

assignment8

Xiaoma

2022 年 12 月 7 日

题目 1.

解答.

- 若被删去的边在原最小生成树中：
原最小生成树被分为两部分，遍历整个图，寻找令两部分重新连接的权重最小的边，则得到新图的最小生成树。
- 若被删去的边不在原最小生成树中：
则原最小生成树即为新图的最小生成树。

对于第一种情况，算法的时间复杂度为 $O(E)$ ，则可以在与 E 成正比的时间内找到新图的最小生成树。

题目 2.

解答. 假设新增的边为 (u, v) ，从 u 开始沿着最小生成树的边遍历到 v ，那么可以得到一个环 (u, v, \dots, u) ，选择该环中权值最大的点 e_{max}

- 若 e_{max} 不是新增边，则将 e_{max} 从最小生成树中删去，并将新边 (u, v) 加入合并入最小生成树，得到新图的最下生成树。

- 若 e_{max} 是新增边，原最小生成树为新图的最小生成树。

算法的时间复杂度为 $O(V)$ 。

题目 3.

解答. 设起点集为 S_1 ，其他点集为 S_2 ，新增一个节点 s' ，设 s' 和 S_1 中的点都有边相连，且边的权值都为 0，以 s' 为起点，使用 dijkstra 算法求 s' 到每个点的最短路径，得到最短路径树 T ，去掉 T 中 s' 与 S_1 中各点的边，则得到最短路径森林。记录每个起点到任意点的距离，则可以得到起点到任意点的最短路径。

题目 4.

解答. 与 3 同理，首先采用 Dijkstra 算法得到最短路径森林，时间复杂度为 $O(E \log V)$ ，然后枚举每个起点到终点的距离得到最短路径，时间复杂度为 $O(V)$ ，则总时间复杂度为 $O(E \log V)$ 。