

Homework 7

- The due is on Sunday, Nov.20.

1. 假定我们对一个数据结构执行一个由 n 个操作组成的操作序列，当 i 严格为 2 的幂时，第 i 个操作的代价为 i ，否则代价为 1.

- (1) 使用聚合分析确定每个操作的摊还代价。
- (2) 使用核算法确定每个操作的摊还代价。
- (3) 使用势能法确定每个操作的摊还代价。

2. 设计队列可以实现 ENQUEUE, DEQUEUE 和 FIND-MIN, 每个操作摊还复杂度 $O(1)$.

要求设计、阐述算法以及阐述算法复杂度。注：可以假设元素互不相同。

3. 现有 m 个 n 元集合 S_1, S_2, \dots, S_m , 对每个正整数 k , 找一个 $1, 2, \dots, m$ 的 k 元子集 C 是最大覆盖

$$\left| \bigcup_{i \in C} S_i \right| \text{ maximal}$$

给出一个多项式时间的贪心算法，证明近似比为

$$1 - \left(1 - \frac{1}{k}\right)^k \geq 1 - \frac{1}{e}$$

4.(选做) 假如给第三题中的 S_i 附上大于零的权重 w_i , 这时要找的 C 使得

$$1. \bigcup_{i \in C} S_i = \bigcup_{i=1}^m S_i$$

$$2. \sum_{i \in C} w_i \text{ 最小}$$

是否能找到一个贪心近似算法，如果有，给出近似比。