일반물리학 Ⅰ 300제

College Physics Ⅰ for PNS

정동영 저

PNS

Physicists' Noble Society

Contents

PNS를 위한 일반물리학

본 문제집은 물리올림피아드 통신교육Ⅰ 시험 준비를 위하여 제작되었습니다. 올림피아드를 준비하는 학원이 몇 없고, 최근 개정된 교육과정이 올림피아드와는 거리가 있기에 학원을 다니지 않는 학생들은 통신교육 시험을 준비하기 어려울 것이라고 생각합니다. 따라서 본 교재에서는 Halliday 일반물리학, Problems and Solutions on Mechanics, Puzzling, BAUPC 기출문제, 역대 통신교육 시험 기출문제, 역대 통신교육 과제, 역대 물리인증제 1, 2급 기출문제, Fowles 해석역학, Serway 일반물리학 등 시중의 여러 문제집 중 통신교육 시험에 도움이 될 만한 문제 300문제를 발췌하여 유형별로 분류하였습니다. 학생의 신분으로서 처음 만든 문제집이다 보니 시중의 다른 문제집보다 낮은 질 혹은 많은 오식에 대하여 불편함을 다소 느낄 수 있습니다. 그래서 이 문제집을 많은 경곽 학생들이 풀어서 오류를 발견하고, PNS에서 지속적으로 수정하며 대학 교과서처럼 여러 개정판을 내놓았으면 하는 바람입니다.

Ⅰ. 계산기 활용 문제 - 30제

통신교육 시험에는 계산기를 지참해야 한다. 우리 학교는 내신 시험에 계산기를 사용하지 않으니 이에 익숙해질 필요가 있다. 따라서 낮은 난이도지만 계산기가 필요한 문제를 풀면서 계산기 사용을 익숙히 하자. 작년에 사용 가능했던 계산기 종류는 오른쪽과 같은데, 올해도 마찬가지일 것이다.

원칙적으로 디스플레이 3줄 이상, 프로그래밍, 메모리 기능 있는 기종이 사용 불가하다. 계산기 자체에 물리상수가 내장되어있는 계산기도 있지만, 시험공부 중 틈틈이 필요한 상수만 익히면 내장되어있지 않아도 상관없다. 디스플레이가 3줄 이상이면 분수 계산이 편하지만, 표의 계산기에서 계산식을 입력하는 줄은 1줄밖에 없기에 불편하겠지만 괄호를 통해 원하는 식을 빠르게 입력하는 연습을 해야 한다.

1줄짜리 계산기를 익숙하게 할 필요는 있지만, 이 부분에 있어 너무 많은 에너지를 소비할 필요도 없다. 적당히 익숙해졌다 싶으면 물리 문제해결 실력을 올리는 데에 집중하라.

Allowed calculators	
Casio	FX-350MS
	FX-350TL
	FX-570MS
	FX-220 Plus
	FX-260
	FX-82MS
	FX-82 SOLAR
	FX-82SX Plus
	FX-95MS
HP	10s+
Sharp	EL 503W
	EL-506X
	EL-520X
	EL-531XH
	EL-531XG
	EL-509X
	EL-501X
	EL-506W
	EL-520W
	EL-531WH
	EL-509W
	EL-510RN
Canon	F-502G
	F-715S
	F-7155G
	F-72Di
	F-788SG
TI	30X II S
	30X II B
	30 eco RS
	30Xa
	36X II
JOINUS	JS-82MS-A
다이소 공학용 계산기	

1. 일정한 북동풍 속을 나는 비행기 조종사는 기수를 동쪽에서 약간 남쪽으로 치우쳐 방향을 잡아야만 비행기가 동쪽을 향해 날아갈 수 있다. 비행기의 속도 $\overrightarrow{v_{PW}}$는 동남쪽 θ 방향이고, 바람에 대한 상대속도의 크기는 215km/h이다. 풍속 $\overrightarrow{v_{WG}}$는 북동쪽으로 각도 20.0도 방향이며 지면에 대한 상대속도의 크기는 65.0km/h이다. 지면에 대한 비행기의 상대속도 $\overrightarrow{v_{PG}}$의 크기와 각도 θ는 얼마인가? (각의 각도는 ˚로, 속력은 km/h의 단위로 표기하라.)

1) $\theta = 16.5^\circ$, $v_{PG} = 228km/h$
2) $\theta = 17.5^\circ$, $v_{PG} = 228km/h$
3) $\theta = 18.5^\circ$, $v_{PG} = 228km/h$
4) $\theta = 16.5^\circ$, $v_{PG} = 230km/h$
5) $\theta = 17.5^\circ$, $v_{PG} = 230km/h$

2. 적도 근방의 바닷가에 누워서 수평선으로 지는 해를 바라보다가 수평선 아래로 완전히 사라지는 순간에 스톱워치를 누른다. 그리고는 일어서서 해가 다시 수평선으로 완전히 사라지는 것을 보는 순간에 다시 스톱워치를 눌러 시간을 잰다. 이 때 경과한 시간이 11.1s라면 지구 반지름은 얼마인가? 단, 일어섰을 때 눈의 높이는 1.7m이다.

1) $2.6 \times 10^6 m$
2) $3.5 \times 10^6 m$
3) $5.3 \times 10^6 m$
4) $5.9 \times 10^6 m$
5) $6.6 \times 10^6 m$

3. 높이 52m인 빌딩의 옥상에서 계란을 떨어뜨려서 입구로 들어가는 사람의 머리를 맞춘다고 하자. 키 200cm인 사람이 초당 2.0m의 속도로 걸어 들어간다면 자유낙하하는 계란을 이용해 머리를 맞추기 위해서는 그가 입구로부터 얼마나 떨어져 있을 때 떨어뜨려야 하는가?

1) 2.0m
2) 4.0m
3) 6.0m
4) 8.0m
5) 10m

4. 두 벡터 $i + 2j + 2k$와 $3i + 4k$가 있다. 두 벡터의 사잇각은? (소수점 첫째 자리에서 반올림하라.)

1) 40‘
2) 41’
3) 42‘
4) 43’
5) 44‘

5. 물체에 작용하는 두 수평힘의 크기는 각각 23N과 38N이며 두 힘의 방향은 80도 차이가 난다. 이로 인한 물체의 가속도 크기는 15m/s^2이다. 물체의 질량은?

1) 1.4kg
2) 2.1kg
3) 3.2kg
4) 4.1kg
5) 5.4kg

6. 1896년 미국 텍사스의 와코에서 William Crush는 30,000여 명이 지켜보는 가운데 길이 6.4km의 철로 양 끝에 서 있던 두 대의 기관차를 전속력으로 정면충돌시켰다. 이때 수백 명의 사람이 충돌 파편에 맞아 부상당했고, 그중 몇 명은 사망하였다. 기관차 하나의 무게는 $1.2 \times 10^6 N$이며, 가속도는 $0.26 m/s^2$이다. 충돌 직전 두 기관차의 전체 운동에너지를 구하라.

1) $2.0 \times 10^8 J$
2) $4.0 \times 10^8 J$
3) $6.0 \times 10^8 J$
4) $8.0 \times 10^8 J$
5) $1.0 \times 10^9 J$

7. 두 명의 산업 스파이가 처음에 정지해 있던 225kg의 금고를 크기 8.50m의 변위 $\vec{d}$로 직선 방향인 트럭 쪽으로 밀고 있다. 스파이 001은 수평방향 아래로 각도 30도, 12.0N의 힘으로 밀고 있으며 스파이 002는 수평방향 위로 각도 40도, 크기 10.0N의 힘으로 당기고 있다. 금고가 움직이는 동안 힘의 크기와 방향은 변하지 않으며 바닥과 금고 사이에는 마찰이 없다. 또한, 금고를 기준으로 두 스파이는 반대 방향에 있다.
8.50m를 움직인 후 금고의 속력은 얼마인가?

1) 0.28m/s 2) 0.49m/s 3) 0.76m/s
4) 0.98m/s 5) 1.17m/s

8. 질량 500kg의 승강기가 초기속력 4.0m/s의 속력으로 내려오다가 줄이 미끄러지면서 일정한 가속도 $\vec{a} = \frac{\vec{g}}{5}$로 가속된다. 12m만큼 내려운 직후 승강기의 운동에너지를 구하라.

1) 10kJ
2) 12kJ
3) 14kJ
4) 16kJ
5) 18kJ

9. 질량 0.40kg의 토막이 마찰 없는 수평 바닥을 따라 속력 0.50m/s로 움직이다가 용수철상수 750N/m의 용수철에 부딪혀 용수철을 압축한다. 토막이 용수철에 의해 순간적으로 멈추었을 때 용수철의 압축된 길이를 구하여라.

1) 0.4cm
2) 0.6cm
3) 0.8cm
4) 1.0cm
5) 1.2cm

10. 놀이공원에서 높이가 35.0m인 물 미끄럼틀을 탄다. 이때 물 미끄럼틀에서 마찰력은 발생하지 않는데, 높이가 0이 되는 순간부터 수평 경로를 따라 움직이며 이 수평 경로는 운동마찰계수가 0.800인 재질로 되어있다. 처음에 물 미끄럼틀을 타는 보트가 용수철($k = 3.20 \times 10^3\, N/m$)을 6.00m 압축시키고 있었다면, 200kg의 보트는 마찰 있는 수평경로를 얼마만큼 진행할 수 있겠는가?

1) 23.6m
2) 44.8m
3) 57.6m
4) 69.3m
5) 75.2m

11. 어떤 용수철은 훅의 법칙을 따르지 않는다. 늘어난 길이 x(미터 단위)에 대하여 $72.4x + 51.6x^2$로 변하는 용수철 힘(뉴턴 단위)이 늘어난 길이에 대해 반대 방향으로 작용한다고 하자. 용수철을 $x = 0.500m$에서 $x = 1.00m$로 늘일 때 힘이 한 일을 구하여라.

1) 42.2J
2) 43.4J
3) 44.8J
4) 45.2J
5) 46.8J

12. 전자 측정장치가 개발되기 전에는 탄동진자로 총알의 속력을 측정하였다. 질량 5.4kg의 나무토막이 긴 두 줄에 걸려 있는 탄동진자가 있다. 나무토막 쪽으로 발사한 질량 9.5g의 총알이 나무토막에 박힌다. 나무토막과 총알이 위쪽으로 올라가 진자가 호를 그리며 올라가다 멈출 때까지 질량중심의 수직 이동거리는 6.3cm이다. 충돌 바로 직전에 총알의 속력을 구하라.

1) 560m/s
2) 630m/s
3) 700m/s
4) 770m/s
5) 840m/s

13. 처음 질량이 850kg인 로켓이 2.3kg/s의 비율로 연료를 소비한다. 로켓 엔진에 대한 배기가스의 상대속력은 2800m/s이다. 로켓의 초기 가속도를 구하라. 중력은 고려하지 않는다.

1) $1.6m/s^2$
2) $3.6m/s^2$
3) $5.6m/s^2$
4) $7.6m/s^2$
5) $9.6m/s^2$

14. 질량 m_1의 토막 1이 높이 2.50m에서 정지상태로 출발하여 마찰 없는 비탈을 따라 미끄러져 내려와 질량 $m_2 = 2.00m_1$의 정지한 토막 2와 충돌한다. 충돌 후에 토막 2는 운동마찰계수가 0.600인 영역에 들어와서 거리 d를 간 후 정지한다. 탄성 충돌과 완전 비탄성 충돌인 경우 거리는 각각 얼마인가?

1) 1.85m, 0.463m
2) 1.87m, 0.463m
3) 1.89m, 0.465m
4) 1.89m, 0.467m
5) 1.91m, 0.465m

15. 원판이 중심축에 대하여 회전목마처럼 돌아간다. 원판 기준선의 각위치는

$$\theta(t) = -1.00 - 0.600t + 0.250t^2$$

여기서 t는 시간, θ는 각변위를 라디안으로 잰 값일 때, 각변위가 최솟값을 구하여라.

1) -0.45
2) -0.68
3) -1.02
4) -1.36
5) -1.54

16. 회전연마기가 등각가속도 $\alpha = 0.35rad/s^2$으로 회전한다. 시간 t=0일 때 각속도가 -4.6rad/s이고 기준선의 각위치는 $\theta_0 = 0$인 수평방향이다. 회전연마기가 순간적으로 정지하는 시간을 구하여라.

1) 11s
2) 13s
3) 15s
4) 17s
5) 19s

17. 수직축 주위로 회전하고(북경의 대형관측바퀴와 세계에서 가장 큰 페리스 바퀴와 같은) 바닞름이 33.1m인 큰 수평고리를 설계하는 작업을 한다. 승객은 고리 바깥 벽에 있는 문을 통해 입장하고 그 벽 옆에 서 있는다. 시간 간격 t=0에서 t=2.30ㄴ 사이에 고리 위의 기준선의 각위치 $\theta(t)$가

$$\theta = ct^3$$

이 되도록 한다. 여기서 $c = 6.39 \times 10^{-2}\, rad/s^3$이다. t=2.30ㄴ 후에 고리를 타는 것이 끝날 때까지 각속력을 일정하게 유지한다. 고리가 회전하기 시작하면 고리의 바닥이 승객들로부터 떨어져 나가지만, 승객들은 떨어지지 않을 것이다. 시간 t=2.20s일 때 가속도와 법선 방향이 이루는 각을 구하여라.(Hint: $\arctan\left(\frac{a_t}{a_r}\right)$을 계산하라)

1) 22.2°
2) 32.6°
3) 44.4°
4) 56.2°
5) 68.2°

18. 질량 49.0kg, 반지름 1.70m의 바퀴가 280rpm으로 회전하고 있다. 바퀴를 9.50s 후에 정지시키려면 필요한 평균 일률은 얼마인가? (이때 바퀴를 가는 고리로 어림하라.)

1) 6.40kW
2) 8.10kW
3) 10.0kW
4) 12.1kW
5) 14.4kW

19. 질량 m의 바퀴벌레가 반지름이 R이고 질량이 6.00m인 원판 위에 놓여 있다. 원판은 각속력 1.50rad/s로 중심축에 대해서 회전목마처럼 회전한다. 바퀴벌레는 초기에 반지름이 0.800R인 곳에 있다가 원판의 가장자리로 기어나간다. 바퀴벌레를 입자처럼 취급하고 바퀴벌레의 각속력을 구하여라.

1) 0.510rad/s
2) 0.780rad/s
3) 0.970rad/s
4) 1.15rad/s
5) 1.37rad/s

20. 피사의 사탑이 반지름 9.8m, 높이 h=60m인 속이 빈 균일한 원통이라고 가정하자. 질량중심은 원통의 중심축 위에 높이 h/2인 곳에 있다. 오른쪽으로 기울어진 원기둥의 높이가 수평선과 84.5도를 이룬다면 기울어짐으로 인해 오른쪽 끝 수직항력은 몇 배가 되는가?

1) 1.11
2) 1.18
3) 1.23
4) 1.29
5) 1.32

21. 반지름 R이 9.5mm, 길이 L이 81cm인 강철막대가 있다. 강철막대를 62kN의 힘 F로 막대의 단면에 수직한 길이방향으로 잡아당긴다. 강철막대가 늘어난 길이를 구하여라.(단, 영률은 $2.0 \times 10^{11} N/m^2$)

1) 0.33mm
2) 0.49mm
3) 0.57mm
4) 0.67mm
5) 0.89mm

22. Halley 혜성의 주기는 76년이고, 1986년에 근일점 거리는 $8.9 \times 10^{10} m$였다. 혜성 궤도의 이심률을 구하여라.(물리 상수를 참고하기보다 이 문제는 암기한 AU단위를 이용하여 해결하는 것을 추천한다.)

1) 0.97
2) 0.86
3) 0.77
4) 0.54
5) 0.03

23. 초보 스쿠버 다이버가 수영장에서 잠수연습을 하고 있다. 깊이가 L인 지점에서 공기탱크로부터 공기를 최대한 들이마신 후 탱크를 버리고 헤엄쳐 올라온다. 그런데 올라오면서 숨을 내쉬는 것을 잊어버리고 수면까지 올라왔다. 수면에서 외부의 압력과 허파 속의 압력의 차이가 9.3kPa이 되었다. 초기에 숨을 들이마신 깊이 L은 얼마인가?

1) 0.95m
2) 1.43m
3) 4.56m
4) 6.84m
5) 9.98m

24. 수도꼭지에서 흘러나오는 물줄기의 수평단면적이 변화하는 것은 중력이 물줄기의 속도를 증가시키기 때문에 떠렁지는 모든 층흐름을 이루는 물줄기에서 나타나는 특징이다. 윗부분과 아랫부분의 수평단면적이 각각 $1.2cm^2, 0.35cm^2$이며 윗부분과 아랫부분의 수직거리는 45mm이다. 수도꼭지에서 흘러나오는 물의 부피흐름률은 얼마인가?

1) $17cm^3/s$
2) $34cm^3/s$
3) $51cm^3/s$
4) $68cm^3/s$
5) $85cm^3/s$

25. 밀도 $\rho = 791kg/m^3$의 에틸알코올이 단면적이 $A_1 = 1.20 \times 10^{-3}m^2$에서 $A_2 = \dfrac{A_1}{2}$로 점점 가늘어지는 관을 통해 수평으로 흐르고 있다. 관 양쪽 압력의 차이는 4,120Pa이다. 에틸알코올의 부피흐름률을 구하라.

1) $1.13 \times 10^{-3}m^3/s$
2) $1.87 \times 10^{-3}m^3/s$
3) $2.24 \times 10^{-3}m^3/s$
4) $2.67 \times 10^{-3}m^3/s$
5) $2.93 \times 10^{-3}m^3/s$

26. 많은 고층건물에는 바람이 불 때 진동하는 것을 막기 위해 질량감쇠자, 즉 반진동장치가 설치되어 있다. 이 장치는 용수철 끝에 매단 거대한 토막이 기름 친 트랙 위를 움직이게 만들어 놓았다. 예를 들어 건물이 동쪽으로 기울어지면 토막도 동쪽으로 움직이지만, 기울어지는 시간이 지연되어 결국 움직이게 될 때에는 건물은 다시 서쪽으로 움직인다. 따라서 진동자의 운동은 건물의 운동과 어긋나 있다. 질량 $m = 2.72 \times 10^5 kg$의 토막이 진폭 $x_m = 20.0cm$, 진동수 $f = 10.0Hz$로 진동한다고 하자. 용수철-토막계의 전체 역학적 에너지와, 평형점을 통과하는 토막의 속력을 각각 구하라.

1) $2.1 \times 10^7 J,\ 12.6m/s$
2) $4.2 \times 10^7 J,\ 12.6m/s$
3) $6.3 \times 10^7 J,\ 12.6m/s$
4) $4.2 \times 10^7 J,\ 18.6m/s$
5) $4.2 \times 10^7 J,\ 6.30m/s$

27. 균일한 미터자의 한쪽 끝이 고정되어 진동할 때, 진동주기를 구하라.

1) 1.24s
2) 1.34s
3) 1.44s
4) 1.54s
5) 1.64s

28. 박쥐는 자신이 발사한 초음파가 반사되어 되돌아오는 것을 탐지하여 날아다니고 먹잇감도 찾는다. $\overrightarrow{v_m} = (8.00m/s)\hat{i}$의 속도로 나는 나방을 $\overrightarrow{v_b} = (9.00m/s)\hat{i}$의 속력으로 쫓아가는 박쥐가 진동수 82.52kHz의 초음파를 발사한다고 하자. 나방에서 반사되어 박쥐가 탐지하는 메아리의 진동수를 계산하라.

1) 35.1kHz
2) 49.3kHz
3) 59.2kHz
4) 69.9kHz
5) 83.0kHz

29. 100'C의 물 1.00kg이 표준대기압(1.00atm, $1.01 \times 10^5 Pa$)에서 100'C의 수증기로 바뀌었다. 물의 초기 부피는 $1.00 \times 10^{-3} m^3$였고 수증기가 되었을 때 부피는 $1.671 m^3$였다. 단위 질량당 융해열이 2256kJ일 때, 계의 내부에너지 변화량을 구하여라.

1) 1.18MJ
2) 1.57MJ
3) 1.89MJ
4) 2.09MJ
5) 2.32MJ

30. 초기에 이원자 이상기체의 압력은 $p_i = 2.00 \times 10^5 Pa$, 부피는 $V_i = 4.00 \times 10^{-6} m^3$이다. 이 기체가 단열적으로 팽창하여 부피 $V_f = 8.00 \times 10^{-6} m^3$이 되었다면 이 과정에서 기체가 한 일을 구하여라.

1) 0.12J
2) 0.24J
3) 0.36J
4) 0.48J
5) 0.60J

Ⅱ. 점입자의 운동 - 20제

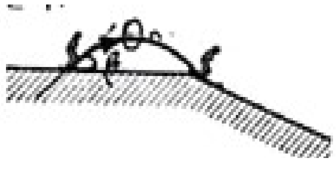
말 그대로 부피가 없는, 점입자의 운동을 물어보는 문제 유형이다. 이 경우 사용하는 공식은 등가속도 공식이 전부이지만, 문제에서의 상황을 빠르게 이해하고 정확한 답을 도출해내는 것이 핵심이다. 방심했다가 당황하면 시간을 많이 빼앗기는 부분이다.

1. 건물의 지붕에서 떨어진 곰이 유리참을 지나간다. 유리창의 윗부분에서 아랫부분까지 l의 거리를 지나는데 t_1의 시간이 걸린다. 도로로 떨어진 공은 다시 튀어올라 유리창을 지나는 데 t_1 걸린다. 위로의 운동이 낙하할 때와 정반대라고 가정하자. 공이 유리창 바닥 아래에 있는 시간은 t2이다. 건물의 높이를 구하여라.

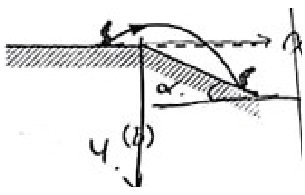
2. 불꽃 놀이의 폭죽이 높이 h에서 폭발하여 파편들을 동일한 속력 v로 모든 방향으로 내보낸다. 파편이 지면에 충돌할 때 파편의 속도가 지면과 이루는 각의 최솟값은? 단, 중력 가속도는 g이다.

3. . 미식 축구 선수가 r의 처음 속력으로 공을 산다. 공을 차는 지정으로부터 수명거리 l만큼 떨어진 곳에 위치한 높이 h의 골대 위로 넘기려 한다. 공을 차는 (a) 최소 발사각과 (b) 최대 발사각을 각각 구하여라.

4. 노련한 스키선수는 내리막 슬로프에 도달하기 전에 위쪽으로 점프한다. 달리던 코스는 거의 수평이고 내리막 슬로프의 각도가 11.3° 일 때 처음 속력 v_0=10m/s, 각도 θ_0=9.0°로 점프한다고 하자. 그림 (a)는 스키선수가 내리막 슬로프 맨 위로 착지하는 예비점프이다. 그림 (b)는 수평 코스의 모서리에서 점프하는 모습이다. 그림 (a)에서 착지 높이는 출발 높이와 거의같다고 하고, (1) 착지 시 스키선수의 경로와 슬로프가 이루는 각도 φ는 얼마인가? (2) 그림 (b)에서 착지점은 출발점에서 얼마나 아래인 곳인가? (3) 각도 φ는 얼마인가?



(a)



(b)

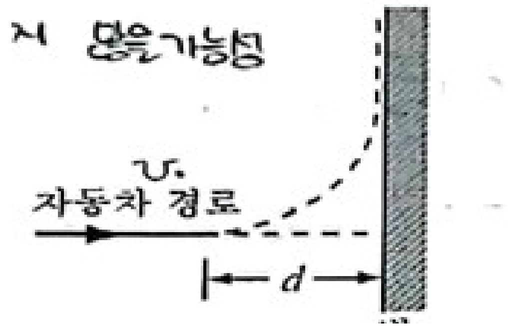
5. 공이 처음 수평 속력 c로 계단 목대기에서 굴리 떨어진다. 한계단의 높이는 a이고, 폭인 b이다. 공이 재일 먼저 닿는 곳은 및 번째 계단인가?

6. 그림은 졸음 운전을 하던 자동차 운전자가 졸음에서 깨어나 자신의 자동차가 d만큼 떨어진 벽을 향해 v_0로 달리고 있었다는 것을 알게 된 상황을 나타낸 것이다.

(a) 운전자가 브레이크를 밟아서 감속한다면, 자동차가벽에 충돌하지 않기 위해 필요한 정지 마찰 계수의 최소값은 얼마인가?

(b) 운전자가 그림처럼 자동차를 반지름 d로 원운동시켜서 충돌을 피하려고 한다. 필요한 정지 마찰 계수의 최소값은 얼마인가?

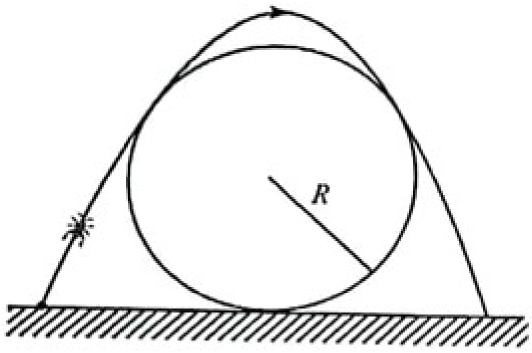
(c) 브레이크를 밟는 것과 회전하는 것중에 어느 것이자동차가 미끄러지지 않을 가능성이 더 큰가?



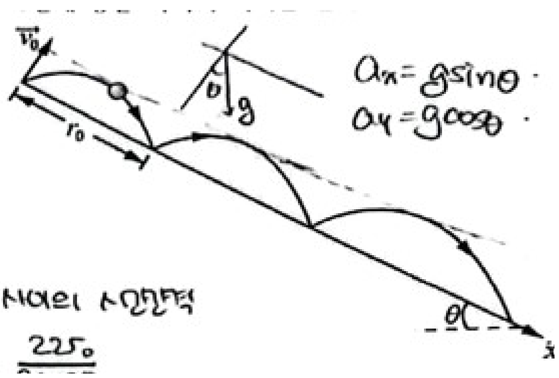
7. 당신은 벽에서 거리 e만큼 떨어진 위치에서 속력 V_0로 벽을 향해 공을 던진다. 공이 벽의 가장 높은 지점에 맞게 하려면 얼마의 각도로 공을 던져야 하는가?

8. 높이 h에서 자유낙하한 물체가 높이 y에 있는 표면에서 탄성충돌로 됩긴다. 표면은 경사져 있어서, 표면에서 튕긴 후 공의 속도가 수평면과 이루는 각은 θ이다. 공이 수평 방향으로 가장 멀리 가게 하려면 y와 θ는 얼마가 되어야 하는가?

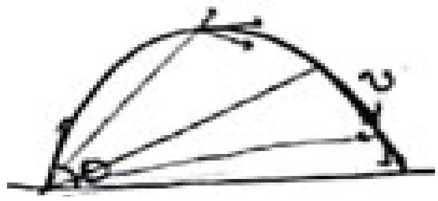
9. 지름이 R인 통나무기 수평한 면에 놓여있다. 매뚜기가 통나무를 살짝 뛰어넘으려고 한다. 이것을 만족시키기 위해서 필요한 메뚜기의 최소 이록속도를 구하시오. (단, 공기의 저항과 메뚜기의 크기는 무시할 수있고 중력 가속도는 g이다.)



10. 작고 탄성이 있는 공이 수평과 θ의 각을 이루는긴 경사면에 수직하게 처음 속도 v_0로 경사면을 떠난다. 중력 기속도는 g이다. 모든 충돌은 완전탄성 충돌이라고 가정하고 공기의 저항은 무시한다. 처음 출발한점과 첫 번째 충돌점 사이의 거리가 r_0일 때 n번째 충돌과 n+1번째 충돌 사이의 거리는 얼마인가?



11. 이떤 사람이 수평면에 대해 각 8만큼 위쪽으로 돌을 던진다. 돌이 사람으로부터 계속 멀어지기 위해서 필요한 θ의 최댓값은 얼마인가?



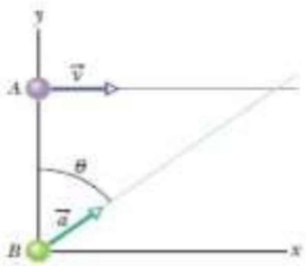
12. 비행기가 정지 상태에서 출발하여 200m의 활주로를 직선으로 달려 이륙할 때 속력이 40m/s이다. 비행기가 등가속도운동을 한다고 할 때, 출발할 때부터 이륙할 때까지 걸리는 시간은 얼마인가?

1) 6s
2) 8s
3) 10s
4) 12s
5) 14s

13. 총 중량 15kg중 본체가 10kg이고 연료가 5kg인 로켓을 수직으로 쏘았다. 로켓의 연료는 지면에서 발사된 후 1.5초동안 모두 탔으며, 연료가 모두 탄 후 로켓은 2000m를 더 올라가서 멈추었다. 로켓이 지면에서 출발하여 연료가 다 탈 때까지의 평균 가속도는? (단, 중력가속도는 $10m/s^2$이고, 지구의 자전과 공기에 의한 효과는 무시한다.)

1) $\frac{55}{6}m/s^2$
2) $10m/s^2$
3) $\frac{100}{3}m/s^2$
4) $35m/s^2$
5) $\frac{400}{3}m/s^2$

14. 아래 그림에서 입자 A는 양의 x방향으로 $y=30m$인 직선을 따라 크기가 3.0m/s 인 일정한 속도 $\vec{v}$로 운동한다. 입자 A가 y축을 지나는 순간, 정지해 있던 입자 B가 크기가 $0.40m/s^2$인 일정한 가속도 $\vec{a}$로 원점을 떠난다. y축의 양의 방향과 $\vec{a}$가 이루는 각도를 θ라 할 때, 두 입자가 충돌하기 위한 θ는 얼마여야 하는가?



15. 어느 축구선수가 초속 25m/s으로 공을 차서 50m 떨어진 곳에 있는 높이 10m의 가로 막대 위로 공을 넘기려 할 때, 공을 차는 각도의 최솟값과 최댓값은 각각 얼마인가?

1) 30°, $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
2) 30°, $\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$
3) 45°, $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
4) 45°, $\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$
5) 30°, $\tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)$

16. 공이 초속력 v로 수평방향으로 평평한 지면에서 비스듬히 던져졌다. 공의 경로 아래의 면적이 최대가 되는, 발사각도를 θ라 할 때 $\tan\theta$는 얼마인가?

1) $\frac{5}{4}$
2) $\frac{3}{2}$
3) $\sqrt{3}$
4) 2
5) 3

17. 그림과 같이 지면에서 높이 h인 지점에서 처음 속력 v_0로 수평면에 대해 위쪽으로 θ의 속력으로 발사된 물체의 수평 도달 거리 R을 구하여라.

1) $\frac{v_0^2\sin2\theta}{2g}\left(1+\sqrt{1+\frac{2gh}{v_0^2\sin^2\theta}}\right)$

2) $\frac{v_0^2\sin2\theta}{2g}\left(-1+\sqrt{1+\frac{2gh}{v_0^2\sin^2\theta}}\right)$

3) $\frac{v_0^2\sin2\theta}{2g}\left(1+\sqrt{1+\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2gh}}\right)$

4) $\frac{v_0^2\sin2\theta}{2g}\left(-1+\sqrt{1+\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2gh}}\right)$

5) $\frac{v_0^2\sin2\theta}{2g}\sqrt{1+\frac{2gh}{v_0^2\sin^2\theta}}$

18. 한 사람이 높이 h인 절벽 위에서 속력 v로 물체를 던진다. (각도는 적절하게 조절되어 최대 수평도달거리가 되도록 던져진다.) 최대 수평도달거리는?

1) $\frac{gh^2}{v^2}$

2) $\sqrt{\frac{v^2h}{g}}$

3) $\frac{v^2}{g}\sqrt{1+\frac{2gh}{v^2}}$

4) $\frac{v^2}{g}\left(1+\frac{2gh}{v^2}\right)$

5) $\frac{v^2/g}{1-\frac{2gh}{v^2}}$

19. 수평면에 대해 각 α를 이루는 경사면에서 피사체를 쏘아서 발사점으로부터 최대 거리에 도달하려면 얼마의 각도 θ로 쏘아야 하는가?

1) $\alpha+\frac{\pi}{4}$

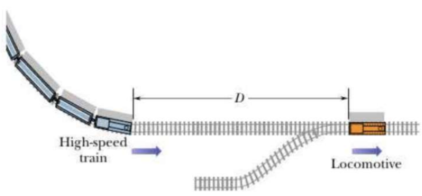
2) $\frac{\alpha}{4}+\frac{\pi}{4}$

3) $\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}$

4) $\frac{\pi}{4}$

5) $2\alpha+\frac{\pi}{4}$

20. 161km/h로 운행하고 있는 고속열차가 커브를 돌 때 기관사가 676m 앞에서 다른 기관차가 가고 있는 것을 보고 깜짝 놀랐다(아래 그림 참조). 기관차는 29.0km/h로 움직이고 있었다. 고속열차의 기관사는 즉시 브레이크를 작동시켰다. 충돌을 피하기 위한 감속도의 크기를 구하여라.



*High-speed train 고속열차
*Locomotive 기관차

Ⅲ. 동역학 中 힘 - 37제

Ⅲ, Ⅳ에는 부피가 있는 물체의 운동을 다룬다. 그 중 동역학이라 함은 물리 문제에서 한 물체라도 힘을 받아 움직이고 있는 물리 문제를 일컫는다. 동역학은 운동방정식으로 풀리는 유형, 운동량으로 풀리는 유형으로 갈린다. 통신교육 시험이 아닌 물리인증제, 예비 국가대표 선발 시험에서는 라그랑지안을 사용하기에 오직 에너지만으로 푸는 고난도 문제가 등장한다. 고등학교 물리 수능은 에너지 보존법칙을 꼬아서 고난이도 문제를 만들기도 한다. 하지만 통신교육 시험에서는 에너지 보존 법칙‘만’을 사용하는 문제는 쉬운 문제만 나온다.(과제1 31번과 같다고 보면 된다.) 난이도가 있으려면 운동방정식이나 운동량 보존 법칙을 같이 사용하는 경우가 많기에 ‘힘’ 문제와 ‘운동량’ 문제로 나눈 것이다.

문제의 유형을 빨리 판단하는 방법으로 문제에서 구하라 하는 물리량의 종류가 있다. 힘 문제의 경우 대다수 힘의 크기를 직접 물어보거나 가속도의 크기를 물어보는 경우가 대다수다.(원운동 유형과 마찰력 유형은 종종 그렇지 않은 경우가 있는데, 이 경우 문제 제시문에서 힘을 언급하기에 구분할 수 있다.)

문제 유형의 경우 크게 4가지(도르래, 경사면, 원운동, 마찰력)가 있다.

첫째는 도르래 문제이다. 도르래 문제는 실과 물체가 연결되어있는 모든 접점에 대하여 힘 표시를 하고, 가속도의 비율과 장력을 정확히 구하는 것이 관건이다. 대다수의 경우 연립방정식으로 문제가 풀린다.

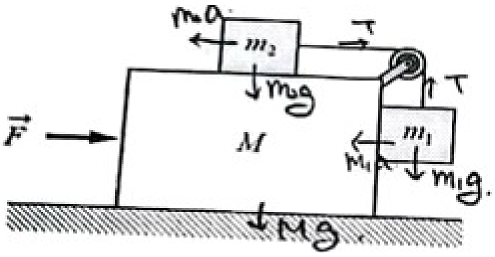
둘째는 경사면 문제이다. 경사면을 다루는 문제의 경우 중력이 물체를 움직이는 근원이 되고 수직항력이 물체의 운동경로를 구속하는 역할을 하는데, 정확한 힘 표시와 구속조건을 정확히 따지는 것이 중요하다.

셋째는 원운동 문제이다. 이 유형은 3가지(원운동하는 면이 수직인 경우, 수평인 경우, 경사면인 경우)로 나뉜다. 가장 많이 나오는 유형은 원운동면이 수직인 경우로 원운동하기 위한 최소 속력은 최고점에서 $\sqrt{gR}$, 최저점에서 $\sqrt{5gR}$임을 외워두면 풀이속도를 올릴 수 있다. 이때 문제에서 물어보는 물리량이 힘이나 가속도보다는 최소 속력이나 최소 높이를 물어보는 경우가 많고, 에너지 보존 법칙을 사용하는 경우가 많다. 원운동하는 면이 수평이거나 경사면인 경우 마찰력이 구심력을 제공하는데, 최대반지름, 최대속도 등을 물어보는 경우가 많다. 이 경우 최대정지마찰력이 작용한다는 극단법을 사용하여 물체 정지좌표계(구심가속도가 존재하는 비관성계임에 유의)내에서의 힘평형으로 문제를 해결한다.

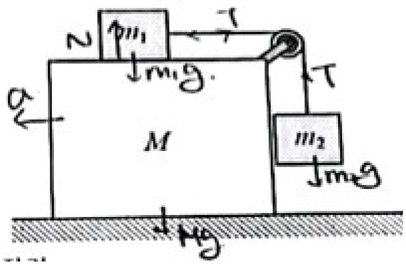
넷째로는 마찰력을 물어보는 문제이다. 최대정지마찰력이 작용한다고 가정하는 극단법을 사용하면 대다수는 쉽게 풀린다.

문제유형 (문제 번호)	풀이방법
도르래 (1~18)	장력표시 후 연립방정식 (주의: 가속도 비율 / 장력이 다를 수 있음)
경사면 (19~23)	정확한 힘표시와 구속조건 (주의: $mgsin\theta$를 공식으로 사용하는 습관을 버릴 것)
원운동 (24~35)	수직 원운동하기 위한 최소속도가 $\sqrt{gR}$임을 외우면 편하다. + 에너지 보존법칙을 사용한다. (주의: 실이 아니라 막대면 $\sqrt{gR}$ 사용하지 않는다.)
	수평 / 경사 원운동: 극단법을 사용한다. (주의: 물체 중심좌표계에서 원심력을 유의하라)
마찰력 (36~37)	극단법 사용하면 대다수 간단하게 풀린다.

1. 아래 그림과 같이 두 물체가 상대적으로 정지 상태를 유지하기 위해 질량 M인 큰 물체에 가해야 하는 수평력을 구하라. 이때 각 표면과 도르래는 마찰이 없다고 가정한다. 줄이 작용하는 힘이 m2을 가속시킴에 주목하라.

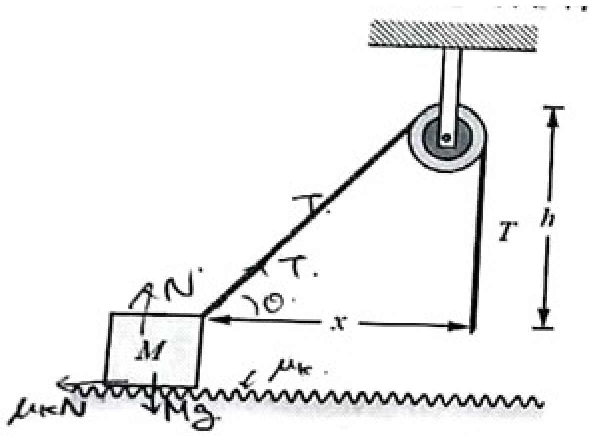


2. 다음 그림의 개는 처음에 정지 상태에 있었다. 모든 마찰은 무시하고 m2는 연직 방향으로만 움직인다고 가정하자. 계기 정지 상태에서부터 운동을 시작하도록 놓아진 직후에 다음 물리량들을 구하라. 중력가속도는 g이다.

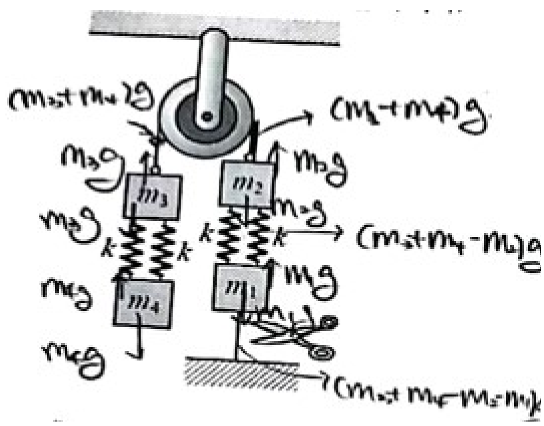


(a) 줄의 장력
(b) m_2의 가속도
(c) M의 가속도
(d) m_1의 가속도

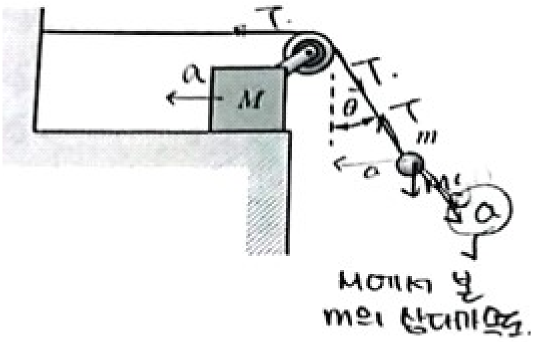
3. 그림과 같이 마찰이 있는 거친 수평면 위에서 질량 사인 물체가 도르래에 걸쳐진 줄을 통해서 가속된다. 줄의 장력은 T로 일정하게 유지되고, 도르래는 물체 위쪽으로 높이 h에 있다. 운동 마찰 계수는 μ_k이다. 가속도의 최댓값과 가속도가 최대가 되는 위치를 구하라.



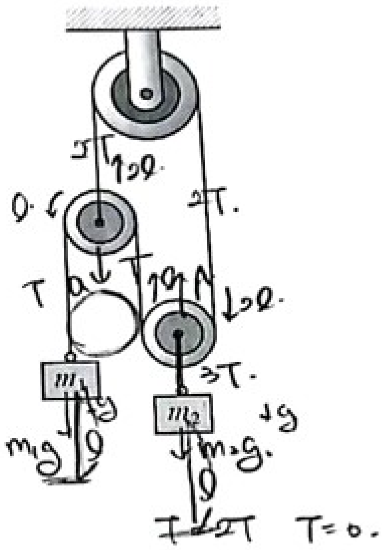
4. 다음 그림과 같이 용수철로 연결된 4개의 물체가 있다. 좋을 끊은 직후에 각 물체의 가속도를 구하라.



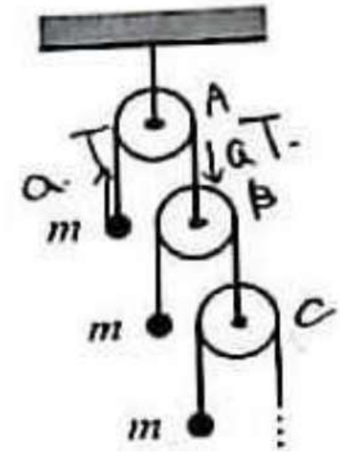
5. 다음 그림에서 공이 정지 상태로부터 놓여진 후 각 θ가 일정한 값을 유지한다. 공의 질량이 m일 때 불목의 질량 M과 블록의 가속도 a를 구하라.



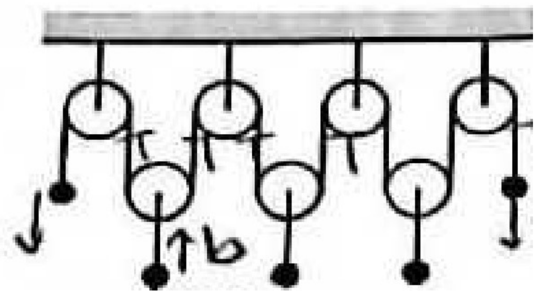
6. 다음 그림에서 두 물체의 가속도를 구하라.



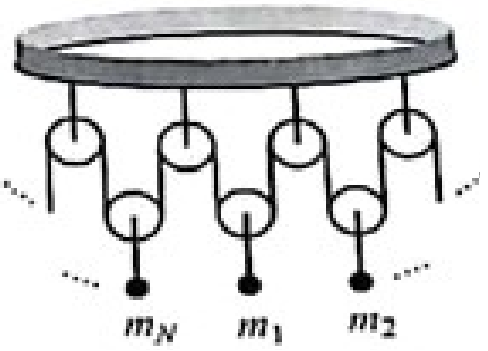
7. 다음 그림에 보인 것과 같은 무한 Atwood 기계를 고려하자. 각 도르래에는 줄이 걸쳐져 있고, 줄의 한 끝에는질량 m인 물체가 다른 끝에는 도르래가 달려 있다. 모든 도르래와 줄의 질량은 무시한다. 모든 질량을 붙잡고 있다가 동시에 놓았다. 제일 위에 있는 질량의 가속도는 얼마인가?



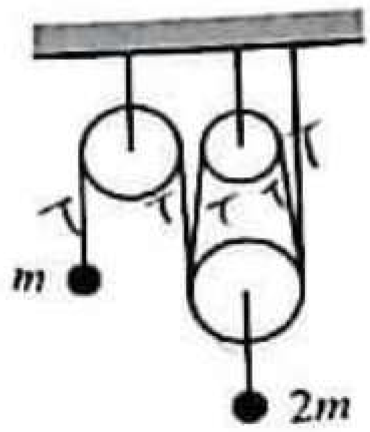
8. N+2개의 동일한 질량이 그림과 같은 도르래 계에 매달려 있다. 각 질량들의 가속도는 얼마인가?



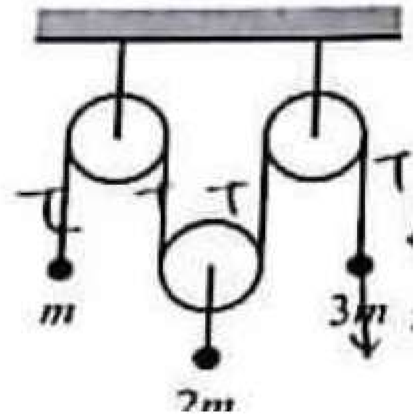
9. 다음 그림과 같은 도르래 계를 생각하자. 줄은 N 개의 고정된 도르래에 걸쳐져 있고, 질량이 각각 mj. m2, …, mN인 N개의 물체가 움직도르래에 매달려 있다. 각질량들의 가속도는 얼마인가?



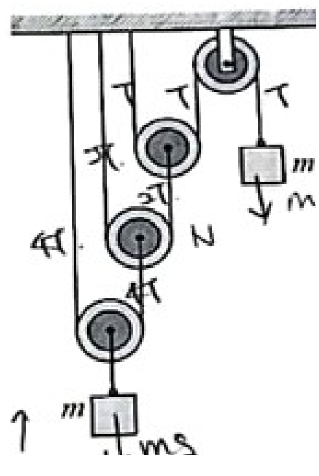
10. 다음 그림에 묘사된 Atwood 기계를 생각하자. 계는 3개의 도르래와 아래쪽 질량을 매단 짧은 줄, 그리고 아래쪽 도르래를 두번 감고 위쪽의 두 도르래를 한 번씩감는 긴 줄로 이루어져 있다. 두 물체의 질량은 각각 m과 2m이다. 도르래들을 연결하는 줄들은 연직이라고 가정하라. 두 질량의 가속도는 각각 얼마인가?



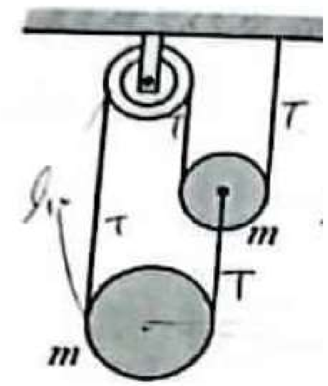
11. 다음 그림의 Atwood 기계를 생각하자. 각 질량들의 가속도는 얼마인가? (가운데 물체의 질량은 2m이다.)



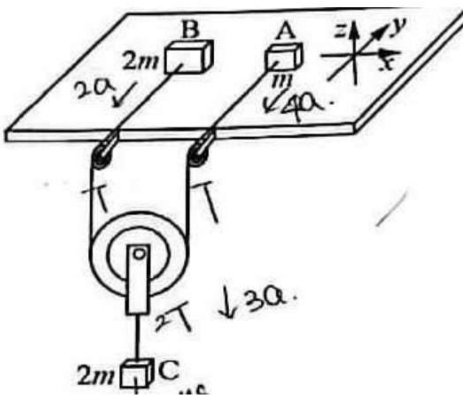
12. 다음 그림의 Atwood 기계를 생각하자. 줄이 밑으로 지나가는 도르래가 그림에 표시된 3개가 아니고 N개인 경우에 두 물체의 가속도를 구하라.



13. 다음 그림의 Atwood 기계를 생각하자. 어둡게 표시된 두 개의 도르래는 각각 질량이 m이고, 줄은 각 도르래에서 마찰 없이 미끄러질 수 있다. (따라서, 회전운동은 전혀 일어나지 않는다.) 어둡게 표시된 두 도르래의 가속도를 구하라.



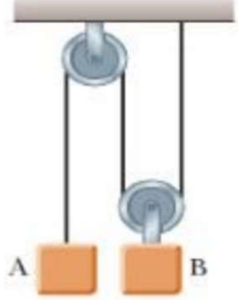
14. 다음 그림에 묘사된 Atwood 장치를 생각하자. 질량이 각각 m, 2m인 두 물체가 마찰 없는 테이블 위에 놓여있고, 도르래를 지나는 줄로 연결되어 있다. 도르래는 질량 2m인 매달린 물세와 연결되어 있다. 세 물체의 가속도를 각각 구하라.



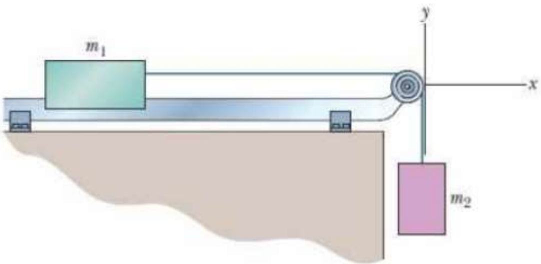
15 아래 그림에서 한 사람이 의자에 앉아서 마찰 없는 도르래를 지나는 줄의 반대편 끝을 잡고 있다. 사람과 의자의 전체 질량은 103kg이다. 이 사람이 (a) 일정한 속도로, (b) 위 방향으로 1.30m/s^2의 가속도로 올라가기 위해서 잡아당기는 힘의 크기는 각각 얼마가 되어야 하는가?

(중력가속도 $g=9.80m/s^2$)

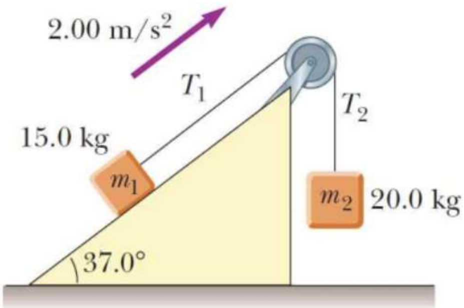
16. 아래 그림의 계는 가볍고 늘어나지 않는 줄, 가볍고 마찰이 없는 도르래, 질량이 같은 두 물체로 구성되어 있다. 물체 가 도르래 하나에 연결되어 있음에 주목하자. 이 계는 처음에 정지하고 있고 두 물체는 지면으로부터 같은 높이에 있다. 그 후 두 물체를 놓는다. 물체의 연직 거리가 h인 순간에 물체 A의 속력을 구하라. (움직도르레의 무게는 무시한다.)



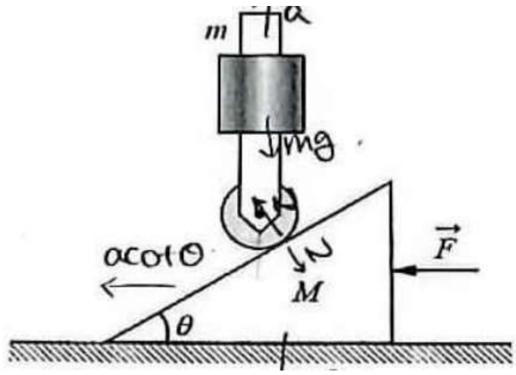
17. 아래 그림에서 매달린 토막에 연결된 수레가 공기 궤도 위에 있다. 수레의 질량은 m1=0.600kg이고 처음의 중심은 xy좌표 (-0.500m, 0m)에 있다. 또한 토막의 질량은 m2=0.400kg이고 처음의 중심은 xy좌표 (0m, -0.100m)에 있다. 줄과 도르래의 질량은 무시할 수 있다. 정지 상태에서 토막을 놓으면 수레가 도르래에 부딪힐 때까지 수레와 토막이 함께 움직인다. 공기 궤도와 수레 사이, 도르래와 회전축 사이의 마찰은 무시할 수 있다. (a) 수레-토막 계의 질량중심의 가속도를 단위벡터로 표기하여라. (b) 질량중심의 속도를 시간 t의 함수로 구하여라.



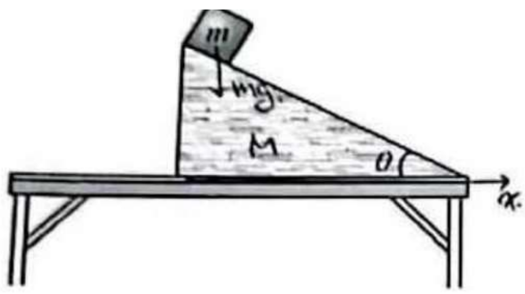
18. 아래 그림과 같이 두 물체가 반지름 $F=0.250m$ 이고 관성 모멘트 I인 도르래 위로 질량을 무시할 수 있는 줄로 연결되어 있다. 마찰 없는 경사면 위의 물체는 $a=2.00m/s^2$의 등가속도로 운동하고 있다. 장력 T_1과 T_2를 구하여라. (중력가속도 $9.80m/s^2$)



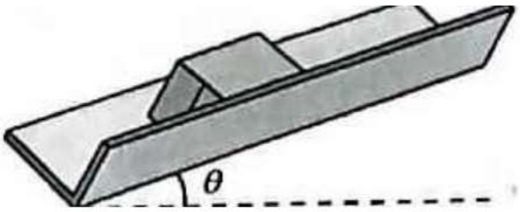
19. 그림과 같이 수평면 위에 놓여 있는 질량 M, 경사각이 θ의 쐐기 위에 바퀴기 달린 질량 m의 막대기가 놓여 있다. 막대는 연직 방향으로만 움직이도록 제한되어 있다. 쐐기를 수평 힘 F로 밀 때 막대의 상승 가속도는 얼마인가?



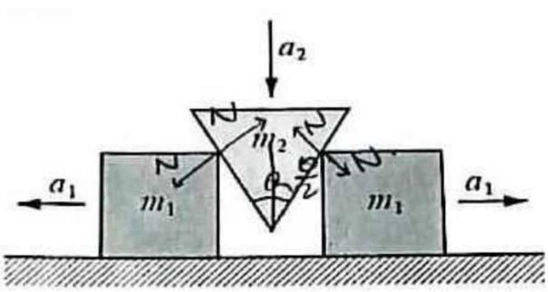
20. 그림과 같이 테이를 위에 질량 M/의 빗면이 고정되어 있다. 질량 m인 물세를 빗인의 이래 끝에서 밀어올려서 빗면의 위 끝에서 멈춘 후 다시 아래로 미끄러져 내려오게 한다. 이 과정에서 테이블이 빗면에 작용하는 힘을 구하라. 수평 방향 오른쪽 방향을 +x축, 면직방향 위쪽으로 +y축으로 한다.



21. 그림처럼 상자가 경사진 직각 홈통을 미끄러진다. 상자와 홈통 사이의 운동마찰계수는 μ_k이다. μ_k, θ 및 g 로 상자의 가속도를 표기하여라.

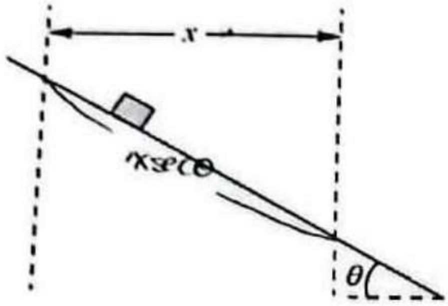


22. 다음 그림에서 각각의 물체의 가속도 a_1, a_2를구하라. m1. m2, θ는 문제에 주어진 바와 같고, 모든 미찰은 무시하라.



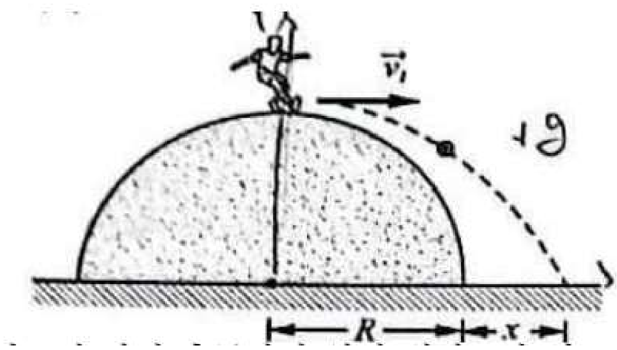
23 빗면을 따라 내려오기

(a) 경사각 θ인 마찰이 없는 빗면을 따라 내려오는 물체를 생각하자. 물체가 어떤 정해진 수평 거리를 최단 시간 안에 지니려면 각 θ는 얼마가 되어야 하는가?



(b) 같은 문제를 물체와 빗면 사이의 마찰 계수가 μ일 때에 대하여 풀어라.

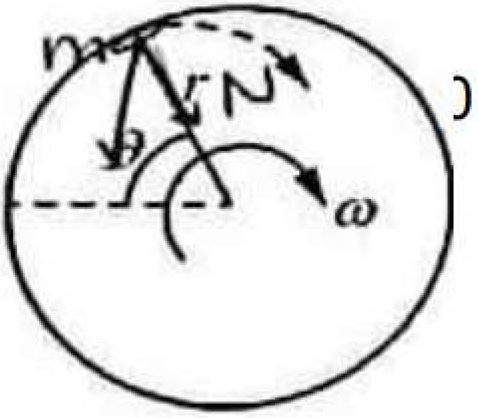
24. 반지름 R인 반구형 바위의 목대기에 서 있는 시람이 공을 수평 방향의 처음 속력 v_0로 찬다. 중력 가속도는 g이다.



(a) 공이 반구에 다시 충돌하지 않기 위한 v_0의 최솟값은 얼마인가?

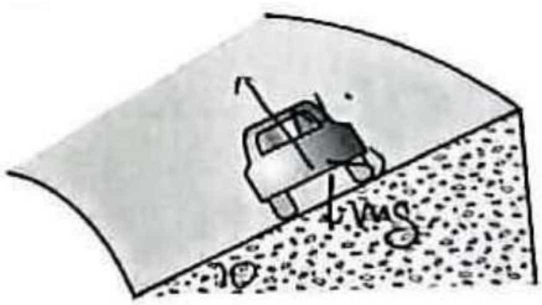
(b) (a)의 최소 속력으로 공을 찼을 때 공이 지면에 충돌하는 지점은 반구의 테두리로부터 얼마나 떨어져 있는가? 즉, 그림에서 x는 얼마인가?

25. 그림은 수평한 회전축에 대해 일정한 속력으로 돌고 있는 원통형 세탁물 건조기를 보여준다. 세탁물이 골고루 마르게 하기 위해서는 옷들이 원통 벽에 붙어 있으면 안 되고 원통 안에서 굴러다녀야 한다. 옷이 수평면에 대해 θ만큼 위로 올라갔을 때 옷이 원통에서 떨어지게 하려고 한다. 원통의 반지름이 r일 때 원통의 각속도는 얼마가 되어야 하는가?

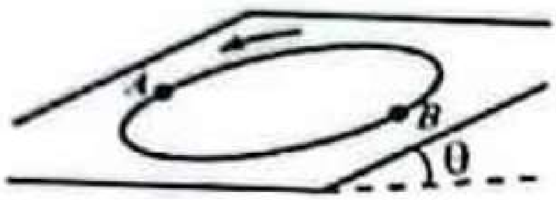


26. 질량이 40.0kg인 어린이가 줄의 길이가 각각 3.00m인 두 줄로 연결된 그네를 타고 있다. 그네가 가장 낮은 위치에 있을 때 각 줄의 장력이 350N이라면, 이때 (a) 그네의 속력과 (b) 그네 의자가 어린이에게 작용하는 힘을 구하라. (단, 그네 의자의 질량은 무시한다.)

27. 곡률 반지름 R인 커브길이 v_0로 달리는 자동차는 마찰이 없는 빙판길이어도 달릴 수 있도록 경사지게 설계되었다. 얼음이 얼지 않아서 마찰 계수가 μ_s일 때 이 커브길을 안전하게 지날 수 있는 최소 속력 $v_{\min}$과 최대 속력 $v_{\max}$를 구하라.



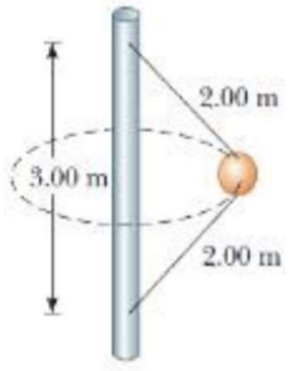
28. 한 운전자가 수평면과 이루는 각이 θ인 기울어진 주차장에 도착하였다. 운전사는 반지름 R인 원 궤도를 따라서 일정한 속력으로 돌려고 한다. 자동차 타이어와 지면사이의 마찰 계수는 μ이다.



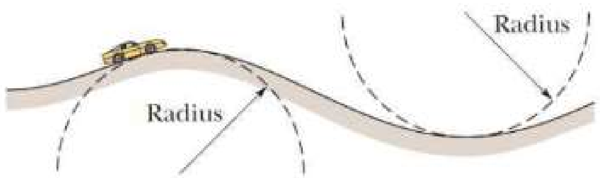
(a) 자동차가 원 궤도상의 어느 점에서도 미끄러지지 않게 하려면 자동차의 최대 속력은?

(b) 자동차가 그림에 표시된 두 점 A, B(최고점과 최하점의 중간)에서만 미끄러지지 않으면 된다고 할 때 최대 속력은?

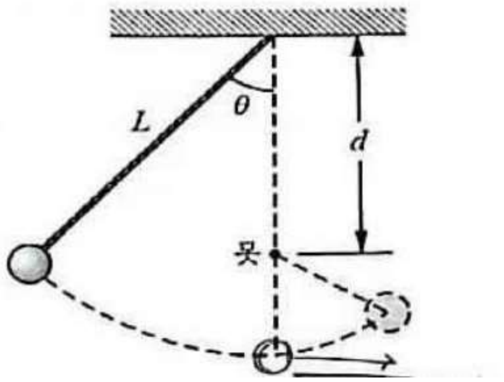
29. 아래 그림에서와 같이 질량 4.00kg인 물체가 각각 길이 2.00m인 두 줄에 묶여 수직으로 놓인 기둥에 연결되어 있고, 이 두 연결 점들은 서로 3.00m만큼 떨어져 있다. 줄에 묶인 물체는 3.00m/s의 일정한 속력으로, 두 줄이 팽팽한 상태에서, 수평 원을 따라 회전할 수 있는가? (이때 기둥은 물체를 따라 회전하기 때문에 줄이 기둥에 감기지는 않는다.) 그 이유를 설명하라. 이 상황이 다른 행성에서라면 가능할까?



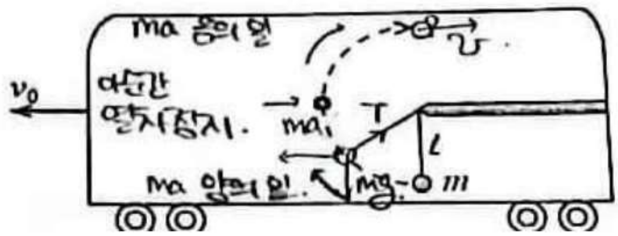
30. 아래 그림처럼 자동차가 등속도로 반지름이 같은 원형 언덕과 계곡을 지나고 있다. 언덕의 꼭대기에서 자동차가 운전사에 작용하는 수직력의 크기는 0이고, 운전사의 질량은 80.0kg이다. 자동차가 계곡(움푹 파인 곳)의 바닥을 지나갈 때 수직력의 크기를 구하여라.



31. 길이 L인 가벼운 줄의 위끝이 천장에 고정되어 있고, 이래 끝에 작은 공이 매달린 진자가 그림과 같이 연직면 상에서 원운동을 하고 있다. 줄의 위끝점의 연직 이래로 거리 d에 작은 못이 박혀 있어서 줄이 여기에 걸리게 되어 있다. 구를 치음 θ=90인 위치에서 놓아 주면 구가 못 주위를 한 바퀴 돌기 위해서는 d의 최솟값을 구해라.

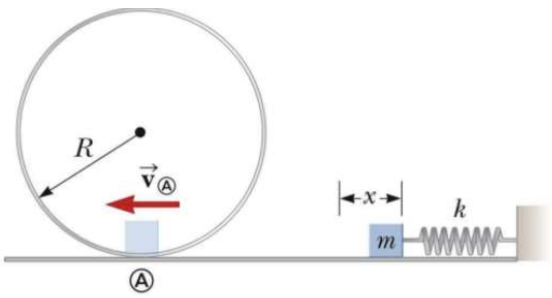


32. 그림에서처럼, 안전한 실험용 선로를 v_0로 달리고 있는 일차 안에 질량 m인 추가 길이 l인 줄에 매달려 있다.

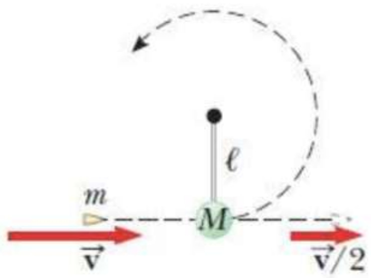


일차가 강하고 균일한 감속에 의하여 정지하였다. 줄이 연직 방향이 되도록 추가 180° 돌아가려면 열차의 가속도 크기는 최소한 얼마가 되어야 하는가?

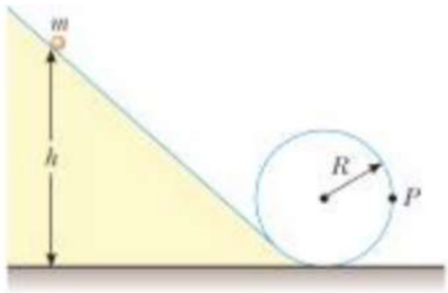
33. 질량 0.500kg의 블록이, 용수철이 x만큼 압축될 때까지 질량을 무시할 만한 수평의 용수철에 대해 밀린다(그림참조). 용수철의 힘상수는 450N/m이다. 블록이 놓였을 때 블록은 마찰이 없는 수평면을 움직여 반지름 R=1.00m의 원형 트랙의 최저점 점 A까지 간다. 최저점에서 블록의 속력은 12.0m/s이고, 블록은 트랙을 따라 미끄러지는 동안 7.00N의 평균 마찰력을 경험한다. (a) x는 얼마인가? (b) 트랙의 최고점에서 블록에게 기대할 수 있는 속력은 얼마인가? (c) 블록은 실제로 트랙의 최고점에 도달할 수 있는가, 아니면 최고점에 도달하기 전에 떨어지는가?



34. 아래의 그림과 같이 질량 m이고, 속력 v인 총알이 질량 M인 단진자 추를 관통해서 지나간다. 관통 후 총알의 속력은 v/2이다. 단진자의 추는 길이 l이고 질량을 무시할 수 있는 딱딱한 막대기(줄이 아님)에 붙어 있다. 단진자의 추가 연직면에서 간신히 원운동을 할 수 있을 속력 v의 최솟값은 얼마인가?(중력 가속도 g)



35. 질량이 m이고 반지름이 r인 속이 찬 구가 다음 그림에서처럼 미끄러지지 않고 트랙을 따라 굴러간다. 원형 트랙의 반지름 R은 구의 반지름 r에 비해 훨씬 크며, 구는 원형 트랙 안쪽에서 가장 낮은 곳으로부터 구의 가장 낮은 곳까지의 높이가 h인 곳에서 정지 상태로부터 출발한다. (a) 구가 원형 트랙을 완전히 돌기 위한 갧의 최솟값은 얼마(R의 몇 배)인가? (b) h=3R일 때 구가 점 P의 위치(트랙의 중심과 같은 높이)에 있는 순간 구에 작용하는 힘의 성분을 구하라.



36. 무게가 F_g인 상자를 평평한 마루 위에서 힘 $\vec{P}$로 밀고 있다. 정지마찰계수가 μ_k이고 힘 $\vec{P}$는 수평방향에서 아래로 θ만큼 기울어진 방향으로 작용한다고 한다.

(a) 상자를 움직이게 하는 P의 최솟값을 구해라.

(b) 힘 $\vec{P}$의크기가 아무리 크더라도 상자가 움직일 수 없는 각도 θ의 구간이 있다. 이 구간을 μ_s에 대한 식으로 구하라.

37. 바닥에 정지해 있는 모래상자를 F의 장력까지 견딜 수 있는 줄로 당기고 있다. 상자와 바닥 사이의 정지마찰계수는 μ_s이다.

(a) 가장 많은 모래를 당길 수 있는 줄과 수평면 사이의 각도를 구하여라.

(b) 이때 모래 상자의 무게를 구하여라.

Ⅲ. 동역학 中 운동량 - 32제

동역학에서 가장 주요하게 다뤄지는 문제 유형 중 하나이다. 운동량은 연속체 문제와 충돌/분열 문제로 나뉜다.

첫 번째로 연속체 문제는 개별적인 물체가 충돌 혹은 가속하는 것이 아닌, 연료 분사와 같이 연속적인 물체의 운동량이 바뀌는 문제를 말한다. 이때 사용하는 공식은 $\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}$를 사용한다. 좌변의 식을 직관적으로 구하는 방법으로는 dt만큼의 시간이 지났을 때의 운동량 $p+dp$를 구한 뒤 이를 처음 운동량에서 빼 운동량의 변화량 dp를 구하고, 이를 미소시간에 대한 일차식으로 나타내어 구하는 방법이 있다.

두 번째로 충돌/분열 문제는 일차원 운동과 이차원 운동으로 나뉘는데, 일차원 운동의 경우 운동량 보존법칙과 더불어 반발계수를 사용한다. 문제가 탄성충돌을 다루고 있는 경우 에너지 보존법칙까지 써서 식을 3개로 늘리면 두 번째 식과 겹치기에 항등식을 얻을 수 있음에 유의하라. 단, 비탄선 충돌인 용수철 압축 문제는 반발계수가 0이기에 반발계수 식과(두 물체의 속력 동일) 에너지 보존 법칙 식을(용수철이 압축된 거리에 대한 식) 같이 쓸 수 있다. 이차원 운동의 경우 성분별로 운동량 보존법칙으로 식 2개를 얻고, 반발계수를 쓰는 경우가 드물기에 에너지 보존 법칙을 사용하는 경우가 많다.

<table>
<tr><th>문제 유형</th><th colspan="2">풀이 방법</th></tr>
<tr><td>연속체 문제
(1~14)</td><td colspan="2">$\frac{p(t+dt)-p(t)}{dt}=F$ 사용</td></tr>
<tr><td rowspan="2">충돌/분열 문제</td><td>1차원
(15~24)</td><td>운동량 보존 법칙
+ 반발계수</td></tr>
<tr><td>2차원
(25~32)</td><td>성분별 운동량
보존 법칙
+ 에너지 보존</td></tr>
</table>

1. 총 질량이 M_i인 로켓이 우주 공간에 정지해 있다. 로켓은 연료를 로켓에 대한 상대 속도 v_c로 분사할 수 있고, 단위 시간당 연료 소모율은 $k\left(=-\dfrac{dM}{dt}\right)$이다. $T_p = \dfrac{M_i}{k}$를 투영된 소모 시간 (projected depletion time)이라 한다. 로켓이 연료 분사를 시작해서 시간 t후의 다음 물리량들을 v_c, T_p, t로 답하라.

(a) 로켓의 속도

(b) 로켓의 가속도

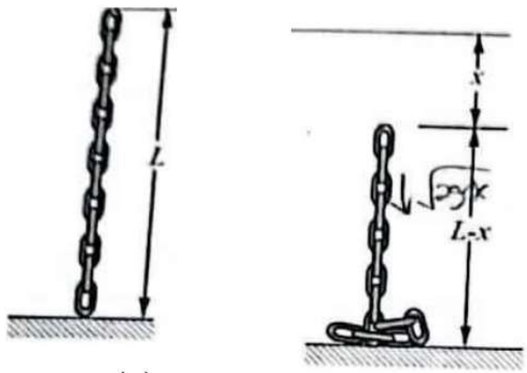
(c) 로켓의 변위

2. 질량 m, 부피 V인 빈 그릇이 수레 위에 놓여 있다. 수레를 수평 방향으로 밀어서 움직이게 한다. 비가 오고 있어서 그릇은 밀도 ρ인 빗물로 채워진다. 그릇이 완전히 채워진 순간 수레의 속도가 v가 되었다.

(a) 수레의 처음 속력 v_i는 얼마인가?

(b) 그릇이 반쯤 차 있을 때 그릇 옆에 작은 구멍이 나서 물이 샌다. 그 결과 물의 높이가 일정하게 유지된다면 이후의 수레의 속력은 어떻게 변하는가?

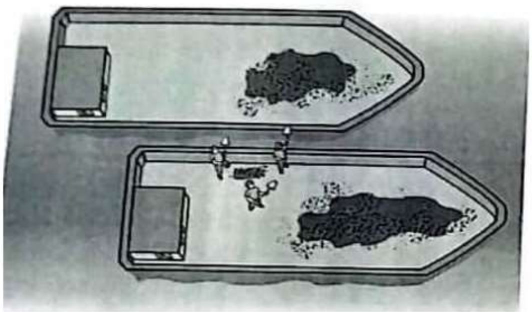
3. 그림(a)와 같이 길이가 L이고 전체 질량이 M인 사슬이 늘어져서 아래쪽 끝이 책상 위에 살짝 닿아 있다. 그림(b)와 같이 사슬이 길이 x만큼 떨어진 후 책상이 사슬에 작용하는 힘을 구하라(각 고리는 바닥에 닿는 순간 정지한다고 가정한다.)



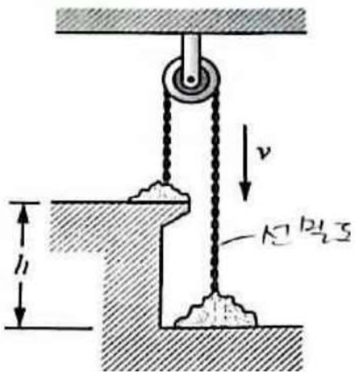
(a) (b)

4. 그림과 같이 질량 M의 원뿔형 물체가 정원의 호스에서 연직 위로 나오는 물에 의해 공중에 떠 있다. 물의 흐름률은 $\alpha\left(=\dfrac{dm}{dt}\right)$이다. 원뿔에 충돌한 물은 작은 구멍을 통해 수평 방향으로 분출된다고 가정하라. 원뿔이 없을 때 물이 올라가는 최고 높이는 h이다. 원뿔의 평형 높이는 얼마가 되는가?

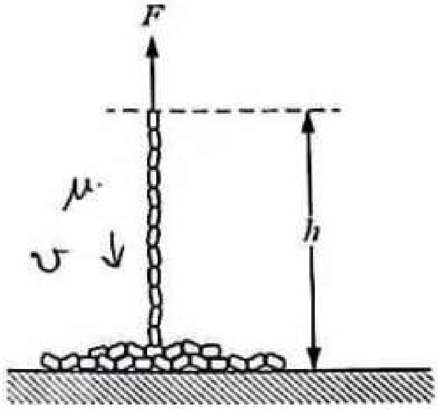
5. 그림에서 흐르지 않는 물 위를 두 석탄 운반선이 같은 방향으로 움직인다. 하나는 v의 속력으로 다른 하나는 $2v$의 속력으로 움직인다. 서로 지나치는 동안 석탄을 느린 쪽에서 빠른 쪽으로 $\alpha\left(=\dfrac{dm}{dt}\right)$의 비율로 옮긴다. 두 배 모두 속력을 바꾸지 않기 위해서 빠른 배와 느린 배의 엔진이 추가로 공급해야 할 힘은 각각 얼마인가? 항상 정확하게 측면으로 삽질하며 배와 물 사이의 항력은 배의 질량에 무관하다고 가정하라.



6. 그림과 같이 도르래에 걸쳐진 사슬이 있다. 사슬의 일부는 테이블 위에 또 일부는 지면 위에 있다. 사슬을 정지 상태에서 놓아주었더니 잠시 후에 일정한 속도 v에 도달하였다. 테이블의 높이 h를 구하라.



7. 단위 길이당 질량이 μ인 사슬이 연직 방향으로 매달려 있다가 테이블 위로 내려진다. 사슬의 위 끝에는 F의 일정한 힘이 작용한다. 사슬 끝의 높이가 h일 때, h의 운동방정식을 구하라.



8. 자유 공간에서 정지상태로부터 출발하는 로켓의 남은 질량 m이 처음 질량 m_0의 몇 배일 때 로켓의 운동량이 최대가 되는가? 단, 분출 속도는 v_0이다.

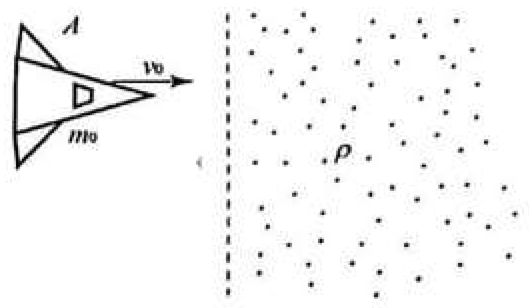
9. 어떤 로켓이 초속도 없이 연직 위로 발사되었다. 로켓은 연료를 일정한 분출 속도 u로 분사하여 추진력을 받는다. 연료의 분사율은 일정하고, 로켓의 처음 가속도는 0이다. 중력에 의한 가속도는 일정하다고 가정하라.

(a) 로켓의 가속도를 시간의 함수로 구하라.

(b) 로켓의 높이를 시간의 함수로 구하라.

10. 비어 있을 때의 질량 M인 물통에 처음 질량 m인 물이 담겨 있었고 정지 상태로부터 일정한 힘 P에 의해 위로 끌어올려진다. 물은 일정한 비율로 물통에서 빠져나가서 시간 T가 지나면 물통이 비게 된다. 물통이 비는 순간 물통의 속도를 구하라.

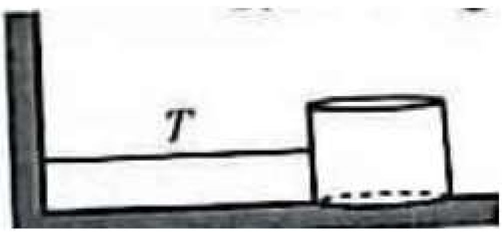
11. 질량 m_0, 단면적 A인 우주선이 처음 속도 v_0로 움직이다가, 밀도 ρ인 정지한 먼지 구름을 만났다. 먼지구름이 우주선에 달라붙는다고 할 때, 시간 t일 때 우주선의 속도를 구하라. A는 시간에 대해 상수라고 가정하라.



12. 새턴 V 우주선은 $1.50 \times 10^4 kg/s$의 비율로 연료와 산화제를 소모해서 $2.60 \times 10^3 m/s$의 배기 속력을 얻는다. (a) 이 엔진에 의해 얻어지는 추진력을 구하라. (b) 우주선의 처음 질량을 $3.00 \times 10^6 kg$로 하고, 우주선이 지구에 있는 발사대에서 이륙할 때의 가속도를 구하라. (중력가속도 $9.80 m/s^2$)

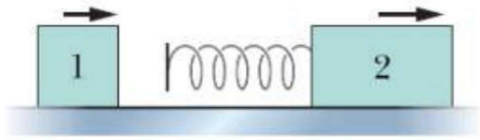
13. 구름이 공기중에 떠 있는 작은 물방울들로 이루어져 있다고 가정하자. 처음 크기가 무시할 수 있을 정도로 작은 빗방울 하나가 이 구름을 지나서 낙하한다. 빗방울은 항상 구형을 유지하고, 지나는 경로상의 물방울들을 흡수한다고 하자. 빗방울의 가속도는 얼마인가?

14. $t=0$에, 가벼운 물통에 질량 M인 모래가 들어있었다. 그림과 같이 물통은 가볍고 길이에 상관없이 일정한 장력 T를 주는 용수철을 통해 벽에 연결되어 있다. 지면은 마찰이 없고, 벽과 물통 사이의 처음 거리는 L이다. 이후의 어떤 순간에 벽에서 물통까지의 거리를 x, 물통의 질량을 m이라 하자. 물통이 운동을 시작하여 벽을 향해 움직이는데 거리에 따라 일정한 비율 $\frac{dm}{dx}=\frac{M}{L}$로 모래가 샌다. $dx<0, dm<0$에 주목하라.

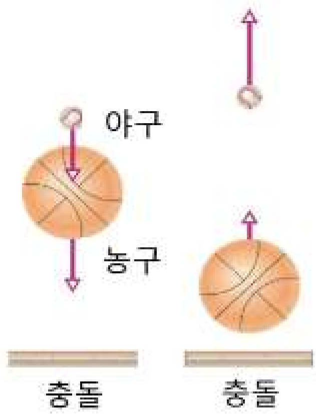


물통의 운동량의 최댓값을 구하라.

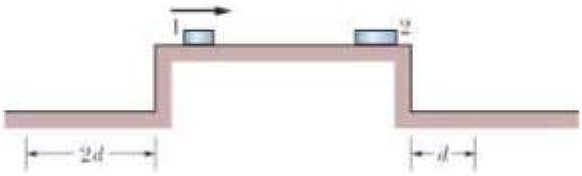
15. 아래의 그림에서 토막 1(질량 2kg)이 오른쪽으로 $10m/s$로 움직이고 토막 2(질량 5kg)는 오른쪽으로 $3m/s$로 움직인다. 표면의 마찰은 없고 용수철 상수 $1120N/m$의 용수철이 토막 2에 고정되어있다. 두 토막이 충돌하여 속력이 같은 순간에 용수철이 최대로 압축된다. 최대 압축거리를 구하여라.(용수철의 무게는 무시한다.)



16. 질량 m의 야구공이 질량 $M=0.63kg$의 농구공 위에 나란히 놓여 있다. (그림처럼 야구공과 농구공 사이에 작은 간격이 있다.) 그 후 두 공이 높이 $h=1.8m$에서 떨어진다. (a) 여기서 큰 공이 바닥에서 탄성충돌하고 곧바로 작은 공이 큰 공과 탄성충돌한다면, m이 어떤 값일 때 큰 공이 작은 공과 충돌하면서 정지하는가? (b) 이때 야구공이 튀어오르는 높이는 얼마인가? (단, 두 공의 반지름은 높이 h에 비해 매우 작고, 모든 마찰 및 저항은 무시한다.)



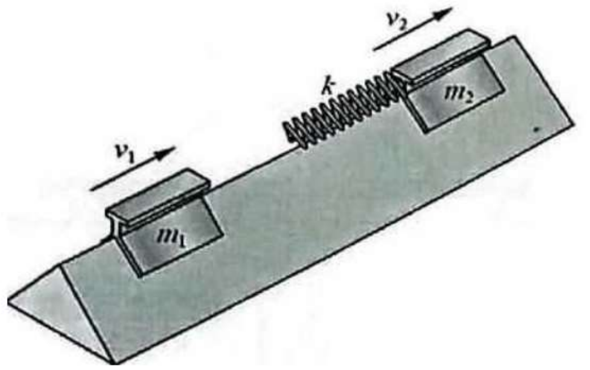
17. 아래 그림에서 질량 $m_1 = 0.2kg$의 퍽 1이 마찰 없는 실험대 위에서 미끄러지다가 정지해 있는 퍽2와 1차원 탄성충돌을 한다. 퍽 2는 실험대에서 거리 d인 곳에 떨어지고, 퍽 1은 충돌로 되튕겨서 실험대 반대편에서 거리 2d인 곳에 떨어진다. 퍽 2의 질량은 얼마인가?



18. 태권도 격파에서 $13m/s$의 속력으로 기와를 내려쳐서 $5.5ms$동안 충돌한 다음에 손을 멈춘다고 하자. 앞 팔과는 무관하게 손만 충돌하고, 손의 질량은 $0.70kg$라고 하자. 손이 기와에 작용하는 (a) 충격량과 (b) 평균력의 크기는 얼마인가?

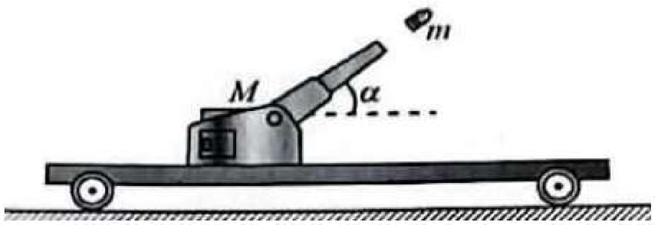
19. m의 질량을 가진 총알을 고정된 질량 M의 나무토막에 쏘았더니 깊이 d만큼 박혔다. 나무 토막이 고정된 대신에 마찰이 없는 수평면 위에 놓여 있다면 총알이 박히는 깊이는 얼마가 되는가?

20. 그림과 같이 에어트랙 위에 질량이 각각 m_1, m_2인 두 개의 물체가 놓여 있다. 힘 상수가 k인 용수철이 m_2에 달려 있다. 두 물체의 처음 속력은 각각 v_1, v_2(단, $v_1 > v_2$)이다.



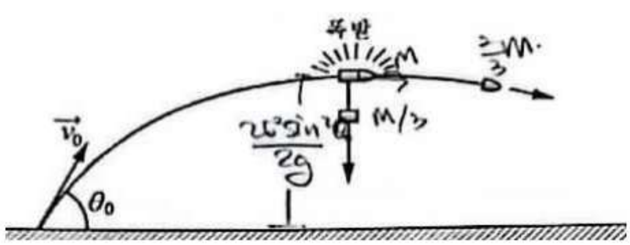
(a) m_1이 m_2에 충돌하여 용수철이 최대로 압축된 순간 두 물체의 속력을 구하라.
(b) 최대로 압축된 순간 용수철이 압축된 길이 $x_{\max}$를 구하라.
(c) m_1이 용수철에서 떨어져 나왔을 때 두 물체의 속도 v_1', v_2'을 구하라.

21. 그림은 정지하고 있는 화차 위에 수평면과 α의 각을 이루면서 놓인 대포를 보여 주고 있다. 총알을 제외한 회차와 대포의 질량은 M이다. 질량 m인 포탄이 대포에 대해서 V의 속력으로 발사되었을 때

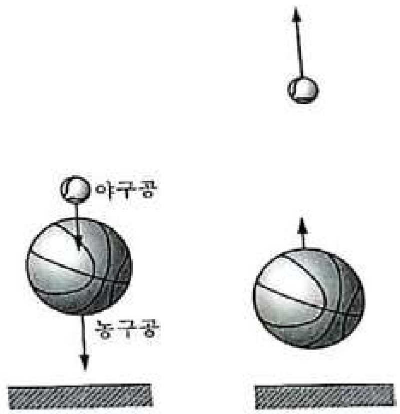


(a) 화차의 속력은 얼마인가?
(b) 대포로부터 발사되는 포탄이 수평면과 이루는 각 θ는 얼마인가?

22. 질량 m인 포탄이 발사되어 최고점에서 두 조각으로 갈라져 질량이 $\frac{m}{3}$인 한 조각은 최고점의 바로 연직 아래에 떨어졌다. 발사점과 최고점 사이의 거리가 r일 때 질량 $\frac{2m}{3}$인 나머지 한 조각이 떨어지는 위치는 발사점으로부터 얼마나 떨어져 있는가?

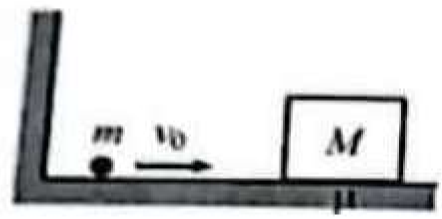


23. 질량 m인 작은 공이 질량 M인 큰 공보다 약간 위에 정렬되어 있다. 두 공이 높이 h에서 동시에 아래로 떨어졌다. 두 공의 반지름은 h에 비해 무시할 수 있을 만큼 작다고 가정한다. 큰 공은 바닥과 탄성 충돌을 하고, 작은 공은 큰 공과 탄성 충돌을 한다고 하자. 이 때 위로 튀어 오르던 큰 공이 작은 공과 충돌하는 순간 속력이 0이 되어 더 이상 위로 올라가지 못하고 다시 떨어졌다고 하면



(a) 두 공의 질량비 $\frac{m}{M}$은 얼마인가?
(b) 큰 공에 맞고 튀어 올라간 작은 공은 얼마나 높이 올라가겠는가?

24. 질량 m이고 처음 속력 v_0인 공이 고정된 벽과 질량 $M(\gg m)$이 블록 사이에서 앞뒤로 튕기면서 운동하고 있다. 처음 블록은 정지해 있었다. 공은 탄성적으로 튕기고 충돌은 순간적으로 이루어진다고 가정하자. 블록과 지면 사이의 운동마찰계수가 μ이다. 공과 지면사이에는 마찰이 없다.

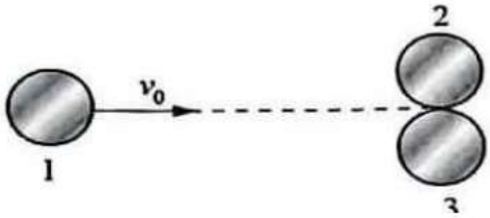


블록이 움직인 시간을 구하라.

25. 질량과 초기속력이 모두 같은 두 물체가 완전 비탄성 충돌한 후에 초기속력의 절반으로 함께 움직인다. 두 물체의 초기속도 사이의 각도를 구하여라.

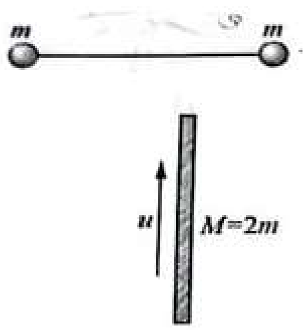
26. 5.00m/s로 운동하는 당구공이 질량이 동일한 정지해 있는 공과 충돌한다. 충돌 후 처음 공의 속력 4.33m/s이며, 처음 운동선과 30.0°의 각도로 운동한다. 탄성충돌이라 가정하고(마찰과 회전운동을 무시), 맞은 공의 속도를 구하라.

27. 다음 그림에서 한 공이 서로 맞닿아 정지해 있는 다른 두 공을 향해 처음 속력 v_0로 다가가고 있다. 두 공 2, 3의 중심의 연결선은 공 1의 진행방향과 수직이고, 공 1은 정확히 두 공 2, 3이 맞닿은 점을 향해 움직이고 있다. 세 개의 공이 모두 동일한 모양과 질량을 가지고 있고, 마찰이 없으며 탄성 충돌이라고 하자.

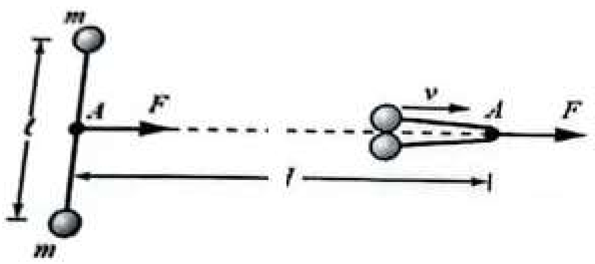


(a) 충돌 후 공 2의 속도(크기, 방향)은 얼마인가?
(b) 충돌 후 공 1의 속도(크기, 방향)은 얼마인가?

28. 각각 질량 m인 두 개의 공이 가벼운 줄로 연결되어 매끄러운 수평면 위에 놓여 있다. 질량이 $M=2m$인 막대가 그림과 같이 줄에 수직한 방향의 속도 u로 들어와서 줄의 중심에 충돌한다. 공들이 막대에 충돌하는 순간 막대에 대한 상대 속도를 구하라.

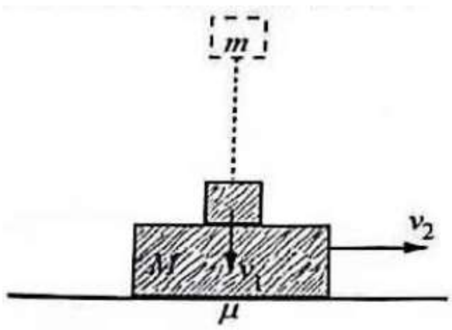


29. 다음 그림과 같이 질량 m인 두 개의 작은 원판이 길이 l인 줄의 양 쪽 끝에 매달려서 마찰이 없는 수평면 상에 놓여 있었다. 시간 0인 순간부터 일정한 힘 F로 줄의 중앙점 A를 줄에 수직한 방향으로 잡아당긴다. 시간 t인 순간에 두 원판이 완전 비탄성 충돌한다. t는 알고 있는 것으로 생각하라.



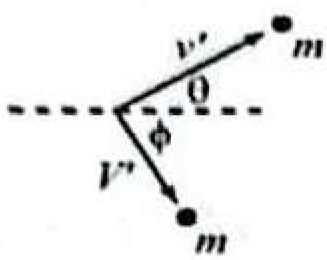
충돌에 의해 손실되는 역학적 에너지를 구하라.

30. 질량 M인 블록이 수평면 위에서 움직이고 있다. 질량이 m인 물체가 이 블록 위로 속도 v_1으로 떨어졌다. 충돌 직전 수평면 위의 블록의 수평방향 속도는 v_2이다. 떨어진 물체는 수평면 상의 물체에 완전 비탄성충돌로 달라붙고, 이 충돌은 순간적으로 이루어진다. 블록과 수평면상의 운동 마찰계수가 μ일 때, 충돌 후의 두 물체가 함께 움직이는 속력은 얼마인가?



31. 27번을 다시 생각해보자. 두 입자가 충돌 직전 A의 가속도는 어떠한가? 크기는 물론 방향도 구하라.

32. 한 당구공이 정지한 동일한 공을 향해 속력 v로 접근한다. 두 공은 탄성 충돌하여, 입사한 공이 산란각 θ로 튀어 나간다. 이 공의 속력은 얼마인가? 정지해 있던 공이 튀어 나가는 각 ϕ는 얼마인가?



Ⅲ. 동역학 中 회전 - 52제

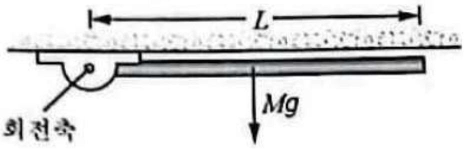
이번에는 강체의 회전운동을 다루는 문제를 풀어보자. 회전운동은 병진운동과 명확한 대응관계를 가진다.

병진운동	회전운동
변위	각변위
속도	각속도
가속도	각가속도
힘	토크
(병진)운동에너지	회전운동에너지
질량	관성모멘트
운동량	각운동량

더 찾으려면 더 찾을 수 있겠지만, 위의 7가지 물리량의 관계만 보아도 간단한 대응관계가 있음을 알 수 있다.

따라서 문제 유형도 회전운동과 병진운동도 크게 다르지 않기 때문에, 이번에는 문제 유형을 세세하게 나누지 않고 '회전운동' 52제를 소개한다. 이번 목차를 통하여 병진운동 문제의 유형을 나눈 것과 같이 회전운동 문제의 유형을 나누는 연습을 스스로 할 수 있기를 기대한다.

1. 그림과 같이 길이가 L이고 질량이 M인 균일한 막대의 한 쪽 끝이 마찰이 없는 선회축에 집혀 있고 이 선회축에 대하여 연직면 상에서 자유롭게 회전한다. 막대가 수평 위치에서 정지 상태로부터 놓여진다.

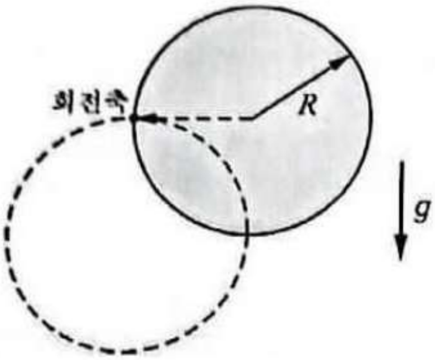


(a) 막대의 처음 각가속도와

(b) 막대의 오른쪽 끝의 처음 선가속도를 구하라.

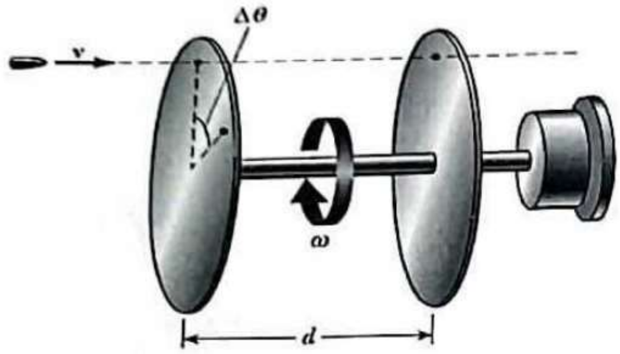
(c) 만약 막대의 오른쪽 끝에 동전을 올려놓았다면 막대가 수평 위치에서 운동을 시작하는 순간 동전은 막대에서 떨어지는가? 아니면 같이 운동을 시작하는가? 만약, 떨어진다면 회전축에서 얼마의 거리에 동전을 놓았을때 떨어지지 않는가?

2. (a) 질량 M, 반지름 R의 속이 찬 원판이 그림치럼 가장자리에 놓여 있는 점을 지나는 마찰이 없는 축에 대하여 돌고 있다. 처음 축과 원판의 중심을 지나는 선분이 수평 상태에 있다기 출발하여 선분이 연직 방향을 가리길 때까지 회전하였다. 질량 중심의 속력은 얼마인가?

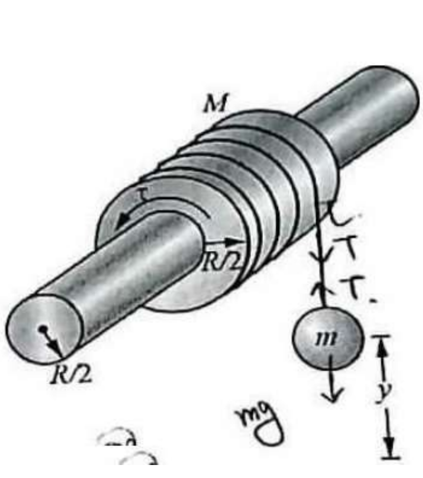


(b) (a)에서 원판의 가장 낮은 점의 속력은 얼마인가? (c) 균일한 굴렁쇠인 경우 (a)에 다시 답하라.

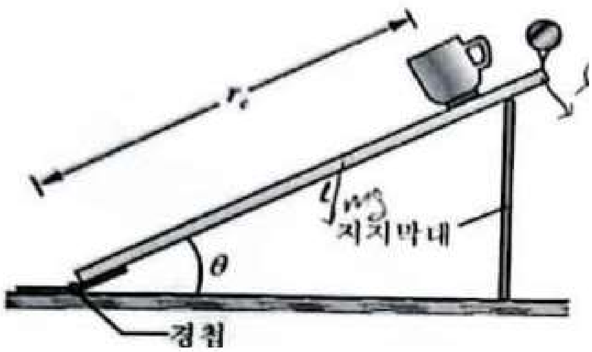
3. 다음 실험은 종앙의 속력을 재기 위한 실험이다. 그림과 같이 각속도 w로 돌아가는 두 개의 종이 원판이 거리 d만큼 떨어지 있다. 회전축에 수직한 방향으로 총알을 쏘았더니 총알이 뚫고 지나간 두 지점 시이의 각 변위가 $\Delta\theta$였다. 총일의 속력 v는 얼마인가?



4. 인쪽 반지름 R/2, 바깥쪽 반지름 R이고 질량이 M인 원동이 다음 그림과 같이 반지름 R/2인 고정된 수평 회전축 주위를 회전하도록 되어 있다. 질량 m인 추가 원통 둘레에 감긴 줄 끝에 매달려 있다. 추가 정지 상태에서 낙하를 시작하여 시간 t동안 낙하하는 거리가 y라면, 원통과 회전축 사이의 마찰 토크를 구하라.



5. 그림과 같이 같이 l이고 균일한 판의 한 끝에 경첩이 달려 있고 다른 끝은 막대로 지지되고 있다. 가벼운 컵이 막대의 회전축으로부터 거리 r_c에 고정되어 있고 판의 끝에는 가벼운 골프공이 올려져 있다. 지지 막대를 갑자기 치웠을 때 공이 컵 안으로 떨어지도록 하려고 한다.



(a) 지지막대를 갑자기 치우는 순간 공이 판에서 떨어지기 위한 θ의 최대값 $\theta_{\max}$을 구하라.

(b) $\theta = \theta_{\max}$일 때 공이 컵 안으로 떨어지기 위해 필요한 r_c를 1과 θmax로 표현하라.

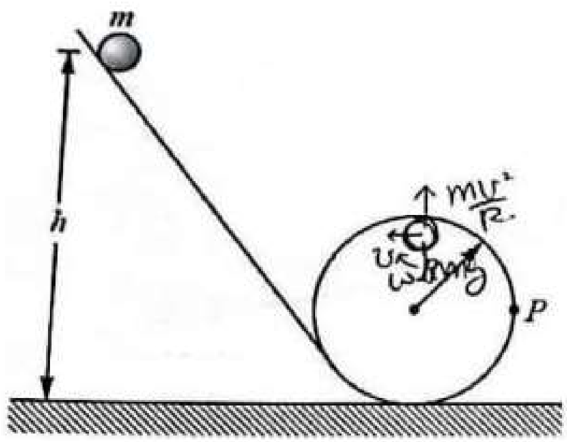
6. 질량 M, 길이 L인 막대가 위 끝을 회전축으로 하여 연직 방향으로 매달려 있다.

(a) 막대의 아래 끝에 F의 수평 방향 힘을 오른쪽으로 가하여 막대가 움직이기 시작하는 순간에 회전축에서 작용하는 힘의 수평 성분을 구하라.

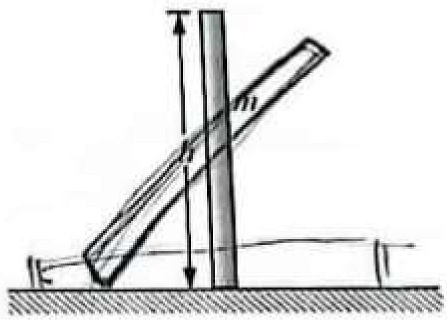
(b) 힘 F를 막대의 중심에 작용한다면 회전축에서 작용하는 힘의 수평 성분은 얼마가 되는가?

(c) 회전축에서 작용하는 수평 방향 힘이 0이 되기 위해시는 막대의 위 끝에서 얼마의 거리에 힘을 작용해야 하는가?

7. 질량이 m이고 반지름이 r인 속이 찬 구가 다음 그림에서처럼 미끄러지지 않고 트랙을 따라 굴러간다. 원형 트랙의 반지름 R은 구의 반지름 r에 비해 훨씬 크며, 구는 원형 트랙 안쪽에서 가장 낮은 곳으로부터 구의 가장 낮은 곳까지의 높이가 h인 곳에서 정지 상태로부터 출발한다. (a) 구가 원형 트랙을 완전히 돌기 위한 h의 최솟값은 얼마(R의 몇 배)인가? (b) h=3R일때 구가 점 P의 위치(트랙의 중심과 같은 높이)에 있는순간 구에 작용하는 힘(연직 성분과 수평 성분)을 구하라.

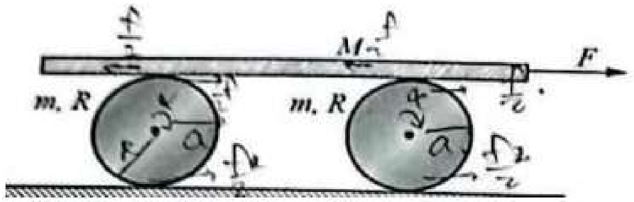


8. (a) 매끄러운 평면 위에 질량 m, 길이 h인 막대를 연직 방향으로 세운 후에 놓아주었다. 막대가 지면에 충돌하기 직전 질량중심의 속도는 얼마인가?



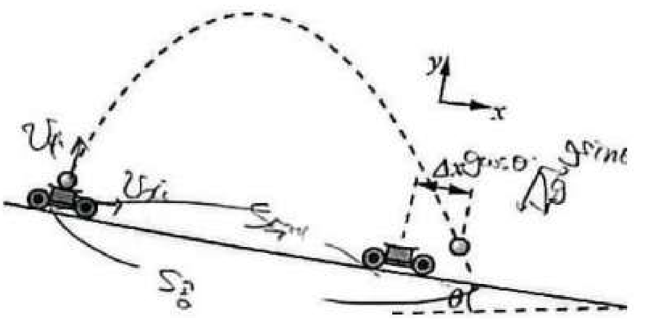
(b) 막대의 아래쪽 끝을 마찰 없는 경첩으로 고정한다면 (a)의 답은 어떻게 달라지는가?

9. 질량 M인 판자가 반지를 R이고 질량 m인 두 개의 동일한 원동 위에 올려져 있다. 그림과 같이 판자를 일정한 힘 F으로 잡아 당긴다. 두 원통은 지면과 판자에 대해 미끄러짐 없이 구른다.

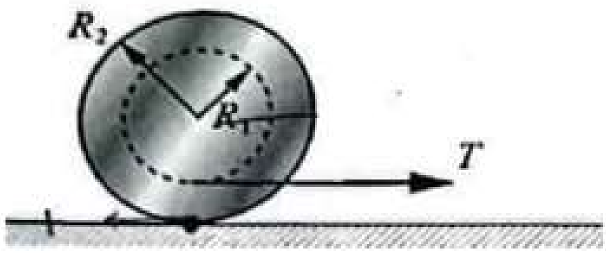


(a) 판자와 원통의 가속도는 각각 얼마인가?
(b) 판자가 두 원통에 작용하는 마찰력의 크기와 방향은?
(c) 지면이 두 원통에 작용하는 마찰력의 크기와 방향은?

10. 수평면 상에서 등속도 운동하는 수레에서 연직 위로 공을 발사하면 발사된 공은 포물선 궤도를 지나서 수레 위에 다시 떨어진다. 그림과 같이 경사각 θ인 빗면 위에서 굴러 내려가는 수레에서 발사된 공을 생각하자. 수레는 질량 M인 몸체와 질량 m, 반지름 R, 회전관성 $mR^2/2$인 두 개의 바퀴로 이루어져 있다. 발사된 공의 수레에 대한 상대 속도가 $\vec{v} = v_{yi}\hat{j}$일 때 공이 다시 빗민에 떨어지는 순간 수레를 벗어나는 거리 Δx 를 구하라. 단, 공이 발사되는 순간 수레와 공의 빗면 방향 속도는 v_{xi}로 같다.

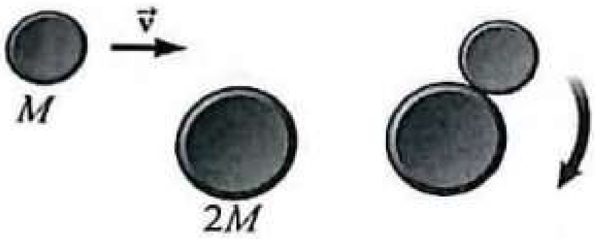


11. 그림과 같이 반지름 R_2, 질량 m, 회전 관성 I인 원통이 거친 평면위에 놓여 있다. 이 원통의 중심으로부터 거리 R_1에 감겨 있는 줄을 수평힘 T로 끌어서 원통이 미끄러지지 않고 구르게 하였다. 지면이 원통에 작용하는 힘의 크기와 방향을 구하라
.

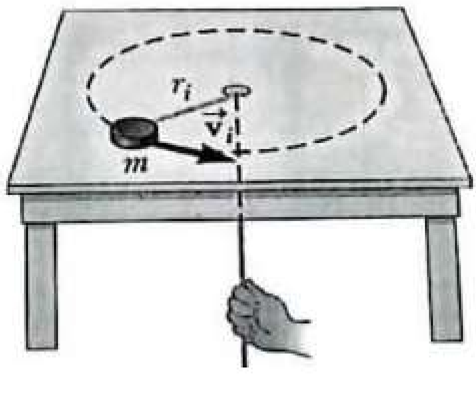


12. 길이 l. 질량 m인 균일한 재질의 헬리콥터 날개가 나사 하나로 축에 고정되어 있다. 날개는 질량 분포가 균일한 가는 막대로 가정하여라.
(a) 날개가 각속도 w로 회전한다면 축에서 나사에 작용하는 힘의 크기는 얼마인가?
(b) 정지 상태에서 시간 t 만에 위의 각속도에 도달했다면, (일정한) 돌림힘을 얼마나 가해줘야 하는가?
(c) 날개가 위의 각속도에 도달하는 동안 돌림힘이 하는 일은 얼마인가?

13. 질량 M, 반지름 R인 원판이 에어테이블 위에서 v의 속도로 미끄러지다가 반지름 2R, 질량 2M인 또다른 원판과 충돌한다. 충돌 순간에 두 원판의 중심을 연결하는 선은 작은 원판의 처음 속도 벡터에 수직하다. (즉, 충돌 계수가 3R). 원판의 테두리에는 순간 접착제가 발라져 있어서 충돌하는 순간 두 원판은 달리 붙어서 같이 움직인다. 충돌 후 계의 질량 중심에 대한 각속도를 구하라.

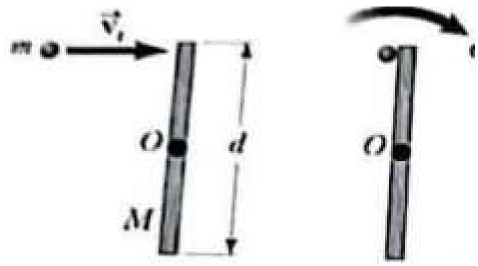


14. 마찰이 없는 평평한 면 위의 작은 구멍을 지나는 실에 질량 m이 매달려 있다. 물체는 처음에 속력 v_i로 반지름 r_i인 원을 따라 돌고 있다. 아래로부터 실을 천천히 잡아 당겨 원의 반지름이 r로 줄어든다.



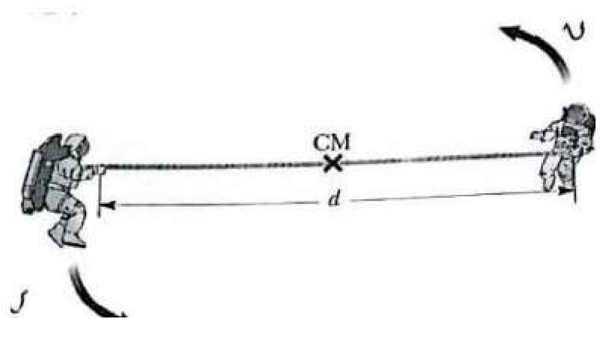
질량 m이 r_i에서 r로 움직이는 데 한 일 W를 구하여라.

15. 질량 m인 물체가 처음 속력 v_i로 길이 d, 질량 M인 막대의 한 끝에 수직하게 충동한다. 충돌 후 물체는 막대에 달라붙어서 막대와 함께 막대의 중심을 지나는 회전축에 대해 회전한다.



(a) 충돌 직후 계의 각속도를 구하라.
(b) 충돌 과정에서 손실된 역학적 에너지의 비를 구하라

16. 각각 질량이 M인 두 우주비행사가 가볍고 길이가 d인 줄에 의해 연결되어 있다. 두 사람은 우주공간에 고립되어 있고, 처음 질량 중심에 대해 v의 속력으로 돌고 있었다. 한 우주 비행사가 줄을 잡아 당겨서 둘 사이의 거리가 d/2로 줄이들었다면 이 과정에서 한 일은 열마인가?

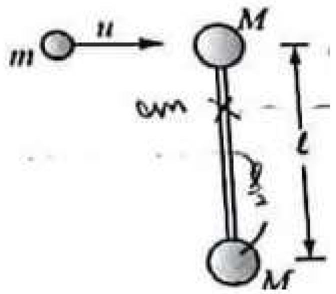


17. 그림과 같이 반지름 R인 단단한 원반의 중심을 지나는 축에 대해 각속력 w_i를 갖도록 회전시킨 후 수평면 위에 놓아 준다고 가정하자. 또힌 원반과 면 사이의 마찰 계수를 μ라고 가정하자.

(a) 순수한 굴림 운동이 나타나는 데 걸리는 시간을 구하라.

(b) 순수한 굴림 운동이 나타나기 전까지 원반이 지나간 거리를 구하라.

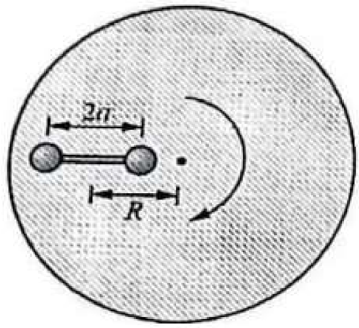
18. 속력 u로 운동하는 질량 m의 입자가 질량을 무시할 수 있는 (길이의 막대에 매달려 있는 두 개의 질량 M으로 이루어진 아령과 부딪친다. 아령과 입자는 수평면 위에서 자유롭게 미끄러진다. 충돌 후 입자는 아령의 한 쪽에 붙어서 같이 운동한다. 다음을 구하라.



(a) 충돌 후 계의 질량 중심의 속도

(b) 충돌 후 질량 중심에 대한 각속도

19. 그림과 같이 아령이 일정한 각속도 w로 회전하는 원판 위에 반지름 방향으로 고정되어 있었다. 처음 아령의 중심은 원판의 중심으로부터 거리 R에 있었고, 아령은 질량 m인 동일한 두 입자가 2a만큼 떨어져 있는 것으로 생각할 수 있다. 아령을 원판에 고정시키고 있던 힘을 제거하면 아령의 운동 에너지는 얼마가 되는가? 원판과 아령 사이에는 마찰이 없다.



20. 장난감 기차 궤도가 수직축에 대하여 마찰없이 자유롭게 둘 수 있는 커다란 바퀴 위에 그림처럼 올려져 있다. 질량 m의 장난감 기차가 궤도 위에 처음에는 점지해 있다가 전기 동력이 켜진 다음에 움직여서 바퀴 위의 궤도에 대하여 일정한 속력 v에 도달한다. 바퀴의 질량이 M이고 반지름이 R라면 바퀴의 각속도는 얼마인가? (비퀴를 원형고리로 취급하고 바퀴살과 축의 질량을 무시하여라.)

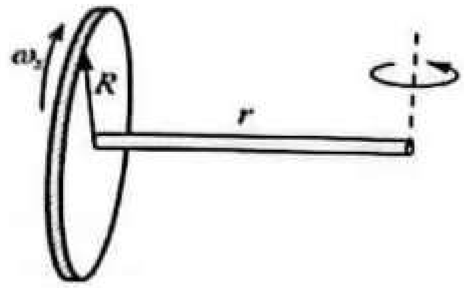
21. 질량 10m. 반지를 3r인 균일한 원판이 고정된 중심에 대해서 자유롭게 회전할 수 있다. 질량 m, 반지름 r인 작은 원판을 큰 원판 위에 중심이 같도록 놓았다. 초기에는 두 원판이 같은 각속도 w_i로 회전한다. 작은 원판을 살짝 건드려서 작은 원만이 큰 원판의 가장자리 쪽으로 미끄러져서 작은 원판의 바깥 가장자리기 큰 원판의 바깥 가장자리와 닿게 되었다. 그 후에는 더 이상 미끄러짐이 없이 다시 같은 각속도로 회전한다. (a) 큰 원판의 중심에 대한 각속도를 구하여라. (b) 초기 상태의 운동에너지에 대한 현재의 운동에너지의 비율 $\frac{K_f}{K_i}$을 구하여라.

22. 연직 방향과 30" 각도를 이루는 축에 대하여 팽이가 ω의 각속력으로 회전하고 있다. 팽이의 질량은 m이고, 회전축에 대한 회전 관성은 I이다. 질량 중심은 팽이와 바닥의 접촉점에서 r만큼 떨어져 있다. 위에서 내리다 보았을 때 팽이는 반시계 방향으로 돌고 있다.

(a) 세차 운동의 각속력을 구하라.

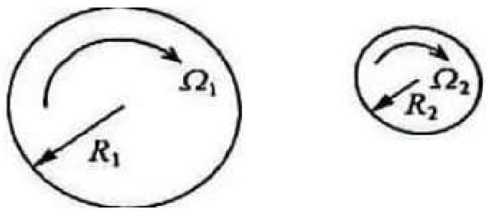
(b) 위에서 내려다 보았을 때 세차운동의 방향은 무엇인가?

23. 어떤 자이로스코프는 반지름 R의 균일한 원판이 길이가 r이고 질량을 무시할 수 있는 축의 중간점에 고정되어 있다. 축은 수평방향이며 한쪽끝이 지지되어 있다. 원판이 w_s의 각속력으로 축에 대하여 회전한다면 축돌기 운동의 각속력은 얼마인가?

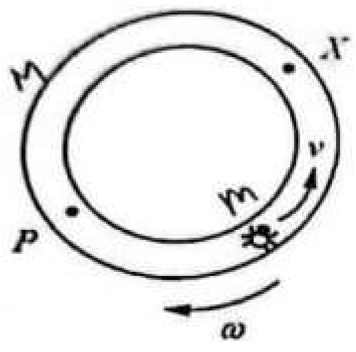


24. 어떤 사람이 길이 l인 긴 막대를 바위에 부딪쳐서 부러뜨리려고 한다. 그는 막대를 손에 들고 그림에 보인 바와 같이 평행 이동 없이 회전을 시킨다. 이 사람은 막대가 바위에 충돌하는 순간에 그의 손에 큰 반작용이 작용하지 않기를 원한다. 막대의 어느 지점을 바위에 부딪쳐야 하는가? (중력은 무시하라.)

25. 두 개의 균일한 원통이 평행한 각각의 회전축에 대해 독립적으로 회전하고 있다. 한 원통의 반지름은 R_1, 질량이 M_1이고 다른 원통의 반지름은 R_2, 질량은 M_2이다. 처음 두 원통은 그림에 보인바와 같이 동일한 각속도 Ω_1으로 회전하고 있었다. 이제 두 회전축을 접근시켜서 두 원통이 접촉하도록 하였다. 정상 상태에 도달했을 때, 각 원통의 최종 각속도는 얼마인가?



26. 그림에서 질량 M. 반지름 R인 얇은 고리가 P점을 축으로 하여 수평면상에서 마찰 없이 회전할 수 있다. 질량 m인 벌레가 고리에 대한 속력 v로 고리를 따라서 달린다. 벌레는 처음에 고리가 정지해 있는 상태에서 P점에서 출발했다. 별레가 P점의 지름 방향으로 반대에 있는 X점에 도달했을 매. 지면에 대한 벌레의 속도는 얼마인가?

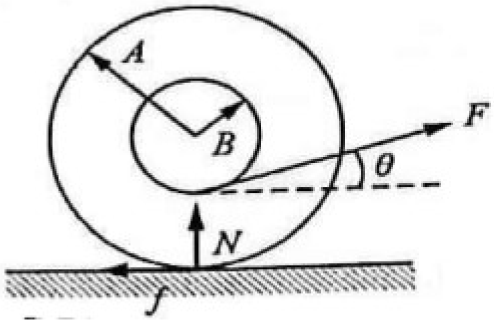


27. 질량 M인 요요가 그림에서처럼 매끄러운 수평면 위에 놓여 있다. 요요의 중심에 대한 회전 관성은 $\frac{1}{2}MA^2$이라고 할 수 있다. 그림에서처럼 중심으로부터 거리 B인 안쪽 반지름을 따라서 줄이 힘 F를 작용한다.

(a) θ=0.π/2, π인 경우에 각각 요요는 어느 방향으로 구르는가?

(b) 질량 중심의 가속도가 a일 때 어떠한 각 θ에 대해서 요요는 수핑면의 거친 정도(즉, 마찰 계수)와 무관하게 회전 없이 미끄러지는가?

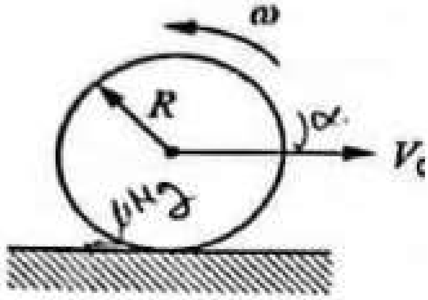
(c) 어떠한 각 θ에 대해서 요요는 수평면의 거친 정도와 무관하게 구르는가?



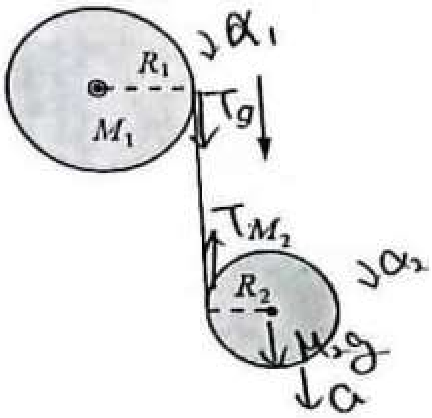
28. 질량 M. 반지름 R의 바퀴가 그림에 보인 바와 같이 수평면상에서 처음 속도 V_0, 처음 각속도 w_0로 쏘이졌다. 바퀴와 수평면 사이의 마찰 계수를 μ라 하자.

(a) 바퀴의 미끄러짐이 없어지는 데까지 걸리는 시간은 얼마인가?

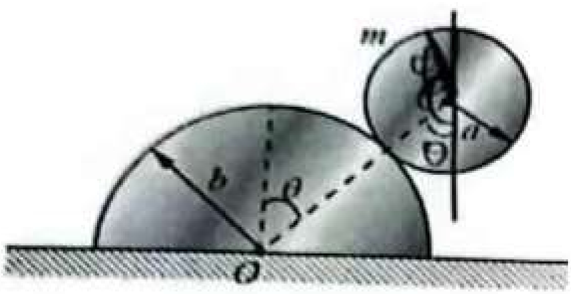
(b) 바퀴의 미끄러짐이 없어졌을 때, 바퀴의 질량 중심의 속도는 얼마인가?



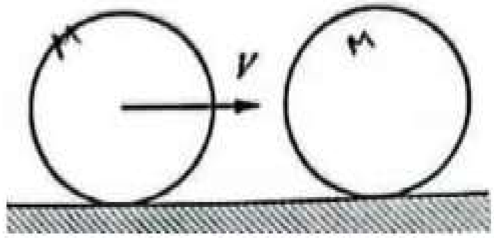
29. 반지름이 각각 R1, R2이고 질량이 M1, M2인 두 개의 균일한 원판이 연직면 상에서 그들의 원주를 따라서 실이 감겨서 그림에서처럼 연결되어 있다. 첫 번째 원판은 중심을 지나는 수평방향의 마찰이 없는 회전축으로 고정되어 있다. 두 번째 원판이 자유롭게 낙하한다민 두 번째 원판의 질량 중심의 가속도를 구하리.



30. 질량 m, 반지름 a, 회전 관성 $\frac{2}{5}ma^2$인 구가 반지를 b인 고정된 반원통의 정점에서 정치 상태로부터 출발하여, 미끄러짐 없이 굴려 내려본다. (a) 구기 원통에서 이탈하는 각 $\theta_{\max}$를 결정이라. (b) 구가 원통에서 이탈하는 순간 구의 중심의 속도의 원통에 대한 접선 방향 성분은 얼마인가?

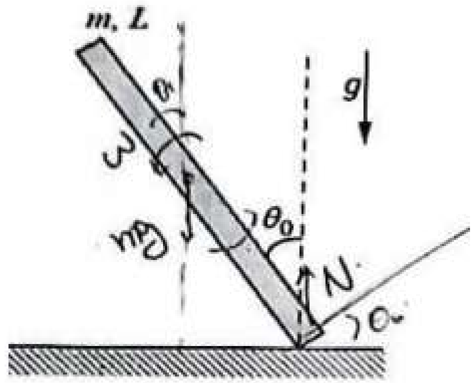


31. 그림에서 왼쪽 공은 처음 속도 V로 동일한 공을 향해 입사한다. 각각의 공은 질량 M의 균일한 구이다. 모든 마찰력은 충분히 작아서 충돌 시에는 그 효과를 무시할 수 있으며, 충돌은 순간적으로 일어나고, 완전 탄성이라고 가정하고 다음을 계산하라. 질량 M. 반지름 R인 구의 중심에 대한 회전 관성은 $\frac{2}{5}MR^2$이다.

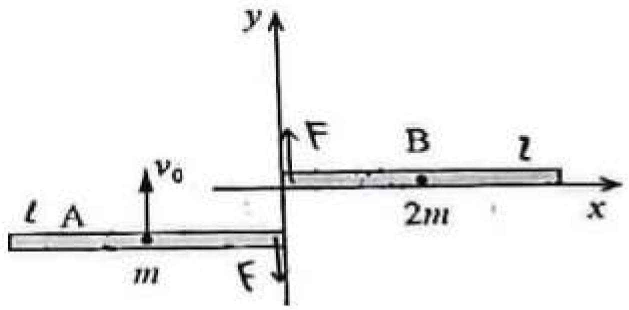


(a) 충돌 후 충분한 시간이 흘러서 각각의 공이 다시 미끄러짐 없이 구를 때 두 공의 속도
(b) 처음 에너지 중 마찰에 의해 열 에너지로 소모된 에너지의 비율

32. 한쪽 끝이 마찰이 없는 수평면 위에 놓여 있는 질량 m, 길이 L의 가늘고 균일한 막대를 연직방향과 각 θ_0을 이루는 정지 상태에서 놓아 주었다. 막대가 놓인 순간부터 무한히 작은 시간이 지난 후에 수평면이 막대에 작용하는 힘을 구하라.



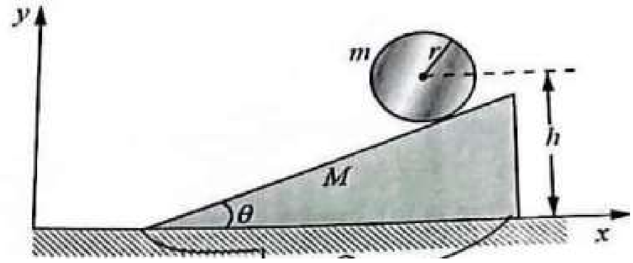
33. 길이 l인 두 개의 길고 균일한 막대 A, B의 질량이 각각 m, 2m이다. 두 막대는 마찰이 없는 수평면(xy 평면) 위에 서로 평행하게 놓여 있다. 막대 B는 처음 $y=0, x=0$에서 $x=l$까지 정지해 있었고, 막대 A는 양의 y축 방향으로 v_0로 운동하고 있었다. 막대 A는 $x=-l+\epsilon$에서 $x=\epsilon$(단, $\epsilon \ll l$) 사이에 있었다. t=0에 막대 A가 y=0에 도달해서 막대 B와 탄성 충돌한다.



(a) 충돌 직후의 두 막대의 선속도 및 각속도를 구하라.
(b) 충돌 전후의 에너지가 같은가?

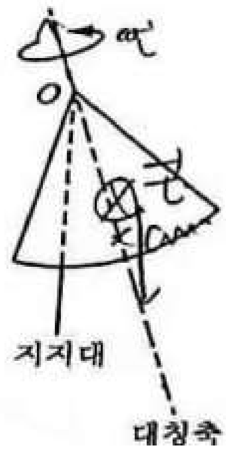
34. 반지름 R. 질량 M의 당구공을 당구대로부터 높이 h에 있는 수평 방향의 큐 막대로 때린다. 구의 회전 관성 $\frac{2}{5}MR^2$일 때, 당구공이 미끄러질 없이 구르기 위한 높이 h를 구하라.

35. 수평면 위에서 자유롭게 움직일 수 있는 질량 M인 빗면의 경사각이 θ이다. 빗면 위 높이 h에서 내리오는 질량 m, 반지름 r인 강체 원통을 고려하자.

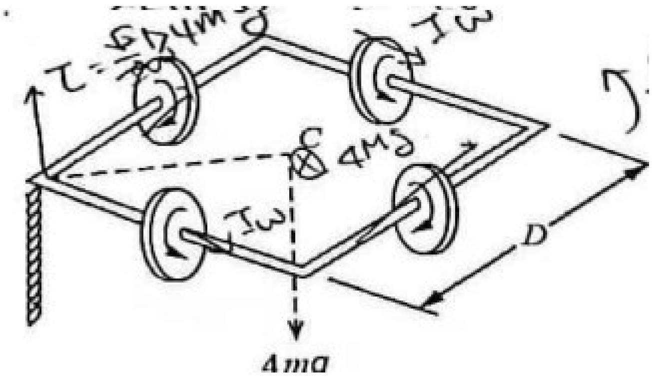


(a) 원통이 전혀 회전하지 않고 미끄러져 내려왔다면. 원통이 내려오는 동안 빗면은 얼마나 이동했겠는가?
(b) 이제 원통이 미끄러짐 없이 빗면을 굴러 내려오는 경우를 생각하자. 빗면은 얼마나 이동했겠는가?

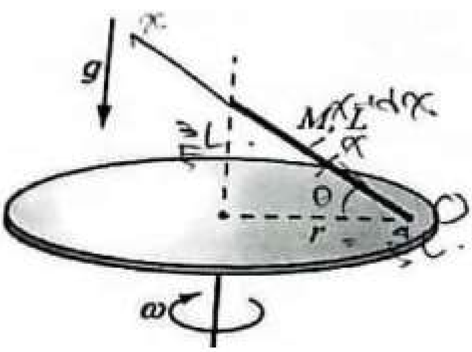
36. 원뿔의 정점을 지지 막대로 받치고 있는 경우를 생각하자. 이제 원뿔을 기울어진 대칭축에 대해 각속도 ω로 빠르게 회전시킨다. 원뿔은 ω와 같은 방향으로 세차 운동을 하는가? 아니면, 반대 방향으로 회전하는가?



37. 질량이 없는 정사각형 틀의 네 변에 그림과 같이 4개의 회전하는 원판이 끼워져 있다. 각 원판의 질량은 m, 회전 관성은 I_0, 회전 각속도는 w_0이다. 정사각형은 수평면 상에 놓여 있고, 한 꼭지점(O)을 중심으로 자유롭게 회전할 수 있다. 세차 운동의 각진동수는 얼마인가?

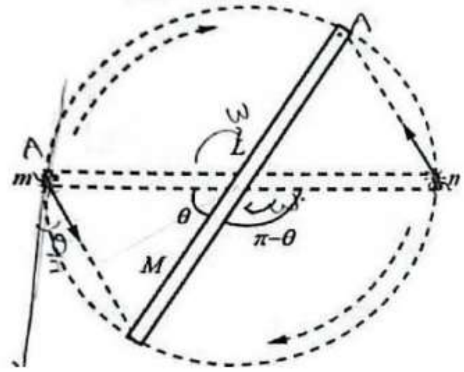


38. 수평 테이블이 일정한 각속도 w로 회전하고 있다. 길이 L. 질량 4인 균일한 막대가 원만 위에 그림과 같이 원판의 중심으로부터 거리 r=1/54인 지점에서 원판에 접촉하고, 다른 끝은 원판의 중심을 지나는 인직선위에 있도록 세워져 있다. 이 상태에서 막대가 쓰러지지않고 원판과 같이 돌고 있다. 원판의 회전 좌표계를 사용하여 다음 문제를 풀어라.



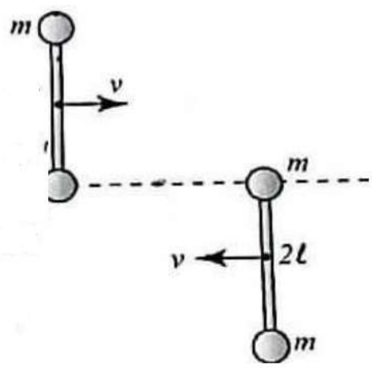
(a) 원심력의 유효 작용점은 막대와 원판의 접촉점에서얼마나 떨어져 있는가? L을 써서 답하라.
(b) 원판의 회전 각속도를 g, L로 표현하라.
(c) 막대가 원판에서 미끄러지지 않기 위해서는 막대와 판 사이의 정지 마찰 계수는 최소한 얼마가 되어야는가?

39. 곧고 균일하고 단단한 머리카락(질량 M. 길이 L)이 매끄러운 테이블 위에 놓여있다. 머리카락의 양쪽 끝에는 벼룩이 한 마리씩 앉아있다. 그림과 같이 벼룩이 동시에 같은 속도와 같은 각으로 뛰어서 서로의 위치를 바꾸었을 때, 막대가 돌아간 각은 $\pi-\theta$이다.



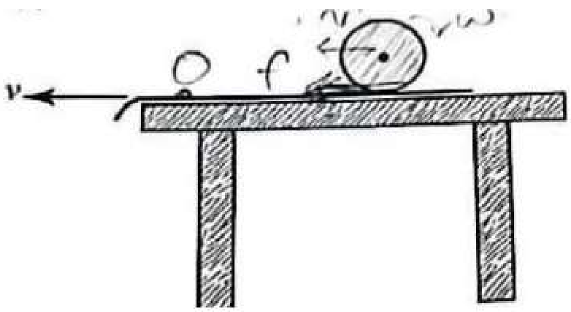
(a) θ가 만족하는 방정식을 구하라.
(b) 이러한 각 θ가 존재하기 위해서는 m과 M사이에는 어떤 관계가 성립해야 하는가?

40. 그림에 보인 바와 같이 두 개의 동일한 아령이 마찰이 없는 수평면 위에서 서로 v의 속력으로 다가오고 있다. 각각의 아령은 점 질량 m들이 길이 $2l$ 인 무게가 없는 막대로 연결되어 있는 것으로 가정할 수 있다. 초기에는 회전운동이 없다. 충돌이 탄성적이고 시간 t=0 인 순간에 충돌이 일어났다고 할 때 오른쪽으로 운동하는 아령의 질량중심의 속도를 시간에 대한 함수로 그래프로 표시하여라.

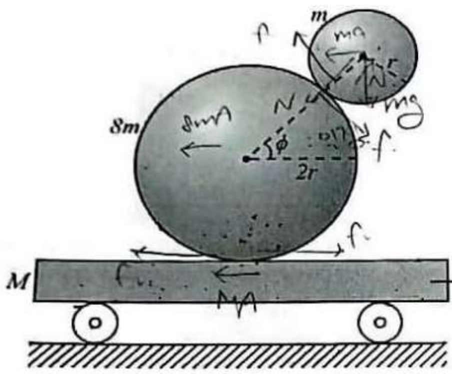


41. 동일한 두개의 작은 물체 A, B가 얼음 위에 놓여있다. 두 물체는 가볍고 팽팽히 당겨졌을 때 조금 늘어나는 탄성이 있는 길이 $\sqrt{2}L$인 끈으로 연결되어 있다. 시간 t=0일 때 A는 x=y=0에 정지해 있고, B는 x=L, y=0에서 y축 양의 방향으로 속도 V로 움직이고 있다. (a) t=2L/V, (b) t=100L/V일 때. A와 B의 속도와 위치를 구하여라.

42. 식탁보가 탁자위에 깔려있고 철공이 식탁보 위에 놓여있다. 식탁보를 한 쪽으로 실짝 당긴 후 놓았을 때 마칠에 의해 공이 운동을 하게 된다. 공이 미끄러지지 않고 구르는 상태가 되었을 때 공의 속도는 얼마가 되겠는가? (테이블이 매우 커서 공이 떨이지지 않는다고 가정한다.)

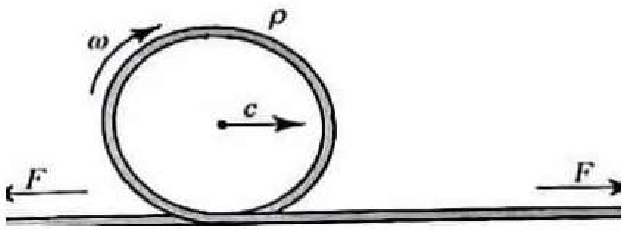


43. 물리학 묘기에서 반지름이 r, R=2r이고 밀도가 R=2r 같은 두 개의 공이 질량이 M. 길이 L인 수레의 가운대에 놓여져 있다. 공은 미끄러지지 않고 구른다. 수래는 수평 방향의 힘 F에 의해 그림에 있는 방향으로 끌려가고 있고, 두 공의 중심을 이은 선이 수평선과 이루는 각 ϕ가 일정하게 유지된다.



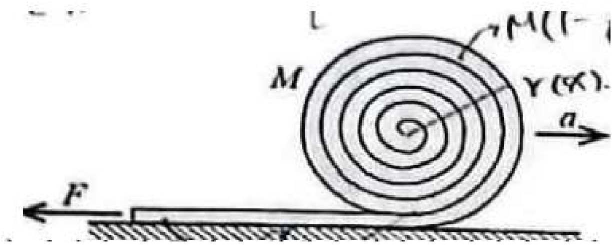
(a) 힘 F의 크기를 구하시오.
(b) 공이 수레에서 떨어질 때까지 걸리는 시간은?

44. 길고 무겁고 유연한 밀도 ρ인 밧줄이 일정한 힘 F에 의해 양쪽에서 잡아당겨지고 있다. 갑작스런 동작에 의해 줄의 한쪽 끝에 원형의 고리가 생겼다. 원형 고리는 횡파가 전파하는 것과 비슷하게 그림에서처럼 줄을 타고 속도 c로 진행 또는 굴러가고 있다.



(a) 원형 고리의 속도 c를 계산하여라
(b) 원형 고리의 반지름이 R일 때 에너지, 운동량, 각운동량을 구하여라.

45. 질량 M이고 길이 L인 소방호스가 반지름이 R ($R \ll L$)인 원통 모양으로 감겨있다. 호스가 초기속도 v_0(각속도 $\frac{v_0}{R}$)로 수평면 위에서 굴려졌다. 호스의 한쪽 끝은 땅의 한 점에 고정되어 있고 풀리면서 직선이 되게 된다.



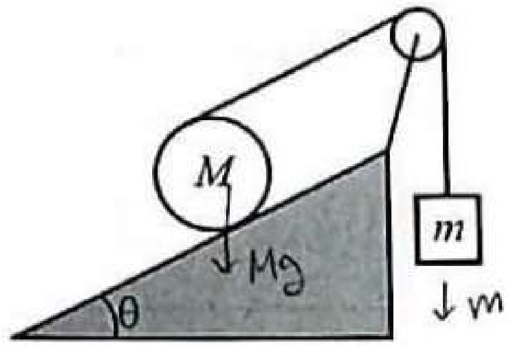
호스가 완전히 다 풀리기 위해서는 얼마의 시간이 걸리겠는가?(분석을 쉽게 하기 위해 $v_0 \gg \sqrt{gR}$을 가정하여 중력의 효과를 무시하고 호스가 유연하다고 가정 및 그것을 변형시키는데 드는 일, 공기의 마찰과 회전 마찰을 무시하라.)

46. 질량 M이고 반지름이 R인 정 N각형 판의 중심을 지나고 판에 수직한 축에 대한 회전 관성을 계산하라.(주의: 정육각형의 회전관성을 구하는 것이 아닌 정N각형의 회전관성을 구한다.)

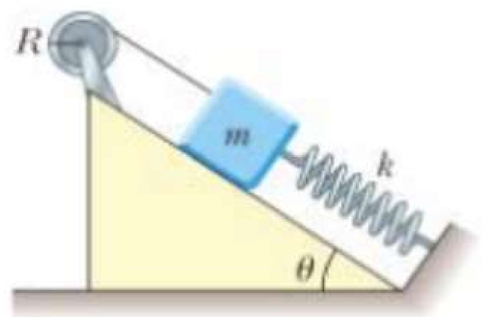
47. 그림과 같이 경사각이 θ인 빗면 위에 놓인 질량 M인 균일한 원통 둘레에 감긴 줄이고 도르래를 통하여 질량 m인 추와 연결되어 있다. 원통이 마찰없이 구른다고 가정하라.

(a) m의 가속도를 구하라.

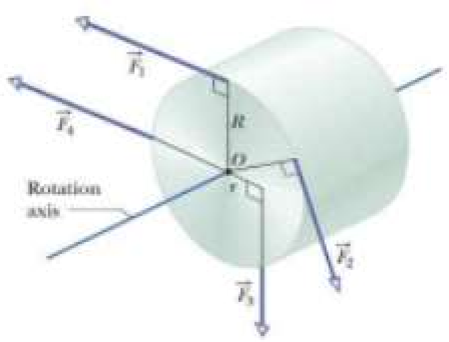
(b) 원통이 빗면을 따라서 굴러내려 가기 위한 M/m의 최솟값은?



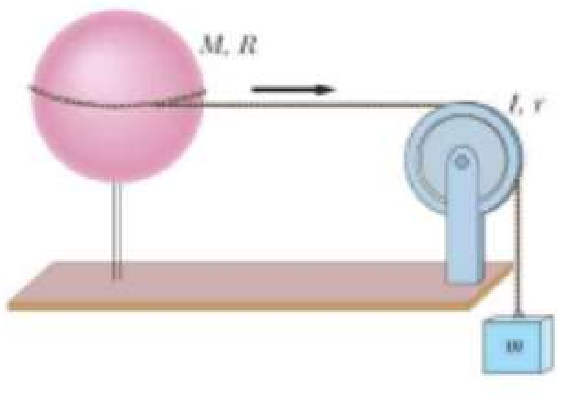
48. 다음 그림에서 줄을 감은 통의 반지름은 R이고, 관성 모멘트는 I이다. 통에 감긴 줄에 연결된 물체의 다른 끝은 용수철 상수가 k인 용수철에 연결되어 있다. 경사면이나 줄이 감긴 통은 마찰이 없다고 가정한다. 통을 반시계 방향으로 돌려서 줄을 감아 용수철이 변형되지 않은 위치로부터 d만큼 늘어나게 한 다음 통을 놓는다. 용수철이 평형 위치를 지날 때의 줄을 감은 통의 각속력을 구하라.



49. 아래 그림처럼 질량 2.0kg의 원통이 O를 지나는 중심축에 대해 회전하고, 그림처럼 다음의 네 힘이 작용한다.
$F_1 = 6.0N, F_2 = 4.0N, F_3 = 2.0N, F_4 = 5.0N, r = 5.0cm$ 이고 $R = 12cm$일 때 각가속도의 (a) 크기와 (b) 방향을 각각 구하여라. (회전하는 동안 힘은 원통에 대하여 계속해서 같은 방향으로 작용한다.)



50. 질량 $M = 4.5kg$, 반지름 $R = 8.5cm$의 균일한 공 껍질이 다음 그림처럼 마찰이 없는 수직축에 대해 회전한다. 공 껍질의 적도에는 질량을 무시할 수 있는 줄이 감겨서 회전관성 $3.0 \times 10^{-3} kg \cdot m^2$이고 반지름 $r = 5.0cm$의 도르래를 지나 질량이 0.60kg인 작은 물체에 연결되어 있다. 도르래 축에는 마찰이 없고 줄은 도르래에서 미끄러지지 않는다. 정지 상태에 있던 물체가 82cm를 떨어졌을 때 물체의 속력은 얼마인가? 에너지 보존법칙을 이용하여라.



51. 전기모터에서 회전자의 중심축에 대한 회전관성은 $I_m = 2.0 \times 10^{-3} kg \cdot m^2$이다. 이 모터는 우주비행선의 방향을 바꾸기 위해 사용한다. 이때 모터의 축이 우주비행선의 중심축과 나란하게 탑재되었다. 중심축에 대한 우주비행선의 회전관성은 $I_p = 12kg \cdot m^2$이다. 우주비행선이 중심축에 대하여 $30°$ 회전하기 위해서는 모터의 회전자는 몇 번이나 회전해야 하는가?

52. 런던탑에 걸려 있는 시계 빅벤(Big Ben)의 시침은 질량이 60.0kg, 길이가 2.70이고, 분침은 질량이 100kg, 길이가 4.50m이다. 회전축을 기준으로 두 침이 갖는 전체 각운동량의 크기를 계산하라. (여기서 두 침을 한 끝이 고정된 채로 회전하는 가늘고 긴 막대기로 간주할 수 있다. 시침과 분침은 일정한 비율로 각기 12시간과 60분마다 1바퀴씩 회전하는 것으로 가정한다.)

Ⅲ. 동역학 中 진동 - 20제

이번 챕터에서는 진동운동에 대하여 알아본다. 힘 문제인지 운동량 문제인지 굳이 따지자면 힘 쪽에 가깝기는 하지만, 에너지 보존법칙이 주요하게 쓰이면서 따로 유형을 분류해도 될 만큼 중요한 부분이기에 따로 분류하였다.

진동운동은 힘 또는 에너지로 해결하는데, 결국에는 주기를 구하는 것이 문제의 최종 목표이다. 두 유형 모두 간단하다.

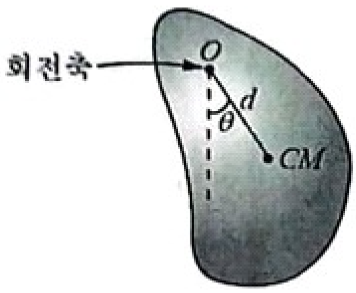
첫 번째로는 힘으로 해결하는 유형이다. 이 경우 미소 변위(혹은 각변위)를 준다. 미소 변위로부터 파생되는 힘의 복원력(즉, 복원력)을 "일차 근사"를 이용하여 구하고, 미소 변위(혹은 각변위)의 일차항의 계수를 유효 용수철 상수로 취급하여 주기를 구한다.

두 번째로는 에너지 보존 법칙으로 해결하는 유형이다. 이 경우 계의 운동에너지와 퍼텐셜에너지를 구하면 $\frac{1}{2}(\text{무언가1})x^2+\frac{1}{2}(\text{무언가2})v^2+(\text{상수})$꼴로 나타낼 수 있다. 이때, 무언가1은 유효 용수철 상수, 무언가2는 유효 질량으로 취급가능하며 이의 비율로 주기를 구할 수 있다.

각 유형마다 한두문제 정도 풀어보면 금방 감이 올 것이다.

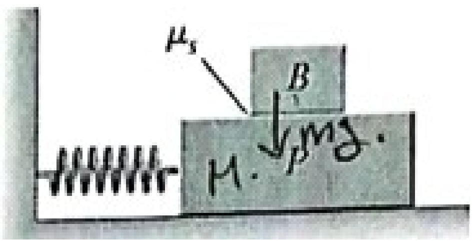
문제 유형	풀이 방법
힘 (1-10)	미소 변위에 대한 복원력을 "일차근사"를 통해 구하고, 그 계수를 통해 유효 용수철 상수로 구한다.
에너지 (11-20)	$\frac{1}{2}(\text{무언가1})x^2+\frac{1}{2}(\text{무언가2})v^2+(\text{상수})$ 에서 무언가1을 유효 용수철 상수, 무언가2를 유효질량을 취급하여 계산한다.

1. (a) 그림에 있는 물리 진자의 진동 주기를 구하라. 단, 질량 중심에 대한 회전관성은 I_{CM} 이고, 물리 진자의 질량은 m이다. d는 고정된 회전축 O와 질량 중심 CM까지의 거리이다.



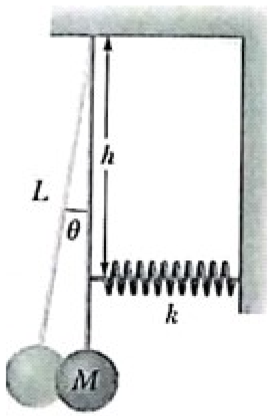
(b) 주기가 최소가 되는 d를 구하라.

2. 큰 블록 P가 마찰 없는 수평면에서 진동수 f로 단조화운동을 한다. 블록 B는 그림에 나타난 것처럼 그 위에 정지해 있고 둘 사이의 정지 마찰 계수는 μ_s이다. 블록이 서로 미끄러지지 않도록 할 때 계가 가질 수 있는 최대 진폭을 구하라.



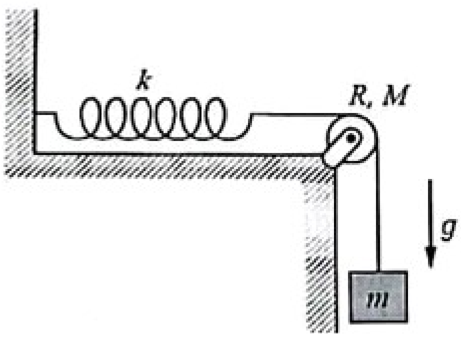
3. 각 변의 길이가 a인 정육면체 그릇 안에 밀도 ρ인 액체가 채워진 단진자가 있다. 정육면체는 줄에 의해 천장에 매달려 있고 정육면체의 중심에서 천장까지의 거리는 L_i이다.(단, $L_i \gg a$) 정육면체의 바닥에 구멍이 나서 질량이 $\alpha = \left|\frac{dM}{dt}\right|$의 일정한 비율로 감소한다. t=0일 때 정육면체를 흔들어서 진동을 시작하는 동시에 액체가 빠져 나가기 시작한다. 그릇의 질량은 무시한다. 시간 t일 때 진동 주기를 구하라.

4. 길이가 L, 질량이 M인 진자가 그림과 같이 그것이 매달린 점 아래 h인 곳에서 힘상수 k인 용수철과 연결되어 있다. 진폭의 작은 값에 대하여 계의 진동수는?

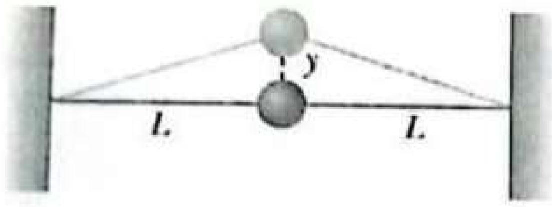


5. 질량이 m, 길이가 L인 널빤지가 한쪽 벽에 고정되어 움직일 수 있게 되어 있다. 다른 쪽은 용수철 힘 상수가 k인 용수철에 의해 지지되어 있다. 널빤지가 수평 위치로부터 작은 진폭만큼 진동할 때 각 진동수를 구하라.

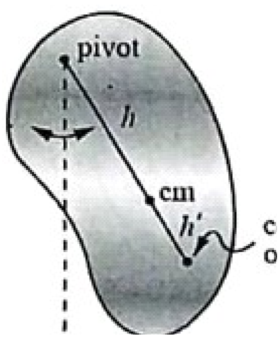
6. 다음 그림에서 도르래는 반지름 R, 질량 M의 균일한 원판이다. 물체를 살짝 당겼다가 놓았을 때 진동주기를 구하라. (주: 이 문제는 에너지 보존법칙으로도 풀 수 있는데, 계의 총 에너지가 $\frac{1}{2}(\text{무언가1})x^2 + \frac{1}{2}(\text{무언가2})v^2 + (\text{상수})$꼴은 아니다. 그 이유를 생각해보라.)



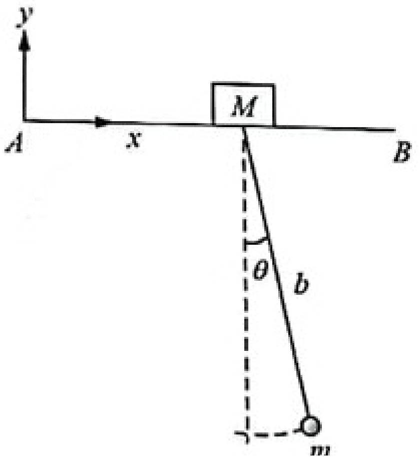
7. 질량이 m인 물체가 그림처럼 길이 L인 두 고무줄에 연결되어 있다. 각각의 고무줄의 장력은 T이다. 이 물체가 수직 방향으로 작은 진폭의 진동을 할 때, 계의 각진동수를 구하라. 단, 실의 장력은 변하지 않는다.



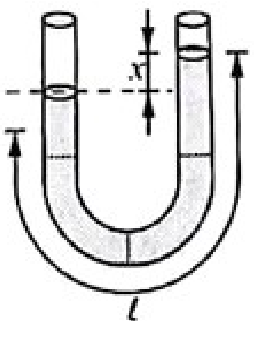
8. 모양이 불규칙한 물리진자의 pivot과 진동중심 사이의 거리를 구하라. 여기서 I는 pivot에 대한 회전 관성, h는 pivot에서 질량 중심까지의 거리이고, m은 물리 진자의 질량이다.(주: 진동중심이란 무엇인가?)



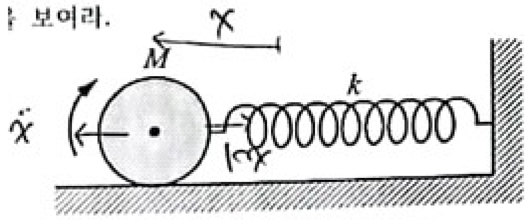
9. 그림과 같이 질량 m인 물체가 길이 b의 질량이 없는 가벼운 줄에 의해 질량 M인 물체에 매달려 있다. M은 선분 AB를 따라 마찰없이 움직이도록 제한되어 있다. 계가 진동하는 각진동수를 구하라.(Hint: 이 문제는 일차원 진동을 해결하면 간단하다.)



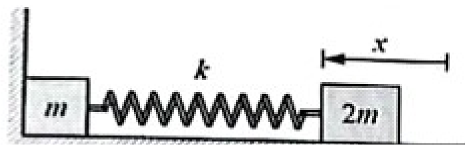
10. 그림과 같이 물이 U자관 속의 길이 l인 부분에 들어 있다. U자관 한 쪽의 물을 살짝 눌렀다가 놓아서 물이 U자관 내에서 진동하도록 한다. 진동 주기를 구하라.



11. 그림에서 용수철 상수 k인 용수철에 수평으로 연결된 속이 찬 원통이 수평면을 따라 미끄러짐 없이 구른다. 원통의 질량은 M, 반지름은 R일 때 원통이 진동하는 주기를 구하라.

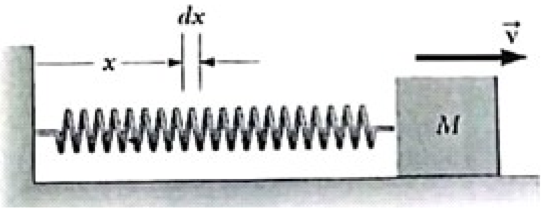


12. 다음 그림과 같이 놓인 두 물체가 있다. 용수철이 줄어든 길이가 x가 되도록 2m을 잡고 있다가 놓았다.



m이 벽에서 떨어진 후 m이 질량 중심에 대해 진동하는 진폭을 구하라.(주: 환산질량을 이용하라. 이물체계의 운동에너지는 $\frac{1}{2}\mu v^2 + \frac{1}{2}Mv_{cm}^2$이다.)

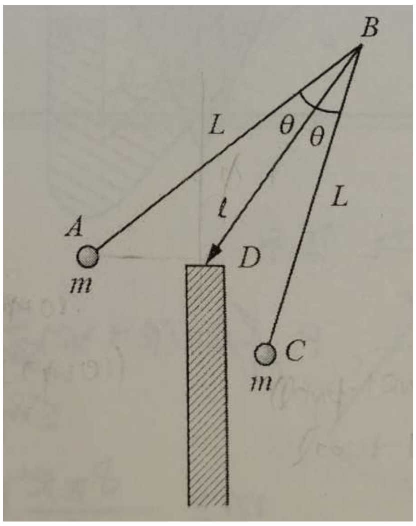
13. 질량 M인 물체가 질량 m, 힘상수 k, 자연길이 l인 용수철 끝에 매달려서 단진동을 하고 있다. 용수철의 모든 부분은 매 순간마다 동일한 위상으로 진동하고 있다고 가정한다. 또, 물체의 속도가 v일 때 벽으로부터 거리 x에 있는 점의 속도는 $\frac{x}{l}v$라고 하자. 계의 진동 주기를 구하라.



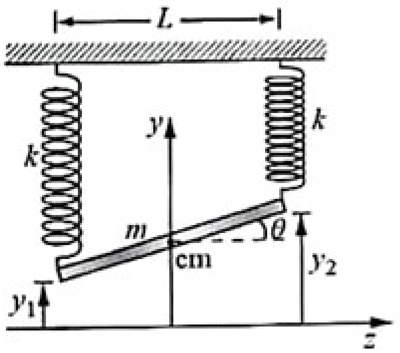
14. 질량 M, 반지름 R인 강체구가 반직름 5R인 원통형 용기의 안쪽 표면 위에서 움직이고 있다. 강체구가 평형점 근방에서 작은 진폭으로 진동할 때의 주기를 구하라.

15. 자연길이가 a인 12개의 용수철이 정육면체 모양으로 연결되어있으며, 각 꼭지점마다 질량이 m인 물체들이 연결되어 있다. 정육면체 모양의 계가 진동할 때, 계의 진동수는 $\sqrt{\frac{k}{m}}$의 몇 배인가?

16. 그림과 같이 길이 L, L, l인 가벼운 막대가 B점에서 서로 연결되어 있는 구조물을 생각하자. 길이 L인 두 막대의 끝점에는 질량 m인 물체가 매달려 있고, 길이 l인 막대의 끝점에는 질량 m인 물체가 매달려 있고, 길이 l인 막대의 끝점은 D점에서 지지된다. $\angle ABD = \angle CBD = \theta$로 고정되어 있고, 계 전체는 D점에 대해 자유롭게 회전할 수 있다. 계가 미소진동할 때 진동수와 안정 평형이 존재할 수 있는 l의 범위를 구하라.



17. 균일하고 가는 길이 L, 질량 m의 막대가 양쪽 끝에서 질량이 없고 용수철 상수가 둘 다 k인 두 줄에 의해 지지된다. 평형 상태에서는 그림과 같이 막대는 수평이다. 두 스프링이 연직 방향으로만 움직일 수 있다고 가정하고, 평형점 근방에서의 미소 진동을 고려하자. 고유진동수(대칭 모드와 반대칭 모드의 진동수)를 직관적으로 구하라.



18. 질량이 M인 블록이 탁자 위에 놓여 있다. 이 블록 위에 연직 방향의 가벼운 용수철의 하단 끝이 고정되어 있다. 용수철의 위쪽 끝에는 질량이 m인 블록이 고정되어 있다. 이 상단의 블록에 힘 3mg를 가하여 용수철을 4mg/k만큼 압축한 후, 정지 상태에 있다가 놓는다고 가정하자. 이때 아래쪽의 블록이 탁자로부터 떨어져 올라올 경우 아래쪽 블록이 가질 수 있는 최대 질량을 위쪽 블록의 질량 m으로 구하라.

19. 1차원 직선상에서 $V(x) = \dfrac{A}{x^2} - \dfrac{B}{x}$의 퍼텐셜 속에서 움직이는 질량 m인 입자를 생각하자. 평형점 근방에서 입자가 운동하는 각진동수를 구하라.

20. 입자가 $V(x) = -Cx^n e^{-ax}$로 주어진 퍼텐셜 속에서 움직이고 있다. 평형점 근방에서 입자가 작은 진동을 할 때 각진동수를 구하라.

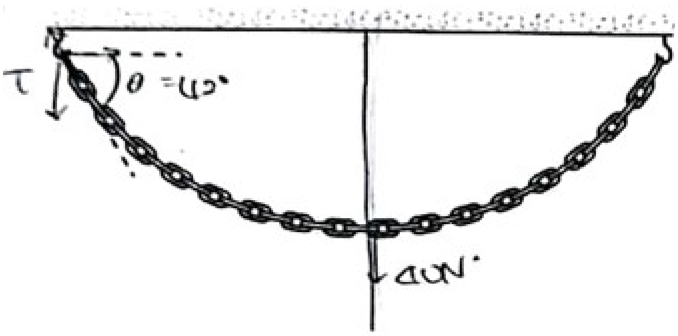
Ⅳ. 정역학 - 24제

이번에는 모든 물체가 정지해있는 역학 문제, 정역학 문제를 풀어보자.

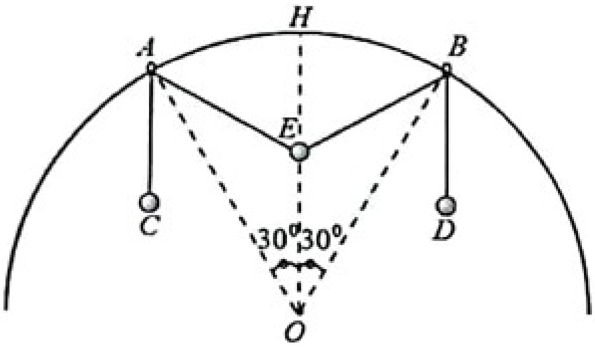
정역학 문제는 굉장히 단순하다. 무조건 힘 평형을 사용하여 풀며, 그 이외의 공식은 사용하지 않는다. 이때 미지수의 개수가 식의 개수보다 많은 문제가(흔히 말하는 미확정 문제) 등장하는데, 이 경우 돌림힘 평형을 쓰면 해결된다. 작년 통신교육 기출문제에 과제의 정역학 문제가(작년과 올해 같은 문제가 과제로 나왔다.) 그대로 출제되었으니 과제 문제를 한번쯤은 복습해보자.
(cf. 문제 수 비율을 보면 알겠지만 정역학 문제는 대다수 미확정 문제인 경우가 많다. 힘의 작용점에 대하여 자유물체도를 정확히 그리는 연습과 빠르고 정확하게 연립방정식을 해결하는 연습이 중요하다.)

문제유형	풀이방법
미지 힘 개수 = 식 개수 (1~4)	힘 평형
미지 힘 개수 > 식 개수 (미확정 문제) (5~24)	힘 평형+돌림힘 평형

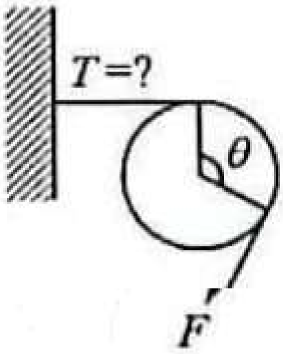
1. 그림과 같이 무게가 40.0N인 유연한 체인이 같은 높이에 박힌 두 걸이 사이에 걸려 있다. 각 걸이에서 체인의 접선은 수평선과 $\theta = 42.0^\circ$ 의의 각을 이룬다. (a) 각 걸이가 체인에 작용하는 힘의 크기와 (b) 중심점에서 체인의 장력을 구하라.



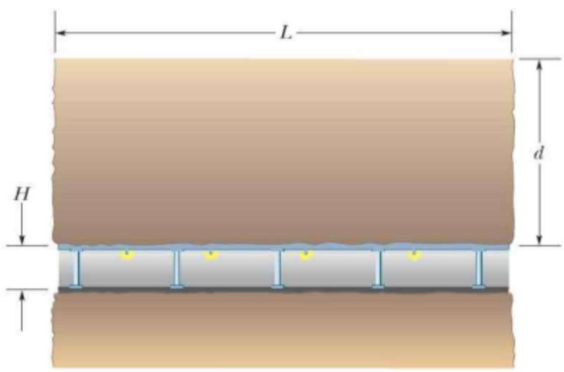
2. . 두 개의 아주 가벼운 반지가 축이 평면위에 고정되어 있는 철사로 만든 원형 고리를 따라서 미끄리질 수 있다. 매끄러운 줄이 두 반지에 꿰어져 있고 줄의 양쪽 끝과 두 반지 사이에 각각 3개의 물체를 매달고 있다.(즉, 그림의 C. E, D에는 각각 질량이 매달려 있다.) 두 반지가 최고점으로부터 각각 30°가 되는 지점에서평형을 이루었을 때, 세 질량 사이의 관계를 구하라.



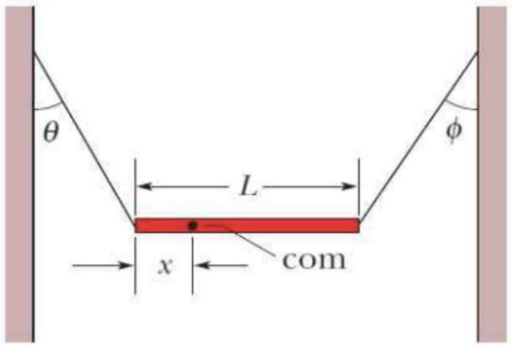
3. 한 쪽 끝이 벽에 고정된 줄이 바퀴에 각 θ를이루며 감겨 있다. 어떤 사람이 줄의 다른 쪽 끝을 그림과 같이 힘 F로 당기고 있을 때, 벽과 바퀴 사이의 장력을 F, θ, μ_s의 함수로 구하라. 단, μ_s는 줄과 바퀴 사이의 마찰 계수이고, 줄과 바퀴가 접촉한 모든 점에서 최대 정지 마찰력이 작용한다고 가정하라.



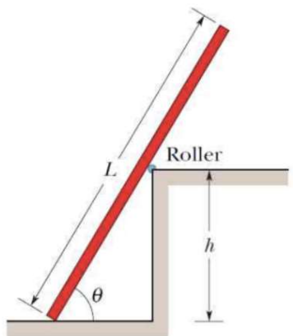
4. 다음 그림처럼 지하 $d = 60m$ 깊이에 길이 $L = 150m$, 높이 $H = 7.2m$, 폭 5.8m인 터널을 천장이 편평하게 파내려고 한다. 터널의 천장을 면적이 $960cm^2$인 정사각형 단면의 강철기둥들로 지탱하고자 한다. 흙 $1.0cm^3$당 질량은 2.8g이다. (a) 기둥들이 지탱해야 할 흙의 전체 무게는 얼마인가? (b) 각 기둥에 가해지는 압축력이 기둥의 한계강도 $(= 400 \times 10^6 N/m^2)$의 반이 되려면 몇 개의 기둥이 필요한가?



5. 불균일한 막대가 질량 없는 두 개의 줄에 의해 아래 그림과 같이 수평으로 매달려 있다. 두 줄이 수직방향과 이루는 각도는 각각 $\theta = 30.0^\circ$와 $\phi = 60.0^\circ$이다. 막대의 길이 L이 9.50m일 때 왼쪽 끝에서 질량중심까지 거리 x를 구하여라.(주: 작년 시험 앞부분에(아마도 1번) 나왔다.)



6. 아래 그림에서 길이 L이 6.1m이고 무게가 445N인 균일한 널빤지가 바닥과 높이 $h = 3.05m$인 벽 끝에 기대어 있고 벽 끝에는 마찰 없는 바퀴가 달려 있다. 이 널빤지가 $\theta \geq 70^\circ$일 때에는 평형 상태에 있지만, $\theta < 70^\circ$이면 미끄러진다. 널빤지와 바닥 사이의 정지마찰계수는 얼마인가?

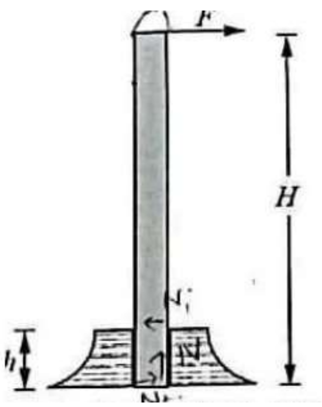


7. 길이 l, 질량 M인 사다리가 매끄러운 벽에 기대어 세워져 있다. 사다리와 수평면 사이의 각은 θ이다.

(a) 질량 m인 소방관이 바닥으로부터 사다리를 따라서 거리 x만큼 올라갔을 때 지면이 사다리에 작용하는 힘의 연직 성분과 수평 성분은 각각 얼마인가?

(b) 소방관이 d만큼 올라갔을 때 사다리가 미끄러진다면 지면과 사다리 사이의 정지 마찰 계수는 얼마인가?

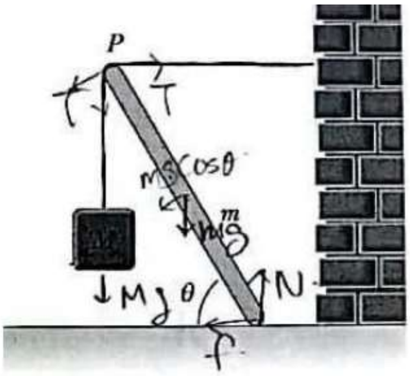
8. 단면이 정사각형인 높이 H의 기둥이 있다. 기둥의 아래 부분은 높이 h인 지지대 속에 있다. 기둥의 위 끝에 수평 방향 오른쪽으로 F의 큰 힘이 작용하고 있지만, 지지대에 의해 기둥은 연직 방향을 유지한다.



(a) 오른쪽 지지대가 기둥에 작용하는 힘의 크기와 방향을 구하라.

(b) 왼쪽 지지대가 기둥에 작용하는 힘의 크기와방향을구하라.

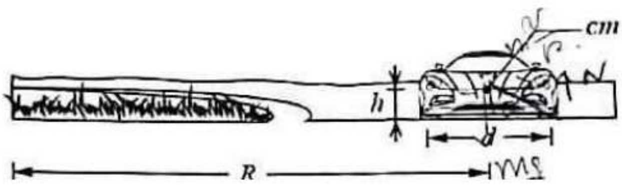
9. 그림과 질량 m인 균일한 막대가 수평면과 각 θ를 이루고 있다. 막대의 아래 끝은 거친 수평면 위에 놓여있고 위 끝에는 줄이 걸쳐져 있다.



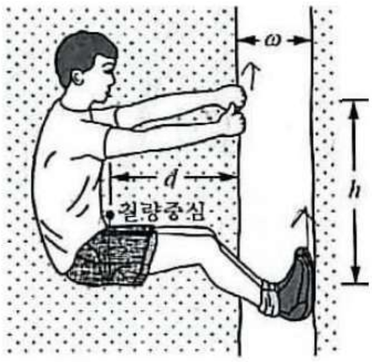
막대와 지면 사이의 정지 마찰 계수가 μ_s일 때 막대가 지탱할 수 있는 최대 질량 M을 구하라. 줄과 막대 사이의 마찰은 충분히 크다.

10. 경사각 θ인 도로를 달려 내려가던 자전거가 전방에 다리가 끊어진 것을 보고 자전거를 세우려고 한다. 자전거의 질량은 m이고 자동차가 평지 위에서 달릴 때는 자전거의 질량 중심은 지면에서 높이 h이고 앞바퀴의 중심축에서 수평 거리 d1, 뒷바퀴의 중심축에서 수평 거리 d2인 지점에 있다. 자전거가 뒤집히지 않으면서 감속할 수 있는 최대 가속도를 구하라.

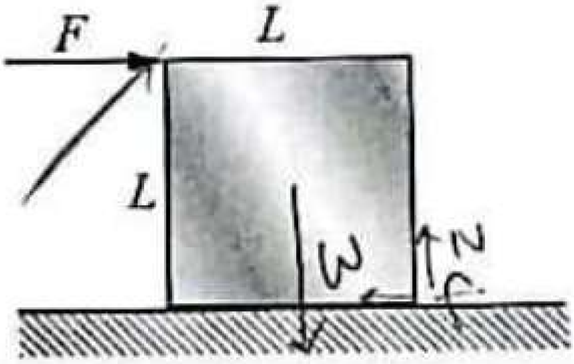
11. 곡률 반지름이 R인 수핑한 커브길을 자동차가 지나가고 있다. 자동차의 양쪽 바퀴 사이의 거리가 d, 질량 중심의높이가 h일 때 차가 전복되지 않으면서 낼수 있는 최대 속력을 구하라.



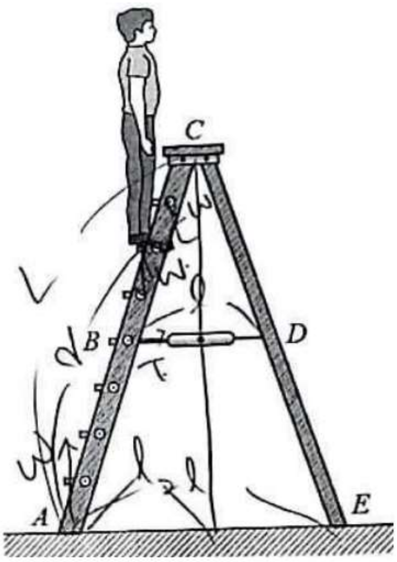
12. 다음 그림에서 바위를 타는 질량 m의 사람이 손으로 바위틈 한 쪽을 잡아당기고 발로는 바위틈 반대쪽을 누르면서 '뒤로 기대 오르기'를 하고 있다. 바위틈의 폭은 w이고, 사람의 질량중심은 바위틈에서 수평으로 d=2w의 거리에 있다. 정지마찰계수는 손과 바위 사이가 μ_1=0.45이고 신발과 바위 사이는 μ2=1.2이다. (a) 사람이 안정되게 있기 위해서 손과 발이 각각 수평하게 가해야 하는 최소한의 힘은 얼마인가? (b) (a)와 같은 힘의 경우 손과 발 사이의 수직거리 h는 얼마인가? 바위가 젖어서 μ1·μ2가 작아지면 (c) (a)의 답과 (d) (b)의답은 어떻게 달라지는가?



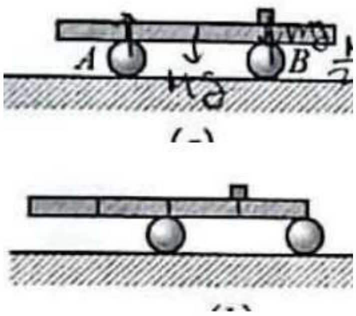
13. 정육면체 상자에 모래가 담겨 있고 무게는 W이다. 상자의 위 끝을 수평으로 밀어 상자를 굴리려고 한다. 이때 필요한 (a) 최소한의 힘은 얼마인가? (b) 상자와 바닥 사이의 최소한의 정지마찰계수는 얼마인가? (c) 상자를 굴릴 수 있는 더 효과적인 방법이 있다면 최소한의 힘을 구하여라. (귀띔: 상자가 막 넘어가려고 할 때 수직 항력은 어디에 작용하는가?)



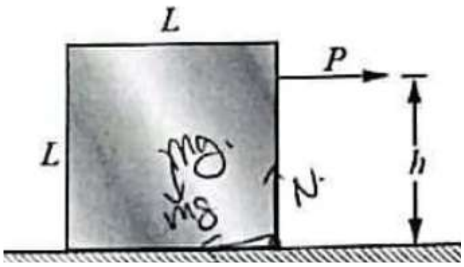
14. 다음 그림에서 사다리의 양쪽 길이 AC와 CE는 각각 L이고 C에서 경첩으로 연결되어 있다. 중간 지점에 있는 막대 BD는 길이 l의 이음막대이다. 몸무게 W의 사람이 사다리를 타고 d 올라갔다. 바닥은 마찰이 없다고 가정하고 사다리의 무게는 무시하여라. (a) 이음 막대에 걸리는 장력, 그리고 (b) 점 A와 (c) 점 E에서 바닥이 사다리에 가하는 힘을 각각 구하여라. (귀띔: 사다리의 일부분만을 따로 떼어 평형조건을 고려하여라.)



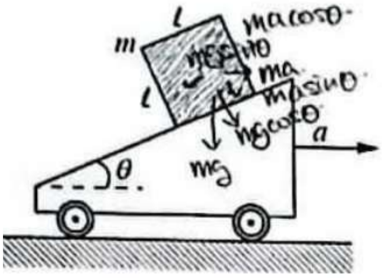
15. 그림 (a)에서 M의 균일한 막대가 두 개의 비귀 가운데에 놓여 있다. 막대에 표시된 수직선은 같은 길이를 나타낸다. 두 개의 선이 바퀴 바로 위에 있고 질량 m의음식동이 바퀴 바로 위에 있다. (a) 바퀴 A와 (b) 바퀴 B가 막대에 가하는 힘의 크기는 각각 얼마인가? 이제 막대가 왼쪽으로 굴러서 그림 (b)처럼 오른쪽 끝이 바퀴B의 바로 위에 있게 되었다. (c) 바퀴 A와 (d) 바퀴 B 가 막대에 가하는 힘의 크기는 각각 얼마인가? 다음에는 막대를 오른쪽으로 굴린다. 막대의 길이를 4e이라고하자. (e) 음식통과 바퀴 B 사이의 수평거리가 얼마일때 막대가 바퀴 A에서 떨어지기 시작하는가?



16. 각 변의 길이가 L인 균일한 정육면체가 수평한 마루 위에 놓여 있다. 물체와 마루 사이의 정지 마찰 계수는 μ_s이다. 수평 방향으로 끄는 힘 $\vec{P}$를 물체 옆면의 수직 중앙선 위에 있으면서 마루에서 h 되는 지점에서 그 면에 수직하게 작용한다. P의 크기를 서서히 증가시킬 때 물체가 (a) 미끄러지기 시작하거나 (b) 넘어지기 시작하기 위한 μ_s의 값은 각각 얼마인가?



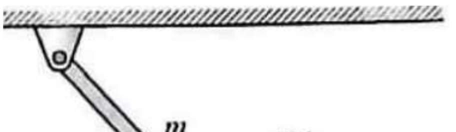
17. 다음 그림과 같이 경사각 θ인 빗면대 위에 질량 m이고 각 변 길이가 l인 균일한 정육면체가 놓여 있다.



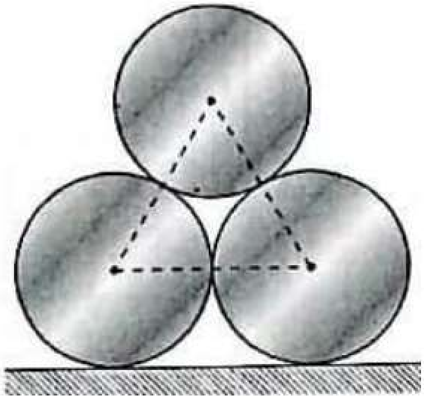
(a) 빗면대와 정육면체 사이의 정지 마찰 계수가 μ_s라고 하자. 빗면대를 그림에 표시한 방향으로 가속도 a로 잡아 당겼을 때 정육면체가 빗면대에서 미끄러지기 위한 a의 최솟값은 얼마인가? 단, $\tan\theta > \mu_s$이다.

(b) 이번에는 정육면체가 빗면대에서 넘어지는 가속도 a의 최솟값을 구하라. μ_s는 충분히 커서 물체는 미끄러지지 않는다고 가정하라.

18. 마찰이 없는 수평 테이블 위에 카드가 놓여 있고, 카드는 그림과 같이 경첩이 달린 질량 m의 막대에 불러 있다. 막대와 카드 사이의 정지 마찰 계수는 μ_s이고, 카드를 움직이기 위한 수평 방향의 최소힘 F가 알려져 있다. 막대가 수평면과 이루는 각 θ를 구하라.



19. 세 개의 동일한 원통이 그림과 같이 두 원통은 거친 표면위에 놓여 있고, 세 번째 원통이 그 위에 놓여있다. 세 원통의 중심축은 서로 평행하다. 원통과 지면 사이에 작용하는 힘이 연직 방향과 이루는 각의 최솟값은 얼마인가?

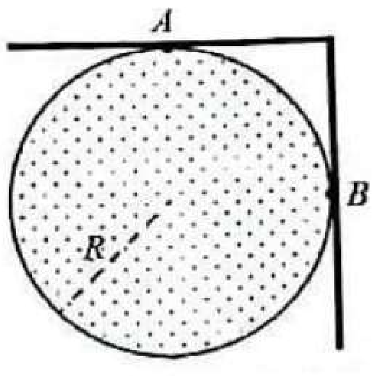


20. (a) 서로 다른 밀도를 가진 반지름 R의 두 개의 균일한 반구를 붙여서 만들어진 구가 수평면과 θ의 각을 이루는 경사면 위에 놓여있다. 이 구가 경사면 위에서 평형을 유지하기 위해서는 구의 질량 중심은 구의 기하학적 중심으로부터 최소한 얼마나 멀리 떨어져 있어야 하는가?

(b) 두 반구가 경사각 30°인 빗면 위에 있다면 구는 평형 상태에 정지해 있을 수 있는가?

21. 질량 m, 길이 l의 균일한 막대의 양쪽 끝을 검지 2개로 수평으로 받치고 있다가 중간에서 만날 때까지 천천히 두 손가락을 가까이 모은다. 손가락이 움직이는 동안 막대는 왼손에 대해서는 정지해있고 오른손에 대해서는 미끄러지다가, 다시 오른손에 대해서는 정지해있고 왼손에 대해서는 미끄러지는 운동이 번갈아가면서 일어난다. 정지마찰계수가 μ_s, 운동마찰계수가 $\mu_k(<\mu_s)$ 일 때, 손가락을 중간에 모을 때 까지 손을 움직이는 사람이 해야 하는 일은 일마인가? 중력 가속도는 g이다.(Hint: 두 번째 상황부터 무한히 반복되는 동작은 무한급수를 통해 수식화한다.)

22. 중심에서 정확히 직각으로 굽어진 막대가 반지름이 R인 수평으로 놓여있는 원통에 놓여졌다. 중력 가속도는 g이고, 막대의 길이는 4R, 질량은 2m이다.



(a) 막대가 원통 위에서 미끄러지지 않기 위해서 원통과 막대 사이의 정지마찰계수 μ는 일마나 커야 하겠는가? 단, μ<1로 가정하라.
(b) B에서 작용하는 마찰력이 연직 아래 방향일 수 있는가? 가능하다면, 이러한 일이 가능하기 위한 μ의 최솟값은 얼마인가?

23. 질량 m인 상자를 수직 벽에 대고 화살표 방향으로 힘을 주어서 움직이지 않게 하였다. 벽과 물체 사이의 정지 마찰계수는 $\mu_s < 1$이다. 상자를 지탱하는데 필요한 힘에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

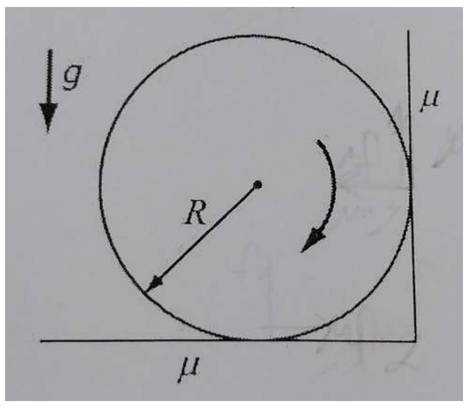
ㄱ. 힘과 연직방향 사이의 이루는 각이(이하 θ) 90°일 때 힘의 최솟값은 $\dfrac{mg}{\mu_s}$이다.

ㄴ. $\tan\theta = \mu_s$일 때 가장 작은 힘으로 지탱할 수 있다.

ㄷ. 힘의 최솟값은 $\dfrac{mg}{\sqrt{1+\mu_s^2}}$이다.

1) ㄱ 2) ㄴ 3) ㄷ
4) ㄱ, ㄴ 5) ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 그림처럼 방의 구석에는 반지름이 R이고 속이 빈 원통이 시계방향으로 회전하고 있다. 원통과 벽, 원통과 바닥 사이의 운동마찰계수는 모두 μ이다. 이 원통의 각가속도를 구하여라.



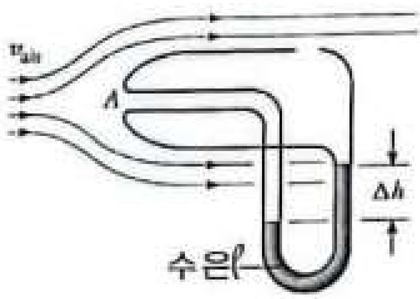
Ⅴ. 유체 - 21제

이번에는 강체가 아닌 유체의 운동에 대하여 분석한다. 다루는 물체의 종류가 바뀌었지만 전체적인 큰 틀은 변하지 않는다. 강체는 힘과 운동량이 메인이 되는 두 토픽이었다면, 여기서는 압력평형과 베르누이 방정식이 메인이 되는 두 토픽이다. 압력 평형은 강체에서의 힘 문제, 베르누이 방정식은 강체에서의 에너지 문제에 대응된다고 보면 되겠다.(cf. 강체에서 에너지 보존 법칙만을 사용하는 문제가 쉬웠듯이, 베르누이 방정식을 사용하는 문제도 쉽다.)

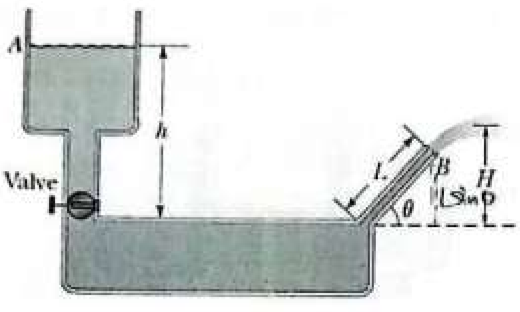
유체역학에서의 운동방정식은 나비에-스토크스 방정식이다. 하지만, 통신시험에서는 나비에-스토크스 방정식을 풀도록 요구하는 문제는 나오지 않는다. 즉, 강체로 따졌을 때 동역학 문제, 여기서는 유체가 흐를 때 사용하는 공식은 강체와는 다르게 오직 에너지 보존법칙에 해당하는 베르누이 방정식만 사용하며, 때에 따라 연속방정식을 가미하기도 한다. 정역학 문제에 해당하는 압력 평형 문제는 파스칼의 원리에 따라 ρgh를 사용하면 충분하다. 꼭 유체만 등장하지 않고 강체와 유체가 힘을 주고받을 때 강체의 운동에 대하여 물어보는 문제가 있는데, 익숙한 공식 ρgV나 압력의 정의를 사용하면 충분하다.

문제유형	풀이방법
동 유체역학 (1~11)	베르누이 방정식 (+ 연속방정식) or ρgV사용하거나 압력의 정의 사용
정 유체역학 (12~21)	파스칼의 원리에 따라 ρgh나 ρgV, 압력의 정의 사용

1. 피토관은 공기의 속도를 측정하는 장치로 정압과 총입력 시이의 치이를 이용해 측정을 한다. 관에 있는 유체가 밀도 ρ의 수은이고, 공기의 밀도가 ρ_{air}일 때 공기의 속력은 얼마인가? 점 A에서 공기의 속도가 0이라고 생각하라.



2. 그림과 같이 밸브(Valve)가 달린 물탱크를 생각하자. 밸브를 열었을 때 물이 올라가는 최고 높이 H는 얼마인가?



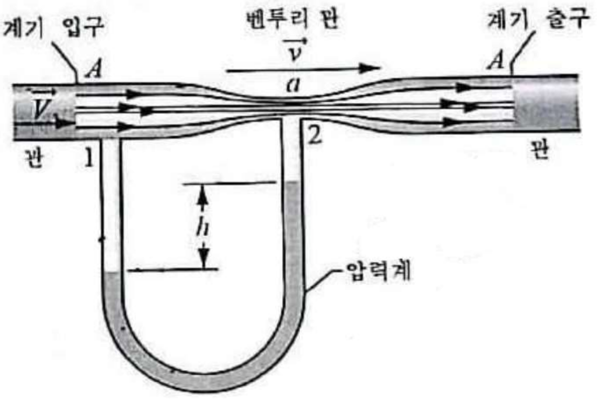
3. U자관의 양쪽이 다 열려 있고, 물이 들어 있다. 관의 오른쪽에 밀도가 ρ_0인 기름을 높이 L가 되도록 넣었다. 물의 밀도는 ρ_w, 공기의 밀도는 ρ_{air}이다.

그림 (c)처럼 오른쪽 관에는 어떤 공기의 흐름도 없게 하기 위해서 뚜껑으로 덮고 왼쪽에는 공기를 지나가게 해서 양쪽관의 유체의 높이가 같도록 만들었다. 이때 왼쪽 관에 지나가는 공기의 속도는 얼마인가?

4. 그림과 같이 실험용 보트를 그 아래쪽에 달린 날개를 이용하여 수면 위로 들어올리려 한다. 날개는 비행기의 날개와 같은 모양이고, 수평면에 투영된 면적은 A이다. 보트를 충분히 빠른 속력으로 끌 때, 밀도가 ρ인 물이 정상류의 형태로 흐른다고 하고, 날개 위쪽의 물의속력이 아래쪽의 속력 v_b보다 n배 빠르다고 하자.

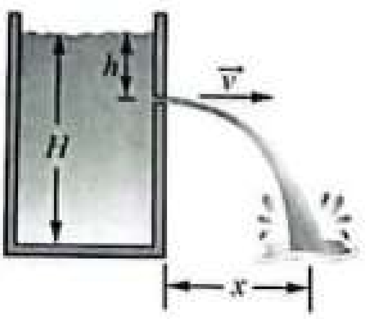
(a) 부력을 무시할 때, 날개에 물이 작용하는 위쪽 방향의 힘을 구하라.
(b) 보트의 질량이 M이라면 보트를 들어올리는 데 필요한 속력을 구하라.

5. (a) Venturi관이라고 불리는 이 계기는 다음 그림처럼 단면적이 A인 관 사이에 연결된다. 속력 V로 들어온 유체는 단면적이 a인 가운데의 가는 부분(목)을 지나면서 속력이 v가 된다. 입구 근처와 목 사이에는 압력계가 연결되어 있다. 유체의 속력이 변하면서 압릭이 Δp만큼 변하여, 압력계의 두 관 사이에 높이차 h가 발생한다(Δp는 목과 입구 사이의 압력차이다). 유체의 밀도가 ρ일 때 V는?



(b) 위의 그림처럼 U자과 압력계를 없애고 생각하자. $A=5a$이고 1에서의 압력이 p_1일 때, 2에서의 압력 $p_2=0$이 되는 A에서 속력 V를 구하라.

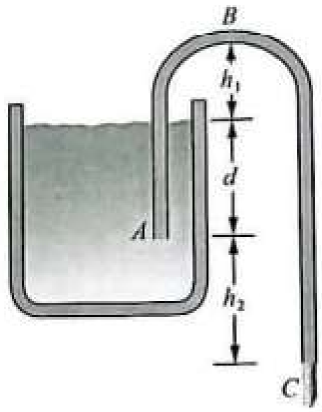
6. 높이 H까지 물이 차있는 물맹크의 벽(수면에서 깊이 h인 지점)에 구명이 풀려 있다.



(a) 물줄기가 땅에 닿는 지점과 물탱크의 바닥 모서리 사이의 거리를 구하여라.

(b) 다른 깊이에 구멍을 뚫어 물줄기가 같은 거리에서 땅에 닿도록 할 수 있는가? 그것이 가능하다면, 그 깊이는 얼마인가?

7. 그림은 통에 담긴 액체를 빨아내는 사이펀이다. ABC관을 액체로 한 번 채우기만 하면 통 안에 있는 액체의 높이가 관의 입구 A와 같아질 때까지 액체가 계속해서 흘러나간다. 액체의 밀도가 ρ이고 점성은 무시할 수 있다.

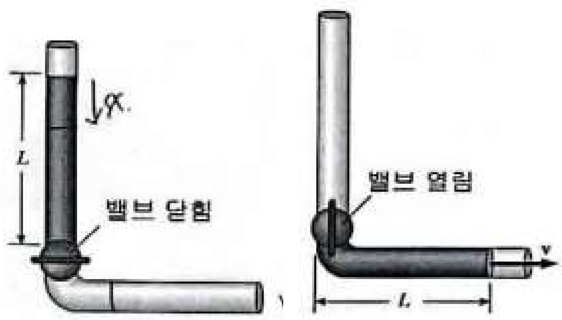


(a) C에서 액체가 나오는 속력은 얼마인가?

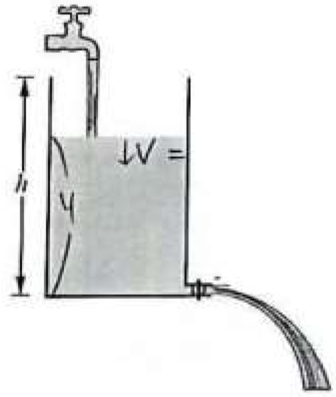
(b) 대기압이 p_0이면 관의 꼭대기 B에서의 액체의 압력은 얼마인가?

(c) 이론적으로 사이펀이 물을 빨아올릴 수 있는 최대 높이 h_1은 얼마인가?

8. 비압축성이고 점성이 없는 유체가 처음에 왼쪽 그림처럼 연직인 관에 있다가 밸브를 열어서 오른쪽 그림과 같이 수평인 관으로 흘러 들어간다. 수평관에서 유체의 속력을 구하라. 중력가속도는 g이다. (주: 왼쪽 그림에서 오른쪽 그림으로 넘어가는 시간도 구해보자.)



9. 단면적이 일정하고 높이 h인 통 위에 있는 수도꼭지를 틀었을 때 시간 T_1만에 통이 채워진다. 수도꼭지를 잠근 후에 통 아래에 있는 마개를 열었을 때 시간 T_2만에 통이 비워진다.



(a) 수도꼭지를 틀어놓고 통 아래 있는 마개도 열어 놓았을 대 통에 든 물이 x_e의 일정한 높이를 유지했다면 x_e는 무엇일까?

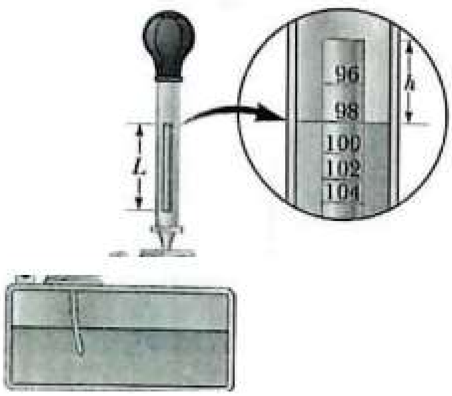
(b) 처음 통이 빈 상태에서 수도꼭지를 틀고, 통 아래의 마개를 열었다고 하자 T_2가 주어져 있을 때, 통의 물이 넘치는 T_1의 최댓값은 얼마인가?

10. 6번을 다시 생각해보자. 물줄기가 가장 멀리 가도록 하려면 어느 위치에 구멍을 뚫어야 하는가? (주: 문제는 간단하지만, 이 문제 유형에 대한 식에 익숙해지면 좋다.)

11. 높이가 h이고 단면적이 A이며, 밀도가 물의 0.4 배인 원통이 있다. 처음에 원통의 윗면이 수면과 일치하도록 물에 완전히 잠겨 있다가 평형상태가 될 때까지 천천히 올라가게 하였다. 원통이 뜨는 동안 부력이 한일은 얼마인가? 물의 밀도는 ρ_w이다.

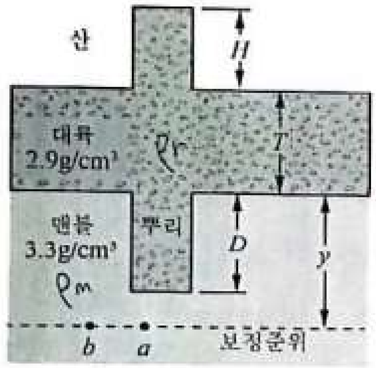
12. 다음 그림에서 슈퍼맨은 길이 l=12.0m의 빨대를 이용해서 그릇에 담겨 있는 차가운 물을 마시려 하고 있다. 빨대는 충분히 강해서 찌그러지지 않는다고 할때, 슈퍼맨이 최대의 강도로 빨아올리면 물을 마실 수 있는가? 그 이유를 설명하라.

13. 다음 그림은 액체의 밀도를 재는 액체 비중계 (hydrometer)를 보여준다. 주사기에 달려 있는 고무공을 눌렀다가 놓으면 밀도를 재고자 하는 액체를 빨아 올린다. 주사기 인에는 밀도가 ρ_0, 길이가 L인 눈금자가 들어 있다. 그림과 같이 액체 밖으로 나와 있는 눈금자의 길이가 h이면 액체의 밀도는 얼마인가?

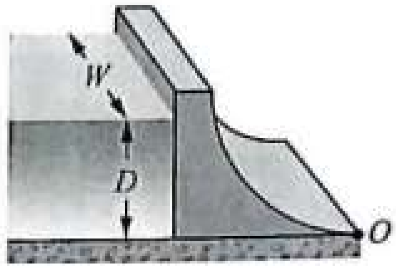


14. 높이에 따른 대기압의 변화가 $P = P_0 e^{-\rho_0 gz/P_0}$임을 보여라. 단, z는 지면으로부터의 높이, P_0는 지면에서 대기압, ρ_0는 지면에서 공기의 밀도이다. 공기는 등온 변화하는 이상 기체로 생각하라.

15. 지질학적 분석에서 지구 깊은 곳에 수평의 보정 준위를 설정하고 거기에서의 입력이 넓은 시역에서 걸쳐 똑같으며, 그 압력은 보정준위 위에 농인 물질에 작용하는 중력에 의해 주어진다고 가정할 수 있다. 그러면 보정준위에서의 압력은 유체 압력의 계산식으로부터 구할 수 있다. 이런 모형에 의하면 산은 그림처럼 밀도가더 큰 맨틀 안으로 박힌 뿌리가 있어야 한다. 높이 H의 산이 두께 7의 대륙 위로 솟아 있는 경우를 고려해 보자. 대륙의 암석은 밀도가 ρ_r이고, 아래에 있는 맨틀의 밀도가 ρ_m일 때 이 산의 뿌리 깊이 D를 구하여라.

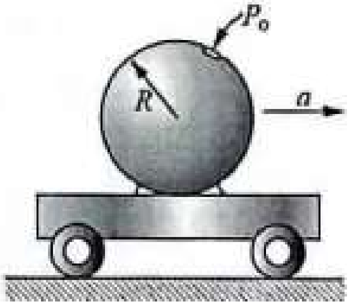


16. 그림처럼 폭이 W인 댐의 상류 쪽에 H 깊이로 물이 차 있다.

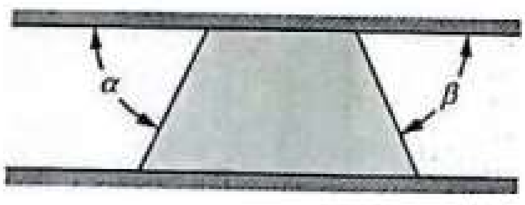


(a) 물의 계기압력으로부터 댐에 작용하는 알짜 힘을 구하고 (b) 그 힘에 의해 생기는 알짜 토크를 점 O를 지나고 댐의 폭에 평행인 축에 대해 구하여라. (c) 토크의 모멘트팔을 구하여라.

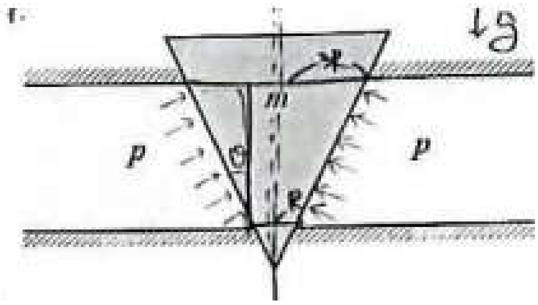
17. 지름 d인 유리구가 수레에 고정에 고정되어 가속도 a로 움직인다. 유리구 안에는 밀도 ρ의 액체가 차 있는데 작은 기포가 하나 들어 있고 기포의 압력은 대기압 p_0와 같다. 구의 중심에서 압력을 구하라.



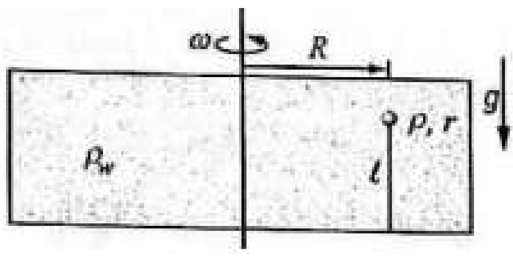
18. 질량이 m인 피스톤이 수평한 관 안에 놓여 있다. 피스톤 양쪽에서 액체의 압력은 P이다. 그림과 같이 피스톤이 양쪽 면이 수평과 이루는 각이 α, β일 때 피스톤의 가속도 a를 구하라.



19. 그림과 같이 원뿔형 마개가 두 개의 구멍을 막고 있다. 액체의 압력은 p이고 두 구멍의 반지름은 각각 R. 3R이다. 마개가 빠지지 않기 위한 최소 질량 m을 구하라.



20. 아래의 그림과 같이 원통 모양의 그릇이 물(밀도 ρ_w)로 완전히 채워져서 연직 방향 중심축에 대해 회전하고 있다. 반지름이 r이고, 밀도가 $\rho(<\rho_w)$인 플라스틱 구슬이 원통의 회전 중심축으로부터 R인 곳에 길이가 l인 줄에 의해 바닥에 묶여 있다. 원통이 회전하자 구슬이 h만큼 가라앉았다면, 원통의 회전수는 얼마인가? 중력가속도는 g이고, 원통 안의 매질은 모두 같은 각속도로 회전한다고 하자.



21. 반지름이 a이고 높이가 h인 원통형 통의 2/3가 밀도 ρ인 액체로 채워져 있다. 통을 연직 방향 중심축에 대해 각속도 ω로 회전시킨다. 모든 표면장력 효과를 무시하였을 때, 통 밖으로 액체가 넘치지 않을 최대의 회전각속도 ω_{max}를 구하시오. 중력 가속도는 g이다.

VI. 열역학 - 35제

열역학 문제의 특징은 어떤 유형의 문제인지 명확하게 구분된다는 점이다. 열역학 문제 중 대표적인 유형에는 팽창, 열효율, 이상기체, 열전도, 엔트로피, 복사 등이 있다. 여느 때와 마찬가지로 열역학 문제에는 6가지 유형만 있다고 속단하면 안 된다. 두 가지 이상의 유형이 혼재할 수 있기에 많은 문제를 접해보며 이에 대한 대비를 해야 한다.

문제유형	사용 공식
팽창 (1~10)	열팽창계수의 정의 (미분꼴과 근사꼴 모두!)
열기관 (11~17)	등온, 등압, 등적, 단열 과정에서의 일 공식, PV 그래프와 TS 그래프에서 넓이가 의미하는 바
이상기체 (23~33)	PV=nRT, Q=U+W
열전도 (18~22)	$\frac{dQ}{dt} = kA\frac{T_h - T_c}{l}$
엔트로피 (34~35)	$dS = \frac{dQ}{T}, S = k_b \ln\Omega$
복사	슈테판 볼츠만 법칙

1. 하나는 단열된 판 위에 올려져 있고, 다른 하나는 단열된 끈으로 매달려있는 똑같은 금속구를 생각해보자.

두 구의 정압 열용량이 C_V이고, 처음 반지름은 r, 질량은 m, 선팽창 계수가 α라고 하자. 중력 가속도가 g일 때 두 구의 유효 열용량을 각각 구하라.

2. 20.0℃에서 속이 빈 알루미늄 원통의 깊이가 20.0cm, 용량은 2.00L이다. 원통 속에 송진을 가득 채워 80.0℃까지 서서히 가열한다. (a) 얼마만큼 송진이 넘쳐 흐르는가? (b) 80.0℃에서 원통에 남아 있는 송진의 부피는 얼마인가? (c) 이 송진의 양과 함께 원통을 다시 20.0℃까지 식히면 송진의 표면이 원통의 테두리로부터 얼마나 내려가는가? (단, 알루미늄의 평균 선팽창계수는 $24.0 \times 10^{-6}\ {}^{\circ}C^{-1}$, 송진의 평균 부피팽창계수는 $9.00 \times 10^{-4}\ {}^{\circ}C^{-1}$이다.)

3. 한 학생이 강철 줄자를 가지고 놋쇠(brass)로 이루어진 막대의 길이를 측정하고 있다. 온도는 $20.0\ {}^{\circ}C$이다. 측정 결과는 95.00cm이다. 줄자와 막대가 다음 온도에 놓여 있을 때 줄자로 막대를 측정한 길이를 구하라. 강철의 선팽창 계수는 $11 \times 10^{-6}({}^{\circ}C)^{-1}$이고, 놋쇠의 선팽창 계수는 $19 \times 10^{-6}({}^{\circ}C)^{-1}$이다.

(a) -15.0’C

(b) 55.0’C

4. 부피 팽창 계수가 β인 액체가 처음 온도 T_i에서 부피 V_i인 구형 그릇에 들어 있다. 그릇은 선팽창 계수가 α인 물질로 이루어져 있고 그릇의 위쪽으로는 단면적이 A인 원기둥이 달려 있다. 온도가 ΔT만큼 올라갔을 때 액체가 기둥 속에서 올라가는 높이 Δh를 구하라.

5. 선팽창 공식 $L_f = L_i(1+\alpha\Delta T)$은 α가 작을 때 유용한 근사식일 뿐이다. 선팽창 계수를 미분을 써서 정의하고 이로부터 α가 일정할 때 맞는 길이 팽창 공식을 유도하라.

6. 어떤 실험에서 작은 방사선샘을 매우 느린 속도로 움직여야 한다고 하자. 그림처럼 방사선샘을 선팽창 계수 α, 비열 c인 알루미늄 막대의 한쪽 끝에 달고 막대의 가운데를 가열하면 원하는 움직임을 얻을 수 있다. 막대에서 가열되는 부분의 길이가 d이라면, 방사선샘이 v의 속도로 움직이기 위해 막대의 가운데 부분의 온도변화율은 얼마이어야 하는가?

7. ΔT만큼 온도가 올라가면 가운데에 흠집이 있는 막대가 위로 휜다. 막대의 양 끝은 거리 L_0인 두 벽에 고정되어 있고, 막대의 선팽창 계수는 α이다. 중앙에서 막대가 올라가는 높이 x는 얼마인가?

8. 길이가 같고 온도가 T인, 알루미늄, 인바(invar), 강철로 만든 세 개의 곧은 막대가 있다. 이 막대들을 꼭지점에서 핀으로 고정시켜 정삼각형을 만들었을 때, 인바 막대 맞은편의 각도가 $\theta(<60^\circ)$이려면 온도를 얼마나 올려야 하는가? 알루미늄의 선팽창 계수는 α_A, 인바는 α_I, 강철은 α_S이다.

9. 온도가 T인 강철 막대의 양 끝을 고정시킨 다음에 냉각시켰다. 막대의 열팽창 계수가 α이고, 인장강도(막대를 잡아 당겨서 끊어질 때 단위 면적당 힘)가 S이며, 영률은 E이다. 막대가 끊어지려면 온도를 얼마나 낮추어야 하는가?

10. 다음 그림과 같이 선팽창 계수가 α_1, α_2이고, 길이가 L_1, L_2인 두 막대를 연결하여 길이 L이 되도록 하였다. 전체 막대의 유효 팽창 계수가 α가 되도록 하려면 L_1, L_2는 각각 얼마가 되어야 하는가?

11. 두 개의 일원 T_1과 $T_2(>T_1)$사이에서 작동하는 열기관이 있다. 이 열기관이 고일원에서 Q_h의 일을 흡수하여 외부에 한 일이 W이다.

(a) 우주의 엔트로피 변화량 ΔS_U를 계산하라.

(b) 두 열원 사이에서 작동하는 이상적인 카르노 기관이 하는 일 W_{car}을 구하라.

(c) 위의 열기관과 카르노 열기관이 한 일의 차이 $\Delta W = W_{car} - W$가 $T_1 \Delta S_U$와 같음을 보여라.

12. 그림과 같이 n몰의 단원자 분자 이상 기체가 두 번의 등적 과정과 두 번의 등온 과정을 거치는 Stirling 기관을 생각하자.

(a) 한 번의 순환 과정에서 기관이 한 일을 구하라. n. R. T_i로 답하라.

(b) 기관의 효율을 구하라

13. 비열비가 γ인 기체가 그림과 같은 순환 과정(디젤 순환 과정)을 따른다. C→D와 A→B과정은 단열과정이다. 이 기관의 효율을 $\gamma, T_A, T_B, T_C, T_D$를 써서 구하라.

14. 가솔린 기관의 작동은 그림의 순환과정으로 표현된다. 상태 1의 온도는 T_1이고, 기체의 비열비는 γ이다. 단, $V_3 = 4V_2 = 4V_1$이다.

(a) 상태 2, 3, 4의 온도와 압력을 p_1, T_1, γ로 표현하라.
(b) 이 기관의 효율을 구하라.

15. 어떤 Carnot 기관이 T_1과 T_2의 온도 사이에서 동작된다. 이 기관의 일을 그림과 같이 온도 T_3와 T_4 사이에서 작동하는 Carnot 냉동기관에 공급한다. $\dfrac{Q_3}{Q_1}$을 T_1, T_2, T_3, T_4로 나타내어라.

16. 어떤 열기관의 순환 과정이 다음 그림과 같이 T-S 도표에 표시되었다. 이 열기관의 효율은 얼마인가?

17. 첫 번째 열기관의 방출열이 두 번째 열기관의 흡수열로 공급되는 두 기관 장치를 만들었다고 생각해 보자. 이것을 우리는 두 기관이 직렬로 작동한다고 한다. e_1과 e_2가 두 기관의 효율을 각각 나타낸다고 하자.
(a) 두 기관이 한 전체의 일을 첫 번째 기관으로 흡수된 열 에너지로 나눈 값으로 정의된 이 두 기관 장치의 전체 효율을 구하라.
(b) 두 기관을 카르노 기관이라고 하자. 기관 1은 온도 T_h와 T_i 사이에서 작동하고 기관 2에 있는 기체의 온도는 T_i와 T_c 사이에서 변한다. 결합된 기관ㄴ의 효율은 온도들의 항으로 무엇인가? 하나의 기관보다 두 개의 기관을 사용함으로써 알짜 효율을 개선시킬 수 있는가?
(c) 직렬로 연결된 두 개의 각 기관이 같은 일을 하려면 중간 온도 T_i는 어떤 값을 가지겠는가?
(d) 직렬로 연결된 두 개의 기관이 각각 같은 효율을 가지려면 중간 온도 T_i는 어떤 값을 가져야 하는가?

18. 그림과 같이 길이 L인 긴 원통 껍질의 안쪽 반지름이 a, 바깥쪽 반지름이 b이다. 안쪽 표면은 온도 T_a로 유지되고, 바깥쪽 표면은 온도 $T_b(< T_a)$로로 유지되며 두 반지름 사이의 부분은 열전도율이 k인 물질로 이루어져 있다. 안쪽 표면에서 바깥쪽 표면으로 단위 시간당 전달되는 열량을 계산하라.

19. 그림 (a)처럼 동일한 두 금속막대를 용접하여 왼쪽은 T_1, 오른쪽은 T_2가 되도록 하였더니 평형상태에서 $\varDelta t$의 시간 동안 $\varDelta Q$의 에너지가 전달되었다. 두 막대를 그림 (b)처럼 용접한다면 $\varDelta Q$의 에너지가 전달되는 데 걸리는 시간은 얼마인가?

20. 어떤 물체와 주위 사이의 온도차 $\varDelta T(=T_{물체}-T_{주변})$가 크지 않다면 물체의 온도 변화율은 대릭 온도차에 비례한다. 즉,

$$\frac{d\varDelta T}{dt} = -A\varDelta T \qquad \text{(단, A는 상수)}$$

이다. 이 식을 Newion의 냉각법칙이라 한다.
(a) A는 이떤 요인에 의존하는가? 차원은 무엇인가?
(b) t=0에서 온도 차이가 $\varDelta T_0$였다면 시간 t일 때 온도 차이를 구하라.

21. 그림은 네 겹으로 이루어진 벽의 단면이다. 에너지 전달이 정상상태를 유지할 때 경계면 온도 T_{34}는 얼마인가? T_{12}, T_{23}를 쓰지 말고 나타내어라. $T_1 > T_2$이고, 벽의 단면적은 A이다.

22. 반지름 R, 길이 l이고 열전도도가 k인 원통형 막대가 곡면을 통한 열손실을 막기 위해 단열되어 있다. 막대의 한쪽 끝은 온도 T_h의 열저장고에, 다른 쪽 끝은 $T_c(< T_h)$의 열저장고에 접촉되어 있다. 막대와 열저장고 계의 엔트로피 증가율 $\left(\frac{dS}{dt}\right)$은 얼마인가?

23. 공기가 내부에 없을 때 질량이 200kg인 열기구가 있다. 열기구 풍선 외부 공기의 온도는 $10.0^\circ C$이고, 압력은 101kPa이다. 그리고 풍선의 부피는 $400m^3$이다. 이 풍선을 띄우기 위해서 풍선 안의 온도를 몇 도로 가열해야 하는가?($10.0^\circ C$에서 공기 밀도는 $1.25kg/m^3$이다.)

24. 이상 기체가 그림과 같은 변화과정을 따라 A에서 B로 변할 때 5.79kJ의 열을 흐부한다. A→B 과정은 반원이다. 기체의 내부 에너지 변화량을 구하라.

25. 다음 그림과 같이 밀폐된 용기안에 단원자 분자로 된 1mol의 이상 기체가 들어있다. 이 용기의 단면적은 A이고 내부의 피스톤은 용수철에 연결되어 있고, 마찰 없이 움직일 수 있다. 용수철 상수는 k_s이고, 자연 상태에서의 길이 2l에서 l만큼 수축 외더 있다. 기체 상수는 R이다.

(a) 처음 상태에서 기체의 온도는 얼마인가?
(b) 용기를 천천히 가열하여 기체에 Q의 열량을 공급하였따. 이 기체의 온도는 얼마로 되겠는가? 용수철과 요기의 열팽창은 무시하고 용수철 상수 k_s는 온도에 무관하다고 하자.

26. 기체 1과 2가 들어 있는 두 그릇의 부피가 각각 V_1, V_2이고 압력은 P_1, P_2(단, $P_1 > P_2$)이다. 두 그릇의 온도는 각각 T_1, T_2이다. 그릇의 온도를 일정하게 유지하면서 두 그릇을 연결한 밸브를 열면 기체의 최종 압력은 얼마가 되는가?

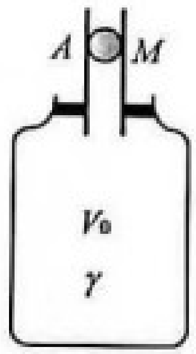
27. 어떤 이상 기체의 온도가 부피에 따라서 $T = T_0 + a V^n$(단, a, T_0는 양의 상수이고, n은 1보다 큰 정수이다.)으로 변하는 변화 과정을 생각하자. 기체의 변화 과정에서 기체가 얻을 수 있는 압력의 최소값은 얼마인가? 기체의 분자수는 N이다.

28. 양 끝이 막힌 연직 방향 원기둥 속에 같은 오도, 같은 몰 수, 같은 종류의 두 기체가 자유롭게 움직일 수 이쓴 피스톤에 의해 나누어져 있다. 처음 위쪽 깇는 아래쪽 기체보다 부피가 k배 컸다. 두 기체의 절대 온도를 두 배로 올렸을 때 위쪽 기체의 부피는 아래쪽 기체의 몇 배가 되는가? 중력 가속도는 g이다.

29. 그림과 같이 단열된 막대와 피스톤으로 연결된 세 개의 방에 기체가 들어 있다. 각 기체는 처음에 동일한 온도 T에 있었다. 가운데 방을 온도 T', 오른쪽 방을 온도 T''으로 가열하고 왼쪽 방을 온도 T로 유지하였다면, 나중 계의 압력 p'은 얼마인가?

30. 두 개의 원통형 그릇을 그림과 같이 뒤집힌 U자 모양 막대로 연결된 피스톤 2개로 덮었다. 결과적으로, 두 피스톤 아래의 부피는 항상 서로 같다. 처음 상태에서 양쪽 기체는 각각 온도 T에 있었고 왼쪽 기체의 압력이 p였다. 왼쪽 기체의 온도를 2T로 올리고, 오른쪽 기체의 온도는 T를 유지하였을 때, 왼쪽 기체의 새로운 압력 p'을 구하라. 대기압은 p_0이고, 피스톤의 질량은 무시할 수 있다.

31. 이상 기체가 부피 V_0인 큰 병에 담겨 있다. 병의 끝에는 단면적 A인 유리관이 있고, 유리관 속에서는 질량 M인 쇠구슬이 딱 맞게 놓여 있다. 병의 평형 상태의 압력은 구슬의 무게 때문에 대기압 p_0보다 약간 크다. 구슬이 약간 평형 위치를 벗어나면, 마찰을 무시할 때 단조화 운동을 한다. 기체의 상태가 준정적인 단열과정이라고 하고, γ가 비열비일 때 문제에 주어진 양들로 진동수를 구하라.



32. 비열이 c이고 질량이 m인 시료가 온도 T_i에서 온도 T_f로 데워진다. 이 시료가 열원에서 열 에너지를 점차적으로 흡수해서 점차로 높은 온도, 즉 $T_i+\delta$, $T_i+2\delta$, ... , T_f가 된다고 생각해 보자. 이 시료의 엔트로피의 변화를 구하라.

33. 25번을 다시 생각해보자. 기체의 몰비열은 얼마인가?

34. 동일한 세 방을 가진 상자에 N개의 기체 분자가 들어 있다.
(a) 첫 번째 방에 n_1개, 두 번째 방에 n_2개, 세 번째 방에 n_3의 공이 있는 배열에 대한 상태수를 구하라.
(b) 모든 분자가 상자의 세 방에 고르게 있을 배열 A와 모든 분자가 상자의 반쪽 부분에 고르게 있을 배열 B에 대해서, A와 B의 상태수의 비는 얼마인가?
(c) N이 100일 때, (b)의 값을 계산하여라.(100은 3의 배수가 아니기에 배열 A를 만들 때 34개의 분자는 세 개중 한 방에 넣고 다른 방에는 각각 33개씩 넣는다.)

35. 정십이면체로 만든 두 개의 주사위가 있다. 각 면에는 1에서 12까지의 숫자가 한 번씩 쓰여 있다 이 주사위를 던져서 나오는 눈의 합을 보는 놀이를 한다. 두 눈의 합이 3이 나오는 경우의 엔트로피에 대한 9가 나오는 경우의 엔트로피의 비$\left(\frac{S_9}{S_3}\right)$는 얼마인가?

Ⅶ. 파동 - 29제

파동 문제의 경우 진행파와 정상파, 그리고 소리로 나뉜다. 진행파는 매질을 따라 파동이 진행하는 문제를 가리키고, 정상파는 마디와 배가 존재하여 파장 혹은 진동수를 물어보는 문제, 소리로는 간섭 & 맥놀이 문제나 도플러 효과, 충격파 등을 말한다.

보통 진행파는 속력이 문제의 요점으로 다루어지는데, 줄을 따라 진행하는 파동의 경우 속력 공식에 익숙해지면 여러 상황에서의 물리량을 계산하기 수월할 것이다.

문제유형	풀이방법
진행파 (1~9)	직접 수식 정리하는 경우는 직접 계산 or 줄을 따라 움직이는 파동의 경우 $\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ 사용
정상파 (10~14)	이 경우도 직접 수식 정리하는 경우는 직접 계산 or 마디와 배를 정확히 표시하는 것이 중요하다. 마디와 배를 알아내면 파장을 알아낼 수 있고, 파동의 속력을 구함으로써 진동수를 구한다.
소리 (15~29)	경로차를 구할 때 2배를 하지 않는다는 등의 실수를 하지 않도록 주의 & 도플러 효과는 앞뒤로 움직일 때만 발생함을 염두에 둘 것 & 충격파는 $\sin\theta = \frac{\text{소리의속도}}{\text{물체의속도}}$

1. 팽팽한 줄 위를 진행하는 파동의 파동함수는 $y(x,t) = (0.350m)\sin\left(10\pi t - 3\pi x + \frac{4}{\pi}\right)$이다.

(a) 파동의 속력과 이동 방향을 구하라.

(b) 줄 요소의 최대 횡속력을 구하라.

2. 질량이 m, 길이가 L인 줄이 연직 방향으로 매달려 있다.

(a) 줄을 통해서 전달되는 횡파가 줄을 횡단하는 데 걸리는 시간은 얼마인가?

(b) 줄의 아래 끝에서 중간까지 가는 데 걸리는 시간은 얼마인가?

3. 선 밀도 μ인 줄을 따라서 변위가 $y = A_0 e^{-bx}\sin(kx - wt)$로 주어지는 감쇠 파동이 전달된다. 위치 x에서 단위 시간당 줄을 통해서 전달되는 일률을 $P(x)$라 하면, $\frac{P(x)}{P(0)}$를 구하라.

4. 질량이 m, 길이가 L인 줄이 연직 방햐으로 매달려 있다. 줄의 아래 끝에서 출발한 횡파가 줄을 횡단하는 데 걸리는 시간의 절반 동안 이동하는 거리는 얼마인가?

5. 길이 L인 줄이 장력 T에 의해 양끝이 고정되어 $x=0$에서 $x=L$까지 펼쳐져 있다. 줄의 선밀도는 $x=0$에서는 μ_0이고, $x=L$에서는 μ_L로 그 사이에서는 거리에 비례하여 증가한다. 줄의 한 끝에서 생겨난 횡파가 반대쪽 끝까지 전달되는 데 필요한 시간을 구하라.

7. 같은 진동수의 세 개의 사인모양 파동이 +x축 방향으로 줄을 따라 진행한다. 이들의 진폭이 각각 y_1, $\frac{y_1}{2}$, $\frac{y_1}{3}$이고 위상 상수는 0, $\frac{\pi}{2}$, π이다. 합성파동의 진폭과 위상 상수를 구하라.

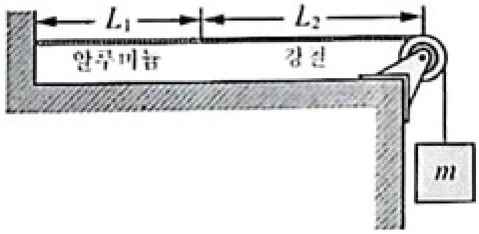
6. 각진동수 w, 진폭 A인 사인모양 파동을 선밀도 μ, 장력 τ인 줄에 보낸다. 하나의 줄에 두 파동을 동시에 보낸다면 위상차가 0.5π일 때 파동이 전달하는 평균 에너지 전달률을 구하라.

8. 위아래로 진폭 A로 움직이는 막대가 긴 수평줄의 한 끝에 사인모양의 횡파를 만들었다. 막대의 운동은 각진동수 w로 반복된다. 줄의 선밀도는 μ, 장력은 τ이다. 줄을 따라 전달되는 일률의 최댓값과 그때의 횡변위, 최솟값과 그때의 횡변위를 구하라.

9. 야구공과 골프공의 내부에 사용하는 고무줄은 넓은 영역에서도 $Hooke$의 법칙을 잘 만족한다. 길이 l, 질량 m인 작은 고무줄이 늘어나지 않은 상태에 있다. 고무줄의 용수철 상수는 k이고, 힘이 작용하여 $\varDelta l$만큼 늘어나 있다. 횡파가 고무줄의 한 끝에서 다른 끝까지 진행하는 데 걸리는 시간이 $\varDelta l \ll l$이면 $\frac{1}{\sqrt{\varDelta l}}$에 비례하고, $\varDelta l \gg l$이면 상수임을 보여라.

10. 서로 반대 방향으로 진행하는 동일한 두 파동이 더해지면 합성파는 정상파가 된다. 하나의 파동이 $y_1 = Asin(kx - wt)$일 때, 반대쪽으로 진행하는 동일한 파동은 $y_2 = Asin(kx + wt)$로 쓸 수 있다. 두 진행 파동을 더하여 정상파의 파동함수를 구하고 마디의 좌표를 구하라.

11. 길이 $L_1 = 60.0cm$, 단면적 $1.00 \times 10^{-2}cm^2$, 밀도 $2.60g/cm^3$인 알루미늄선이 동일한 단면적을 가지고, 밀도가 $7.80g/cm^3$인 철선에 연결되어 있다. 철선에는 그림처럼 질량 $m = 10.0kg$인 추가 매달려 있고, 연결점으로부터 도르래까지의 거리는 $L_2 = 86.6cm$이다. 외부에서 가변 진동수로 추를 진동시킨다고 하자.



연결점이 마디가 되는 최저 진동수와 이 때 관찰되는 마디의 수를 구하라.

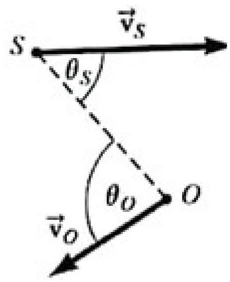
12. 동일한 진폭의 두 진행 파동이 합성된 정지파를 생각해 보자. 고리 하나당 정지파의 최대 운동에너지를 구하라. 단, μ는 줄의 선밀도, y_m는 정지파를 만드는 두 진행 파동의 진폭, f는 진동수, v는 진행 파동의 속력이다.

13. 양 끝이 열린 관을 두 조각으로 잘랐더니 한 조각에서는 기본 진동수가 f_1이고, 다른 조각에서는 기본 진동수가 f_2가 되었다. 원재 자르기 전의 기본 진동수는 얼마이겠는가?

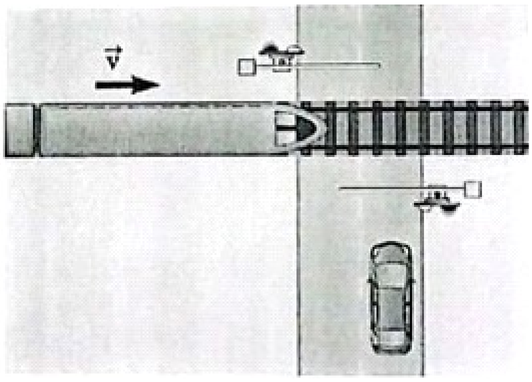
14. 길이가 L이고 양끝이 묶인 연속적인 줄의 초기 조건이 $\dot{q}(x,0)=0$, $q(x,0)=Asin\left(\frac{3\pi x}{L}\right)$로 주어졌다. $q(x,t)$를 구하라. 단, 줄의 장력은 τ, 선밀도는 ρ이다.

15. 초음속 전투기가 지면과 평행하게 날고 있다. 지면에서 서 있는 관찰자가 전투기가 바로 머리 위헤 있을 때 로켓이 발사되는 것을 보고 난후 10초 후에 비행기 소리의 충격파를 듣고 다시 2.80초 후에 로켓 발사음을 들었다면 비행기의 속도는 마하 몇인가?

16. 그림과 같이 음원의 속도가 $\overrightarrow{v_s}$, 관측자 (O)의 속도가 $\overrightarrow{v_O}$이고 음원과 관찰자를 연결한 선분이 각각의 속도 벡터와 이루는 각이 각각 θ_S, θ_O인 상황을 생각하자. 음원에서 나오는 소리의 진동가 f_S, 소리의 속력이 v일 때 관측자가 듣는 소리의 진동수는 얼마인가?



17. 그림과 같이 건널목 앞 30.0m 거리에 서 있는 자동차에 타고 lT는 사람이 경적을 울리면서 지나가는 기차를 본다. 기차의 속력이 $25.0m/s$, 경적 소리의 진동수가 $500Hz$일 때 기차가 건널목에서 40.0m 앞에서 낸 소리를 자동차에 탄 사람이 들을 때의 진동수는 얼마인가?

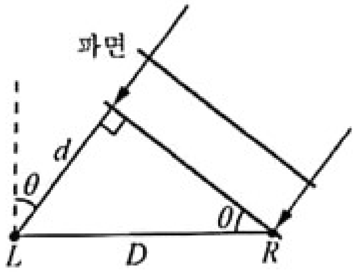


18. 두 스피커가 동일한 진동자에 의해 800Hz의 동일한 위상으로 구동되고 있다. 두 스피커는 서로 마주보며 1.25m 떨어져 있다. 두 스피커를 잇는 선상에서 압력 진폭이 상대적으로 극소가 되는 점들을 구하라.(단, 소리의 속력은 343m/s이다.)

19. 고에너지 입자가 투명한 매질에서 그 매질 속 빛의 속력보다 더 빠르게 이동하면 충격파가 생성된다. 이 현상을 체렌코프 효과라고 불린다. 원자로가 물웅덩이로 차폐되어 있는 경우 체렌코프 복사선이 물을 통해 움직이는 전자의 높은 속력으로 인하여 원자로 중심부 부근에 푸른 불꽃으로 보인다. 특수한 경우에 체렌코프 복사선은 꼭지 반각이 53.0°인 파면을 형성한다. 물 속에서 전자의 속력을 구하라. 물속에서 빛의 속력은 $2.25 \times 10^8 m/s$이다.

20. 같은 진동수 f를 내는 두 스피커를 연결하는 직선 상에서 한 소년이 일정한 속력 v로 한 스피커에서 다른 스피커를 향하여 걸어간다. 소리의 속력은 u이다. 소년은 매초당 몇 번의 강한 소리를 듣는가?

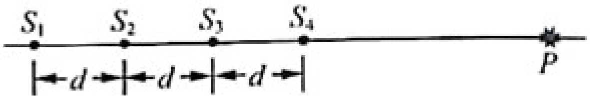
21. 인간의 뇌가 음원의 방향을 탐지하는 수단 중 하나는 음원에 가까운 귀에 도달하는 소리와 먼 귀에 도달하는 소리 사이의 시간 간격 Δt이다. 음원이 멀리 떨어져 있어서 귀에 도달하는 파면이 거의 평면파이고, 두 귀 사이의 간격이 D라고 하자.



오른쪽 방향에 음원이 있을 때, 물속에서 측정한 시간 간격으로는 마치 앞쪽으로 각도 θ 방향에 음원이 있는 것처럼 착각하게 된다. 각도 θ를 공기 중 음속 v와 물속에서의 음속 v_w로 나타내어라.

22. 그림처럼 두 개의 독립적인 음원 S_1, S_2가 있다. 음원은 파장이 $\lambda = 0.50m$인 음파를 방출하며, 서로 1.75m 떨어져 있다. 음파 검출기를 두 음원의 중간을 중심으로 하는 원 위에서 이동시킬 때 두 음파의 위상이 동일한 점과 반대인 점의 개수를 각각 구하라.(주: 위상이 동일하다고 보강 간섭이 나타날까? 종파의 특성을 고려해보라.)

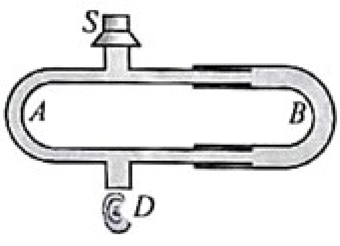
23. 그림처럼 동일한 음원이 x축을 따라 일정한 간격 d로 떨어져 있다. 각각의 음원은 동일한 파장 λ와 동일한 진폭 s_m의 음파를 같은 위상으로 방출한다. 음파가 x축 위의 점 P로 이동할 때 진폭의 감소는 무시한다. 그림에서 d가 (a) $\lambda/4$ (b)$\lambda/2$ (c)λ일 때 P점에서 파동의 진폭은 각각 s_m의 몇 배인가?



24. 파장이 λ인 음파가 그림에 보인 관에 들어간다. 일부는 관을 따라 직진하고 일부는 반원의 관을 따라서 전파한다. 반원으로 움직인 음파는 직선으로 움직인 음파와 만난다. 음파가 다시 만나게 되면 위상차가 발생한다. 감지기에서 최소 신호가 들리는 가장 작은 반지름 r은 얼마인가?

25. 한 소녀가 동쪽으로 v의 속력으로 움직이는 기차의 열린 창 앞에 앉아 있다. 소녀의 삼촌은 선로 옆에 있고 기차가 멀어지는 것을 보고 있다. 기관차가 진동수 f의 기적을 울린다. 음속은 u이다. 삼촌과 소녀가 듣는 진동수를 각각 구하고, 동에서 서로 바람이 v의 속력으로 불 때 그 값의 변화를 조사하여라.

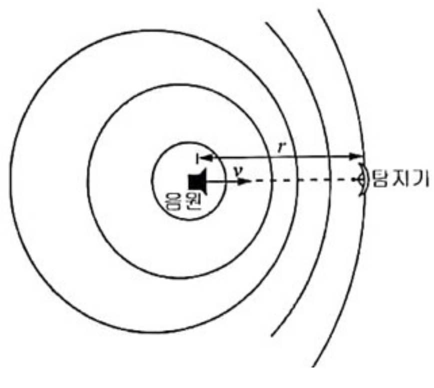
26. 그림은 공기로 채워진 음향간섭계이다. S는 진동막이고 D는 귀나 마이크 같은 음향탐지기이다. 경로 SBD는 가변이지만, 경로 SAD는 고정되어 있다. D에서 경로 SBD를 따라오는 음파가 경로 SAD를 따라오는 음파와 간섭한다. D에서 음의 세기는 B의 한 위치에서 최소값 100단위를 가지고 B를 움직이면 계속 증가하다가 B가 1.65cm만큼 이동했을 때 최대값인 900 단위를 갖는다.



(a) 음원이 내보내는 소리의 진동수를 구하라.
(b) D에서 SAD 파동과 SBD 파동의 진폭비를 구하라.

27. 다섯 개의 다른 진동수를 갖는 소리굽쇠를 가깝게 서치하여 진동시켰다. 진동수가 서로 어떻게 다른가에 따라, 소리굽쇠를 두 개씩 동시에 진동시켰을 때 생기는 맥놀이 진동수 종류의 최대값과 최소값을 각각 구하여라.

28. 다음 그림과 같이 탐지기를 향해 일정한 속도 v로 움직이는 진동수 f_0의 음원이 있다. 어떤 순간 음원과 탐지기 사이의 거리가 r이다. 매질은 균일한 공기이고, 음속은 u이다.



지금 현재(음원과 탐지기 사이의 거리가 r일 때) 탐지기를 지나는 파면은 음원이 더 멀리(탐지기로부터 거리 R) 있었을 때, 나온 소리이다. R을 구하라.

29. 28과 같은 상황에서, 음원이 일정한 일률 P_s로 소리 에너지를 내보내고 있다. 지금 현재 탐지기에서 단위 시간당 지나는 파면의 개수는 진동수와 같다는 점에 유념할 때 탐지기에서 재는 소리의 세기를 구하라.

Ⅷ. 답지

Ⅰ. 계산기	
1	1
2	3
3	3
4	4
5	3
6	1
7	5
8	4
9	5
10	4
11	1
12	2
13	4
14	1
15	4
16	2
17	3
18	1
19	5
20	4
21	5
22	1
23	1
24	2
25	3
26	1
27	5
28	5
29	4
30	4

Ⅱ. 점입자의 운동	
1	$\frac{1}{2}g\left(\frac{l}{gt_1}+\frac{t_1}{2}+\frac{t_2}{2}\right)^2$
2	$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2gh}}{v}\right)$
3	(a) $\tan^{-1}\left[\frac{v^2}{gl}\left(1-\sqrt{1-\frac{2gh}{v^2}-\frac{g^2l^2}{v^4}}\right)\right]$ (b) $\tan^{-1}\left[\frac{v^2}{gl}\left(1+\sqrt{1-\frac{2gh}{v^2}-\frac{g^2l^2}{v^4}}\right)\right]$
4	(1) 2.3' (2) 1.42m (3) 17.8'
5	$\frac{2v^2a}{gb^2}$ 보다 큰 최소의 정수
6	(a) $\frac{v_0^2}{2gd}$ (b) $\frac{v_0^2}{gd}$ (c) 브레이크를 밟는 것
7	$\tan^{-1}\left(\frac{V_0^2}{gl}\right)$
8	$y=0, \theta=45^\circ$
9	$\sqrt{2gR(1+\sqrt{2})}$
10	$r_0(2n+1)$
11	$\sin^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$
12	3
13	5
14	60
15	4
16	3
17	1
18	3
19	3
20	$0.994m/s^2$

Ⅲ. 동역학-힘

1. $\dfrac{(M+m_1+m_2)m_1}{m_2}g$

2. (a) $m_2 g\left(\dfrac{m_1 M}{m_1 M+m_1 m_2+m_2 M}\right)$

(b) $\dfrac{m_2 g(m_1+M)}{m_1 M+m_1 m_2+m_2 M}$

(c) $\dfrac{m_1 m_2 g}{m_1 M+m_1 m_2+m_2 M}$

(d) $\dfrac{M m_2 g}{m_1 M+m_1 m_2+m_2 M}$

3. $x=\dfrac{h}{\mu_k}$ 에서 $a_{\max}=\mu_k\left(\dfrac{T}{M}-g\right)$

4. m_1은 위로 $\dfrac{m_3+m_4-m_1-m_2}{m_1}g$ 다른 공들은 0

5. $M=m(\csc\theta+\sin\theta-2), a=gtan\theta$

6. $a_1=a_2=g$

7. $\dfrac{g}{2}$

8. 양 끝은 아래로 $\dfrac{Ng}{2N+1}$, 다른 질량들은 위로 $\dfrac{g}{2N+1}$

9. $a_i=g-\dfrac{N}{m_i}\dfrac{g}{\sum_j m_j}$

10. m: 아래로 $\dfrac{4}{9}g$, $2m$: 위로 $\dfrac{1}{9}g$

11. m, 2m은 위로 $\dfrac{1}{5}g$ 3m은 아래로 $\dfrac{3}{5}g$

12. 아래의 m은 위로 $\dfrac{2^N-1}{2^{2N}+1}g$, 위의 m은 아래로 $\dfrac{2^N(2^N-1)}{2^{2N}+1}g$

13. 아래의 m은 아래로 $\dfrac{1}{5}g$, 위의 m은 위로 $\dfrac{3}{5}g$

14. 2m은 $\dfrac{2}{7}g$, m은 $\dfrac{4}{7}h$, 2m은 $\dfrac{3}{7}g$

15. (a) $5.05\times10^2\,N$ (b) $5.72\times10^2\,N$

16. $\sqrt{\dfrac{8}{5}gh}$

17. (a) $5.88\,m/s^2\,\hat{i}-3.92\,m/s^2\,\hat{j}$

(b) $(5.88t,\ -3.92t)$

18. $T_1=118N,\ T_2=156N$

19. $\dfrac{Fcos\theta-mgsin\theta}{msin\theta+Mcos^2\theta\csc\theta}$

20. $mgcos\theta sin\theta\,\hat{i}+(Mg+mgcos^2\theta)\,\hat{j}$

21. $(\sin\theta-\sqrt{2}\mu_k\cos\theta)g$

22. $a_1=\dfrac{m_2 gtan(\frac{\theta}{2})}{m_2+2m_1\tan^2(\frac{\theta}{2})}$,

$a_2=\dfrac{m_2 g}{m_2+2m_1\tan^2(\frac{\theta}{2})}$

23. 중심을 지나는 지름에 대해 대칭적으로 중심각 $\dfrac{2\pi}{3}$인 부분을 없앨 수 있다.

24. (a) $\sqrt{gR}$ (b) $(\sqrt{2}-1)R$

25. $\sqrt{\dfrac{g}{r}\sin\theta}$

26. (a) $4.81m/s^2$ (b) 700N

27. $v_{\min}=v_0\sqrt{\dfrac{1-\mu_s gR/v_0^2}{1+\mu_s v_0^2/gR}}$,

$v_{\max}=v_0\sqrt{\dfrac{1+\mu_s gR/v_0^2}{1-\mu_s v_0^2/gR}}$

28. (a) $\sqrt{gR}(\mu cos\theta-\sin\theta)$

(b) $\sqrt{gR\sqrt{(\mu cos\theta)^2-\sin^2\theta}}$

29. (1) 불가능하다 (2) 중력가속도가 $\dfrac{6v^2}{7}$보다 작은 행성이면 가능하다.

30. (a) $-m\dfrac{v^2}{r^2}dr$ (b) $\dfrac{2mvdv}{r}$

(c) $-\dfrac{mv^3}{\pi r^2}dT$

31. 3L/5

32. $a>2.5g$이면 가능

33. (a) 0.400m (b) 3.13m/s (c) 최고점에 도달한다.

34. $\sqrt{\dfrac{16Mgl}{3m}}$

35. (a) $\dfrac{27}{10}R$ (b) $-\dfrac{20}{7}mg\,\hat{i}-\dfrac{5}{7}mg\,\hat{j}$

36. (a) $P=\dfrac{\mu_s F_g\sec\theta}{1-\mu_s\tan\theta}$

(b) $\theta\geq\tan^{-1}(1/\mu_s)$

37. (a) $\tan^{-1}(\mu_s)$ (b) $\dfrac{F\sqrt{1+\mu_s^2}}{\mu_s}$

동역학-운동량

1. (a) $-v_c\ln\left(1-\frac{t}{T_p}\right)$ (b) $\frac{v_c}{T_p-t}$ (c) $v_c(T_p-t)\ln\left(1-\frac{t}{T_p}\right)+v_ct$

2. (a) $\frac{m+\rho V}{m}v$ (b) 느려진다.

3. $\frac{3Mg}{L}x$

4. $h-\frac{1}{2g}\left(\frac{Mg}{\alpha}\right)^2$

5. (a) αv (b) 0

6. $\frac{v^2}{g}$

7. $\frac{d^2h}{dt^2}=\frac{F}{\mu h}-g$

8. $\frac{1}{e}$배

9. $(a)\frac{g^2t}{u-gt}$

$(b)-\frac{1}{2}gt^2+\frac{u^2}{g}\left\{\left(1-\frac{g}{u}t\right)\ln\left(1-\frac{g}{u}t\right)+\frac{g}{u}t\right\}$

10. $\frac{PT}{m}\ln\left(\frac{M+m}{M}\right)-gT$

11. $v=\left(\frac{1}{v_0^2}+\frac{2\rho At}{m_0v_0}\right)^{-1/2}$

12. (a) 3.90×10^7N (b) $3.80\,m/s^2$

13. $\frac{1}{7}g$

14. $\sqrt{\frac{TLM}{e}}$

15. 0.25m

16. (a) 0.21kg (b) 7.2m

17. 1.0kg

18. (a) $9.1kg\cdot m/s$ (b) 1.65×10^3N

19. $\frac{d}{1+\frac{m}{M}}$

20. $(a)\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}$ $(b)\,(v_1-v_2)\sqrt{\frac{m_1m_2}{k(m_1+m_2)}}$

$(c)\ v_1{}'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2$

$v_2{}'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1+\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_2$

21. $(a)\frac{mVcosalpha}{M+m}$ $(b)\tan\theta=\frac{M+m}{M}\tan\alpha$

22. $\frac{5}{2}r$

23. $(a)\frac{1}{3}$ $(b)4h$

24. $\frac{v_0}{\mu g}$

25. 120도

26. 속력은 2.50m/s, 방향은 처음 운동선 아래 60.0도 이다.

27. $(a)\frac{2\sqrt{3}}{5}v_0$, 공1의 처음 진행 방향에 대해 30도 (b) $\frac{1}{5}v_0$로 처음 진행 방향과 반대 방향

28. $\frac{u}{\sqrt{2}}$

29. $\frac{Fl}{2}$

30. $\frac{Mv_2-\mu mv_1}{m+M}$

31. 왼쪽으로 $\frac{F}{2m}$

32. $\frac{\pi}{2}-\theta$

동역학-회전

1. (a) $\frac{3g}{2L}$ (b) $\frac{3}{2}g$ (c) 떨어진다. 회전축에서 $\frac{2}{3}L$에 놓으면 떨어지지 않는다.

2. (a) $2\sqrt{\frac{Rg}{3}}$ (b) $4\sqrt{\frac{Rg}{3}}$ © $\sqrt{Rg}$

3. $\frac{wd}{\Delta\theta}$

4. $\tau = R\left[m\left(g-\frac{2y}{t^2}\right)-M\frac{5y}{4t^2}\right]$

5. (a) $\cos^{-1}\sqrt{\frac{2}{3}}$ (b) $lcos\theta_{\max}$

6. (a) $\frac{F}{2}$(오른쪽) (b) $\frac{F}{4}$(왼쪽) (c) $\frac{2}{3}L$

7. (a) $2.7R$ (b) 수평 방향 왼쪽으로 $\frac{20}{7}mg$, 연직 방향 아래쪽으로 $\frac{5}{7}mg$

8. (a) $\frac{\sqrt{3gh}}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{3gh}}{2}$

9. (a) 판자 $\frac{2F}{4M+3m}$, 원통 $\frac{2F}{4M+3m}$ (b) $\frac{3mF}{4M+3m}$(오른쪽) $(c)\frac{mF}{4M+3m}$(오른쪽)

10. $\left(\frac{2m}{M+3m}\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\right)\frac{v_{yi}^2}{g}$

11. $\left(\frac{I+mR_1R_2}{I+mR_2^2}\right)T$(왼쪽)

12. (a) $\frac{mlw^2}{2}$ (b) $\frac{ml^2w}{3t}$ © $\frac{1}{6}ml^2w^2$

13. $\frac{4v}{21R}$

14. $\frac{1}{2}mv_i^2\left(\frac{r_i^2}{r^2}-1\right)$

15. (a) $\frac{6mv_i}{(M+3m)d}$ (b) $\frac{M}{M+3m}$

16. $3Mv^2$

17. (a) $\frac{Rw_i}{3\mu g}$ (b) $\frac{R^2w_i^2}{18\mu g}$

18. (a) $\frac{m}{m+2M}u$ (b) $\frac{\mu}{(m+M)l}$

19. $m(R^2+a^2)w^2$

20. $\frac{mv}{(m+M)R}$

21. (a) $\frac{91}{99}w_i$ (b) $\frac{99}{91}$

22. (a) $\frac{Mgr}{Iw}$ (b) 반시계 방향

23. $\frac{2gr}{R^2w_s}$

24. $\frac{2l}{3}$

25. $w_1 = \frac{M_1R_1\Omega_1 - M_2R_2\Omega_2}{R_1(M_1+M_2)}$,

$w_2 = \frac{M_2R_2\Omega_2 - M_1R_1\Omega_1}{R_2(M_1+M_2)}$

26. $\frac{Mv}{M+2m}$

27. $(a)\theta = 0$일 때 질량 중심은 오른쪽으로 운동하고 질량중심에 대한 회전은 반시계 방향이다. $\theta = \frac{\pi}{2}$일 때 질량 중심은 정지하고 질량 중심에 대한 회전은 반시계 방향이다. $\theta = \pi$일 대 질량 중심은 왼쪽으로 운동하고 질량중심에 대한 회전은 반시계 방향이다. $(b)\theta = \cos^{-1}\left(\frac{Ma}{F}+\frac{B}{A}\right)(c)\theta = \tan^{-1}\left(\frac{MgA}{2BF}\right)$

28. (a) $\frac{V_0+Rw_0}{3\mu g}$ (b) $\frac{1}{3}(2V_0-Rw_0)$

29. $\frac{2(M_1+M_2)}{3M_1+2M_2}g$

30. (a) $\cos^{-1}\frac{10}{17}$ (b) $\sqrt{\frac{10}{17}g(a+b)}$

31. (a)입사한공 : $\frac{2}{7}V$, 정지해있던공 : $\frac{5}{7}V$ (b) $\frac{20}{49}$

32. $\frac{mg}{1+3\sin^2\theta_0}$

33. (a) 막대 A의 선속도 $\frac{2}{3}v_0$, 각속도 $\frac{2v_0}{l}$, 막대 B의 선속도 $\frac{v_0}{6}$, 각속도 $\frac{v_0}{l}$ (b) 같다.

34. $\frac{7}{5}R$

35. 둘다 $\frac{mhcot\theta}{M+m}$

36. 반대 방향

37. $\frac{mgD}{Iw}$

38. (a) $\frac{L}{3}$ $(b)\sqrt{\frac{5g}{L}}$ (c) 2

39. (a) $\frac{6m}{M}\sin\theta+\theta=\pi$ (b) $m>\frac{M}{6}$

40. $t<0$이면 v, $0\le t<\frac{l\pi}{v}$일 때 0, 그 이후부터 v

41. (a) A는 (L/2, L/2)에서 (V/2, V/2) B는 (L/2, 3L/2)에서 (-V/2, V/2) (b) A는 (L, 50L)에서 (0, V) B는 (0, 50L)에 정지

42. 0

43. (a) $\left(9m+\frac{7}{2}M\right)\frac{\cos\phi}{1+\sin\phi}g$ (b) $\sqrt{\frac{2L(1+\sin\phi)}{5g\cos\phi}}$

44. (a) $\sqrt{\frac{F}{\rho}}$ (b) $E=2\pi FR$, $p=2\pi R\rho c$, $L=2\pi R^2\rho c$

45. $\frac{2L}{3v_0}$

46. $\frac{1}{2}MR^2\left(1-\frac{2}{3}\sin^2\frac{\pi}{N}\right)$

47. (a) $\frac{4(Msin\theta-2m)g}{3M+8m}$ (b) $\frac{2}{\sin\theta}$

48. $w=\sqrt{\frac{2mgdsin\theta+kd^2}{I+mR^2}}$

49. (a) $0.097\,rad/s^2$ (b) 반시계 방향

50. $3.2m/s$

51. 5.0×10^2

52. $1.20\,kg\cdot m^2/s$

동역학-진동

1. (a) $2\pi\sqrt{\frac{I_{CM}+md^2}{mgd}}$ (b) $\sqrt{\frac{I_{CM}}{m}}$

2. $\frac{\mu_k g}{4\pi^2 f^2}$

3. $2\pi\sqrt{\frac{L_i+\frac{\alpha t}{2\rho a^2}}{g}}$

4. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}+\frac{kh^2}{ML^2}}$

5. $\sqrt{\frac{3k}{m}}$

6. $2\pi\sqrt{\frac{m+\frac{M}{2}}{k}}$

7. $\sqrt{\frac{2T}{mL}}$

8. $\frac{I}{mh}$

9. $\sqrt{\frac{(m+M)g}{Mb}}$

10. $2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$

11. $2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$

12. $\frac{2}{3\sqrt{3}}x$

13. $2\pi\sqrt{\frac{M+\frac{m}{3}}{k}}$

14. $2\pi\sqrt{\frac{28R}{5g}}$

15. $\sqrt{2}$

16. 진동수: $\sqrt{\frac{g(Lcos\theta-l)}{L^2+l^2-2Llcos\theta}}$ (b) $l<Lcos\theta$

17. 대칭: $\sqrt{\frac{2k}{m}}$, 반대칭: $\sqrt{\frac{6k}{m}}$

18. 2m

19. $\sqrt{\frac{B^4}{8mA^3}}$

20. $\sqrt{\frac{Ce^{-n}n^{n-1}}{ma^{n-2}}}$

Ⅳ. 정역학

1. $(a)\dfrac{w}{2\sin\theta}$ (b) $\dfrac{1}{2}w cot\theta$
2. 세 질량은 동일하다.
3. $Fe^{-\mu_s\theta}$
4. (a) $1.78\times10^{9}N$ (b) 92.6개
5. 2.38m
6. 0.34
7. (a) 수평 $\left(m\dfrac{x}{l}+\dfrac{1}{2}M\right)g cot\theta$, 연직 $mg+Mg$ (b) $\dfrac{\left(\dfrac{md}{l}+\dfrac{M}{2}\right)\cot\theta}{m+M}$
8. (a) $\dfrac{H}{h}F$(왼쪽) (b) $\left(\dfrac{H}{h}-1\right)F$(오른쪽)
9. $\dfrac{m}{2}\left(\dfrac{2\mu_s\sin\theta-\cos\theta}{\cos\theta-\mu_s\sin\theta}\right)$
10. $g\left(\dfrac{d_1\cos\theta}{h}-\sin\theta\right)$
11. $\sqrt{\dfrac{gRd}{2h}}$
12. (a) 각각 $\dfrac{mg}{\mu_1+\mu_2}$ (b) $w(2\mu_1+3\mu_2)$ (c) 증가 (d) 감소
13. (a) $\dfrac{W}{2}$ (b) $\dfrac{1}{2}$ (c) $\mu_s>\dfrac{1}{3}$이면 45‘ 윗방향으로 $\dfrac{W}{2\sqrt{2}}$의 힘을 주면 되고, $\mu_s\le\dfrac{1}{3}$이면 $\tan^{-1}\left(\dfrac{1-2\mu_s}{\mu_s}\right)$의 각도(윗방향)으로 $\dfrac{\sqrt{1-4\mu_s+5\mu_s^2}}{2(1-\mu_s)}$의 힘을 주면 된다.
14. (a) $\dfrac{Wdl}{L\sqrt{L^2-l^2}}$ (b) $\left(1-\dfrac{d}{2L}\right)W$ (c) $\dfrac{Wd}{2L}$
15. (a) $\dfrac{1}{2}Mg$ (b) $\dfrac{1}{2}Mg+mg$ (c) $Mg+\dfrac{1}{2}mg$ (d) $\dfrac{1}{2}mg$ (e) $\dfrac{M}{M+m}l$
16. $(a)\mu_s\le\dfrac{L}{2h}$ (b) $\mu_s\ge\dfrac{L}{2h}$
17. (a) $\dfrac{\mu_s\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+\mu_s\sin\theta}$ (b) $g\tan(45^\circ-\theta)$
18. $\tan^{-1}\left(\dfrac{mg}{2F}-\dfrac{1}{\mu_s}\right)$
19. $\tan^{-1}\dfrac{2-\sqrt{3}}{3}$
20. (a) $R sin\theta$ (b) 불가능
21. $\mu_k mg\dfrac{l}{2}\left(\ln\dfrac{2\mu_s}{\mu_s+\mu_k}+\dfrac{\mu_k}{\mu_s-\mu_k}\ln\dfrac{\mu_s}{\mu_k}\right)$
22. (a) $\sqrt{2}-1$ (b) 0.5
23. 5)
24. $\dfrac{\mu+\mu^2}{\mu^2+1}\dfrac{g}{R}$

V. 유체

1. $\sqrt{\dfrac{2\rho gh}{\rho_{air}}}$
2. $Lsin\theta + (h - Lsin\theta)\sin^2\theta$
3. $\sqrt{\dfrac{2(\rho_w - \rho_o)gL}{\rho_{air}}}$
4. (a) $F = \dfrac{1}{2}(n^2 - 1)\rho v_b^2 A$ (b) $v = \sqrt{\dfrac{2Mg}{(n^2-1)A\rho}}$
5. (a) $V = \sqrt{\dfrac{2a^2 \varDelta p}{p(A^2 - a^2)}}$ (b) $\sqrt{\dfrac{p_1}{12\rho}}$
6. (a) $x = 2\sqrt{h(H-h)}$ (b) 예, $H-h$
7. (a) $\sqrt{2g(h_2+d)}$ (b) $p_0 - \rho g(h_2 + d + h_1)$ (c) $\dfrac{p_0}{\rho g} - h_2 - d$
8. $\sqrt{gL}$
9. (a) $\dfrac{h}{4}\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^2$ (b) $\dfrac{T_2}{2}$
10. $\dfrac{H}{2}$
11. $p_0 + \dfrac{1}{2}\rho d\sqrt{g^2 + a^2}$
12. 불가능
13. $\dfrac{\rho_0 L}{L-h}$
14. $\dfrac{dP}{dz} = -\dfrac{\rho_0}{P_0}gP$
15. $\dfrac{\rho_r H}{\rho_m - \rho_r}$
16. (a) $\dfrac{1}{2}\rho g WH^2$ (b) $\dfrac{1}{6}\rho g WH^3$ (c) $\dfrac{H}{3}$
17. $0.42\rho_w g A h^2$
18. 0
19. $\dfrac{8\pi R^2 p}{g}$
20. $\sqrt{\dfrac{g\sqrt{h(2l-h)}}{(l-h)[R - \sqrt{h(2l-h)}]}}$
21. $\sqrt{\dfrac{4gh}{3a^2}}$

VI. 열역학

1. 판 위의 구는 $C_p + mg\gamma\alpha$, 매달린 구는 $C_p - mg\gamma\alpha$
2. (a) $99.4cm^3$ (b) $2.01 \times 10^3 cm^3$ (c) $0.994cm$
3. (a) $0.9497m$ (b) $0.9503m$
4. $\dfrac{V_i}{A}(\beta - 3\alpha)\varDelta T$
5. $L_f = L_i e^{\alpha \varDelta T}$
6. $\dfrac{v}{d\alpha}$
7. $L_0\sqrt{\dfrac{\alpha \varDelta T}{2}}$
8. $\dfrac{\cos\theta - \dfrac{1}{2}}{(\alpha_A + \alpha_S)(1-\cos\theta) - \alpha_I}$
9. $\dfrac{S}{E\alpha}$
10. $L_1 = \dfrac{\alpha - \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}L$, $L_2 = \dfrac{\alpha - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}L$
11. (a) $-\dfrac{Q_h}{T_2} + \dfrac{Q_h - W}{T_1}$ (b) $Q_h \times \dfrac{T_2 - T_1}{T_2}$ (c) 생략
12. (a) $2nRT_i\ln 2$ (b) $\dfrac{2\ln 2}{3(1+\ln 2)}$
13. $1 - \dfrac{1}{\gamma}\left(\dfrac{T_D - T_A}{T_C - T_B}\right)$
14. (a) 상태 2 : $3p_1, 3T_1$ 상태 3: $\dfrac{3p_1}{4^\gamma}, \dfrac{3T_1}{4^{\gamma-1}}$ 상태 4: $\dfrac{p_1}{4^\gamma}, \dfrac{T_1}{4^{\gamma-1}}$ (b) $1 - \dfrac{1}{4^{\gamma-1}}$
15. $\dfrac{1 - T_2/T_1}{1 - T_4/T_3}$
16. 1/3
17. (a) $e = e_1 + e_2 - e_1 e_2$ (b) $e = 1 - \dfrac{T_c}{T_h}$로 하나일 때와 같다. (c) $\dfrac{T_h + T_c}{2}$ (d) $\sqrt{T_h T_c}$
18. $2\pi Lk\left[\dfrac{T_a - T_b}{\ln(b/a)}\right]$
19. $\dfrac{\varDelta t}{4}$
20. (a) A는 물체의 표면적, 물체와 주변의 구성물질 등에 의존하고 시간의 역수 차원을 가짐 (b) $\varDelta T = \varDelta T_0 e^{-At}$

21. $\dfrac{\left(\dfrac{l_1}{k_1}+\dfrac{l_2}{k_2}+\dfrac{l_3}{k_3}\right)T_2+\dfrac{l_4}{k_4}T_1}{\dfrac{l_1}{k_1}+\dfrac{l_2}{k_2}+\dfrac{l_3}{k_3}+\dfrac{l_4}{k_4}}$

22. $\dfrac{kpiR^2(T_h-T_c)^2}{lT_cT_h}$

23. 472K

24. 3.60kJ

25. (a) $\dfrac{k_s l^2}{R}$ (b) $\dfrac{k_s l^2}{R}+\dfrac{Q}{2R}$

26. $\dfrac{P_1V_1T_2+P_2V_2T_1}{V_1T_2+V_2T_1}$

27. $nNk_B\,a^{1/n}\left(\dfrac{T_0}{n-1}\right)^{(n-1)/n}$

28. $\dfrac{k^2-1+\sqrt{k^4+14k^2+1}}{4k}$

29. $\dfrac{p}{3}\left(1+\dfrac{T'}{T}+\dfrac{T''}{T}\right)$

30. $\dfrac{4p_0p}{2p_0+p}$

31. $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{(p_0A+Mg)\gamma A}{MV_0}}$

32. $mc\ln\left(\dfrac{T_f}{T_i}\right)$

33. 2R

34. (a) $\dfrac{N!}{n_1!n_2!n_3!}$ (b) $\dfrac{[(N/2)!]^2}{[(N/3)!]^2}$ (c) 4.16×10^{16}

35. 3

Ⅶ. 파동

1. (a) $3.33m/s$ (b) $11.0m/s$

2. (a) $2\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ (b) $\sqrt{\dfrac{2L}{g}}$

3. e^{-2bx}

4. $\dfrac{L}{4}$

5. $\dfrac{2L(\mu_L+\mu_0+\sqrt{\mu_L\mu_0})}{3\sqrt{T}(\sqrt{\mu_0}+\sqrt{\mu_L})}$

6. $\sqrt{\mu\tau}\,A^2w^2$

7. $\dfrac{5}{6}y_1$, $\tan^{-1}\dfrac{3}{4}$

8. 최댓값은 $\sqrt{\mu\tau}\,A^2w^2$, 그때 횡변위는 0, 최소값은 0, 그때 횡변위는 $\pm A$

9. 생략

10. $y=2Asinkxcoswt$, $\dfrac{n\pi}{k}$ (n은 정수)

11. (a) 324Hz (b) 8개

12. $2\pi^2\mu y_m^2fv$

13. $\dfrac{f_1f_2}{f_1+f_2}$

14. $q(x,t)=A\cos\left(\dfrac{3\pi}{L}\sqrt{\dfrac{\tau}{\rho}}\,t\right)\sin\left(\dfrac{3\pi x}{L}\right)$

15. 1.60

16. $f_S\left(\dfrac{v+v_O\cos\theta_O}{v-v_s\cos\theta_S}\right)$

17. 531Hz

18. 한쪽 스피커로부터 0.0891m, 0.303m, 0.518m, 0.732m, 0.947m, 1.16m

19. $2.82\times10^8m/s$

20. $f\left(\dfrac{2v}{u}\right)$

21. $\sin^{-1}\left(\dfrac{v}{v_2}\right)$

22. 모두 14개

23. (a) 0 (b) 0 (c) $4s_m$

24. $\dfrac{\lambda}{2(\pi-2)}$

25. 바람이 불지 않을 때 소녀는 f, 삼촌은 $f\dfrac{u}{u+v}$, 바람이 분다면 소녀는 f, 삼촌은 $f\dfrac{u+v}{u+2v}$의 진동수를 듣는다.

26. (a) 5.20×10^3Hz (b) 2배

27. 10, 4

28. $\frac{u}{u-v}r$

29. $\frac{P_s}{4\pi r^2} \times \frac{u-v}{u}$