assignment1

xiaoma

2022.09.10

4.5-1

a. $\mathbf{T}(n) = 2\mathbf{T}(n/4) + 1$
递归式满足形如 $\mathbf{T}(n) = a\mathbf{T}(n/b) + f(n)$ 的情况，已知 $a = 2 \geqslant 1, f(n) = \sqrt{n}$，则

$$n^{\log_4 2} = \sqrt{n}$$

当 $\varepsilon = \frac{1}{2}$ 时，有

$$f(n) = O(n^{\log_4 2 - \varepsilon})$$

所以 $\mathbf{T}(n) = \Theta(\sqrt{n})$

b. $\mathbf{T}(n) = 2\mathbf{T}(n/4) + \sqrt{n}$
参数同上，

$$n^{\log_4 2} = \sqrt{n}$$

当 $k = 0$ 时，有

$$f(n) = O(n^{\log_4 2} \lg^k n)$$

所以 $\mathbf{T}(n) = \Theta(\sqrt{n} \lg n)$

c. $\mathbf{T}(n) = 2\mathbf{T}(n/4) + n$
参数同上，

$$n^{\log_4 2} = \sqrt{n}$$

当 $\varepsilon = \frac{1}{2}$ 时，有

$$f(n) = O(n^{\log_4 2 + \varepsilon})$$

所以 $\mathbf{T}(n) = \Theta(n)$

d. $\mathbf{T}(n) = 2\mathbf{T}(n/4) + n^2$
参数同上，

$$n^{\log_4 2} = \sqrt{n}$$

当 $\varepsilon = \frac{3}{2}$ 时，有

$$f(n) = O(n^{\log_4 2+\varepsilon})$$

所以 $\mathbf{T}(n) = \Theta(n^2)$

4.5-4

可以
由

$$\mathbf{T}(n) = 4\mathbf{T}(n/2) + n^2 \lg n$$

知

$$n^{\log_2 4} = n^2$$

当 $k = 1$ 时，有

$$f(n) = O(n^{\log_2 4} \lg^k n)$$

所以 $\mathbf{T}(n) = \Theta(n^2 lg^2 n)$