#### 4. 운동량 보존

Writer	2104 류현승	Date Performed	September 11, 2023
Partners	박부승, 정건, 주영진	Instructor	김동식 선생님

#### 1. 실험목적

- 1) 모든 유형의 충돌에서 운동량 보존을 보일 수 있다.
- 2) 모든 유형의 충돌에서 전체 속력이 보존하는가를 보일 수 있다.
- 2) 모든 유형의 충돌에서 에너지가 보존되었는지, 그리고 잃거나 얻어진 에너지를 설명할 수 있다.

#### 2. 실험준비물

Smart Cart (Red, Blue), 250g Mass Bars, 1.2m Dynamics Track, Track End Stops, Track Feet, 850 Universal Interface, Capstone 분석 프로그램 등



(a) Magnetic bumper



(b) Smart Cart

Figure 1. 중요한 준비물들

#### 3. 이론적 배경

운동량은 물체의 운동 상태를 나타내는 벡터량이다. 운동량  $\vec{p} = m\vec{v}$ 으로 계산할 수 있다. 운동량의 공식에 의해 운동량의 방향과 속력의 방향은 일치한다. 충돌하는 동안 두 카트에 작용하는 알짜힘은 0이기 때문에 계의 총 운동량은 보존된다. 즉, 충돌 전의 총 운동량과 충돌 후의 총 운동량은 동일하다. 운동량 보존 법칙은 다음과 같이 기술된다.  $\vec{p}_i = \vec{p}_f$ . 운동량 보존 법칙은 운동 에너지가 보존되지 않는 경우에도 성립한다. 운동 에너지는  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 으로 계산되며, 스칼라이다.

#### 4. 실험방법

##### 1. Track의 수평 맞추기

Track의 수평을 먼저 맞춰준다. Track의 수평은 Track Feet의 수평 조절 나사를 조절하면서 양쪽의 높이를 조절해가며 맞출 수 있다. 또한 수평계를 이용해서도 조절할 수 있다. 본 실험에서는 Track의 수평을 맞추는 데 예상과 달리 상당히 시간이 소요되었다. 양쪽 책상의 높이가 맞지 않고, 책상도 경사가 있기 때문에 Track Feet의 수평 조절 나사의 높이 차이를 최대한 했음에도 수평이 맞지 않았었다. 이에 Track을 반대쪽 책상으로 옮기거나, 방향을 90도 돌리는 등 여러 방법으로 수평 조절 나사로 최대한 맞춘 뒤 캡스톤 프로그램을 사용해서 스마트 카트의 가속력 센서로

카트를 밀었을 때 속력이 불거나 떨어지는지를 확인해 더 정밀하게 수평을 맞출 수 있었다.

## 2. Track에 Track End Stop 부착하기

Track End Stop은 Track 안 쪽에 들어갈 카트가 End Stop으로부터 척력을 받을 수 있도록 방향을 맞춰야 한다. 이후 쇠고리를 End Stop 나사 끝에 연결하고 Track의 옆부분이 쇠고리 크기가 딱 들어갈만큼의 홈이 존재하므로 밖에서 밀어넣어주고 나사를 돌려 End Stop을 고정하면 된다.

## 3. 캡스톤 프로그램 준비

카트마다 고유한 시리얼 번호가 있다. 카트의 전원을 키고 캡스톤 프로그램에서 일치하는 시리얼 번호를 가진 카트를 연결한다. 이후 Sensor Data 창에서 그래프 두 개를 띄우고, 각각의 카트 속력 y축을 맞춰준다.

## 4. 분열

두 개의 카트를 Track 정가운데에 배치하고 정지상태를 유지시킨다. 두 카트의 방향은 서로 플런저가 맞닿는 방향으로 한다. 블루 카트 위에 질량 막대를 0개, 2개, 4개 올리며 각 경우에 대해 각각 5회씩 실험을 한다. 실험은 여분의 질량 막대로 플런저를 내리쳐 두 카트가 멀어지는 것을 기록한다.



a) 질량 막대 0개



b) 질량 막대 2개



c) 질량 막대 4개

Figure 2. 분열 실험

## 5. 완전 비탄성 충돌

블루 카트를 Track 위에 두고, 레드 카트를 밀어서 두 카트를 부딪히는 방식으로 실험한다. 완전 비탄성 충돌을 비슷하게 구현하기 위해 벨크로 범퍼를 사용한다. 블루 카트 위에 질량 막대를 0개, 2개, 4개 올리며 각 경우에 대해 각각 5회씩 실험을 한다. 레드 카트의 방향이 반대로 진행되기 때문에 그래프 상에서 양수의 속력을 얻으려면, Red Smart Cart Position Sensor Properties에서 Change Sign을 체크해주어야 한다.



a) 질량 막대 0개



b) 질량 막대 2개



c) 질량 막대 4개

Figure 3. 완전 비탄성 충돌 실험

## 6. 탄성 충돌

블루 카트를 Track 위에 두고, 레드 카트를 밀어서 두 카트를 부딪히는 방식으로 실험한다. 탄성 충돌을 비슷하게 구현하기 위해 마그네틱 범퍼를 사용한다. 블루 카트 위에 질량 막대를 0개, 2개, 4개 올리며 각 경우에 대해 각각 5회씩 실험을 한다. 벨크로 범퍼와 마그네틱 범퍼는 서로 반대쪽에 있기 때문에 레드 카트의 방향이 다시 원래대로 진행된다. 때문에, Red Smart Cart Position Sensor Properties에서 Change Sign을 체크 해제하고, Blue Smart Cart Position Sensor Properties에서 Change Sign을 체크해주어야 한다.



Figure 4. 탄성 충돌 실험

## 7. 데이터 분석

모든 질량 막대와 카트, 마그네틱 범퍼의 질량을 측정한다. 지금까지 기록한 모든 Run들에서 필요한 데이터 부분만을 하이라이팅하여 그 때의 최대 속력을 뽑아낸다. 이 데이터들로  $\vec{p} = m\vec{v}$ 으로 모든 운동량을 계산하고,  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 으로 모든 운동에너지를 계산한다. 계산된 운동량들을 보고 운동량이 보존되는지 확인하고, 에너지도 보존되는지 확인해본다.

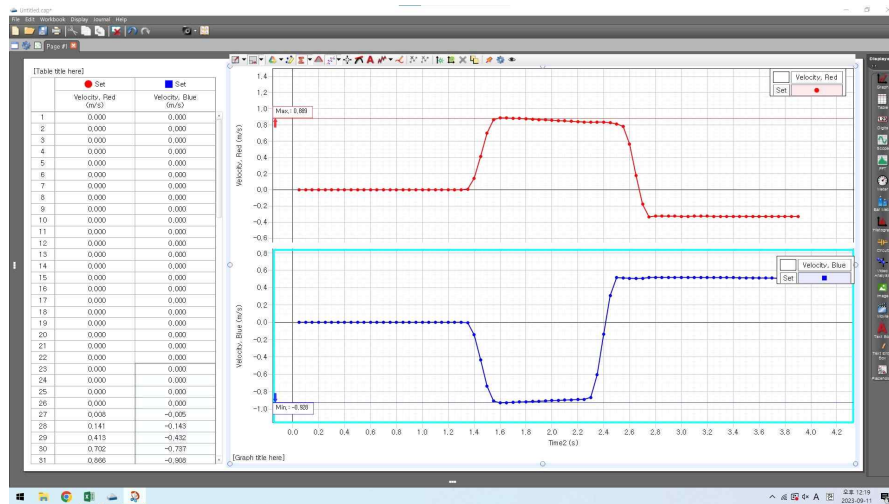


Figure 5. 캡스톤 프로그램으로 데이터 분석

## 5. 실험 노하우 및 유의사항

- 1) Track 위에서 움직이는 카트에 가해지는 마찰력이 거의 없기 때문에 경사가 조금이라도 있으면 가속력이 계속해서 누적된다. 따라서 정확한 실험을 위해서는 거의 완벽한 수평을 맞춰줘야하는데, 수평계로 수평을 확인하는 건 거의 수평에 가까운 상황에서는 알아보기 힘들기 때문에 좋은 방법이 아니다. 대신 스마트 카트에 내장된 가속력 센서를 사용해서 경사를 조절하는 것이 훨씬 정확하다.

- 2) Track End Stop을 Track의 수평을 맞추고 나서 만들었다.
- 3) Magnetic Bumper의 질량을 잴 때 쇠로 이루어진 전자저울은 물체의 질량을 재는 원리가 전자기적인 현상을 사용하는 것이기 때문에, Magnetic Bumper와 쇠 사이의 자기력이 측정값에 영향을 끼칠 수도 있다고 생각하여 플라스틱으로 만들어진 바늘저울을 따로 사용하여 질량을 측정했다.

## 6. 실험결과

### 1) 실험 전 질량 측정

	자체 질량	Magnetic Bumper 부착	질량 막대 2개	질량 막대 4개
Red Smart Cart 질량 (g)	251.5	284.5	751.5	1261.1
Blue Smart Cart 질량 (g)	247.4	280.4	747.4	1257

Table 1. 스마트 카트의 질량

### 2) 분열, 완전 비탄성 충돌, 탄성 충돌 시의 속력

속력 (m/s)							평균 속력 (m/s)
질량 막대 0개	Red	0.889	0.892	0.863	0.884	0.728	0.8512
	Blue	-0.928	-0.932	-0.933	-0.93	-0.937	-0.932
질량 막대 2개	Red	1.08	1.073	1.049	1.052	1.034	1.0576
	Blue	-0.391	-0.397	-0.393	-0.392	-0.394	-0.3934
질량 막대 4개	Red	1.137	1.167	1.158	1.129	1.137	1.1456
	Blue	-0.253	-0.24	-0.247	-0.255	-0.248	-0.2486

Table 2. 분열 실험에서의 카트 속력

	Red 충돌 전 속력 (m/s)	Red 충돌 후 속력 (m/s)	Blue 충돌 전 속력 (m/s)	Blue 충돌 후 속력 (m/s)
질량 막대 0개	0.69	0.339	0	0.339
	0.851	0.415	0	0.416
	0.771	0.383	0	0.378
	0.935	0.458	0	0.46
	0.833	0.407	0	0.409
평균	0.816	0.4004	0	0.4004
질량 막대 2개	1.067	0.265	0	0.268
	0.982	0.242	0	0.243
	0.97	0.236	0	0.238
	0.943	0.234	0	0.237
	1.023	0.257	0	0.253
평균	0.997	0.2468	0	0.2478
질량 막대 4개	0.907	0.15	0	0.154
	0.994	0.165	0	0.166
	1.168	0.196	0	0.2
	0.855	0.144	0	0.145
	1.27	0.222	0	0.215
평균	1.0388	0.1754	0	0.176

Table 3. 완전 비탄성 충돌 실험에서의 카트 속력

	Red 충돌 전 속력 (m/s)	Red 충돌 후 속력 (m/s)	Blue 충돌 전 속력 (m/s)	Blue 충돌 후 속력 (m/s)
질량 막대 0개	1.062	0.03	0	1.005
	1.251	0.062	0	1.169
	1.136	0.03	0	1.101
	1.294	0.038	0	1.251
	1.168	0.041	0	1.116
평균	1.1822	0.0402	0	1.1284
질량 막대 2개	0.825	-0.36	0	0.426
	0.886	-0.363	0	0.448
	0.67	-0.289	0	0.341
	0.809	-0.365	0	0.399
	0.854	-0.374	0	0.441
평균	0.8088	-0.3502	0	0.411
질량 막대 4개	0.755	-0.457	0	0.259
	0.629	-0.39	0	0.258
	0.714	-0.447	0	0.247
	0.661	-0.416	0	0.23
	0.736	-0.451	0	0.253
평균	0.699	-0.4322	0	0.2494

Table 4. 탄성 충돌 실험에서의 카트 속력

### 3) 분열, 완전 비탄성 충돌, 탄성 충돌 시의 운동량

	red $p_i$	blue $p_i$	red $p_f$	blue $p_f$	$p_{i,red} + p_{i,blue}$	$p_{j,red} + p_{j,blue}$
질량 막대 0개	0	0	0.2235835	-0.2295872	0	-0.0060037
	0	0	0.224338	-0.2305768	0	-0.0062388
	0	0	0.2170445	-0.2308242	0	-0.0137797
	0	0	0.222326	-0.230082	0	-0.007756
	0	0	0.183092	-0.2318138	0	-0.0487218

평균	0	0	0.2140768	-0.2305768	0	-0.0165
질량 막대 2개	0	0	0.27162	-0.2922334	0	-0.0206134
	0	0	0.2698595	-0.2967178	0	-0.0268583
	0	0	0.2638235	-0.2937282	0	-0.0299047
	0	0	0.264578	-0.2929808	0	-0.0284028
	0	0	0.260051	-0.2944756	0	-0.0344246
평균	0	0	0.2659864	-0.2940272	0	-0.0280408
질량 막대 4개	0	0	0.2859555	-0.318021	0	-0.0320655
	0	0	0.2935005	-0.30168	0	-0.0081795
	0	0	0.291237	-0.310479	0	-0.019242
	0	0	0.2839435	-0.320535	0	-0.0365915
	0	0	0.2859555	-0.311736	0	-0.0257805
평균	0	0	0.2881184	-0.312490	0	-0.024372

Table 5. 분열 실험에서의 카트 운동량

	red $p_i$	blue $p_i$	red $p_f$	blue $p_f$	$p_{i,red} + p_{i,blue}$	$p_{j,red} + p_{j,blue}$
질량 막대 0개	0.173535	0	0.0852585	0.0838686	0.173535	0.1691271
	0.2140265	0	0.1043725	0.1029184	0.2140265	0.2072909
	0.1939065	0	0.0963245	0.0935172	0.1939065	0.1898417
	0.2351525	0	0.115187	0.113804	0.2351525	0.228991
	0.2094995	0	0.1023605	0.1011866	0.2094995	0.2035471
평균	0.205224	0	0.1007006	0.09905896	0.205224	0.19975956
질량 막대 2개	0.2683505	0	0.0666475	0.2003032	0.2683505	0.2669507
	0.246973	0	0.060863	0.1816182	0.246973	0.2424812
	0.243955	0	0.059354	0.1778812	0.243955	0.2372352
	0.2371645	0	0.058851	0.1771338	0.2371645	0.2359848
	0.2572845	0	0.0646355	0.1890922	0.2572845	0.2537277
평균	0.2507455	0	0.0620702	0.18520572	0.2507455	0.24727592
질량 막대 4개	0.2281105	0	0.037725	0.193578	0.2281105	0.231303
	0.249991	0	0.0414975	0.208662	0.249991	0.2501595
	0.293752	0	0.049294	0.2514	0.293752	0.300694
	0.2150325	0	0.036216	0.182265	0.2150325	0.218481
	0.319405	0	0.055833	0.270255	0.319405	0.326088
평균	0.2612582	0	0.0441131	0.221232	0.2612582	0.2653451

Table 6. 완전 비탄성 충돌 실험에서의 카트 운동량

	red $p_i$	blue $p_i$	red $p_f$	blue $p_f$	$p_{i,red} + p_{i,blue}$	$p_{j,red} + p_{j,blue}$
질량 막대 0개	0.302139	0	0.008535	0.281802	0.302139	0.290337
	0.3559095	0	0.017639	0.3277876	0.3559095	0.3454266
	0.323192	0	0.008535	0.3087204	0.323192	0.3172554
	0.368143	0	0.010811	0.3507804	0.368143	0.3615914
	0.332296	0	0.0116645	0.3129264	0.332296	0.3245909
평균	0.3363359	0	0.0114369	0.31640336	0.3363359	0.32784026

질량 막대 2개	0.2347125	0	-0.10242	0.3324504	0.2347125	0.2300304
	0.252067	0	-0.1032735	0.3496192	0.252067	0.2463457
	0.190615	0	-0.0822205	0.2661164	0.190615	0.1838959
	0.2301605	0	-0.1038425	0.3113796	0.2301605	0.2075371
	0.242963	0	-0.106403	0.3441564	0.242963	0.2377534
평균	0.2301036	0	-0.0996319	0.3207444	0.2301036	0.2211125
질량 막대 4개	0.2147975	0	-0.1300165	0.33411	0.2147975	0.2040935
	0.1789505	0	-0.110955	0.33282	0.1789505	0.221865
	0.203133	0	-0.1271715	0.31863	0.203133	0.1914585
	0.1880545	0	-0.118352	0.2967	0.1880545	0.178348
	0.209392	0	-0.1283095	0.32637	0.209392	0.1980605
평균	0.1988655	0	-0.1229609	0.321726	0.1988655	0.1987651

Table 7. 탄성 충돌 실험에서의 카트 운동량

4) 분열, 완전 비탄성 충돌, 탄성 충돌 시의 운동 에너지

	red $K_i$	blue $K_i$	red $K_f$	blue $K_f$	$K_{i,red} + K_{i,blue}$	$K_{j,red} + K_{j,blue}$
질량 막대 0개	0	0	0.09938286	0.10652846	0	0.205911327
	0	0	0.10005474 8	0.10744878 9	0	0.207503537
	0	0	0.09365470	0.10767948	0	0.201334191
	0	0	0.09826809	0.10698813	0	0.205256222
	0	0	0.06664548	0.10860476	0	0.175250253
평균	0	0	0.09160117	0.10744992	0	0.199051106
질량 막대 2개	0	0	0.1466748	0.05713163	0	0.20380643
	0	0	0.14477962	0.05889848	0	0.203678105
	0	0	0.13837542	0.05771759	0	0.196093017
	0	0	0.13916802	0.05742423	0	0.196592265
	0	0	0.13444636	0.05801169	0	0.19245806
평균	0	0	0.14068884	0.05783672	0	0.198525575
질량 막대 4개	0	0	0.16256570	0.04022965	0	0.202795358
	0	0	0.17125754	0.0362016	0	0.207459142
	0	0	0.16862622	0.03834415	0	0.20697038
	0	0	0.16028610	0.04086821	0	0.201154318
	0	0	0.16256570	0.03865526	0	0.201220966
평균	0	0	0.16506025	0.03885977	0	0.203920033

Table 8. 분열 실험에서의 카트 운동 에너지

	red $K_i$	blue $K_i$	red $K_f$	blue $K_f$	$K_{i,red} + K_{i,blue}$	$K_{j,red} + K_{j,blue}$
질량 막대 0개	0.05986957	0	0.01445131	0.01421572	0.059869575	0.028667043
	0.09106827	0	0.02165729	0.02140702	0.091068276	0.043064321
	0.07475095	0	0.01844614	0.01767475	0.074750956	0.036120893
	0.10993379	0	0.02637782	0.02617492	0.109933794	0.052552743
	0.08725654	0	0.02083036	0.02069266	0.087256542	0.041523021
평균	0.08457582	0	0.02035258	0.02003301	0.084575828	0.040385604

질량 막대 2개	0.14316499	0	0.00883079	0.02684062	0.143164992	0.035671423
	0.12126374	0	0.00736442	0.02206661	0.121263743	0.029431034
	0.11831817	0	0.00700377	0.02116786	0.118318175	0.028171635
	0.11182306	0	0.00688556	0.02099035	0.111823062	0.027875922
	0.13160102	0	0.00830566	0.02392016	0.131601022	0.032225825
평균	0.12523419	0	0.00767804	0.02299712	0.125234199	0.030675168
질량 막대 4개	0.10344811	0	0.00282937	0.01490550	0.103448112	0.017734881
	0.12424552	0	0.00342354	0.01731894	0.124245527	0.02074249
	0.17155116	0	0.00483081	0.02514	0.171551168	0.029970812
	0.09192639	0	0.00260755	0.01321421	0.091926394	0.015821765
	0.20282217	0	0.00619746	0.02905241	0.202822175	0.035249876
평균	0.13879867	0	0.00397774	0.01992621	0.138798675	0.023903965

Table 9. 완전 비탄성 충돌 실험에서의 카트 운동 에너지

	red $K_i$	blue $K_i$	red $K_f$	blue $K_f$	$K_{i,red} + K_{i,blue}$	$K_{j,red} + K_{j,blue}$
질량 막대 0개	0.16043580	0	0.00012802	0.14160550	0.160435809	0.14173353
	0.22262139	0	0.00048338	0.19159185	0.222621392	0.192075235
	0.18357305	0	0.00011317	0.16995058	0.183573056	0.170063755
	0.23818852	0	0.00018158	0.21941314	0.238188521	0.219594723
	0.19406086	0	0.00021138	0.17461293	0.194060864	0.174824317
평균	0.19977592	0	0.00022351	0.17943480	0.199775928	0.179658312
질량 막대 2개	0.09681890	0	0.0184356	0.07081193	0.096818906	0.089247535
	0.11166568	0	0.01874414	0.07831470	0.111665681	0.097058841
	0.06385602	0	0.01188086	0.04537284	0.063856025	0.057253708
	0.09309992	0	0.01895125	0.06212023	0.093099922	0.081071486
	0.10374520	0	0.01989736	0.07588648	0.103745201	0.095783847
평균	0.09383714	0	0.01758184	0.06650124	0.093837147	0.084083084
질량 막대 4개	0.08108605	0	0.02970877	0.04326724	0.081086056	0.072976015
	0.05627993	0	0.02163622	0.04293378	0.056279932	0.064570005
	0.07251848	0	0.02842283	0.03935080	0.072518481	0.067773635
	0.06215201	0	0.02461721	0.0341205	0.062152012	0.058737716
	0.07705625	0	0.02893379	0.04128580	0.077056256	0.070219597
평균	0.06981854	0	0.02666376	0.04019162	0.069818548	0.066855394

Table 10. 탄성 충돌 실험에서의 카트 운동 에너지

##### 5) 데이터 정리

어느 실험에서든 운동량은 거의 그대로 보존되는 모습을 보여줬다. 그에 반해, 운동 에너지는 분열 시에는 증가하고, 완전 비탄성 충돌일 때는 감소하며, 탄성 충돌일 때만 보존되는 모습을 나타냈다. 운동량의 퍼센트 오차와 운동 에너지의 손실률을 계산한 결과 다음과 같다. 분열 실험에서는 충돌 전 운동량이 0으로 퍼센트 오차를 계산할 때 분모가 0이 되어 계산할 수가 없어 생략했다.

완전 비탄성 충돌 (질량 막대 0개)	2.648976262%
완전 비탄성 충돌 (질량 막대 2개)	1.394950782%



완전 비탄성 충돌 (질량 막대 4개)	1.505240076%
탄성 충돌 (질량 막대 0개)	2.5573556%
탄성 충돌 (질량 막대 2개)	3.952626454%
탄성 충돌 (질량 막대 4개)	9.056977327%

Table 11. 운동량 퍼센트 오차

완전 비탄성 충돌 (질량 막대 0개)	51.22473688%
완전 비탄성 충돌 (질량 막대 2개)	75.51744948%
완전 비탄성 충돌 (질량 막대 4개)	82.33629194%
탄성 충돌 (질량 막대 0개)	10.09127119%
탄성 충돌 (질량 막대 2개)	10.36685062%
탄성 충돌 (질량 막대 4개)	9.1281084%

Table 12. 운동 에너지 손실률

비탄성 충돌 시 소리 에너지, 열 에너지와 같은 다른 에너지로 운동 에너지가 전환되기 때문에 운동 에너지가 감소하게 된다.

## 7. 고찰

### 1) 퍼센트 오차를 계산하지 못함

분열 실험에서는 초기 속력이 0인 상황이기 때문에, 초기 운동에너지도 0이 되고, 초기 운동량도

0이 된다. 퍼센트 오차는  $\%difference = \frac{x_{before} - x_{after}}{x_{before}} \times 100\%$ 으로 계산을 해야하는데, 분모가 0

이 되어 퍼센트 오차를 얻어낼 수가 없었다. 그렇다고 절대 오차를 사용하기에는 다른 실험들처럼 비율적으로 얼마나 더 커졌는지를 나타내지 못하기에 일관성이 없어 사용하지 못했다. 만약 분모가 0인 상황에서도 사용 가능한 다른 퍼센트 오차 계산 방식이 있다면 그것을 사용하면 분열 실험에서의 운동 에너지의 손실률이 음수가 나오는 것도 보일 수 있었을 것이다. 이 문제가 실험 결과에 오차 같은 영향을 미치지 는 않았지만, 실험 데이터 해석에 있어 영향을 주었다.

## 8. 결론

분열 실험에서 블루 카트에 질량 막대를 각각 0개, 2개, 4개로 늘려가면서 기록한 결과, 분열하면서 운동 에너지는 증가하고, 운동량은 보존되는 것을 확인할 수 있었다. 다만, 초기 속력이 0이기 때문에 운동량과 운동 에너지의 퍼센트 오차를 구할 수 없었고, 이 때문에 실험 데이터 해석에 영향이 있었다. 완전 비탄성 충돌 실험에서는 운동 에너지가 평균 69.7% 손실되었고, 운동량은 평균 1.85% 변하며 사실상 보존되는 모습을 보여줬다. 이 때 운동 에너지는 다른 종류의 에너지로 전환되었기 때문에 감소하게 된다. 마지막으로 탄성 충돌 실험에서는 운동 에너지가 9.86% 변하며 보존되는 모습을 보여줬고, 운동량은 5.19% 변하며 여전히 보존되는 모습을 보여줬다. 실험 결과, 운동량은 외부로부터 힘이 작용하지 않는다면 계의 총 운동량은 질량에 상관없이 항상 보존됨을 확인할 수 있었고, 운동 에너지는 충돌의 종류에 따라 보존될 수도, 보존되지 않을 수도 있다는 것을 확인했다.

## 9. 참고문헌