Conjuntos

Matemática Discreta - 2019 - Facultad de Ciencias Exactas-UNICEN

Un conjunto es una colección de objetos de cierta clase llamados elementos del conjunto.

Un conjunto es una colección de objetos de cierta clase llamados elementos del conjunto.

Los conjuntos se denotan con letras mayúsculas de imprenta

Conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos de cierta clase llamados elementos del conjunto.

Los conjuntos se denotan con letras mayúsculas de imprenta

$$A, B, C, \ldots$$

Conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos de cierta clase llamados elementos del conjunto.

Los conjuntos se denotan con letras mayúsculas de imprenta

$$A, B, C, \dots$$

Los elementos se denotan con letras minúsculas y se escriben entre llaves

Conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos de cierta clase llamados elementos del conjunto.

Los conjuntos se denotan con letras mayúsculas de imprenta

$$A, B, C, \ldots$$

Los elementos se denotan con letras minúsculas y se escriben entre llaves

$$\{x, y, z\}$$

Conjuntos de números

Notación

$\mathbb{N}$: números naturales

Conjuntos de números

Notación

$\mathbb{N}$: números naturales

$\mathbb{N}_0$: números naturales con el 0

Conjuntos de números

Notación

$\mathbb{N}$: números naturales

$\mathbb{N}_0$: números naturales con el 0

$\mathbb{Z}$: números enteros

Notación

$\mathbb{N}$: números naturales

$\mathbb{N}_0$: números naturales con el 0

$\mathbb{Z}$: números enteros

$\mathbb{Q}$: números racionales

Conjuntos de números

Notación

- $\mathbb{N}$: números naturales
- $\mathbb{N}_0$: números naturales con el 0
- $\mathbb{Z}$: números enteros
- $\mathbb{Q}$: números racionales
- $\mathbb{I}$: números irracionales

Conjuntos de números

Notación

$\mathbb{N}$: números naturales

$\mathbb{N}_0$: números naturales con el 0

$\mathbb{Z}$: números enteros

$\mathbb{Q}$: números racionales

$\mathbb{I}$: números irracionales

$\mathbb{R}$: números reales

Notación

$\mathbb{N}$: números naturales

$\mathbb{N}_0$: números naturales con el 0

$\mathbb{Z}$: números enteros

$\mathbb{Q}$: números racionales

$\mathbb{I}$: números irracionales

$\mathbb{R}$: números reales

$\mathbb{C}$: números complejos

Pertenece

Dado $A = \{a, e, u, i, o\}$

Diremos que el elemento u pertenece al conjunto A

Pertenece

Dado $A = \{a, e, u, i, o\}$

Diremos que el elemento u pertenece al conjunto A

En símbolos: $u \in A$

Pertenece

Dado $A = \{a, e, u, i, o\}$

Diremos que el elemento u pertenece al conjunto A

En símbolos: $u \in A$

Diremos que el elemento z no pertenece al conjunto A

Pertenece

Dado $A = \{a, e, u, i, o\}$

Diremos que el elemento u pertenece al conjunto A

En símbolos: $u \in A$

Diremos que el elemento z no pertenece al conjunto A

En símbolos: $z \notin A$

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

$$A = \{1, -1, i, -i\} =$$

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

$$A = \{1, -1, i, -i\} = \{-i, i, -1, 1\}$$

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

$$A = \{1, -1, i, -i\} = \{-i, i, -1, 1\}$$

Por comprensión

Un conjunto se define por comprensión cuando se definen sus elementos por una propiedad específica que los caracteriza

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

$$A = \{1, -1, i, -i\} = \{-i, i, -1, 1\}$$

Por comprensión

Un conjunto se define por comprensión cuando se definen sus elementos por una propiedad específica que los caracteriza

$$B = \{x \in \mathbb{C} : \text{tal que } x \text{ es raíz cuarta de } 1\}$$

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

$$A = \{1, -1, i, -i\} = \{-i, i, -1, 1\}$$

Por comprensión

Un conjunto se define por comprensión cuando se definen sus elementos por una propiedad específica que los caracteriza

$$B = \{x \in \mathbb{C} : \text{tal que } x \text{ es raíz cuarta de } 1\}$$

x representa todos los elementos de B y el valor que toma es el de cada raíz cuarta de 1, luego

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

$$A = \{1, -1, i, -i\} = \{-i, i, -1, 1\}$$

Por comprensión

Un conjunto se define por comprensión cuando se definen sus elementos por una propiedad específica que los caracteriza

$$B = \{x \in \mathbb{C} : \text{tal que } x \text{ es raíz cuarta de } 1\}$$

x representa todos los elementos de B y el valor que toma es el de cada raíz cuarta de 1, luego $A = B$

Por extensión

Un conjunto se define por extensión cuando se explicitan entre las llaves todos sus elementos sin que haya repeticiones y sin que importe el orden en el que aparezcan

$$A = \{1, -1, i, -i\} = \{-i, i, -1, 1\}$$

Por comprensión

Un conjunto se define por comprensión cuando se definen sus elementos por una propiedad específica que los caracteriza

$$B = \{x \in \mathbb{C} : \text{tal que } x \text{ es raíz cuarta de } 1\}$$

x representa todos los elementos de B y el valor que toma es el de cada raíz cuarta de 1, luego $A = B$

Conjuntos Especiales

Conjunto Vacío

Es el conjunto que no tiene elementos

En símbolos: $\emptyset$ ó $\{\}$

Conjuntos Especiales

Conjunto Vacío

Es el conjunto que no tiene elementos

En símbolos: $\emptyset$ ó $\{\}$

Conjunto Universal

Es el conjunto que tiene todos los elementos

Conjuntos Especiales

Conjunto Vacío

Es el conjunto que no tiene elementos

En símbolos: $\emptyset$ ó $\{\}$

Conjunto Universal

Es el conjunto que tiene todos los elementos

En símbolos $\mathcal{U}$

Conjuntos Especiales

Conjunto Vacío

Es el conjunto que no tiene elementos

En símbolos: $\emptyset$ ó $\{\}$

Conjunto Universal

Es el conjunto que tiene todos los elementos

En símbolos $\mathcal{U}$

Conjunto Finito

Un conjunto finito es un conjunto que tiene un número finito de elementos y como ya hemos visto esa cantidad, llamada cardinal, es un número natural

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

Conjuntos Especiales

Conjunto Vacío

Es el conjunto que no tiene elementos

En símbolos: $\emptyset$ ó $\{\}$

Conjunto Universal

Es el conjunto que tiene todos los elementos

En símbolos $\mathcal{U}$

Conjunto Finito

Un conjunto finito es un conjunto que tiene un número finito de elementos y como ya hemos visto esa cantidad, llamada cardinal, es un número natural

$$A = \{a, e, i, o, u\} \qquad |A| = 5$$

Ejercicio 1

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera.

Ejercicio 1

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(a) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall z \, [-|z+1| < 0]$

Contraejemplo:

Ejercicio 1

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(a) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall z \, [-|z+1| < 0]$

Contraejemplo: $z = -1$ Es falsa

Redefinición:

Ejercicio 1

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(a) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall z \, [-|z+1| < 0]$

Contraejemplo: $z = -1$ Es falsa

Redefinición: $\mathcal{U} = \mathbb{R} - \{-1\}$

Ejercicio 1

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(a) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall z \, [-|z+1| < 0]$

Contraejemplo: $z = -1$ Es falsa

Redefinición: $\mathcal{U} = \mathbb{R} - \{-1\}$

(c) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall x \exists y \, [x \cdot y = 1]$

Contraejemplo:

Ejercicio 1

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(a) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall z \, [-|z+1| < 0]$

Contraejemplo: $z = -1$ Es falsa

Redefinición: $\mathcal{U} = \mathbb{R} - \{-1\}$

(c) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall x \exists y \, [x \cdot y = 1]$

Contraejemplo: $x = 0$ Es falsa

Redefinición:

Ejercicio 1

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(a) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall z\,[-|z+1| < 0]$

Contraejemplo: $z = -1$ Es falsa

Redefinición: $\mathcal{U} = \mathbb{R} - \{-1\}$

(c) $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

$\forall x \exists y\,[x \cdot y = 1]$

Contraejemplo: $x = 0$ Es falsa

Redefinición: $\mathcal{U} = \mathbb{R} - \{0\}$

Ejercicio (1)

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera.

Ejercicio (1)

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(f) $\mathcal{U} = \mathbb{N}$

$\forall x \forall y \exists z \left[\frac{x}{y-z} = 1 \right]$

Contraejemplo:

Ejercicio (1)

En cada caso, para el conjunto universal $\mathcal{U}$ que se indica, probar que las proposiciones dadas son falsas exhibiendo un contraejemplo o equivalentemente que la negación sea verdadadera. Discutir si es posible redefinir $\mathcal{U}$ para que cada proposición resulte verdadera

(f) $\mathcal{U} = \mathbb{N}$

$\forall x \forall y \exists z \left[\frac{x}{y-z} = 1 \right]$

Contraejemplo: $x = 5; y = 3$ Es falsa pues no existe ningún número natural z que haga verdadera

la ecuación:

$$\frac{x}{y-z} = 1$$

Subconjuntos

Se dice que un conjunto A está contenido en B o que A es subconjunto de B si todo elemento de A es un elemento de B

Subconjuntos

Se dice que un conjunto A está contenido en B o que A es subconjunto de B si todo elemento de A es un elemento de B

En símbolos $(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subset B$

Subconjuntos

Se dice que un conjunto A está contenido en B o que A es subconjunto de B si todo elemento de A es un elemento de B

En símbolos $(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subset B$

Ejemplo 1

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, e, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

Subconjuntos

Se dice que un conjunto A está contenido en B o que A es subconjunto de B si todo elemento de A es un elemento de B

En símbolos $(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subset B$

Ejemplo 1

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, e, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \in B$ y

Subconjuntos

Se dice que un conjunto A está contenido en B o que A es subconjunto de B si todo elemento de A es un elemento de B

En símbolos $(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subset B$

Ejemplo 1

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, e, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \in B$ y

$i \in B$

Subconjuntos

Se dice que un conjunto A está contenido en B o que A es subconjunto de B si todo elemento de A es un elemento de B

En símbolos $(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subset B$

Ejemplo 1

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, e, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \in B$ y

$i \in B$

Contenido

Todos los elementos de A pertenecen a B, luego

A está contenido en B, entonces

Subconjuntos

Se dice que un conjunto A está contenido en B o que A es subconjunto de B si todo elemento de A es un elemento de B

En símbolos $(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow A \subset B$

Ejemplo 1

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, e, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \in B$ y

$i \in B$

Contenido

Todos los elementos de A pertenecen a B, luego

A está contenido en B, entonces

A es subconjunto de B

En símbolos: $A \subset B$

Subonjuntos

Ejemplo 2

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

Ejemplo 2

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \notin B$ y

Ejemplo 2

$$A = \{a, e, i\} \text{ y } B = \{a, i, o, u\}$$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \notin B$ y

$i \in B$

Ejemplo 2

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \notin B$ y

$i \in B$

Contenido

e es un elemento de A que no pertenecen a B, luego

A no está contenido en B, entonces

Ejemplo 2

$A = \{a, e, i\}$ y $B = \{a, i, o, u\}$

Pertenece

$a \in B$ y

$e \notin B$ y

$i \in B$

Contenido

e es un elemento de A que no pertenecen a B, luego

A no está contenido en B, entonces

A no es subconjunto de B

En símbolos: $A \not\subset B$

Igualdad de conjuntos

Un conjunto A es igual a un conjunto B y escribimos $A = B$, si todo elemento de A es elemento de B y todo elemento de B es elemento de A

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Subconjuntos especiales

$\emptyset$ es subconjunto de todos los conjuntos

Los elementos de un conjunto son de distinta naturaleza que el conjunto mismo.

Así se denota el conjunto que tiene un solo elemento x como $\{x\}$

y decimos

$$x \in A \Leftrightarrow \{x\} \subset A$$

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Notación; $\mathcal{P}(A)$

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Notación; $\mathcal{P}(A)$

$$B \subset A \Leftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$$

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Notación; $\mathcal{P}(A)$

$$B \subset A \Leftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$$

Por ejemplo si $A = \{a, b\}$

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset,$

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Notación; $\mathcal{P}(A)$

$$B \subset A \Leftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$$

Por ejemplo si $A = \{a, b\}$

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}$

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Notación; $\mathcal{P}(A)$

$$B \subset A \Leftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$$

Por ejemplo si $A = \{a, b\}$

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}$

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Notación; $\mathcal{P}(A)$

$$B \subset A \Leftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$$

Por ejemplo si $A = \{a, b\}$

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

Partes de un conjunto

Dado un conjunto A se llama conjunto de partes de A al conjunto formado por todos los subconjuntos de A

Notación; $\mathcal{P}(A)$

$$B \subset A \Leftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$$

Por ejemplo si $A = \{a, b\}$

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son conjuntos

Partes de un conjunto

Calculamos

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

Partes de un conjunto

Calculamos

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

¿Es correcto afirmar $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$?

Partes de un conjunto

Calculamos

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

¿Es correcto afirmar $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$?

SI, pues $\{a\}$ es elemento de $\mathcal{P}(A)$

Partes de un conjunto

Calculamos

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

¿Es correcto afirmar $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$?

SI, pues $\{a\}$ es elemento de $\mathcal{P}(A)$

¿Es correcto afirmar $a \in \mathcal{P}(A)$?

Partes de un conjunto

Calculamos

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

¿Es correcto afirmar $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$?

SI, pues $\{a\}$ es elemento de $\mathcal{P}(A)$

¿Es correcto afirmar $a \in \mathcal{P}(A)$?

NO, pues a no es elemento de $\mathcal{P}(A)$

Partes de un conjunto

Calculamos

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

¿Es correcto afirmar $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$?

SI, pues $\{a\}$ es elemento de $\mathcal{P}(A)$

¿Es correcto afirmar $a \in \mathcal{P}(A)$?

NO, pues a no es elemento de $\mathcal{P}(A)$

¿Es correcto afirmar $\{\{a\}, \{b\}\} \subset \mathcal{P}(A)$?

Partes de un conjunto

Calculamos

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

¿Es correcto afirmar $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$?

SI, pues $\{a\}$ es elemento de $\mathcal{P}(A)$

¿Es correcto afirmar $a \in \mathcal{P}(A)$?

NO, pues a no es elemento de $\mathcal{P}(A)$

¿Es correcto afirmar $\{\{a\}, \{b\}\} \subset \mathcal{P}(A)$?

SI, pues $\{a\}$ y $\{b\}$ son elementos de $\mathcal{P}(A)$

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$$

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

(a) Indicar el número de elementos de C

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

(a) Indicar el número de elementos de C

$|C| = 8$

Partes de un conjunto

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

(a) Indicar el número de elementos de C

$|C| = 8$

- Listar todos sus subconjuntos con 0 elementos

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

(a) Indicar el número de elementos de C

$|C| = 8$

- Listar todos sus subconjuntos con 0 elementos

Hay $\binom{8}{0} = 1$ subconjuntos con 0 elementos

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

(a) Indicar el número de elementos de C

$|C| = 8$

- Listar todos sus subconjuntos con 0 elementos

Hay $\binom{8}{0} = 1$ subconjuntos con 0 elementos

Lista: $\emptyset$

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$$

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 1 elemento

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 1 elemento

Hay $\binom{8}{1} = 8$ subconjuntos con 1 elemento

Partes de un conjunto

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 1 elemento

Hay $\binom{8}{1} = 8$ subconjuntos con 1 elemento

Lista:

$\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\mathbb{N} \cup \pi\}, \{\{a, b, c\}\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}$

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 1 elemento

  Hay $\binom{8}{1} = 8$ subconjuntos con 1 elemento

  Lista:

  $\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\mathbb{N} \cup \pi\}, \{\{a, b, c\}\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}$
- Listar todos sus subconjuntos con 2 elementos

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 1 elemento

  Hay $\binom{8}{1} = 8$ subconjuntos con 1 elemento

  Lista:

  $\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\mathbb{N} \cup \pi\}, \{\{a, b, c\}\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 2 elementos

  Hay $\binom{8}{2} = 28$ subconjuntos con 2 elemento

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 1 elemento

  Hay $\binom{8}{1} = 8$ subconjuntos con 1 elemento

  Lista:

  $\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\mathbb{N} \cup \pi\}, \{\{a, b, c\}\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}$
- Listar todos sus subconjuntos con 2 elementos

  Hay $\binom{8}{2} = 28$ subconjuntos con 2 elemento
- Listar todos sus subconjuntos con 2 elementos

Ejercicio 2

Dado el conjunto

$C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \mathbb{N} \cup \pi, \{a, b, c\}, a, b, c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 1 elemento

  Hay $\binom{8}{1} = 8$ subconjuntos con 1 elemento

  Lista:

  $\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \{\mathbb{N} \cup \pi\}, \{\{a, b, c\}\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}$

- Listar todos sus subconjuntos con 2 elementos

  Hay $\binom{8}{2} = 28$ subconjuntos con 2 elemento

- Listar todos sus subconjuntos con 2 elementos

  Hay $\binom{8}{3} = 56$ subconjuntos con 3

Listados de los dos últimos ítem a cargo del alumno

Ejercicio 2

(b) Esbozar un procedimiento para hacer la lista de todos los subconjuntos

El procedimiento consiste en un diagrama de decisiones sin repetición

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

- 0 elementos, que son $\binom{n}{0}$

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

- 0 elementos, que son $\binom{n}{0}$
- 1 elemento, que son $\binom{n}{1}$

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

- 0 elementos, que son $\binom{n}{0}$
- 1 elemento, que son $\binom{n}{1}$
- 2 elementos, que son $\binom{n}{2}$

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

- 0 elementos, que son $\binom{n}{0}$
- 1 elemento, que son $\binom{n}{1}$
- 2 elementos, que son $\binom{n}{2}$
- $\cdots$
- n elementos, que son $\binom{n}{n}$

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

- 0 elementos, que son $\binom{n}{0}$
- 1 elemento, que son $\binom{n}{1}$
- 2 elementos, que son $\binom{n}{2}$
- $\cdots$
- n elementos, que son $\binom{n}{n}$

Sumemos todos los subconjuntos

$|\mathcal{P}(A)| = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} =$

Partes de un conjunto

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

- 0 elementos, que son $\binom{n}{0}$
- 1 elemento, que son $\binom{n}{1}$
- 2 elementos, que son $\binom{n}{2}$
- $\cdots$
- n elementos, que son $\binom{n}{n}$

Sumemos todos los subconjuntos

$|\mathcal{P}(A)| = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = (1+1)^n$

Ejercicio 2

(c) Si un conjunto A tiene n elementos ¿Cuál es el cardinal de $\mathcal{P}(A)$?

Los elementos de $\mathcal{P}(A)$ son los subconjuntos de A que tienen

- 0 elementos, que son $\binom{n}{0}$
- 1 elemento, que son $\binom{n}{1}$
- 2 elementos, que son $\binom{n}{2}$
- $\cdots$
- n elementos, que son $\binom{n}{n}$

Sumemos todos los subconjuntos

$|\mathcal{P}(A)| = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = (1+1)^n = 2^n$

Ejercicio 3

(a) Dados los conjunos A, B y C, probar

$A \subset B$ y $B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Abreviadamente: $A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Ejercicio 3

(a) Dados los conjunos A, B y C, probar

$A \subset B$ y $B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Abreviadamente: $A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C$

$$\underbrace{A \subset B}_{H1} \text{ y } \underbrace{B \subset C}_{H2} \Rightarrow \underbrace{A \subset C}_{Tesis}$$

Para probar la tesis, probaremos que

Ejercicio 3

(a) Dados los conjunos A, B y C, probar

$A \subset B$ y $B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Abreviadamente: $A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C$

$\underbrace{A \subset B}_{H1}$ y $\underbrace{B \subset C}_{H2} \Rightarrow \underbrace{A \subset C}_{Tesis}$

Para probar la tesis, probaremos que todo elemento de A debe ser elemento de C

Ejercicio 3

(a) Dados los conjunos A, B y C, probar

$A \subset B$ y $B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Abreviadamente: $A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C$

$$\underbrace{A \subset B}_{H1} \text{ y } \underbrace{B \subset C}_{H2} \Rightarrow \underbrace{A \subset C}_{Tesis}$$

Para probar la tesis, probaremos que todo elemento de A debe ser elemento de C

Sea $x \in A \underbrace{\Rightarrow}_{H1}$

Ejercicio 3

(a) Dados los conjunos A, B y C, probar

$A \subset B$ y $B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Abreviadamente: $A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C$

$\underbrace{A \subset B}_{H1}$ y $\underbrace{B \subset C}_{H2} \Rightarrow \underbrace{A \subset C}_{Tesis}$

Para probar la tesis, probaremos que todo elemento de A debe ser elemento de C

Sea $x \in A \underbrace{\Rightarrow}_{H1} x \in B \underbrace{\Rightarrow}_{H2}$

Ejercicio 3

(a) Dados los conjunos A, B y C, probar

$A \subset B$ y $B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Abreviadamente: $A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C$

$$\underbrace{A \subset B}_{H1} \text{ y } \underbrace{B \subset C}_{H2} \Rightarrow \underbrace{A \subset C}_{Tesis}$$

Para probar la tesis, probaremos que todo elemento de A debe ser elemento de C

$$\text{Sea } x \in A \underbrace{\Rightarrow}_{H1} x \in B \underbrace{\Rightarrow}_{H2} x \in C \therefore A \subset C$$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\{1\} \subset \mathbb{N}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\{1\} \subset \mathbb{N}$

  El primer postulado de Peano enuncia $1 \in \mathbb{N}$ luego, $\{1\} \subset \mathbb{N}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\{1\} \subset \mathbb{N}$

  El primer postulado de Peano enuncia $1 \in \mathbb{N}$ luego, $\{1\} \subset \mathbb{N}$

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\{1\} \subset \mathbb{N}$

  El primer postulado de Peano enuncia $1 \in \mathbb{N}$ luego, $\{1\} \subset \mathbb{N}$

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0$

  Por definición $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ luego, $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$

  Sabemos que

  $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup (-\mathbb{N}) =$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$

  Sabemos que

  $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup (-\mathbb{N}) = \mathbb{N}_0 \cup (-\mathbb{N})$,

  luego $\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

  Por definición

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} ; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

  Por definición

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Sea $z \in \mathbb{Z} \Rightarrow z = \frac{z}{1} = \frac{2z}{2} \ldots = \frac{kz}{k}$ con $k \in \mathbb{Z} - \{0\}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

  Por definición

  $$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

  Sea $z \in \mathbb{Z} \Rightarrow z = \frac{z}{1} = \frac{2z}{2} \ldots = \frac{kz}{k}$ con $k \in \mathbb{Z} - \{0\}$

  $\Rightarrow z \in \mathbb{Q}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

  Por definición

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

  Sea $z \in \mathbb{Z} \Rightarrow z = \frac{z}{1} = \frac{2z}{2} \ldots = \frac{kz}{k}$ con $k \in \mathbb{Z} - \{0\}$

  $\Rightarrow z \in \mathbb{Q}$

  Luego $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

  Por definición

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

  Luego $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

  Por definición

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

  Por definición

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

  Sea $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x = x + 0i \Rightarrow x \in \mathbb{C}$

Ejercicio 3

(b) Explicar en detalle la cadena de contenciones

$\{1\} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

según la definición de los conjuntos numéricos

- $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

  Por definición

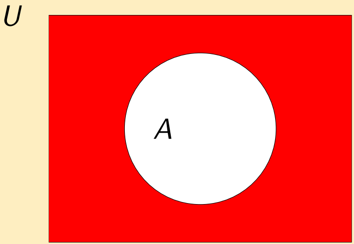
$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

  Sea $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x = x + 0i \Rightarrow x \in \mathbb{C}$

  Luego $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

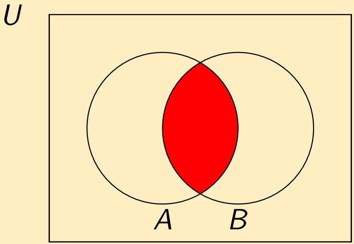
Complemento

$$\overline{A} = \{x : x \notin A\}$$



Intersección

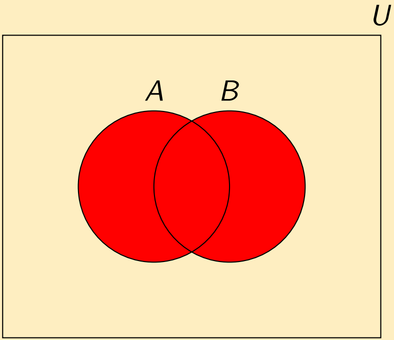
$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$



Operaciones

Unión

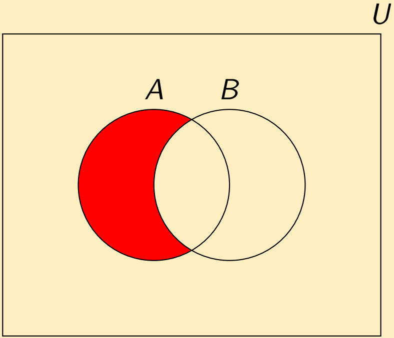
$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$



Operaciones

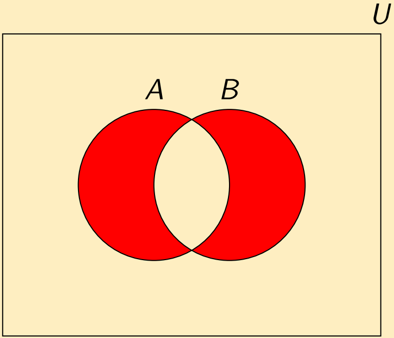
Diferencia

$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\} = A \cap \overline{B}$



Diferencia Simétrica

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$



Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} =$$

Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} = \{0, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B =$$

Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} = \{0, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cup B =$$

Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} = \{0, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$$

$$A - B =$$

Conjuntos - Operaciones

Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}\,, B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} = \{0, 5, 6, 7, 8\}$$
$$A \cap B = \{2, 3\}$$
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$$
$$A - B = \{1, 4\}$$

Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} = \{0, 5, 6, 7, 8\}$$
$$A \cap B = \{2, 3\}$$
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$$
$$A - B = \{1, 4\}$$
$$A \Delta B =$$

Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} = \{0, 5, 6, 7, 8\}$$
$$A \cap B = \{2, 3\}$$
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$$
$$A - B = \{1, 4\}$$
$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) =$$

Ejemplo

Sean $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ y A, B dos conjuntos finitos
$A = \{1, 2, 3, 4\}\,, B = \{2, 3, 7\}$

Calcular

$$\overline{A} = \{0, 5, 6, 7, 8\}$$
$$A \cap B = \{2, 3\}$$
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7\}$$
$$A - B = \{1, 4\}$$
$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 7\}$$

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A =$

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

(1b) $A \cap A =$

Álgebra de conjuntos

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

(1b) $A \cap A = A$

Álgebra de conjuntos

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

(1b) $A \cap A = A$

Leyes de Asociatividad

(2a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

(1b) $A \cap A = A$

Leyes de Asociatividad

(2a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

(2b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Álgebra de conjuntos

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

(1b) $A \cap A = A$

Leyes de Asociatividad

(2a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

(2b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Leyes conmutativas

(3a) $A \cup B = B \cup A$

Álgebra de conjuntos

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

(1b) $A \cap A = A$

Leyes de Asociatividad

(2a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

(2b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Leyes conmutativas

(3a) $A \cup B = B \cup A$

(3b) $A \cap B = B \cap A$

Leyes

Leyes Idempotentes

(1a) $A \cup A = A$

(1b) $A \cap A = A$

Leyes de Asociatividad

(2a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

(2b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Leyes conmutativas

(3a) $A \cup B = B \cup A$

(3b) $A \cap B = B \cap A$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) =$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4b) $A \cap (B \cup C) =$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes de identidad

(5a) $A \cup \emptyset =$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes de identidad

(5a) $A \cup \emptyset = A$

(5b) $A \cap \mathcal{U} =$

Álgebra de conjuntos

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes de identidad

(5a) $A \cup \emptyset = A$

(5b) $A \cap \mathcal{U} = A$

(6a) $A \cup \mathcal{U} =$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes de identidad

(5a) $A \cup \emptyset = A$

(5b) $A \cap \mathcal{U} = A$

(6a) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$

(6b) $A \cap \emptyset =$

Leyes

Leyes distributivas

(4a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(4b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Leyes de identidad

(5a) $A \cup \emptyset = A$

(5b) $A \cap \mathcal{U} = A$

(6a) $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$

(6b) $A \cap \emptyset = \emptyset$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} =$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} =$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} =$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

(8b) $\overline{\mathcal{U}} =$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

(8b) $\overline{\mathcal{U}} = \emptyset$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

(8b) $\overline{\mathcal{U}} = \emptyset$ y $\overline{\emptyset} =$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

(8b) $\overline{\mathcal{U}} = \emptyset$ y $\overline{\emptyset} = \mathcal{U}$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

(8b) $\overline{\mathcal{U}} = \emptyset$ y $\overline{\emptyset} = \mathcal{U}$

Leyes de De Morgan

(9a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

(8b) $\overline{\mathcal{U}} = \emptyset$ y $\overline{\emptyset} = \mathcal{U}$

Leyes de De Morgan

(9a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

(9b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Álgebra de conjuntos

Leyes

Leyes de complementos

(7a) $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$

(7b) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

(8a) $\overline{(\overline{A})} = A$

(8b) $\overline{\mathcal{U}} = \emptyset$ y $\overline{\emptyset} = \mathcal{U}$

Leyes de De Morgan

(9a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

(9b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Una técnica

Se dice $A = B$ si todo elemento de A es elemento de B y si todo elemento de B es elemento de A

Una técnica

Se dice $A = B$ si todo elemento de A es elemento de B y si todo elemento de B es elemento de A

En símbolos $A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

Esta ténica es una herramienta más para probar igualdad de conjuntos

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$

$$\Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$

Demostraciones con conjuntos

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \cap \overline{B}$$

Demostraciones con conjuntos

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \cap \overline{B}$$
$$\therefore A - B \subset A \cap \overline{B} \ (1)$$

$A \cap \overline{B} \subset A - B$

$$x \in A \cap \overline{B} \Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$

$\Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$

$\Rightarrow x \in A \cap \overline{B}$

$\therefore A - B \subset A \cap \overline{B}$ (1)

$A \cap \overline{B} \subset A - B$

$x \in A \cap \overline{B} \Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$

$\Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$

Demostraciones con conjuntos

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \cap \overline{B}$$
$$\therefore A - B \subset A \cap \overline{B} \ (1)$$

$A \cap \overline{B} \subset A - B$

$$x \in A \cap \overline{B} \Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A - B$$

Demostraciones con conjuntos

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \cap \overline{B}$$
$$\therefore A - B \subset A \cap \overline{B} \ (1)$$

$A \cap \overline{B} \subset A - B$

$$x \in A \cap \overline{B} \Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A - B$$
$$\therefore A \cap \overline{B} \subset A - B(2)$$

Ejemplo

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

$A - B \subset A \cap \overline{B}$

$$x \in A - B \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \cap \overline{B}$$
$$\therefore A - B \subset A \cap \overline{B} \ (1)$$

$A \cap \overline{B} \subset A - B$

$$x \in A \cap \overline{B} \Rightarrow x \in A \wedge x \in \overline{B}$$
$$\Rightarrow x \in A \wedge x \notin B$$
$$\Rightarrow x \in A - B$$
$$\therefore A \cap \overline{B} \subset A - B(2)$$

Luego, por (1) y (2)

$$A - B = A \cap \overline{B}$$

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

Demostraciones con conjuntos

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)$

Demostraciones con conjuntos

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)$

$\Rightarrow x \in A \cup (B \cup C)$

Demostraciones con conjuntos

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)$

$\Rightarrow x \in A \cup (B \cup C)$

$\therefore (A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$

$A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$ (2)

$x \in A \cup (B \cup C) \Rightarrow$

$x \in A \vee x \in (B \cup C)$

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)$

$\Rightarrow x \in A \cup (B \cup C)$

$\therefore (A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$

$A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$ (2)

$x \in A \cup (B \cup C) \Rightarrow$

$x \in A \vee x \in (B \cup C)$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow$

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)$

$\Rightarrow x \in A \cup (B \cup C)$

$\therefore (A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$

$A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$ (2)

$x \in A \cup (B \cup C) \Rightarrow$

$x \in A \vee x \in (B \cup C)$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (A \cup B) \cup C$

Demostraciones con conjuntos

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)$

$\Rightarrow x \in A \cup (B \cup C)$

$\therefore (A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$

$A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$ (2)

$x \in A \cup (B \cup C) \Rightarrow$

$x \in A \vee x \in (B \cup C)$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (A \cup B) \cup C$

$\therefore A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$

Identidad (2a)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$ (1)

$x \in (A \cup B) \cup C \Rightarrow x \in (A \cup B) \vee x \in C$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)$

$\Rightarrow x \in A \cup (B \cup C)$

$\therefore (A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$

$A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$ (2)

$x \in A \cup (B \cup C) \Rightarrow$

$x \in A \vee x \in (B \cup C)$

$\Rightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in (A \cup B) \cup C$

$\therefore A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$

Luego, por (1) y (2)

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

Ejercicio 4

Dados los subconjuntos A, B, C de un conjunto universal $\mathcal{U}$, Verificar las Leyes del Ágebra de Conjuntos. Puede usarse el principio de dualidad.
Las Leyes que hemos visto figuran también en la página 48 del libro: Primer curso de Álgebra Universitaria (incluído en la bibliografía de esta cátedra)

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$\text{(9a)} \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$\text{(9a)} \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ (1)

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a)\quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ (1)

Sea $x \in \overline{A \cup B}$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a) \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ (1)

Sea $x \in \overline{A \cup B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin A \cup B$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a) \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ (1)

Sea $x \in \overline{A \cup B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin A \cup B$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \wedge x \notin B$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a) \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ (1)

Sea $x \in \overline{A \cup B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin A \cup B$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \wedge x \notin B \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a) \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ (1)

Sea $x \in \overline{A \cup B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin A \cup B$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \wedge x \notin B \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a) \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ (1)

Sea $x \in \overline{A \cup B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin A \cup B$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \wedge x \notin B \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\therefore \overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a)\quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$ (2)

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a)\quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$ (2)

Sea $x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a) \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$ (2)

Sea $x \in \overline{A} \cap \overline{B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def.Complemento}}$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$\text{(9a)} \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$ (2)

$$\text{Sea } x \in \overline{A} \cap \overline{B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def.Complemento}} x \notin A \wedge x \notin B \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}}$$

Ejercicio 4

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$(9a)\quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$ (2)

Sea $x \in \overline{A} \cap \overline{B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def.Complemento}} x \notin A \wedge x \notin B \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \cup B$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}}$

Ley (9a) Ley de De Morgan

$$\text{(9a)} \quad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$\overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$ (2)

$$\text{Sea } x \in \overline{A} \cap \overline{B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def.Complemento}} x \notin A \wedge x \notin B \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \cup B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \in \overline{A \cup B}$$

$$\therefore \overline{A} \cap \overline{B} \subset \overline{A \cup B}$$

Luego, por (1) y (2)

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Ejercicio 5

Operaciones

Se dan los conjuntos:

- $P = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par }\}$
- $M = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es impar }\}$
- $I = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1\}$
- $M_1 = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es impar }, n < 31\}$
- $P_1 = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par }, n = 5 \cdot k, k \in \mathbb{Z}\}$

Describir los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}$. En Cada caso verificar si es posible que cada subconjunto esté contenido en $\mathbb{N}$

Ejercicio 5

Operaciones

Descripción

- P : números pares positivos ($\subset \mathbb{N}$)
- M : números impares positivos ($\subset \mathbb{N}$)
- I : números reales mayores o iguales que -1 y menores o iguales que 1 ($\not\subset \mathbb{N}$)
- M_1 : números impares positivos menores que 31 ($\subset \mathbb{N}$)
- P_1 : números naturales multiplos de 10 ($\subset \mathbb{N}$)

Ejercicio 5

Operaciones

Calcular

a) $P \cap M = \emptyset$

Operaciones

Calcular

a) $P \cap M = \emptyset$

d) $P - (P_1 \cap I) = P - \emptyset = P$

Ejercicio 5

Operaciones

Calcular

a) $P \cap M = \emptyset$

d) $P - (P_1 \cap I) = P - \emptyset = P$

h) $I \Delta \mathbb{N} = (I \cup \mathbb{N}) - (I \cap \mathbb{N}) =$

Ejercicio 5

Operaciones

Calcular

a) $P \cap M = \emptyset$

d) $P - (P_1 \cap I) = P - \emptyset = P$

h) $I \Delta \mathbb{N} = (I \cup \mathbb{N}) - (I \cap \mathbb{N}) =$

$([-1,1] \cup \mathbb{N}) - \{1\} = [-1,1) \cup (\mathbb{N} - \{1\})$

Ejercicio 5

Operaciones

Calcular

a) $P \cap M = \emptyset$

d) $P - (P_1 \cap I) = P - \emptyset = P$

h) $I \Delta \mathbb{N} = (I \cup \mathbb{N}) - (I \cap \mathbb{N}) =$

$([-1, 1] \cup \mathbb{N}) - \{1\} = [-1, 1) \cup (\mathbb{N} - \{1\})$

Ejercicio 6

Operaciones

Dados los conjuntos A, B, C y D, probar que:

a) $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

Usaremos la técnica ya vista en Álgebra I

$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow \overline{B} \subset \overline{A} \Rightarrow A \subset B$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$
- $A \cap B \subset A$ (1)

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$
- $A \cap B \subset A$ (1)

  $x \in (A \cap B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in A \wedge x \in B$

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$
- $A \cap B \subset A$ (1)

  $x \in (A \cap B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in A \wedge x \in B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}}$

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$
- $A \cap B \subset A$ (1)

  $x \in (A \cap B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in A \wedge x \in B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in A \Rightarrow A \cap B \subset A$
- $A \subset A \cap B$ (2)

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$
- $A \cap B \subset A$ (1)

  $$x \in (A \cap B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in A \wedge x \in B$$

  $$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in A \Rightarrow A \cap B \subset A$$
- $A \subset A \cap B$ (2)

  $$x \in A \underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}}$$

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$
- $A \cap B \subset A$ (1)

  $x \in (A \cap B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in A \wedge x \in B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in A \Rightarrow A \cap B \subset A$
- $A \subset A \cap B$ (2)

  $x \in A \underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in A \wedge x \in B \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in (A \cap B)$

- $\underbrace{A \subset B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cap B = A}_{\text{T}}$
- $A \cap B \subset A$ (1)

  $x \in (A \cap B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in A \wedge x \in B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in A \Rightarrow A \cap B \subset A$
- $A \subset A \cap B$ (2)

  $x \in A \underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in A \wedge x \in B \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Intersección}} x \in (A \cap B)$

  $\Rightarrow A \subset A \cap B$

  por (1) y (2): $A \cap B = A$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $A \cup B \subset B$ (1)

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $A \cup B \subset B$ (1)

  $x \in (A \cup B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}}$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $A \cup B \subset B$ (1)

$$x \in (A \cup B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \in A \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}}$$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $A \cup B \subset B$ (1)

$$x \in (A \cup B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \in A \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in (A \cap B) \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def.Intersección}}$$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $A \cup B \subset B$ (1)

$$x \in (A \cup B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \in A \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in (A \cap B) \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def.Intersección}} (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{L. Distributiva}}$$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $A \cup B \subset B$ (1)

$$x \in (A \cup B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \in A \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in (A \cap B) \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def.Intersección}} (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{L. Distributiva}} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \in B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Simplificación}} x \in B \Rightarrow$$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $A \cup B \subset B$ (1)

$$x \in (A \cup B) \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \in A \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \in (A \cap B) \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def.Intersección}} (x \in A \wedge x \in B) \vee x \in B$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{L. Distributiva}} (x \in A \vee x \in B) \wedge x \in B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Simplificación}} x \in B \Rightarrow A \cup B \subset B$$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $B \subset A \cup B$ (2)

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $B \subset A \cup B$ (2)

  $x \in B \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Adición: } P \Rightarrow P \vee Q}$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $B \subset A \cup B$ (2)

$$x \in B \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Adición: } P \Rightarrow P \vee Q} x \in B \vee x \in A$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}}$$

- $\underbrace{A \cap B = A}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \cup B = B}_{\text{T}}$
- $B \subset A \cup B$ (2)

  $$x \in B \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Adición: } P \Rightarrow P \vee Q} x \in B \vee x \in A$$

  $$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \in (A \cup B)$$

  por (1) y (2):

  $$A \cap B = A \Rightarrow A \cup B = B$$

- $\underbrace{A \cup B = B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{T}}$
- $\overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{A \cup B = B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{T}}$
- $\overline{B} \subset \overline{A}$

  $x \in \overline{B} \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}}$

- $\underbrace{A \cup B = B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{T}}$
- $\overline{B} \subset \overline{A}$

  $x \in \overline{B} \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}} \quad x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}}$

- $\underbrace{A \cup B = B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{T}}$
- $\overline{B} \subset \overline{A}$

  $x \in \overline{B} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \notin (B \cup A) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}}$

- $\underbrace{A \cup B = B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{T}}$
- $\overline{B} \subset \overline{A}$

  $x \in \overline{B} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \notin (B \cup A) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \wedge x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Simplificación}}$

- $\underbrace{A \cup B = B}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{T}}$
- $\overline{B} \subset \overline{A}$

  $x \in \overline{B} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \notin (B \cup A) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Unión}} x \notin A \wedge x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Simplificación}} x \notin A \Rightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

  Luego

$$A \cup B = B \Rightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$$

- $\underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \subset B}_{\text{T}}$
- $A \subset B$

Ejercicio 6: $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

- $\underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \subset B}_{\text{T}}$
- $A \subset B$

  $x \in A \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}}$

- $\underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \subset B}_{\text{T}}$
- $A \subset B$

$$x \in A \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}} \quad x \notin \overline{A}$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}}$$

- $\underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \subset B}_{\text{T}}$
- $A \subset B$

$$x \in A \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}} x \notin \overline{A}$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \notin \overline{B} \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}}$$

- $\underbrace{\overline{B} \subset \overline{A}}_{\text{H}} \Rightarrow \underbrace{A \subset B}_{\text{T}}$
- $A \subset B$

$$x \in A \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Complemento}} \quad x \notin \overline{A}$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{H}} x \notin \overline{B} \quad \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Def. Complemento}} \quad x \in B$$

Luego

$$\overline{B} \subset \overline{A} \Rightarrow A \subset B$$

Ejercicio 6

(b)

- $\underbrace{A \Delta B = \emptyset}_{\text{H}} \Leftrightarrow \underbrace{A = B}_{\text{T}}$

  $A \Delta B = \emptyset \Rightarrow A = B$

Ejercicio 6

(b)

- $\underbrace{A \Delta B = \emptyset}_{\text{H}} \Leftrightarrow \underbrace{A = B}_{\text{T}}$

  $A \Delta B = \emptyset \Rightarrow A = B$

  Otra ténica: partir de la hipótesis

Ejercicio 6

(b)

- $\underbrace{A \Delta B = \emptyset}_{\text{H}} \Leftrightarrow \underbrace{A = B}_{\text{T}}$

  $A \Delta B = \emptyset \Rightarrow A = B$

  Otra ténica: partir de la hipótesis

  $A \Delta B = \emptyset \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. } \Delta} (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$

Ejercicio 6

(b)

- $\underbrace{A \Delta B = \emptyset}_{\text{H}} \Leftrightarrow \underbrace{A = B}_{\text{T}}$

  $A \Delta B = \emptyset \Rightarrow A = B$

  Otra ténica: partir de la hipótesis

  $A \Delta B = \emptyset \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. } \Delta} (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$

  $\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}}$

(b)

- $\underbrace{A\Delta B = \emptyset}_{\text{H}} \Leftrightarrow \underbrace{A = B}_{\text{T}}$

  $A\Delta B = \emptyset \Rightarrow A = B$

  Otra ténica: partir de la hipótesis

  $A\Delta B = \emptyset \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. }\Delta} (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$

  $\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} (A - B) = \emptyset \wedge (B - A) = \emptyset$

(b)

- $\underbrace{A \Delta B = \emptyset}_{\text{H}} \Leftrightarrow \underbrace{A = B}_{\text{T}}$

  $A \Delta B = \emptyset \Rightarrow A = B$

  Otra ténica: partir de la hipótesis

  $A \Delta B = \emptyset \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. } \Delta} (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$

  $\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} \quad (A - B) = \emptyset \wedge (B - A) = \emptyset$

  $\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Diferencia}} \quad A \subset B \wedge B \subset A \Leftrightarrow$

Ejercicio 6

(b)

- $\underbrace{A \Delta B = \emptyset}_{\text{H}} \Leftrightarrow \underbrace{A = B}_{\text{T}}$

  $A \Delta B = \emptyset \Rightarrow A = B$

  Otra ténica: partir de la hipótesis

  $$A \Delta B = \emptyset \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. } \Delta} (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$$

  $$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Unión}} (A - B) = \emptyset \wedge (B - A) = \emptyset$$

  $$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Def. Diferencia}} A \subset B \wedge B \subset A \Leftrightarrow A = B$$

  Ha sido demostrado el si y sólo si por haber usado definiciones

Producto Cartesiano

Dados dos conjunto A y B se pueden considerar los pares ordenados

$$(a, b)$$

donde $a \in A$ y $b \in B$

Producto Cartesiano

Dados dos conjunto A y B se pueden considerar los pares ordenados

$$(a, b)$$

donde $a \in A$ y $b \in B$

Pares ordenados iguales

$(a, b) = (a', b') \Leftrightarrow a = a'$ y $b = b'$

Producto Cartesiano

Dados dos conjunto A y B se pueden considerar los pares ordenados

$$(a, b)$$

donde $a \in A$ y $b \in B$

Pares ordenados iguales

$(a, b) = (a', b') \Leftrightarrow a = a'$ y $b = b'$

a se llama primera componente y b se llama la segunda componente

Producto Cartesiano

Dados dos conjunto A y B se pueden considerar los pares ordenados

$$(a, b)$$

donde $a \in A$ y $b \in B$

Pares ordenados iguales

$(a, b) = (a', b') \Leftrightarrow a = a'$ y $b = b'$

a se llama primera componente y b se llama la segunda componente

El producto cartesiano de A por B se representa por:

$A \times B = \{(a, b) \,; a \in A$ y $b \in B\}$

Ejercicio 7

Dados los conjunto A, B y C, probar que:

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

Ejercicio 7

Dados los conjunto A, B y C, probar que:

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \cup B) \times C \subset (A \times C) \cup (B \times C)$ (1)

Ejercicio 7

Dados los conjunto A, B y C, probar que:

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \cup B) \times C \subset (A \times C) \cup (B \times C)$ (1)

$(x, y) \in (A \cup B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

Ejercicio 7

Dados los conjunto A, B y C, probar que:

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \cup B) \times C \subset (A \times C) \cup (B \times C)$ (1)

$(x, y) \in (A \cup B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times} x \in (A \cup B) \wedge y \in C$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$

Ejercicio 7

Dados los conjunto A, B y C, probar que:

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \cup B) \times C \subset (A \times C) \cup (B \times C)$ (1)

$(x, y) \in (A \cup B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times} x \in (A \cup B) \wedge y \in C$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}} (x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Distributiva}}$

Ejercicio 7

Dados los conjunto A, B y C, probar que:

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \cup B) \times C \subset (A \times C) \cup (B \times C)$ (1)

$$(x, y) \in (A \cup B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times} x \in (A \cup B) \wedge y \in C$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}} (x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Distributiva}} (x \in A \wedge y \in C) \vee (x \in B \wedge y \in C)$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\times} (x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times C)$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$$

Ejercicio 7

Dados los conjunto A, B y C, probar que:

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \cup B) \times C \subset (A \times C) \cup (B \times C)$ (1)

$(x, y) \in (A \cup B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times} x \in (A \cup B) \wedge y \in C$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}} (x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Distributiva}} (x \in A \wedge y \in C) \vee (x \in B \wedge y \in C)$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\times} (x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times C)$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}} (x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$

Producto Cartesiano

Ejercicio 7

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \times C) \cup (B \times C) \subset (A \cup B) \times C$ (2)

Ejercicio 7

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \times C) \cup (B \times C) \subset (A \cup B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$

Ejercicio 7

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \times C) \cup (B \times C) \subset (A \cup B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$

  $(x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times C)$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

Ejercicio 7

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \times C) \cup (B \times C) \subset (A \cup B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$

  $(x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times C)$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\times} (x \in A \wedge y \in C) \vee (x \in B \wedge y \in C)$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Distributiva}}$

Producto Cartesiano

Ejercicio 7

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \times C) \cup (B \times C) \subset (A \cup B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$

  $(x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times C)$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\times} (x \in A \wedge y \in C) \vee (x \in B \wedge y \in C)$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Distributiva}} \quad (x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$

Ejercicio 7

(a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

- $(A \times C) \cup (B \times C) \subset (A \cup B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}}$

  $(x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times C)$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\times} (x \in A \wedge y \in C) \vee (x \in B \wedge y \in C)$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Distributiva}} \quad (x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Unión}} (x, y) \in (A \cup B) \times C$

  Por (1) y (2) se cumple la igualdad

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$ (1)

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$ (1)

  $(x, y) \in (A - B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$ (1)

  $(x, y) \in (A - B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

  $x \in (A - B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

Producto Cartesiano

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$ (1)

  $(x, y) \in (A - B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

  $x \in (A - B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}} \quad (x \in A \wedge x \notin B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Asociativa}}$

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$ (1)

  $(x, y) \in (A - B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

  $x \in (A - B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}} \quad (x \in A \wedge x \notin B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Asociativa}} \quad (x \in A \wedge y \in C) \wedge x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

Producto Cartesiano

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$ (1)

  $(x, y) \in (A - B) \times C \underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

  $x \in (A - B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}} \quad (x \in A \wedge x \notin B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Asociativa}} \quad (x \in A \wedge y \in C) \wedge x \notin B$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\times} (x, y) \in (A \times C) \wedge (x, y) \notin (B \times C)$

  Luego, $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$

Producto Cartesiano

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A \times C) - (B \times C) \subset (A - B) \times C$ (2)

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A \times C) - (B \times C) \subset (A - B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) - (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A \times C) - (B \times C) \subset (A - B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) - (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

  $(x, y) \in (A \times C) \wedge (x, y) \notin (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A \times C) - (B \times C) \subset (A - B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) - (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

  $(x, y) \in (A \times C) \wedge (x, y) \notin (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

  $x \in (A - B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

Producto Cartesiano

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A \times C) - (B \times C) \subset (A - B) \times C$ (2)

  $(x, y) \in (A \times C) - (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

  $(x, y) \in (A \times C) \wedge (x, y) \notin (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

  $x \in (A - B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}} \quad (x \in A \wedge x \notin B) \wedge y \in C$

  $\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Asociativa}}$

Ejercicio 7

(c) $(A-B)\times C=(A\times C)-(B\times C)$

- $(A\times C)-(B\times C)\subset(A-B)\times C$ (2)

$(x,y)\in(A\times C)-(B\times C)\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

$(x,y)\in(A\times C)\wedge(x,y)\notin(B\times C)\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$

$x\in(A-B)\wedge y\in C$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}\quad(x\in A\wedge x\notin B)\wedge y\in C$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Asociativa}}\quad(x\in A\wedge y\in C)\wedge x\notin B$

$\underbrace{\Rightarrow}_{\times}$

Ejercicio 7

(c) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

- $(A \times C) - (B \times C) \subset (A - B) \times C$ (2)

$$(x, y) \in (A \times C) - (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$$

$$(x, y) \in (A \times C) \wedge (x, y) \notin (B \times C) \underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}}$$

$$x \in (A - B) \wedge y \in C$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Diferencia}} \quad (x \in A \wedge x \notin B) \wedge y \in C$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\text{Asociativa}} \quad (x \in A \wedge y \in C) \wedge x \notin B$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\times} (x, y) \in (A \times C) \wedge (x, y) \notin (B \times C)$$

Luego, $(A - B) \times C \subset (A \times C) - (B \times C)$

Operaciones

Llamaremos a un conjunto I, no vacío, conjunto de índices

Operaciones

Llamaremos a un conjunto I, no vacío, conjunto de índices

A cada elemento i de I le asignamos un conjunto A_i y así formamos una Familia de Conjuntos Indexada por I, que suele notarse $(A_i)_{i \in I}$

Familias Indexadas

Operaciones

Llamaremos a un conjunto I, no vacío, conjunto de índices

A cada elemento i de I le asignamos un conjunto A_i y así formamos una Familia de Conjuntos Indexada por I, que suele notarse $(A_i)_{i \in I}$

Entonces podremos generalizar conceptos de unión e intersección

Unión

Operaciones

- Llamaremos a un conjunto I, no vacío, conjunto de índices
- A cada elemento i de I le asignamos un conjunto A_i y así formamos una Familia de Conjuntos Indexada por I, que suele notarse $(A_i)_{i \in I}$
- Entonces podremos generalizar conceptos de unión e intersección
- Unión

$$\bigcup_{i \in I} = \{x : (\exists i \in I)\,[x \in A_i]\, esV\}$$

Operaciones

Llamaremos a un conjunto I, no vacío, conjunto de índices

A cada elemento i de I le asignamos un conjunto A_i y así formamos una Familia de Conjuntos Indexada por I, que suele notarse $(A_i)_{i \in I}$

Entonces podremos generalizar conceptos de unión e intersección

Unión

$$\bigcup_{i \in I} = \{x : (\exists i \in I) [x \in A_i]\, esV\}$$

En $\bigcup_{i \in I} A_i$ se coleccionan los elementos que están en algún A_i

Operaciones

Intersección:

Operaciones

Intersección:

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x : (\forall i \in I)\,[x \in A_i]\, es V\}$$

Operaciones

Intersección:

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x : (\forall i \in I)\,[x \in A_i]\, es V\}$$

En $\bigcap_{i \in I} A_i$ se coleccionan los elementos que están en todos los A_i

Familias Indexadas

Operaciones

Intersección:

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x : (\forall i \in I)\,[x \in A_i]\, esV\}$$

En $\bigcap_{i \in I} A_i$ se coleccionan los elementos que están en todos los A_i

Si $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ entonces

$$\bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$$

Operaciones

Intersección:

$$\bigcap_{i\in I} A_i = \{x : (\forall i \in I)\,[x \in A_i]\, esV\}$$

En $\bigcap_{i\in I} A_i$ se coleccionan los elementos que están en todos los A_i

Si $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ entonces

$$\bigcup_{i\in I} A_i = \bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$$

$$\bigcap_{i\in I} A_i = \bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i\in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i\in I} A_i$ y $\bigcap_{i\in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i\in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i\in I} A_i$ y $\bigcap_{i\in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Familia A_i:

$A_4 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 4\} = \{1, 2, 4\}$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i\in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i\in I} A_i$ y $\bigcap_{i\in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Familia A_i:

$A_4 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 4\} = \{1, 2, 4\}$

$A_5 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 5\} = \{1, 5\}$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i\in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i\in I} A_i$ y $\bigcap_{i\in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Familia A_i:

$A_4 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 4\} = \{1, 2, 4\}$

$A_5 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 5\} = \{1, 5\}$

$A_6 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 6\} = \{1, 2, 3, 6\}$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i \in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i \in I} A_i$ y $\bigcap_{i \in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Familia A_i:

$A_4 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 4\} = \{1, 2, 4\}$

$A_5 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 5\} = \{1, 5\}$

$A_6 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 6\} = \{1, 2, 3, 6\}$

$A_{10} = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 10\} = \{1, 2, 5, 10\}$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i\in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i\in I} A_i$ y $\bigcap_{i\in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Familia A_i:

$A_4 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 4\} = \{1, 2, 4\}$

$A_5 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 5\} = \{1, 5\}$

$A_6 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 6\} = \{1, 2, 3, 6\}$

$A_{10} = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 10\} = \{1, 2, 5, 10\}$

$$\bigcup_{i\in I} A_i = A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_{10} =$$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i \in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i \in I} A_i$ y $\bigcap_{i \in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Familia A_i:

$A_4 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 4\} = \{1, 2, 4\}$

$A_5 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 5\} = \{1, 5\}$

$A_6 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 6\} = \{1, 2, 3, 6\}$

$A_{10} = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 10\} = \{1, 2, 5, 10\}$

$$\bigcup_{i \in I} A_i = A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$$

$$\bigcap_{i \in I} A_i = A_4 \cap A_5 \cap A_6 \cap A_{10} =$$

Ejercicio 8

Para las siguientes familias $(A_i)_{i\in I}$ que se indican, calcular $\bigcup_{i\in I} A_i$ y $\bigcap_{i\in I} A_i$

(a) $I = \{4, 5, 6, 10\}\,; A_i = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } i\}$

Familia A_i:

$A_4 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 4\} = \{1, 2, 4\}$

$A_5 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 5\} = \{1, 5\}$

$A_6 = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 6\} = \{1, 2, 3, 6\}$

$A_{10} = \{d \in \mathbb{N} : d \text{ divide a } 10\} = \{1, 2, 5, 10\}$

$$\bigcup_{i\in I} A_i = A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$$

$$\bigcap_{i\in I} A_i = A_4 \cap A_5 \cap A_6 \cap A_{10} = \{1\}$$

Ejercicio 8

(e) $I = \mathbb{N}; A_i = \left(-\frac{1}{i}, \frac{1}{i}\right)$

Algunos ejemplos de los intervalos abiertos:

$i = 1 \Rightarrow A_1 = (-1, 1)$

Ejercicio 8

(e) $I = \mathbb{N}; A_i = \left(-\frac{1}{i}, \frac{1}{i}\right)$

Algunos ejemplos de los intervalos abiertos:

$i = 1 \Rightarrow A_1 = (-1, 1)$

$i = 2 \Rightarrow A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Ejercicio 8

(e) $I = \mathbb{N}; A_i = \left(-\frac{1}{i}, \frac{1}{i}\right)$

Algunos ejemplos de los intervalos abiertos:

$i = 1 \Rightarrow A_1 = (-1, 1)$

$i = 2 \Rightarrow A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$i = 3 \Rightarrow A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ y así

Ejercicio 8

(e) $I = \mathbb{N}; A_i = \left(-\frac{1}{i}, \frac{1}{i}\right)$

Algunos ejemplos de los intervalos abiertos:

$i = 1 \Rightarrow A_1 = (-1, 1)$

$i = 2 \Rightarrow A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$i = 3 \Rightarrow A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ y así

Por la definición de estos intervalos vemos que

$\ldots \subset A_{n+1} \subset A_n \subset \ldots \subset A_3 \subset A_2 \subset A_1$

Ejercicio 8

(e) $I = \mathbb{N}; A_i = \left(-\frac{1}{i}, \frac{1}{i}\right)$

Algunos ejemplos de los intervalos abiertos:

$i = 1 \Rightarrow A_1 = (-1, 1)$

$i = 2 \Rightarrow A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$i = 3 \Rightarrow A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ y así

Por la definición de estos intervalos vemos que

$\ldots \subset A_{n+1} \subset A_n \subset \ldots \subset A_3 \subset A_2 \subset A_1$

$\bigcup_{i \in I} A_i = A_1 = (-1, 1)$

Ejercicio 8

(e) $I = \mathbb{N}; A_i = \left(-\frac{1}{i}, \frac{1}{i}\right)$

Algunos ejemplos de los intervalos abiertos:

$i = 1 \Rightarrow A_1 = (-1, 1)$

$i = 2 \Rightarrow A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$i = 3 \Rightarrow A_3 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ y así

Por la definición de estos intervalos vemos que

$\ldots \subset A_{n+1} \subset A_n \subset \ldots \subset A_3 \subset A_2 \subset A_1$

$$\bigcup_{i \in I} A_i = A_1 = (-1, 1)$$

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{0\}$$

Ejercicio 9

Dada una familia indexada $(A_i)_{i \in I}$, por un conjunto de índices I y dado un conjunto B, siendo todos ellos subconjuntos del conjunto universal $\mathcal{U}$, probar las leyes distributivas y de De Morgan :

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \subset \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \subset \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

$$x \in \left[B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \right] \underbrace{\Leftrightarrow}_{\cap}$$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \subset \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

$$x \in \left[B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \right] \underbrace{\Leftrightarrow}_{\cap} x \in B \wedge x \in \bigcup_{i \in I} A_i \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}}$$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \subset \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

$$x \in \left[B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \right] \underbrace{\Leftrightarrow}_{\cap} x \in B \wedge x \in \bigcup_{i \in I} A_i \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}}$$

$$x \in B \wedge (\exists i \in I) [x \in A_i] \Leftrightarrow$$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \subset \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

$$x \in \left[B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \right] \underbrace{\Leftrightarrow}_{\cap} x \in B \wedge x \in \bigcup_{i \in I} A_i \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}}$$

$$x \in B \wedge (\exists i \in I) [x \in A_i] \Leftrightarrow (\exists i \in I) [x \in B \wedge x \in A_i]$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\cap} (\exists i \in I) [x \in B \cap A_i] \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}}$$

Ejercicio 9

(a) $B\cap\bigcup_{i\in I} A_i = \bigcup_{i\in I}(B\cap A_i)$

- $B\cap\bigcup_{i\in I} A_i \subset \bigcup_{i\in I}(B\cap A_i)$

$$x \in \left[B\cap\bigcup_{i\in I} A_i\right] \underbrace{\Leftrightarrow}_{\cap} x \in B \wedge x \in \bigcup_{i\in I} A_i \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}}$$

$$x \in B \wedge (\exists i \in I)[x \in A_i] \Leftrightarrow (\exists i \in I)[x \in B \wedge x \in A_i]$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\cap}(\exists i \in I)[x \in B \cap A_i] \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}} \quad x \in \bigcup_{i\in I}(B\cap A_i)$$

Luego $B\cap\bigcup_{i\in I} A_i \subset \bigcup_{i\in I}(B\cap A_i)$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $\bigcup_{i \in I} (B \cap A_i) \subset B \cap \bigcup_{i \in I} A_i$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $\bigcup_{i \in I} (B \cap A_i) \subset B \cap \bigcup_{i \in I} A_i$ se demuestra por el camino de vuelta

$$x \in \left[B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \right] \Leftarrow$$

Ejercicio 9

(a) $B \cap \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$

- $\bigcup_{i \in I} (B \cap A_i) \subset B \cap \bigcup_{i \in I} A_i$ se demuestra por el camino de vuelta

$$x \in \left[B \cap \bigcup_{i \in I} A_i \right] \Leftarrow x \in B \wedge x \in \bigcup_{i \in I} A_i \Leftarrow$$

$$x \in B \wedge (\exists i \in I)\,[x \in A_i] \Leftarrow (\exists i \in I)\,[x \in B \wedge x \in A_i]$$

$$\Leftarrow (\exists i \in I)\,[x \in B \cap A_i] \Leftarrow x \in \bigcup_{i \in I} (B \cap A_i)$$

Luego $\bigcup_{i \in I} (B \cap A_i) \subset B \cap \bigcup_{i \in I} A_i$ y se demostró la igualdad

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

- $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \subset \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

- $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \subset \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

$x \in \overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \quad \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}}$

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i \in I} A_i} = \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}$

- $\overline{\bigcup_{i \in I} A_i} \subset \bigcap_{i \in I} \overline{A_i}$

$$x \in \overline{\bigcup_{i \in I} A_i} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}} x \notin \bigcup_{i \in I} A_i \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}}$$

Familias Indexadas

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

- $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \subset \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

$$x \in \overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}} x \notin \bigcup_{i\in I} A_i \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}} (\forall i \in I)\,[x \notin A_i]$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}}$$

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

- $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \subset \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

$$x \in \overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}} x \notin \bigcup_{i\in I} A_i \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}} (\forall i \in I)\,[x \notin A_i]$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}} (\forall i \in I)\left[x \in \overline{A_i}\right] \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{I. Generalizada}}$$

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

- $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \subset \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

$$x \in \overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}} x \notin \bigcup_{i\in I} A_i \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{U. Generalizada}} (\forall i \in I)\,[x \notin A_i]$$

$$\underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Complemento}} (\forall i \in I)\left[x \in \overline{A_i}\right] \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{I. Generalizada}} x \in \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$$

Luego $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} \subset \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

- $\bigcap_{i\in I} \overline{A_i} \subset \overline{\bigcup_{i\in I} A_i}$

Ejercicio 9

(c) $\overline{\bigcup_{i\in I} A_i} = \bigcap_{i\in I} \overline{A_i}$

- $\bigcap_{i\in I} \overline{A_i} \subset \overline{\bigcup_{i\in I} A_i}$ ya demostrado (ver ejercicio anterior)

  $x \in \bigcap_{i\in I} \overline{A_i} \Leftrightarrow (\forall i \in I)\left[x \in \overline{A_i}\right]$

  $\Leftrightarrow (\forall i \in I)\,[x \notin A_i] \Leftrightarrow x \notin \bigcup_{i\in I} A_i$

  $\Leftrightarrow x \in \overline{\bigcup_{i\in I} A_i}$

  Luego $\bigcap_{i\in I} \overline{A_i} \subset \overline{\bigcup_{i\in I} A_i}$ y se ha probado la igualdad