assignment3

Xiaoma

2022 年 11 月 5 日

题目 1.

解答. 在没有切割成本时，钢条切割问题的状态转移方程为

$$r_n = \begin{cases} p_1 & n = 1 \\ \max_{1 \le i \le n}(p_i + r_{n-i}) & n > 1 \end{cases}$$

加入切割成本以后，状态转移方程变为

$$r_n = \begin{cases} p_1 & n = 1 \\ \max(p_n + \max_{1 \le i \le n-1}(p_i + r_{n-i} - c)) & n > 1 \end{cases}$$

使用数组将不同长度的最大利润存储下来，自底向上计算钢条切割问题。

题目 2.

解答.

题目 3.

解答.

1. 对点集进行排序
2. 从头开始遍历点集，设区间的左边界为 x_i，然后去掉点集中满足 $x_i \leq x_j \leq x_i+$ 的点 x_j，直至遍历结束。

- 排序的时间复杂度为 $O(n \log n)$
- 遍历点集的时间复杂度为 $O(n)$
- 算法的总时间复杂度为 $O(n \log n)$

证明:
已知需要建立的区间为单位区间，设每个区间的左边界为 $x_1, x_2, ..., x_m$，则它们所在区间必然不相交，如果要包含点集中的所有点，则单位区间的数量至少要 m 个，所以该算法找到的是满足条件的最小区间。

题目 4.

解答.

题目 5.

解答.

- 每次尽可能拿最大面额的硬币，直到零钱总额为 n。

证明：
贪心算法求解问题的条件：

1. 贪心选择性质
2. 最优子结构

1. 贪心选择性质：

   该问题可以通过局部最优解构造全局最优解，如果 1 美分的硬币达到 5 个，则可以换成 1 个 5 美分的硬币，其他情况同理，所以每次选择的零钱面额都会保证硬币数量最小，尽可能选择最大面额的硬币的局部最优解在全局最优解序列中。

2. 最优子结构：

   每个问题的最优解都包含组成该问题的子问题的最优解，即大面额零钱兑换问题的最优解一定包含着子面额的零钱兑换问题的最优解。