

离散数学第二次习题课

2022 年 10 月

一. 令 $S = R - \{-1\}$, 在 S 上定义运算 $*$: $a * b = a + b + ab$.

1. 证明 $\langle S, * \rangle$ 是群

2. 求所有 S 中满足方程 $2 * x * 3 = 7$ 的元素.

二. 设 $(m, n) = 1, Z_k$ 表示 k 阶整数加法群, 证明:

$$Z_m \times Z_n \cong Z_{mn}$$

三. 证明: G 是交换群当且仅当对 G 中任意元素 a, b , $(a * b)^2 = a^2 * b^2$

四. H 和 K 是群 G 的正规子群。证明: 如果 $G/H, G/K$ 都是交换群, 那么 $G/(H \cap K)$ 也是交换群。

五. 证明: 群的同构关系是一种等价关系

六. 1. 证明: 循环群的子群也是循环群

2. 证明: G 是 n 阶循环群, d 是 n 的因子, G 存在且仅存在一个 d 阶子群.