Методом Монте-Карло оценить объем части тела $\{F(\bar{x}) \le c\}$, заключённой в k-мерном кубе с ребром [0, 1]. Функция имеет вид $F(\bar{x}) = f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_k)$. Для выбранной надежности $\gamma \ge 0.95$ указать асимптотическую точность оценивания и построить асимптотический доверительный интервал для истинного значения объёма.

Используя объем выборки $n=10^4$ и $n=10^6$ оценить скорость сходимости и показать, что доверительные интервалы пересекаются.

Аналогично построить оценку интегралов (представить интеграл как математическое ожидание функции, зависящей от случайной величины с известной плотностью) и для выбранной надежности $\gamma \ge 0.95$ указать асимптотическую точность оценивания и построить асимптотический доверительный интервал для истинного значения интеграла.

Для первого задания – «оценка объёма» - функции $f(x)$ имеют вид

1. $f(x) = a^x$.
2. $f(x) = x^a$.
3. $f(x) = \exp(-ax)$.
4. $f(x) = \ln(ax+1)$.

Номер варианта	Номер функ. $f(x)$	Размерность k	Параметр c	Параметр a
1	1	3	4.3	2
2	2	6	1.4	3
3	3	3	1.76	1
4	4	3	2.8	3
5	1	6	13.8	4
6	2	6	0.22	10
7	3	6	2.5	2
8	4	6	8.61	9
9	1	10	40.4	7
10	2	10	2.21	3
11	3	10	8.8	0.35
12	4	10	1.75	0.5
13	1	5	8.2	2.5
14	2	5	1.4	π
15	3	5	0.94	3
16	4	5	6.85	7
17	1	5	12.8	10
18	2	13	4.7	1.5
19	3	13	2.9	5.6
20	4	9	8.81	4.5
21	1	4	9.925	5
22	2	4	0.2	11
23	3	4	0.69	8.1
24	4	4	7.1	10
25	1	9	17.5	π

Интегралы.

Вариант 1. a) $\int_{-\infty}^{\infty} \sin(x) \exp(-(x+1)^2)\, dx$, b) $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$.

Вариант 2.

a) $\int_2^5 \ln(1+x^2)\,dx,$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} \cos(x)\exp\left(\frac{-(x+3)^2}{4}\right)dx.$

Вариант 3.

a) $\int_2^7 \sqrt{1+x^2}dx,$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} |x|^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{-(x+1)^2}{2}\right)dx.$

Вариант 4.

a) $\int_1^4 3^{-x^2}dx,$ b) $\int_0^{\infty} x^{2/3}\exp(-2x)\,dx.$

Вариант 5.

a) $\int_0^{\infty} x^3\exp(-2x)\,dx,$ b) $\int_{-4}^{5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}.$

Вариант 6.

a) $\int_0^{\infty} x^2\exp(-x/2)\,dx,$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} x^4\exp(-(x+2)^2)\,dx.$

Вариант 7.

a) $\int_{-3}^{2} \frac{\ln(4+x^2)}{x+5}dx,$ b) $\int_0^{\infty} \sqrt{x}\exp(-3x)\,dx.$

Вариант 8.

a) $\int_{-\infty}^{\infty} (x-2)^3\exp(-(x-1)^2/3)\,dx,$ b) $\int_{-1}^{2} \sqrt{1+x}\ \cos(x)\,dx.$

Вариант 9.

a) $\int_0^{\infty} \frac{x+1}{x+2}\exp(-3x)\,dx,$ b) $\int_{-3}^{4} \frac{\cos(x)}{x+5}dx.$

Вариант 10.

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1+x^2}\exp(-(x+2)^2/4)\,dx,$ b) $\int_0^5 \frac{\sin(x)}{x^2+1}dx.$

Вариант 11.

a) $\int_0^{\infty} \sqrt{1+x^2}\exp(-3x)\,dx,$ b) $\int_4^9 \frac{\ln(x)}{x+1}dx.$

Вариант 12.

a) $\int_3^7 \sqrt{1+x^4}\ dx$, b) $\int_0^\infty \sqrt{x}\, \exp(-5x)\, dx$.

Вариант 13.

a) $\int_1^3 \sqrt[3]{x+x^2}\ dx$, b) $\int_0^\infty x^3 \exp(-x/3)\, dx$.

Вариант 14.

a) $\int_{-\infty}^\infty |x| \exp(-(x-2)^2/3)\, dx$, b) $\int_2^7 \sqrt[4]{2+x^2}\, dx$.

Вариант 15.

a) $\int_1^3 \frac{\ln(4-x)}{x+2} dx$, b) $\int_{-\infty}^\infty \sqrt{|x|}\ \exp(-(x+1)^2/2)\, dx$.

Вариант 16.

a) $\int_0^\infty x^4 \exp(-x)\, dx$, b) $\int_{-\infty}^\infty \sqrt{|x|}\ \exp(-(x+2)^2/4)\, dx$.

Вариант 17.

a) $\int_0^\infty x^3 \exp(-2x)\, dx$, b) $\int_4^9 \frac{x-1}{x^2+1} \sqrt{x}\ dx$.

Вариант 18.

a) $\int_1^9 \frac{\cos(2x)}{x^2+4}\ dx$, b) $\int_0^\infty \sqrt{x} \exp(-3x)\, dx$.

Вариант 19.

$\int_4^7 \frac{\ln(7+x^3)}{x+2}\ dx$, b) $\int_{-\infty}^\infty |x|^{5/2}\ \exp(-(x+4)^2/3)\, dx$.

Вариант 20.

a) $\int_0^\infty \sqrt{1+x^4} \exp(-3x/2)\, dx$, b) $\int_{-3}^4 \frac{x}{\sqrt{2+x^6}}\ dx$.

Вариант 21.

a) $\int_{-\infty}^\infty \sqrt{2+|x|^3}\ \exp(-2(x-1)^2)\, dx$, b) $\int_0^5 \frac{\cos(x)}{\sqrt{1+x^2}}\ dx$.

Вариант 22.

a) $\int_0^\infty (x+1)^2 \exp(-x/2)\,dx$, b) $\int_0^3 \frac{\sin(x)}{\sqrt{1+x}}\,dx.$

Вариант 23.

a) $\int_{-\infty}^\infty \sqrt{|x|}\ \exp(-(x+2)^2/2)\,dx$, b) $\int_0^\infty (1-x)\exp(-2x)\ dx.$

Вариант 24.

a) $\int_3^8 \frac{\ln(x-1)}{x+1}\,dx$, b) $\int_{-\infty}^\infty \sqrt{1+x^2}\ \exp(-(x+3)^2/8)\,dx,$