

# assignment8

Xiaoma

2022 年 12 月 11 日

## 题目 1.

解答.

- 若被删去的边在原最小生成树中：  
原最小生成树被分为两部分，遍历整个图，寻找令两部分重新连接的权重最小的边，则得到新图的最小生成树。
- 若被删去的边不在原最小生成树中：  
则原最小生成树即为新图的最小生成树。

对于第一种情况，算法的时间复杂度为  $O(E)$ ，则可以在与  $E$  成正比的时间内找到新图的最小生成树。

## 题目 2.

解答. 假设新增的边为  $(u, v)$ ，从  $u$  开始沿着最小生成树的边遍历到  $v$ ，那么可以得到一个环  $(u, v, \dots, u)$ ，选择该环中权值最大的点  $e_{max}$

- 若  $e_{max}$  不是新增边，则将  $e_{max}$  从最小生成树中删去，并将新边  $(u, v)$  加入合并入最小生成树，得到新图的最下生成树。

- 若  $e_{max}$  是新增边，原最小生成树为新图的最小生成树。

算法的时间复杂度为  $O(V)$ 。

### 题目 3.

**解答.** 设起点集为  $S_1$ ，其他点集为  $S_2$ ，新增一个节点  $s'$ ，设  $s'$  和  $S_1$  中的点都有边相连，且边的权值都为 0，以  $s'$  为起点，使用 dijkstra 算法求  $s'$  到每个点的最短路径，得到最短路径树  $T$ ，去掉  $T$  中  $s'$  与  $S_1$  中各点的边，则得到最短路径森林。记录每个起点到任意点的距离，则可以得到起点到任意点的最短路径。

### 题目 4.

**解答.** 与 3 同理，首先采用 Dijkstra 算法得到最短路径森林，时间复杂度为  $O(E \log V)$ ，然后枚举每个起点到终点的距离得到最短路径，时间复杂度为  $O(V)$ ，则总时间复杂度为  $O(E \log V)$ 。