

doi: 10.3969/j.issn.1001-358X.2018.06.024

无需顾及初值的坐标转换法拟合任意方向点云圆柱面

任营营,王解先

(同济大学测绘与地理信息学院,上海 200092)

摘要:文中提出了一种简便可行的方法来拟合点云圆柱面,其主要通过改进坐标转换法的圆度误差方程进行去相关变换来减弱方程对初值的依赖性,因此不必顾及参数初值的选取。进一步对不同组点云数据的拟合结果进行分析,并在投影坐标系下绘制圆度投影图和等值线,验证了该方法的准确性和实用性。

关键词:点云;坐标转换;初值;圆柱拟合;投影坐标

中图分类号:P258 文献标识码:A 文章编号:1001-358X(2018)06-0105-05

Coordinate transformation method to fit any point cloud cylinder data with arbitrary initial values

Ren Yingying, Wang Jiexian

(College of Surveying and GeoInformatics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In this paper, a simple and feasible method was proposed to fit the point cloud cylindrical surface, which mainly reduced the dependence of the equation on the initial value by improving the roundness error equation of the coordinate transformation method, so it didn't need to take into account the initial parameters. In order to verify the accuracy and practicability of the method, the fitting results of different sets of point cloud data were analyzed, the circular projection and contour were drawn in the projected coordinate system, and the accuracy and the practicability of the method were verified.

Key words: point cloud; coordinate transformation; initial value; cylindrical fitting; projection coordinates

在结构检测和逆向修复工程中,经常会遇到三维点云圆柱拟合的问题^[1-5]。目前,常用的圆柱拟合方法归纳起来有:高斯图法、遗传算法、特征值法、几何特性法、坐标转换法和圆度判别法等^[7-12]。高斯图法、遗传算法和特征值法这三种方法的理论较为复杂,计算过程也较为繁琐,同时对初值有一定的区间要求,几何特性法、坐标转换法和圆度判别法这三种方法较为简便可行,其中坐标转换法更容易理解和实现,但对初值的也有较强的依赖性。本文改进了基于坐标转换的拟合法,大大降低参数对初值的要求,同时可以实现任意方向上的圆柱拟合。

1 改进的圆柱拟合模型

1.1 五参数坐标转换拟合空间圆柱

以圆柱中心轴线与测量坐标系 XOY 平面的交点

为原点,圆柱中轴线为 Z 轴,建立圆柱标准坐标系。标准坐标系 Y 与测量坐标系 X 之间的关系为^[13]:

$$X = X_0 + RY \quad (1)$$

$$Y = R^T(X - X_0) \quad (2)$$

式中 $X_0 = (x_0 \ y_0 \ h_0)^T$, $R = R_1(\alpha) R_2(\beta) R_3(\gamma)$, $R_1(\alpha)$ $R_2(\beta)$ $R_3(\gamma)$ 为旋转矩阵, $h_0 = 0$, $\gamma = 0$ 。

标准坐标系中圆柱面可表示为:

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (3)$$

改写为误差方程,得到以测量点到圆柱表面的距离为残差的误差方程:

$$v_i = \sqrt{x^2 + y^2} - r \quad (4)$$

式中 r 为圆柱半径。

将误差方程变形为:

$$v_i = \sqrt{(X_i - X_0)^T R A R^T (X_i - X_0)} - r \quad (5)$$

引用格式:任营营,王解先.无需顾及初值的坐标转换法拟合任意方向点云圆柱面[J].矿山测量,2018,46(6):105-109.

式中 $A = \text{diag}(0 \ 0 \ 1)$ 。其中参数有 $x_0, y_0, z_0, \alpha, \beta, \gamma$, 由于标准坐标系原点定义为圆柱中轴线与测量坐标系的 XOY 平面的交点, 且圆柱在标准坐标系中绕 Z 轴旋转时各参数不发生变化, 所以令 $z_0 = 0, \gamma = 0$ 不参与求解。记

$$t = \sqrt{(X_i - X_0)^T R A R^T (X_i - X_0)} \quad (6)$$

将误差方程按泰勒级数展开并取一次项可得:

$$v_i = \frac{\partial v_i}{\partial X_0} \delta X_0 + \frac{\partial v_i}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial v_i}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial v_i}{\partial r} \delta r - l_i \quad (7)$$

式中,

$$\begin{cases} \frac{\partial v_i}{\partial X_0} = -\frac{1}{t} R A R^T (X_i - X_0) \\ \frac{\partial v_i}{\partial \alpha} = -\frac{1}{t} (X_i - X_0)^T \frac{\partial R}{\partial \alpha} A R^T (X_i - X_0) \\ \frac{\partial v_i}{\partial \beta} = -\frac{1}{t} (X_i - X_0)^T \frac{\partial R}{\partial \beta} A R^T (X_i - X_0) \\ \frac{\partial v_i}{\partial r} = -1 \end{cases} \quad (8)$$

$$l_i = r - \sqrt{(X_i - X_0)^T R A R^T (X_i - X_0)} \quad (9)$$

得到误差方程的系数矩阵和常数项, 即可根据间接平差原理多次迭代求取参数改正数。设定阈值后迭代得到参数的最小二乘平差值, 得到的残差值即为圆柱的圆度值, 也叫凹凸度。

1.2 无需顾及初值的坐标转换法拟合圆柱

在实际的计算过程中, 采用上述的方法进行拟合时通常需要一个较为准确地的初值, 因为该方法对参数初值的依赖性很强, 这是由于误差方程在线性化过程中只保留了一次项, 求解参数之间相关性较大, 如初值设置与真值偏差较大, 可能会得到错误结果。

为了降低求解时对参数初值的依赖性, 对误差方程进行适当变换。

$$v_i = x^2 + y^2 - r^2 \quad (10)$$

将误差方程变形为:

$$v_i = (X_i - X_0)^T R A R^T (X_i - X_0) \quad (11)$$

将误差方程按泰勒级数展开并取一次项可得误差方程, 同式(7) 式中:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_i}{\partial X_0} = -2 R A R^T (X_i - X_0) \\ \frac{\partial v_i}{\partial \alpha} = 2 (X_i - X_0)^T \frac{\partial R}{\partial \alpha} A R^T (X_i - X_0) \\ \frac{\partial v_i}{\partial \beta} = 2 (X_i - X_0)^T \frac{\partial R}{\partial \beta} A R^T (X_i - X_0) \\ \frac{\partial v_i}{\partial r} = -2r \end{cases} \quad (12)$$

$$l_i = r^2 - (X_i - X_0)^T R A R^T (X_i - X_0) \quad (13)$$

与式(8) 相比, 式(12) 中没有根式 t , 故参数之间的相关性大大降低, 从而避免因初值不准所造成的求解不收敛或求解错误的问题。

同样, 根据间接平差迭代求取参数估值, 但是需要注意的是, 该方法所求的结果并不是圆度平方和最小。但此时参数近似值与真值接近, 因此可以作为初值按原误差方程再次迭代求解得到正确的参数平差值。

1.3 圆柱姿态欧拉角与中轴线单位向量的关系

圆柱的姿态有两种表达方式: 标准圆柱坐标系在测量坐标系中的旋转欧拉角 Ω 、圆柱中轴线在测量坐标系中的单位向量 e 。根据坐标旋转关系和线面角的概念可以推导出两种参数有如下关系:

$$\begin{cases} e = R^T e_h \\ \Omega = a \sin(e(2) \ e(1) \ 0)^T \end{cases} \quad (14)$$

式中 $e = (a \ b \ c)^T, e = (0 \ 0 \ 1)^T, \Omega = (\alpha \ \beta \ \gamma)^T, R = R_1(\alpha) R_2(\beta) R_3(\gamma)$ 。

通过此关系式, 根据其中一种参数便可以转换得到另一种参数, 便于满足工程中不同圆柱参数的需求。

2 数据拟合

2.1 数据预处理

2.1.1 不同组点云数据坐标统一化

当观测对象由不同组点云数据组成, 它们分属不同的测量坐标系, 因此需要根据公共点求取坐标转换七参数, 将不同组数据通过七参数转换统一到同一坐标系, 以便后续处理。

2.1.2 点云数据的粗差剔除

由于三维激光扫描得到的点云数据不可避免的存在一些异常数据, 如果在一组观测值中混有粗差的异常数据, 对它们进行分析, 得到的结果会与真值有一定的偏差, 其偏差大小与异常数据的大小和数

量成正相关分布关系。因此,从点云观测数据中剔除粗差时十分重要的数据预处理步骤。

三倍标准差判别法^[15]是一种简便的粗差探测方法,即某个观测值的残值绝对值大于三倍中误差,则该数据是含有粗差的异常数据,应予以剔除。在剔除了已经找到的异常数据后,由于余下的数据所计算得到的中误差发生改变,因此需要对余下的数据按上述准循环计算、判别和剔除,直至观测数据中不在含有异常数据。

2.1.3 旋转预处理

为了避免圆柱的轴线平行且 XOY 面而无法解算的问题,本文提出旋转恢复法来满足此假设条件。如果待拟合圆柱的轴线平行 XOY 面,可事先将柱面数据绕 X 轴或 Y 轴旋转一定的角度($\Delta\alpha$ 或 $\Delta\beta$),此时得到的新圆柱轴线与 XOY 面有交点,即满足上文中圆柱拟合模型中的假设条件,然后根据该模型进行求解得到参数平差值 x' ,最后对该参数平差值进行旋转逆变换,可得到圆柱面数据的拟合参数值 x 。

恢复过程如下:

$$\begin{cases} (x_0 \ y_0 \ h_0)^T = R^T (x' \ y' \ h')^T \\ (\alpha\beta)^T = (\alpha' - \Delta\alpha \ \beta' - \Delta\beta)^T \\ r = r' \end{cases} \quad (15)$$

式中 $R' = R_1(\Delta\alpha) R_2(\Delta\beta)$ 。

2.2 圆柱拟合

2.2.1 实测点云数据介绍

现有同一测量坐标系下的一组圆柱面点云数据,共计17 399个柱面点的三维坐标。坐标数据如表1所示,点云坐标散点图如图1所示。

表1 点云圆柱面三维坐标数据

点号	x/m	y/m	z/m
1	0.414 8	-1.947 1	-0.423 1
2	0.416 4	-1.948 4	-0.423 5
3	0.417 7	-1.948 2	-0.423 5
4	0.418 9	-1.947 8	-0.424 8
...
17 399	0.536 6	-2.086 9	-0.280 8

2.2.2 点云柱面拟合

基于本文中介绍的无需顾及初值的坐标转换法拟合此点云柱面数据,将五参数初值设置为 $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $r = 1$ 。循环剔除异常数据最终迭代得到不同残值定义下两次圆柱拟合的相关参数值,其中第二次平差的初值采用第一次平差结果。

参数结果中的圆柱轴线单位向量由式(15)转

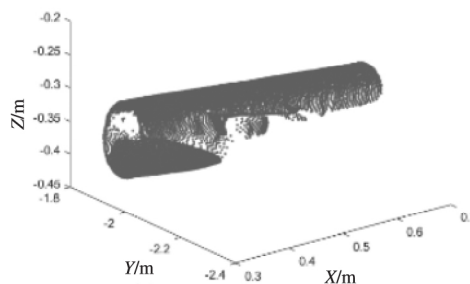


图1 点云柱面坐标散点图

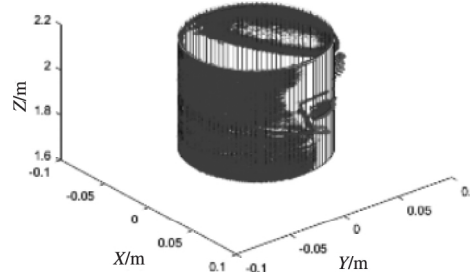


图2 标准坐标系下点云柱面拟合图

换得到。

由表2可看出,两次平差参数结果接近,第一次平差完全可以为第二次平差提供一个十分接近的参数初值,从而避免了参数相关而求解失败的问题,同时第一次平差时不必提供一个近似的参数初值,这大大提高了该模型的工程实用性。

如图2所示,将点云数据和拟合后的圆柱绘制在标准坐标系中,图中红色点表示剔除的异常数据,蓝色点为保留数据。可以看出,拟合的结果精度较高,剔除的异常数据较为理想。

表2 圆柱面两次平差结果对比

	第一次平差	第二次平差
x_0/m	1.427 777	1.425 319
y_0/m	-3.715 195	-3.713 933
h_0/m	0.000 00	0.000 00
α/rad	4.507 824	4.507 686
β/rad	0.500 785	0.500 019
γ/rad	0.000 00	0.000 00
r/m	0.056 415	0.056 450
δ/m	0.000 143	0.001 033

2.2.3 不同方向点云柱面数据拟合

为了验证该方法的通用性,本文通过原始点云数据转换得到标准坐标系下点云数据,然后对该点云数据分别绕 X 和 Y 轴分别旋转 0° 、 30° 、 45° 、 60° 、 75° 、 90° ,得到供25组不同方向的点云柱面数据,然后基于本文中介绍的无需顾及初值的坐标转换法拟合此点云柱面数据,将五参数初值设置为 $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $r = 1$ 。

$=0$ $\alpha=0$ $\beta=0$ $r=1$ 。循环剔除异常数据最终迭代得到不同方向的圆柱拟合参数,不同方向的点云柱面数据经迭代计算后都能收敛到正确的参数值,半径参数结果始终保持不变,中误差均为 1.03 mm,从而进一步说明了这种方法的适用性和普遍性。

3 结果分析

3.1 结果评定

圆柱面拟合结果的评定一般可以从以下几个方面说明,如中误差、残差(圆度、凹凸度)、残差分布随机性、残差分布正态性等。

该方法计算得到的单位权中误差为 1.03 mm,由于本文中点云数据的采集仪器的精度为毫米级,因此可以说明该中误差结果接近于仪器精度,拟合结果良好。另外,通过分析图 2、图 3 可知,剔除粗差后的点云数据残差的分布呈现随机性和正态性,符合偶然误差的几大特性:误差的有界性,残差绝对值不差过 4 mm;误差的趋向性;误差的对称性,正负残差出现概率大致相等;误差的抵偿性,残差均值为 0。由此可以得出该方法拟合得到的圆柱参数结果具有较强的可信度和准确度,完全满足实际工程测量的精度需求。

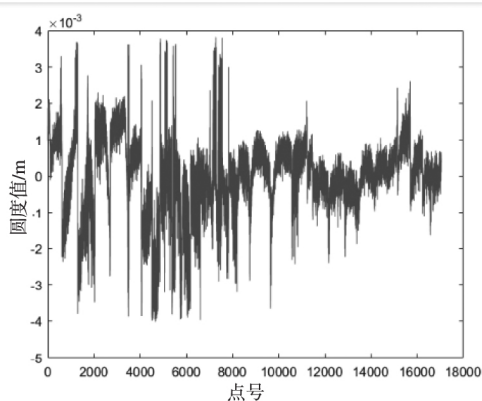


图3 残差(圆度)折线图

3.2 结果可视化

为了进一步满足工程中对拟合圆柱面后续处理的需求,如需根据拟合得到的残差和平面坐标图进行圆柱面的修复工作,可以将点云数据表达在圆柱投影坐标系中。

首先将采样点三维直角坐标转换为圆柱坐标系(由极坐标和高度构成),然后将圆柱在 0 方位切开,展开为一个平面,平面横坐标为点位相对于圆心的方位角(0 ~ 360°),纵坐标为圆柱的高度,观测点残

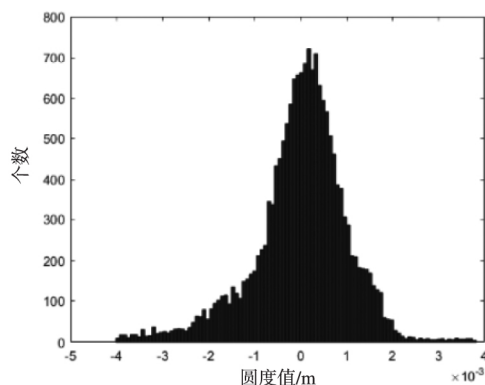


图4 残差(圆度)直方分布图

差(圆度)在该平面上上下浮动,以此建立投影坐标系 (u, v, t) [14]。

同时,用颜色区分圆度值的正负和大小,如图 5 所示,平面横坐标为点位相对于圆心的方位角,纵坐标为点的高度,观测点残差以一倍中误差为界点,分别以红、绿、蓝三种颜色分别代表凸、平、凹,从而可直观的分析实测点云柱面的凹凸度分布情况,有利于下一步进行修复工作,具有较强的实用意义。

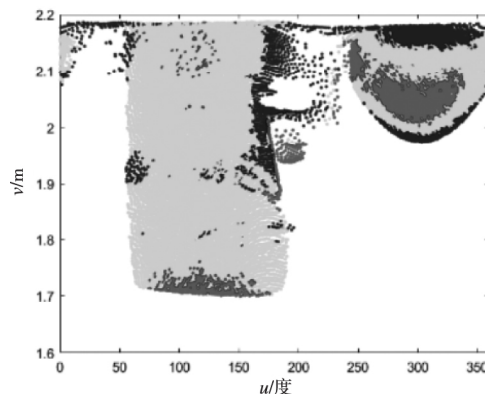


图5 残差(圆度)投影图

为了表达整个圆柱面的凹凸度,需要根据现有的点云数据通过内插得到格网点,然后根据各网点绘制圆度等值线,通过圆度等值线可以直观的分析点云扫描柱面范围的凹凸度分布情况。利用观测点内插计算格网点有很多方法,本文中采用基于三角形的线性插值得到格网点圆度,然后在投影坐标系中绘制圆度等值线,如图 6 所示。

4 结 语

本文介绍了一种无需顾及初值的坐标转换法拟合空间任意方向圆柱面,该方法在数据预处理之后,首先基于坐标转换设定圆柱参数,通过对圆度误差方程进行去相关变换来减弱方程对初值的依赖性,

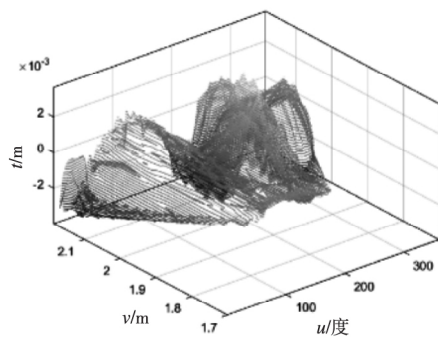


图6 残差(圆度)等值线

经两次平差(第二次平差以第一次平差结果为初始值)最终迭代得到圆柱参数平差值。该方法不必提供一个近似的参数初值,而且可以同时得到圆柱的空间姿态角和圆柱轴线的单位方向向量两种表达参数以满足工程不同需求,因此大大提高了工程实用性和可行性。通过对实测点云数据和不同方向的25组点云数据的拟合参数结果进行比较可知,不同方向的点云圆柱均能收敛到正确结果,圆柱半径参数保持不变,且中误差均为1.03 mm,进一步对参数结果进行评定和精度分析,发现圆度的分布呈现随机性和正态性特征,据此验证该圆柱拟合方法的正确性和通用性。

为了进一步对拟合圆柱面进行后续处理,本文建立投影坐标系直观展示圆度投影图和圆度等值线,可以为圆柱面的修复等后续工作提供可视化依据,具有很好的实用性。

参考文献:

- [1] 程效军,贾东峰,程小龙.海量点云数据处理理论与技术[M].上海:同济大学出版社,2014.
- [2] 张宏伟,赖百炼.三维激光扫描技术特点及其应用前景[J].测绘通报,2012(S1):320-322,337.
- [3] 索俊锋,刘勇,蒋志勇,等.基于三维激光扫描点云数据

的古建筑建模[J].测绘科学,2017,42(3):179-185.

- [4] 张序,李兆堃,罗小华,等.应用三维激光扫描测量进行文物逆向工程恢复[J].测绘科学,2013,38(6):169-171.
- [5] 孙文潇,王健,刘春晓.三维激光扫描在古建筑测绘中的应用[J].测绘科学,2016,41(12):297-301.
- [6] 严宇,王解先.激光扫描点云数据的圆柱拟合方法[J].测绘科学,2018(6):1-8.
- [7] 刘元朋,张定华.逆向工程中圆柱体几何特征参数评估方法的研究[J].机械科学与技术,2005(3):310-311,378.
- [8] 张士舰,刘春杰,李金富,等.投影圆度判别法的圆柱拟合[J].测绘科学技术学报,2014,31(4):355-358,362.
- [9] 秦世伟,潘国荣,谷川,等.基于遗传算法的三维空间柱面拟合[J].同济大学学报(自然科学版),2010,38(4):604-607,618.
- [10] 张益泽,王解先.初值任意选取的圆柱面拟合方法[J].工程勘察,2012,40(1):77-80.
- [11] 田晓,李全海.基于坐标转换的三维空间圆柱面拟合[J].工程勘察,2014,42(12):79-82.
- [12] 鲍金,王解先.改进的投影圆度判别法圆柱拟合[J].矿山测量,2018,46(1):94-98.
- [13] 王解先,季凯敏.工业测量拟合[M].北京:测绘出版社,2008.
- [14] 喻国荣,王庆,潘树国.现代测量数据处理理论[M].北京:中国大地出版社,2011.
- [15] 李建章,陈海鹰,纪凤仙.测量数据处理程序设计[M].北京:北京国防工业出版社,2012.

作者简介:任营营(1994-),男,汉族,河南郑州人,硕士研究生,研究方向为大地测量数据处理。

(收稿日期:2018-07-03)

(上接第104页)

- [8] 杨志强,王树元,等.误差理论与数据优化处理[M].西安:西安地图出版社,2002.
- [9] 刘小生,罗任秀.陀螺经纬仪稳定性分析研究[J].有色金属(矿山部分),2004,56(1):40-42.
- [10] 王涛,杨志强,石震,等.新型陀螺全站仪方位定向误差分析及工程应用[J].煤炭科学技术,2014,42

(11):90-92.

作者简介:刘聪(1990-),男,江苏徐州人,目前就职于上海勘察设计研究院(集团)有限公司,主要从事地下工程测量及城市轨道交通测绘方向研究。

(收稿日期:2018-04-25)