$K=\sum \frac{1}{2} m_i|\vec{v_i}|^2$

$=\sum_i \frac{1}{2} m_i|\vec{v}_{r_i,cm}+\vec{v}_{cm}|^2$

$=\sum_i \frac{1}{2} m_i\left(|\vec{v}_{r_i,cm}|^2+2\,\vec{v}_{r_i,cm}\cdot\vec{v}_{cm}+|\vec{v}_{cm}|^2\right)$

$=\sum_i\frac{1}{2}m_i|\vec{v}_{r_i,cm}|^2+\left(\sum m_i\vec{v}_{r_i,cm}\right)\cdot\vec{v}_{cm}+\frac{1}{2}\sum_i m_i|\vec{v}_{cm}|^2$

$\left(\sum m_i\vec{v}_{r_i,cm}\right)=0$ (고전역학에서, cm frame = zero momentum frame) 운동량이 0인 좌표계

$=\sum_i\frac{1}{2}m_i|\vec{v}_{r_i,cm}|^2+\frac{1}{2}M|\vec{v}_{cm}|^2$

$=K_{rel}+K_{cm}$

2체의 경우

$\vec{v}_{cm}=\frac{m_1\vec{v_1}+m_2\vec{v_2}}{m_1+m_2}$

$\vec{v}_{rel,1}=\frac{m_2\vec{v_1}-m_2\vec{v_2}}{m_1+m_2}$

$\vec{v}_{rel,2}=\frac{-m_1\vec{v_1}+m_1\vec{v_2}}{m_1+m_2}$

$\frac{1}{2}m_1|\vec{v_1}|^2+\frac{1}{2}m_2|\vec{v_2}|^2$

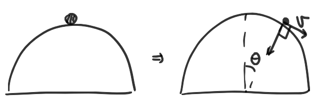
$=\frac{1}{2}m_1\left(\vec{v}_{rel,1}+\vec{v}_{cm}\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(\vec{v}_{rel,2}+\vec{v}_{cm}\right)^2$

$=\frac{1}{2}(m_1+m_2)|\vec{v}_{cm}|^2+\frac{1}{2}m_1\left(\frac{m_2}{m_1+m_2}|\vec{v_1}-\vec{v_2}|\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}|\vec{v_1}-\vec{v_2}|\right)^2$

$=\frac{1}{2}(m_1+m_2)|\vec{v}_{cm}|^2+\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}|\vec{v_1}-\vec{v_2}|^2$

$=\frac{1}{2}M|\vec{v}_{cm}|^2+\frac{1}{2}\mu|\vec{v}_r|^2$

1.



E보존 $mgR(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}mv^2$

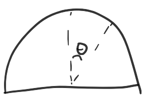
$v=\sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$

중심방향 운동방정식 $mg\cos\theta=\frac{mv^2}{R}\rightarrow v=\sqrt{2gR\cos\theta}$

$2gR=3gR\cos\theta$

$\therefore \cos\theta=\frac{2}{3}$

2.



x방향 상대속도 V

$K=K_x+K_y$

$=K_{rel,x}+K_{cm,x}+K_y$

$=\frac{1}{2}\mu V^2+0+\frac{1}{2}mV_y^2=mgR\cos\theta$ (E보존)

$V_y=V\tan\theta$ (반구위 관측자)

$mg\cos\theta=\frac{m(V\sec\theta)^2}{R}$ (반구 위 관측자 $V\tan\theta$)

$\Rightarrow\ \frac{1}{2}\mu V^2+\frac{1}{2}mV^2\tan^2\theta=mgR(1-\cos\theta)$

$V^2=gR\cos^3\theta$

$V^2+2V^2\tan^2\theta=4gR\cos\theta$

$\cos^3\theta+2\sin^2\theta\cos\theta-4(1-\cos\theta)=0$

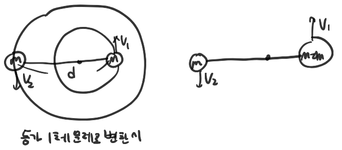
$-\cos^3\theta+6\cos\theta-4=0$

$(\cos\theta-2)(\cos^2\theta+2\cos\theta-2)=0$

$\cos\theta=\sqrt{3}-1$

3.

$M>m$



동가 1체 문제로 변환시

$U=-\frac{GMm}{d}$, V_{rel}로 원운동, μ

$\frac{1}{2}\mu V_{rel}^2=\frac{GMm}{2d}$

$V_{rel}=\sqrt{\frac{GMm}{d\mu}}$

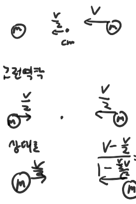
$\frac{1}{2}\frac{(M-\delta M)m}{m+M-\delta M}V_{rel}^2-\frac{G(M-\delta M)m}{d}<0$

$\frac{GMm}{d}\left(\frac{m(M-\delta M)}{2(m+M-\delta M)\mu}-\frac{M-\delta M}{M}\right)$

$\frac{(m+M)}{2(m+M)-2\delta M}-1<0$

$\delta M<\frac{m+M}{2}$

4.



in 고전역학

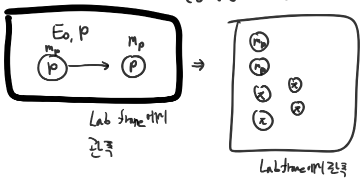
in 상대론

$\frac{v-\frac{v}{2}}{1-\frac{v^2}{2c^2}}=v$ $\quad\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$\gamma mv>m\frac{v}{2}$ $\quad\therefore$ cmframe ≠ zmf.

5.

최소 에너지 상황 : zmf에서 봤을 때 모든 입자 정지 (상대운동에너지 0)



Lab frame에서 관측

Lab frame에서 관측

계에서, $E^2-(pc)^2$ = 좌표계 변환에 불변인 불변량

$\therefore (E_0+m_pc^2)^2-(pc)^2$ ← Lab frame에서 E보존, P보존

$=\left((4m_\pi+2m_p)c^2\right)^2$

zmf 에서 모든 질량은 정지해 있다.

* 참고

잘못 설명했습니다. ㅠ.ㅠ.

"동일한 계" 에서 계

좌표계 같에서 특정의 값이 보존된다고 이야기 해야 함

$E^2-(pc)^2=(mc^2)^2$

계로 이루는, 문제간의 상대운동이 없을 때 성립!

2 - (2)

$\vec{F}=\nabla(\vec{m}\cdot\vec{B})$

$=\nabla\left(m\hat{z}\cdot\frac{\mu_0}{2}\frac{R^2}{\sqrt{R^2+z^2}^3}I\hat{z}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_0R^2I}{2}\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}^3}\right)=-\frac{3\mu_0R^2I}{2}\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}^5}\hat{z}$

(3) - F의 z에 대한 1차 항까지 근사

$m\ddot{z}=-\frac{3\mu_0R^2I}{2}\frac{z}{R^5}$

$\omega=\sqrt{\frac{3\mu_0I}{2mR^3}}$

* 참고 : $I(z)$: 전류도 z에 대한 함수인데 왜 미분되지 않는 것인가?

→ 이 gradient는 실제 쌍극자의 위치를 변화시키는 미분이 아닌, 공간적인 자기장의 퍼텐셜을 계산하기 위한 것이다.

$I(z)$의 경우, 쌍극자의 위치에 의존하는 함수이므로 미분되지 않는 것이 "물리적으로" 맞다.