ICS_Lab2_Report

Xiaoma

2022 年 11 月 26 日

实验目的

使用 LC-3 汇编命令实现

$$F(0) = F(1) = 1$$

$$F(N) = F(N-2)\%p + F(N-1)\%q \quad (2 \le N \le 1024)$$

$$p = 2^k \quad (2 \le k \le 10), 10 \le q \le 1024$$

- p 存储在内存位置 **x3100**
- q 存储在内存位置 **x3101**
- N 存储在内存位置 **x3102**
- F(N) 存储在内存位置 **x3103**

实验原理

对于求斐波那契数列的变式问题，通常情况下采用滑动窗口的方法。
注意：本次实验计算公式与一般的斐波那契数列不同，$F(N-1), F(N-2)$**只有在求和的时候取余，而存储时不需要取余。**
按照该思想可以得到伪代码：

Algorithm 1: myFib

```
Input: p , q , N;
Output: F(N) ;
num1 = 1;
num2 = 1;
N = N - 1;
while N > 0 do
    temp1 = num1;
    temp2 = num2;
    while temp1 >= 0 do
        temp1 = temp1 - p;
    temp1 = temp1 + p;
    while temp2 >= 0 do
        temp2 = temp2 - q;
    temp2 = temp2 + q;
    f = temp1 + temp2;
    num1 = num2;
    num2 = f;
    N = N -1;
return f;
```

实验步骤

LC-3 指令集的限制

若要实现上述伪代码，除了需要已知的 8 个变量，还需要 2 个变量来存储 p, q 的相反数，而 LC-3 只有 8 个寄存器，所以需要对变量的数量进行压缩。

- $F(N-2)$ 在完成本次计算以后将被移出窗口，即原存储 $F(N-2)$ 的寄存器将存储 $F(N-1)$。
- $F(N)$ 为两数取余之和

因此可以采用

- $F(N-2)$ 与 $F(N-2)\%p$ 共用一个变量
- 存储 $F(N)$ 的变量首先存储 $F(N-1)\%q$
- $F(N) = F(N) + F(N-2)\%p$

将所需寄存器的数量压缩至 8 个。

取余操作

若需要用 LC-3 汇编命令实现取余操作，可将被除数不断减去除数，直至结果为负数，此时该负数与被除数相加，得到的结果即为余数。

减法操作

对于取余时需要的减法操作，采用与计算二进制数的相反数相同的方法，将原二进制数取反再加 1。

计算斐波那契数列

已知对于一个普通的斐波那契数列 $F(N) = F(N-2) + F(N-1)$, 假设有一个长度为 3 的窗口，每次窗口在数列上右移一位，直至得到结果，即相当于每完成一次计算，后一个窗口存储前一个窗口的结果。

代码讲解

初始化变量

从内存中读取 p, q, N 3 个变量，即

$$R0 \leftarrow p, R1 \leftarrow q, R2 \leftarrow N$$

```
LD R0， x0FF
LD R1， x0FF
LD R2， x0FF
```

减法预处理

已知取余操作要进行减法运算，故首先得到 p, q 的相反数，即

$$R3 \leftarrow -p, R4 \leftarrow -q$$

```
NOT R3， R0
ADD R3， R3， x1
NOT R4， R1
ADD R4， R4， x1
```

取余操作

分别求 $F(N-2), F(N-1)$ 的余数，使用的变量考虑了 LC-3 寄存器的数量，即

$$R5 \leftarrow F(N-2)\%p, R7 \leftarrow F(N-1)\%q$$

```
ADD R5， R5， R3
BRzp #-2
ADD R5， R5， R0
ADD R7， R6， #0
ADD R7， R7， R4
BRzp #-2
ADD R7， R7， R1
```

求和

求和得到 $F(N)$，即

$$R7 \leftarrow F(N-2)\% + F(N-1)\%q$$

```
    ADD R7， R7， R5
```

滑动窗口

得到计算结果后滑动窗口，准备下一个计算，即

$$R5 \leftarrow R6, R6 \leftarrow R7$$

```
    ADD R5， R6， #0
    ADD R6， R7， #0
```

存储结果

在迭代结束后，将计算结过存储至 x3103，即

$$R7 \rightarrow x3103$$

```
    ST R7， x0EC
```

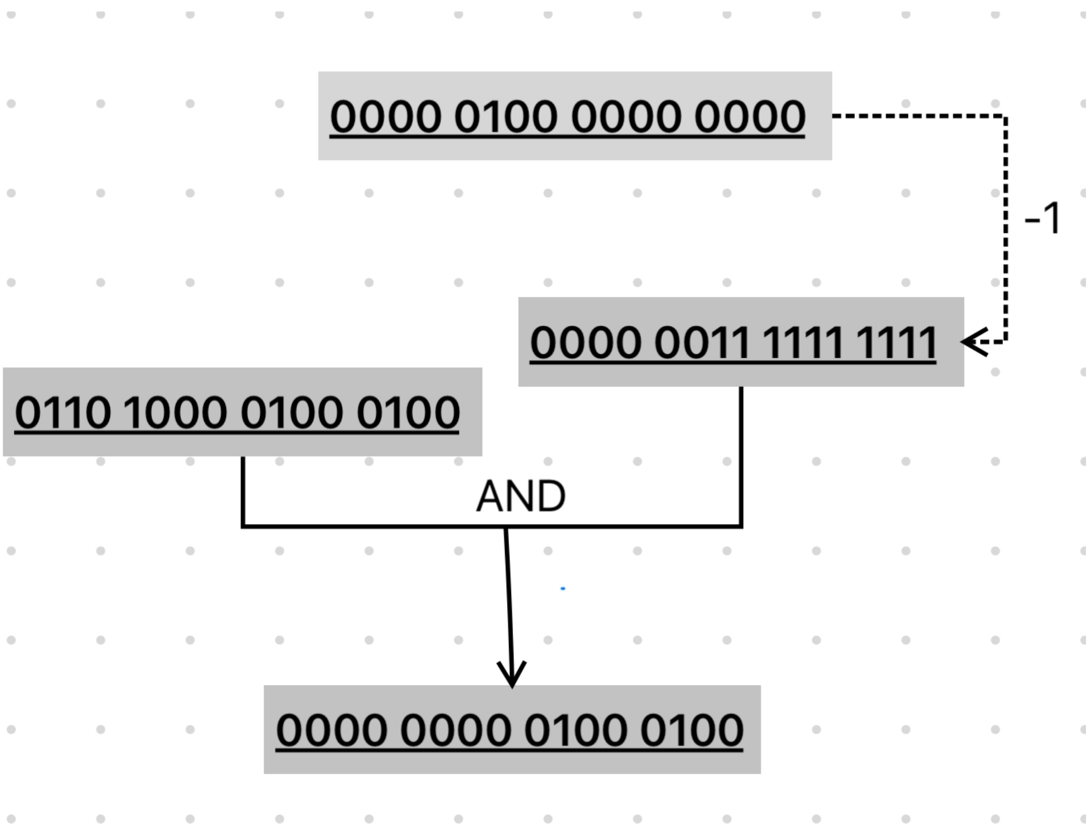
如何提高循环效率

观察 p 可以发现，p 为 2 的整数次方，若用 16 位二进制数表示则只有一位为 1，那么可以采用更简单的操作对 $F(N-2)$ 进行取余。

更高效的取余操作

若将 p 减去 1 以后将结果和 $F(N-2)$ 进行与操作，则 $F(N-2)$ 只有低位为 1 的部分被保留，即为 p 的余数。

```
ADD R3, R0, #-1
AND R5, R5, R3
```



实验结果

未改进取余操作

依次对实验文档给出的例子进行测试，结果如下：

汇编评测

3 / 3 个通过测试用例

- 平均指令数: 2983
- 通过 256:123:100, 指令数: 1523, 输出: 146
- 通过 512:456:200, 指令数: 2941, 输出: 818
- 通过 1024:789:300, 指令数: 4485, 输出: 1219

自行编写了部分测试例子，结果如下：

汇编评测

5 / 5 个通过测试用例

- 平均指令数: 50375.4
- 通过 2:10:200, 指令数: 3537, 输出: 4
- 通过 1024:1024:500, 指令数: 7449, 输出: 450
- 通过 128:50:500, 指令数: 7935, 输出: 134
- 通过 64:100:800, 指令数: 12123, 输出: 66
- 通过 2:500:1000, 指令数: 220833, 输出: 167

改进取余操作

依次对实验文档给出的例子进行测试，结果如下：

汇编评测

3 / 3 个通过测试用例

- 平均指令数: 2248.6666666666665
- 通过 256:123:100, 指令数: 1182, 输出: 146
- 通过 512:456:200, 指令数: 2196, 输出: 818
- 通过 1024:789:300, 指令数: 3368, 输出: 1219

自行编写了部分测试例子，结果如下：

汇编评测

5 / 5 个通过测试用例

- 平均指令数: 6442.4
- 通过 2:10:200, 指令数: 2026, 输出: 4
- 通过 1024:1024:500, 指令数: 5476, 输出: 450
- 通过 128:50:500, 指令数: 6260, 输出: 134
- 通过 64:100:800, 指令数: 8448, 输出: 66
- 通过 2:500:1000, 指令数: 10002, 输出: 167

可以发现改变取余操作大大提升了计算效率。