一. 1.

(1) $x_2 \to (x_1 \to x_2)$ (L1)

(2) $(x_2 \to (x_1 \to x_2)) \to (x_1 \to (x_2 \to (x_1 \to x_2)))$ (L1)

(3) $x_1 \to (x_2 \to (x_1 \to x_2))$ (1), (2), MP.

2.

(1) $\neg(q \to r) \to \neg p$ 假定.

(2) $(\neg(q \to r) \to \neg p) \to (p \to (q \to r))$ (L3).

(3) $p \to (q \to r)$ (1), (2), MP.

(4) $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$, (L2).

(5) $(p \to q) \to (p \to r)$ (3), (4), MP

(6) $p \to q$ 假定.

(7) $p \to r$ (5), (6), MP.

3.

(1) $q \to r$ 假定

(2) $(q \to r) \to (p \to (q \to r))$ (L1)

(3) $p \to (q \to r)$ (1), (2), MP

(4) $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$, (L2)

(5), $(p \to q) \to (p \to r)$ (3), (4), MP

(6), $p \to q$, 假定

(7) $p \to r$, (5), (6), 假定.

二. 1.

~~(1)~~

由演绎定理. 只需证明: $\{p \to \neg q\} \vdash q \to \neg p$

(1) $\neg\neg p \to p$ 双重否定律

(2) $p \to \neg q$ 假定

(3) $\neg\neg p \to \neg q$ (1), (2), HS

(4) $(\neg\neg p \to \neg q) \to (q \to \neg p)$ (L3)

(5) $q \to \neg p$, (3), (4), MP.

二 2. 由演绎定理，只用证：$\{\neg(p\to q)\}\vdash \neg q$.

把 q 作为新假定，可得：

(1) $q\to(p\to q)$, (L1)

(2) q. 假定

(3) $p\to q$. (1),(2),MP.

则 $\{\neg(p\to q), q\}\vdash p\to q, \neg(p\to q)$.

由归谬律知：$\{\neg(p\to q)\}\vdash \neg q$. 证毕

3. 由演绎定理，只用证：$\{\neg(p\to q)\}\vdash p$.

把 $\neg p$ 作为新假定，可得：

(1) $\neg p$ ，假定

(2) $\neg p\to(p\to q)$, 否定前件律

(3) $p\to q$. (1),(2),MP.

则 $\{\neg(p\to q), \neg p\}\vdash \neg(p\to q), p\to q$.

由反证律知：$\{\neg(p\to q)\}\vdash p$. 证毕

三 1. 成真指派：

(1,1,0), (1,1,1), (1,0,1), (0,0,1), (0,1,0).

等值主析取范式：

$(x_1\wedge x_2\wedge\neg x_3)\vee(x_1\wedge x_2\wedge x_3)\vee(x_1\wedge\neg x_2\wedge x_3)$
$\vee(\neg x_1\wedge\neg x_2\wedge x_3)\vee(\neg x_1\wedge x_2\wedge\neg x_3)$

2. 成真指派：

(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 0)

等值主析取范式：

$(x_1\wedge\neg x_2\wedge\neg x_3)\vee(\neg x_1\wedge x_2\wedge\neg x_3)\vee(\neg x_1\wedge\neg x_2\wedge\neg x_3)$

四. 1. $q_1 = \forall x_3 R_1^1(x_3) \to \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$.

$q_2 = \exists x_3 (R_1^1(x_3) \to \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2))$

$q_3 = \exists x_3 \forall x_2 (R_1^1(x_3) \to R_1^2(x_1, x_2))$

2. $q_1 = \forall x_1 (R_1^1(x_1) \to R_1^2(x_1, x_2)) \to (\exists x_4 R_1^1(x_4) \to \exists x_3 R_1^2(x_2, x_3))$

$q_2 = \exists x_1 ((R_1^1(x_1) \to R_1^2(x_1, x_2)) \to (\exists x_4 R_1^1(x_4) \to \exists x_3 R_1^2(x_2, x_3)))$

$q_3 = \exists x_1 ((R_1^1(x_1) \to R_1^2(x_1, x_2)) \to \forall x_4 \exists x_3 (R_1^1(x_4) \to R_1^2(x_2, x_3)))$

$q_4 = \exists x_1 \forall x_4 \exists x_3 ((R_1^1(x_1) \to R_1^2(x_1, x_2)) \to (R_1^1(x_4) \to R_1^2(x_2, x_3)))$