2023 일반물리학Ⅰ 과제2 풀이

[빠른 답안]

1. (a) $19.5m^3$ (b) $63.9m/s$ (c) $2.30 \times 10^5 Pa$
2. 1.91m
3. 8.75s
4. (a) 0.517m (b) 0.646s
5. (a) $66.1m/s$ (b) $26.5Hz$
6. 0.0020m
7. (a) 1.2m/s (b) 0.036
8. $9.19 \times 10^{13} Hz$
9. (a) 521Hz (b) 559Hz
10. $\sqrt{\frac{mL}{Mg\sin\theta}}$
11. $v = \sqrt{\frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2}\left(1-\frac{a^2}{A^2}\right)}}$
12. (a) 10000배 (b) 100
13. 915Hz
14. $2.47 \times 10^{-3} m$
15. $n \times 84.5Hz (n = 2, 3, 4, \ldots, 23)$

    and $n \times 206Hz (n = 1, 2, 3, \ldots, 9)$
16. (a) 3 (b) 1056Hz
17. 40.9N/m
18. 2.4m/s
19. (a) 50Hz (b) 1.7m
20. $2.14 \times 10^{-2} m^3$
21. (a) $0.203 kg \cdot m^2$ (b) 0.483m (c) 1.50s
22. 708N/m
23. 172m
24. 9.55g
25. (a) 0.0994L (b) 2.01L (c) 0.998cm
26. (a) $1.23 \times 10^3 W$ (b) $2.28 \times 10^3 W$ (c) $1.05 \times 10^3 W$
27. $0.208K/s$
28. $0.438cm^3$만큼 넘친다.
29. 0.607
30. 252g
31. $1.18 \times 10^6 J$
32. 42.9kJ
33. 209J
34. (a) $3.27 \times 10^{10}/cm^3$ (b) 173m
35. (a) $-5.0 \times 10^3 J$ (b) $2.0 \times 10^3 J$ (c) $5.0 \times 10^3 J$
36. $51.2^\circ C$
37. 186K
38. 186kPa
39. $3.6 \times 10^9 Hz$
40. (a) $3.49 \times 10^3 J$ (b) $2.49 \times 10^3 J$ (c) $1.00 \times 10^3 J$ (d) $1.50 \times 10^3 J$
41. $0.0418J/K$
42. $1.08 \times 10^6 J$
43. (a) 33kJ (b) 25kJ (c) $26kJ$ (d) 18kJ
44. (a) 단원자 분자 (b) 0.75
45. (a) $66.5^\circ C$ (b) $14.6J/K$ (c) $11.0J/K$ (d) $-21.2J/K$ (e) $4.40J/K$

[해설]

1. (a) 20.0×60초만큼, $\pi \times (1.50 \times 10^{-2})^2 \times 23.0$의 유량으로 채우므로 둘의 곱인 $19.5m^3$ (b) 연속방정식을 적용하면 $3^2 \times 23 = 5^2 \times v_2$, $v_2 = 8.28m/s$ (c) 베르누이 방정식에서 $p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 = p_0 + \frac{\rho}{2}v_1^2$, 계기압력은 $2.30 \times 10^5 Pa$

2. $\Delta p = \rho g h$를 사용하면
$0.800m + \frac{9.80}{9.00 \times 10^{-4}} \times \frac{1}{10^3 \times 9.80} = 1.91m$

3. 초기에 $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 8.85$에서 진자의 길이 $l = 19.4m$을 알 수 있고, 따라서 새로운 주기는 $2\pi\sqrt{\frac{l-0.4}{g}} = 8.75s$이다.

4. (a) 힘평형을 사용하면
$\frac{14.0\sin 40.0^\circ}{135} = 0.0667m$만큼 용수철이 변형됨을 알 수 있다. 자연길이와 더해주면 $0.517m$만큼 떨어져 있음을 알 수 있다. (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.646s$

5. (a) $\mu = \frac{2.00g \times 10^{-3}kg/g}{1.25m} = 1.60 \times 10^{-3}kg/m$,
따라서 속력은 $v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = 66.1m/s$ (b)
$\lambda_{\max} = 2 \times 125cm = 2.50m$, $f_{\min} = \frac{v}{\lambda_{\max}} = 26.5Hz$

6. $y = A\sin(kx - wt)$에서(주: 여기서 위상상수는 큰 의미 없음을 알 수 있다.)
$\frac{dy}{dt} = -Aw\sin(kx - wt)$이다. 즉, 미소 운동에너지 $dK = \frac{1}{2}(dm)A^2w^2\sin^2(kx - wt)$, 미소시간으로 나누면 $\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}A^2w^2\sin^2(kx - wt)\frac{dm}{dt}$,
$\frac{dm}{dt} = \mu\frac{dx}{dt} = \mu v$ 이므로
$A = \sqrt{\frac{2\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\max}}{w^2\mu v}} = \sqrt{\frac{2R_s}{w^2\mu v}} = 0.0020m$

7. (a) 충돌 직후 속력은 운동량 보존 법칙에서 $mv = (M+m)v_f \simeq Mv_f$,
$v_f = \frac{9.5 \times 10^{-3}}{5.4} \times 680 = 1.2m/s$이다. (b)
$\frac{1}{2}(M+m)v^2 = \frac{1}{2}kA^2$,
$A = \sqrt{\frac{M+m}{k}} \times v_f \simeq \sqrt{\frac{M}{k}} \times v_f = 0.036m$

8. $\frac{1}{2}\mu v^2 = \frac{1}{2}kA^2$으로 진동수 $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\mu}} \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}}$로 질량(정확히는 환산질량)의 제곱근의 반비례한다.
따라서, $\frac{1.30 \times 10^{14}}{\sqrt{2}}Hz = 9.19 \times 10^{13}Hz$ (주: 환산질량이란 무엇인가?)

9. 도플러효과 문제로, 최대속력으로 멀어지면 $f_{\min}$이, 가까워지면 $f_{\max}$가 나타난다. (a)
$f_{\min} = 540 \times \frac{343 - 0.6 \times 20}{343} = 521Hz$ (b)
$f_{\max} = 540 \times \frac{343 + 0.6 \times 20}{343} = 559Hz$

10. $\Delta T = \frac{L}{v} = \frac{L}{\sqrt{\frac{Mg\sin\theta}{\mu}}} = \sqrt{\frac{mL}{Mg\sin\theta}}$ 이때, 줄의 질량보다 물체의 질량이 매우 크므로 장력이 $Mg\sin\theta$로 일정하다는 근사를 사용하였다.

11. 베르누이 방정식과 연속방정식을 동시에 적용하면 $\Delta P + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{a}{A}\right)^2 v^2 = \frac{1}{2}\rho v^2$으로 정리하면
$v = \sqrt{\frac{\Delta P}{\frac{\rho}{2}\left(1 - \frac{a^2}{A^2}\right)}}$이다.(주: 이 문제에서는 V를 구하는 것인지 v를 구하는 것인지 명확하지 않지만, 통신시험에서는 어느 지점에서의 유속인지 명시할 것이다.)

12. (a) 데시벨의 정의인 $\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$를 사용하면

$\Delta\beta = 40dB = 10\log\frac{I_f}{I_i}$, $I_f = I_i \times 10^4$, 만 배이다.

(b) 세기는 압력 진폭의 제곱에 비례하기에

$\sqrt{10^4} = 100$ 배이다.

13. 도플러 효과에서 분자와 분모가 약분된다.

$f = f_0\frac{v_s - v}{v_s - v} = f_0 = 915Hz$(주: 이와 유사한 문제로 바람이 불 때 사이렌의 진동수가 변하지 않는 문제를 접해봤을 것이다. 하지만 정말 바람은 진동수에 아무런 영향을 주지 않는 것일까? 음원이 움직이는 경우를 생각해보라.)

14. 유량을 비교했을 때, 윗부분의 유속을 v_{top}이라 하면

$\Phi = 125 \times 10^{-6} \times \frac{1}{16.3} = \pi(0.480)^2 \times 10^{-4} \times v_{top}$에서

$v_{top} = 0.106m/s$임을 알 수 있다. 베르누이 방정식에서 $v_{bot} = \sqrt{v_{top}^2 + 2gh} = 1.60m/s$이므로 다시 유속을 이용하면

$\Phi = 125 \times 10^{-6} \times \frac{1}{16.3} = \pi\frac{D^2}{4} \times v_{bot}$,

$D = 2.47 \times 10^{-3}m$

15. 86.0cm를 양끝으로 정상파가 형성되면 기본진동수는 $f_{0,\,86.0} = \frac{v}{\lambda} = \frac{355}{1.72} = 206Hz$이므로 가능한 진동수는 제한범위 내에서 $n \times 206Hz\,(n = 1, 2, \ldots, 9)$ 210cm를 양끝으로 정상파가 형성되면 기본진동수는

$f_{0,\,210} = \frac{v}{\lambda} = \frac{355}{4.20} = 84.5Hz$, 가능한 진동수는 제한 범위 내에서 $n \times 84.5Hz(n = 2, 3, 4, \ldots, 23)$

16. (a) $\lambda = \frac{2L}{n}$에서 가능한 진동수는

$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} = n \times 352Hz$, 제한 범위 내에서 n=3, 4, 5가 가능하다. 따라서 3개이다. (b)

$3 \times 352Hz = 1056Hz$

17. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ 에서 $k = \frac{4\pi^2}{T^2} \times m = 40.9N/m$

18. $v = \lambda f = 2.4m/s$

19. 가능한 진동수는 $f = \frac{(2n-1)v}{4L}$, 그 간격은

$\Delta f = \frac{v}{2L}$, 따라서

$100 = \frac{340}{2L}, L = 1.70m, f_0 = \frac{v}{4L} = 50Hz$이다.

20. $V = \frac{210}{1000 \times 9.80} = 2.14 \times 10^{-2}m^3$(주: 분모에 1000 대신 7870을 넣는 실수를 주의하자.)

21. (a)

$I = \frac{1}{3} \times 0.250 \times (0.5)^2 +$

$0.5 \times \left(\frac{1}{2} \times 0.1^2 + (0.5 + 0.1)^2\right) = 0.203\,kg \cdot m^2$

(b) $d = \frac{0.250 \times 0.250 + 0.500 \times 0.600}{0.250 + 0.500} = 0.483$(주: 이러한 복잡한 계산에서는 유효숫자를 위해 넣은 불필요한 0들을 쓰지 않으면 계산실수를 줄일 수 있다.)

(c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.203}{0.750 \times 9.8 \times 0.483}} = 1.50s$

22. $m = \frac{108g}{N_A}$에서 $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ 이므로

$k = 4\pi^2 f^2 \times m = 708N/m$이다.

23. 한 걸음당 0.5s 소요되기에 길이는

$0.5s \times 343m/s = 172m$이다.

24. 공의 질량을 m, 평형 온도를 T(섭씨 온도)라 하면 $22.0 \times 386 \times T = m \times 900 \times (100 - T)$, 식을 정리하면 $m = \frac{9.44T}{100 - T}$ 한편, 빠져나오기 직전의 상황에서는 고리의 지름과 공의 지름이 같으므로

$D(1 + 17 \times 10^{-6}T) = d(1 - 23 \times 10^{-6}(100 - T))$, 식을 정리하면 $T = 50.3$임을 알 수 있다. 앞선 식에 대입하면 $m = 9.55g$이다.(주: 단위 실수하지 않도록 유의하며 유연하게 식을 정리하면 속도가 빨라진다. 양변에 센티, 킬로 등은 남겨도 된다는 의미이다.)

25. (a)

$\Delta V = (9.00 \times 10^{-4} - 3 \times 24.0 \times 10^{-6}) \times 2.00 \times 60$

$= 0.0994L$

(b) $V_f = ((3 \times 2.40 \times 10^{-6} \times 60) + 1) \times 2.00 = 2.01L$

(c) 단면적은 $\frac{2.00 \times 10^{-3} m^3}{0.2m} = 0.01m^2$에서 내려간 높이는 $\frac{2-V_{f'}}{0.01}$, 이때

$V_{f'} = V_f(1-0.99 \times 10^{-4} \times 60) = 1.90m^3$임을 대입하면 0.998cm임을 알 수 있다.

26. 슈테판 볼츠만 법칙을 사용한다.(이때 복사율을 곱하는 것도 잊지 말자.)

(a) $0.850 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 4\pi \times (0.500)^2$

$\times (273.15+27)^4 = 1.23 \times 10^3 W$

(b) $0.850 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 4\pi \times (0.500)^2$

$\times (273.15+77)^4 = 2.28 \times 10^3 W$

(c) (b)의 값에서 (a)의 값을 빼면 $1.05 \times 10^3 W$만큼 들어옴을 알 수 있다.

27. $\alpha = \frac{1}{l}\frac{dl}{dT}$, $v = \frac{dl}{dt} = \frac{dl}{dT}\frac{dT}{dt} = \alpha l \frac{dT}{dt}$ 즉,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{100 \times 10^{-9}}{24.0 \times 10^{-6} \times 2.00 \times 10^{-2}} = 0.208K/s$$

28. 글리세린의 부피팽창계수가 알루미늄의 선팽창계수의 세 배보다 크므로 넘친다. 그 양은 $\Delta V = (\beta - 3\alpha) \times 200cm^3 \times 5 = 0.438cm^3$이다.

29. $PM = dRT$에서 밀도는 압력과 분자량의 비례함을 알 수 있다. 따라서

$$\frac{m_{He}}{m_{O_2}} = \frac{4 \times \rho g h}{32 \times P_0}$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{999.8 tiems 9.8066 \times 50}{1.01 \times 10^5} = 0.607$$

30. $\frac{73.0 \times 9.80 \times 8.84 \times 10^3}{6000 \times 4.186} = 252g$

31. $\int_1^2 P dV = \int_1^2 \alpha V^2 dV = \frac{\alpha}{3}\left[V^3\right]_1^2$

$= 11.7 \times 1.01 \times 10^5 = 1.18 \times 10^6 J$

(주: 부호에 유의하라. 기체가 받은 일을 물어봤다면 -를 붙여야 한다.)

32. C와 D의 내부에너지는 같으므로 A에서 D로 갈 때의 내부에너지 변화와 C에서 B로 갈 때의 내부에너지 변화를 더해주면 된다. 열역학 제 1법칙에서 A의 온도를 T_0, B의 온도를 T_1이라 하면 C와 D의 온도는 $\frac{T_0}{6}$이며, 앞서 언급한 각각의 내부에너지는 $-150 + 1.01 \times 10^5 \times 10^{-3} \times (1.2-0.2)$, $100 - 1.01 \times 10^5 \times 10^{-3} \times 3 \times (0.4-0.09)$이므로 둘을 더하면 42.9kJ이다.

33. 등압팽창이므로 한 일은

$$P\Delta V = \Delta(PV) = \left[24.9T - 0.00662T^2\right]_{T=315}^{T=325} = 209J$$

(주: 문제를

$p = (24.9J/K)\frac{T}{V} - (0.00662Pa/K^2)T^2$으로 바꾸어 풀어보라. 일반적인 풀이는 무엇인가?)

34. (a) $\frac{10^{-6}}{760} \times 1.01 \times 10^5 \times V = Nk_B \times 295$,

$\frac{N}{V} = 3.26 \times 10^{16}/m^3 = 3.26 \times 10^{10}/cm^3$이다.

(b) 평균자유거리는 $l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi D^2\left(\frac{N}{V}\right)} = 173m$(주: 공식이 기억이 나지 않는다면 단위를 이용해보라.)

35. (a) 이원자 분자이므로 몰당 정적 열용량은 $\frac{5}{2}R$이다. 즉,

$$\Delta U = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}\Delta(PV)$$
$$= \frac{5}{2}(P_c V_{bc} - P_{ab} V_a) = -5.0 \times 10^3 J$$

(b) 열역학 제 1법칙을 사용하면

$$-5.0 \times 10^3 + \frac{1}{2}(V_{bc} - V_a)(P_c + P_{ab}) = 2.0 \times 10^3 J$$

(c) $-5.0 \times 10^3 + (V_{bc} - V_a) \times P_{ab} = 5.0 \times 10^3 J$

36. 열전도 공식에서 거리, 단면적이 같기에 $314 \times (80 - T) = 427 \times (T - 30)$ 따라서 $T = 51.2^\circ C$

37. PV^γ가 일정한데, $PV = nRT$에서 $V \propto \frac{T}{P}$이므로 $P^{1-\gamma}T^\gamma$, 따라서 $5.00^{-\frac{1}{3}} \times (273.15+5)^{\frac{4}{3}} = T^{\frac{4}{3}}$, $T = 186K$

38. $\frac{PV}{T}$가 일정하기에

$$\frac{2.66 \times 10^5 \times 1.64 \times 10^{-2}}{273}$$

$$= \frac{(1.01 \times 10^5 + P) \times 1.67 \times 10^{-2}}{300}$$

식을 정리하면 $P = 186kPa$

39. 평균자유거리 공식에서 $PV = NkT$를 대입한다.

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi D^2\left(\frac{N}{V}\right)} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi D^2 P} = 9.30 \times 10^{-8} m$$

40.

(a) $c_p n \Delta T = \frac{7}{2} \times 3.00 \times 40 \times 8.31 = 3.49 \times 10^3 (J)$

(b) $c_V n \Delta T = 2.49 \times 10^3 (J)$ (c) 한 일은 두 값을 뺀 $W = 1.00 \times 10^3 (J)$ (d) 내부에너지의 자유도 5 중 3이 병진운동에너지이다. 즉, 등분배 법칙에서

$$\frac{3}{2} nR\Delta T = 1.50 \times 10^3 (J)$$

41. 부피는 일정하다. 즉, 받은 열량은 정적 열용량을 이용한다.

$$\Delta S = n\int \frac{c_V dT}{T} = n\int_{5.00}^{10.0} \frac{AT^3}{T} dT = 0.0418 J/K$$

42. Carnot 냉동기이기에 $1 + \frac{W}{Q_c} = \frac{Q_h}{Q_c} = \frac{T_h}{T_c}$,

식을 정리하면

$$Q_c = \frac{W}{\frac{T_h}{T_c} - 1} = \frac{200 \times 60 \times 10}{\frac{300}{270} - 1} = 1.08 \times 10^6 (J)$$

43. (a) $Q_{gain} = 4 \times 8.2kJ = 33kJ$ (b) $Q_{lost} = 3 \times 8.2kJ$

(c) $Q_{gain} = \frac{100}{31} \times 8.2kJ = 26kJ$ (d)

$Q_{lost} = 26.5kJ - 8.2kJ = 18kJ$

44. (a) A와 D를 비교하자. 압력이 2^{-5}배가 되었을 때 부피가 2^3배이므로 $\gamma = \frac{5}{3}$, 즉 단원자 분자이다.

(b) A에서 B로 갈 때 투입된 열량은

$$c_p n \Delta T = \frac{3}{2}\Delta(PV) = \frac{3}{2} \times (2P_0 V_0 - P_0 V_0) = \frac{3}{2} P_0 V_0$$

C에서 D로 갈 때 외부로 빠져나온 열량은

$$c_p n \Delta T = \frac{3}{2}\Delta(PV) = \frac{3}{2} \times \left(\frac{P_0 V_0}{2} - \frac{P_0 V_0}{4}\right) = \frac{3}{8} P_0 V_0$$

따라서 효율은 75%이다.

45. (a) 주고 받은 열량의 크기가 같으므로 평형 온돈를 T라 하면

$$130 \times (80 - T) \times 4190 = 12 \times 333 \times 10^3 + 12 \times 4190 \times T$$

$10400 - 142T = 12 \times 333 \times 10^3 \times \frac{1}{4190}$, 따라서 $T = 66.5^\circ C$이다.

(b) $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$이므로 $\frac{12 \times 333}{273} = 14.6 J/K$

(c) $\int_{273}^{339.5} \frac{12 \times 10^{-3} \times 4190}{T} dT = 11.0 J/K$

(d) $\int_{353}^{339.5} \frac{130 \times 10^{-3} \times 4190}{T} dT = -21.2 J/K$

(e) (b), (c), (d)의 값을 모두 합하면 4.40J/K