

Họ và tên: SBD:

Câu 1. (2 điểm)

- a) Tìm tất cả ba bộ số nguyên tố (p, q, r) sao cho $pqr = p + q + r + 200$.
 b) Cho x, y là các số nguyên lớn hơn 1 sao cho $4x^2y^2 - 7x + 7y$ là số chính phương.
 Chứng minh rằng $x = y$.

Câu 2. (1 điểm) Theo phân tích hóa học, quặng khai thác được thành phần của nó thường có một phần lớn là sắt, ngoài ra có chứa lẫn tạp chất khác.

Có hai loại quặng sắt chính, Quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tang hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu?

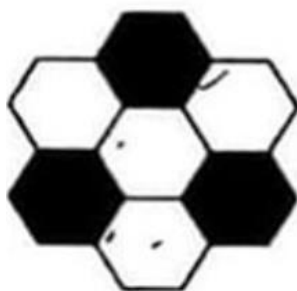
Câu 3. (1 điểm) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - my = 5 \\ mx - y = 2 \end{cases}$ (m là tham số)

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ và tìm nghiệm duy nhất đó?.

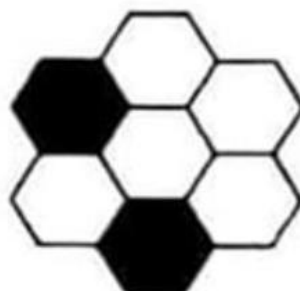
Câu 4. (2 điểm) Cho tam giác ABC. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC lần lượt tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tại các điểm D, E, G. Hai đường thẳng DE, DG lần lượt cắt đường phân giác ngoài của góc BAC tại M, N. Hai đường thẳng MG, NE cắt nhau tại P. Chứng minh rằng:

- a) EG song song với MN.
 b) Điểm P thuộc đường tròn (I).

Câu 5. (1,0 điểm) Bảy lục giác đều được sắp xếp và tô màu bằng hai màu trắng, đen như **hình 1**. Mỗi lần cho phép chọn ra một lục giác đều, đổi màu của lục giác đó và của tất cả các lục giác đều có chung cạnh với lục giác đó (trắng thành đen hoặc đen thành trắng). Chứng minh rằng dù có thực hiện cách làm trên bao nhiêu lần đi nữa, cũng không thể nhận được các lục giác đều được tô màu như **hình 2**.



Hình 1



Hình 2

Câu 6. (1,0 điểm) Chứng minh rằng không tồn tại các số dương m, n, p với p nguyên tố thỏa mãn:

$$m^{2019} + n^{2019} = p^{2018}$$

Câu 7. (2,0 điểm) Cho biểu thức $K = ab + 4ac - 4bc$, với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + 2c = 1$.

a) Chứng minh $K \geq -\frac{1}{2}$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức K .

Thay thế câu 5 nếu học sinh không giải được:

Câu 5. (1,0 điểm) Một hình tròn được chia thành 10 ô hình quạt, trên mỗi ô người ta đặt 1 viên bi. Nếu ta cứ di chuyển các viên bi theo quy luật: mỗi lần lấy ở 2 ô bất kì mỗi ô 1 viên bi, chuyển sang ô liền kề theo chiều ngược nhau thì có thể chuyển tất cả các viên bi về cùng 1 ô hay không ?

Nội dung kiến thức có trong đề (lần 6):

Câu 1. Số Nguyên tố, Số Chính phương

Câu 2. Hệ PT không tham số

Câu 3. Hệ PT chứa tham số (Tìm bộ nghiệm duy nhất)

Câu 4. Đường tròn (Chứng minh song song, chứng minh một điểm thuộc đường tròn).

Câu 5. Trò chơi Logic, Bài toán về Tổ hợp Đại số,...

Câu 6. Chứng minh dạng toán đại số

Câu 7. Bất đẳng thức, Min Max.