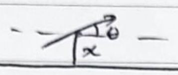
— 광학 행렬 = 근축광선의 선형변환으로 기하광학 해석.



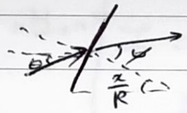
광축에서 거리 x, 각도 θ → $\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$ 로 표현.

광선에 가해지는 물리적 과정은 선형변환 (행렬) 로 표현됨.

ex) d만큼 진행: $x \to x + d\theta$, $\theta \to \theta$

$$\boxed{\begin{bmatrix} x' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}}$$

구면굴절:



$n\phi = \theta + \frac{x}{R}$, $\theta' = \phi - \frac{x}{R} = \frac{\theta}{n} + \left(\frac{1}{n} - 1\right)\frac{x}{R}$

$x' = x$

$$\boxed{\begin{bmatrix} x' \\ \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}}$$

이런 식.

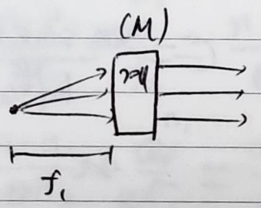
— 초점과 상의 행렬 표현.

위 예시처럼 빛에 가해지는 물리적 과정은 행렬로 표현 가능하다.

• 근축광선에 대한 임의 광학계에 대해 계행렬 M을 정의하여

$$\begin{bmatrix} x' \\ \theta' \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$$ 을 만족하도록 할 수 있다!

— 제 1초점:



$x = 0$, 임의의 θ 로 출발한 빛이 f_1 진행, 계 통과 후 평행광이 됨!

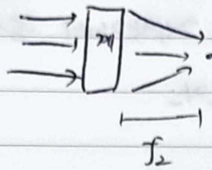
$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 라 하면

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} a & f_1 a + b \\ c & f_1 c + d \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\to \theta(cf_1 + d) = 0$

$$\boxed{f_1 = -\frac{d}{c}}$$

- 제 2초점 :



$\theta=0$, 임의의 x로 출발한 빛이 계 통과, f_2만큼 진행 후 광축에서 모임.

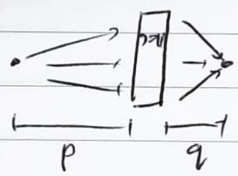
$M=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 라 하면

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & f_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_{=\begin{bmatrix} a+cf_2 & b+df_2 \\ c & d \end{bmatrix}}\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ \theta \end{bmatrix}$$

$\rightarrow x(a+cf_2)=0$

$$\boxed{f_2=-\frac{a}{c}}$$

- 상 :



$x=0$, 임의의 θ로 출발한 빛이 p만큼 진행, 계 통과, q만큼 진행 후 광축에서 모임.

$M=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 라 하면

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & q \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{=\begin{bmatrix} a+cq & ap+b+q(cp+d) \\ c & cp+d \end{bmatrix}}\begin{bmatrix} 0 \\ \theta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ \theta' \end{bmatrix}$$

$\rightarrow ap+b+cpq+dq=0$. 초점이 존재한다는 가정 하에 ($c\neq 0$)

$$\boxed{\frac{-d/c}{p}+\frac{-a/c}{q}-\frac{b}{cpq}=1}$$

계에 들어간 빛의 광축으로부터의 거리가 보존된다 가정하면

$x'=x$, $b=0$. 결국 $\boxed{\frac{f_1}{p}+\frac{f_2}{q}=1}$ 이 성립한다.

번외) 지금까지 배운 내용을 토대로 렌즈 제작자의 공식과 주평면의 존재성을 증명해 보자.