

assignment10

Xiaoma

2022 年 12 月 11 日

题目 1.

解答.

1.
 - 如果存在一个最小割而边 (u, v) 不穿过它, 则 $c(s, t)$ 不变, 即 $|f|$ 不变, 所以剩余网络中没有从 s 到 t 的轨。
 - 如果存在一个最小割而边 (u, v) 穿过它, 则 $c(s, t)$ 增加一个单位, 即 $|f|$ 增加一个单位, 所以剩余网络中存在从 s 到 t 的轨, 进行一次 *Ford – Fulkerson* 循环, 时间复杂度为 $O(V + E)$ 。

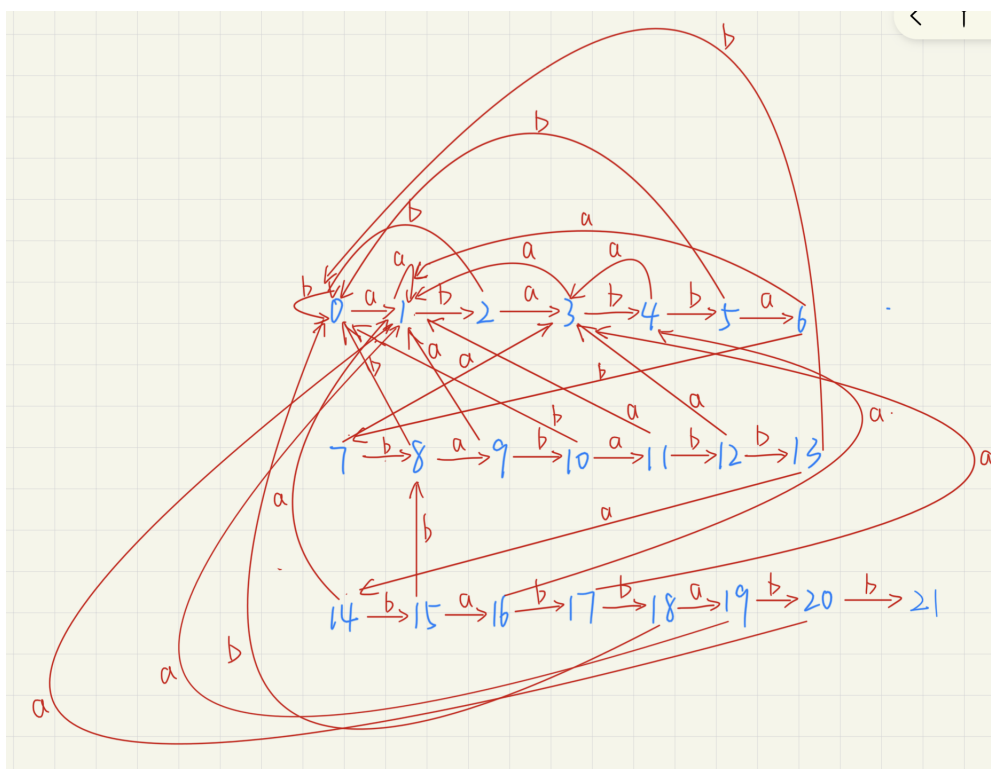
则该算法的时间复杂度为 $O(V + E)$ 。

2.
 - 如果 (u, v) 的流量在容量减少前小于 $c(u, v)$, 则容量减少后, 最大流不变。
 - 如果 (u, v) 的流量在容量减少前与 $c(u, v)$ 相等, 则容量减少后, 找到包含 (u, v) 的从 s 到 t 的路径, 将该路径上所有边的流量减少一个单位, 然后进行一次 *Ford – Fulkerson* 循环, 若找到了新轨, 则流量增加一个单位。

则该算法的时间复杂度为 $O(V + E)$ 。

题目 2.

解答.



题目 3.

解答.

1. 设计函数 $f(x, y) = (S(x) - P(y))^2 S(x) P(y)$, 翻转 P , 则 $P(i) =$

$$B'(m-1-i)。$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \sum_{i=0}^{m-1} (S(x-m+1+i) - B'(m-1-i))^2 S(x-m+1+i) B'(m-1-i) \\ &= \sum_{i=0}^{m-1} S(x-m+1+i) B'(m-1-i)^3 + \sum_{i=0}^{m-1} S(x-m+1+i)^3 B'(m-1-i) \\ &\quad - 2 \sum_{i=0}^{m-1} S(x-m+1+i)^2 B'(m-1-i)^2 \end{aligned}$$

运算结果可以通过 FFT 得到，则时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。

2. 与 1 同理，运算结果可以通过 FFT 得到，则时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。