

پروژه‌ی شماره ۲ : آشنایی با MNA و LU decomposition

کاری از فرزاد حبیبی
دانشکده برق و کامپیوتر، دانشکده فنی
, دانشگاه تهران
۸۱۰۱۹۵۳۸۳
farzadhabibii98@gmail.com

Time domain :

$$\begin{bmatrix} 1/R & 0 & 1 \\ gm & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -sL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ IL \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & -L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1' \\ V2' \\ IL' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |J|\cos(\omega t + \Theta) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

چکیده :

در این پروژه سعی شده است که ابتدا با مفهوم MNA آشنایی کامل صورت گیرد سپس با استفاده از روش‌های حل ماتریس ، جواب مسئله را بدست آوریم.

۱. مقدمه :

در سوالات ۱ و ۲ صرفن نوشتن ماتریس MNA خواسته شده است. در سوال ۳ باید با استفاده از Stamp هایی که در زبان متلب نوشته شده این ماتریس‌ها را بسازیم. در سوال ۴ خواسته شده که دو نمونه مدار را با استفاده از استامپ‌های سوال ۳ شبیه‌سازی کنیم. و در سوال ۵ هم یک مقایسه بین روش‌های حل ماتریس صورت گرفته است.

۲. سوال دوم :

مشابه سوال اول عمل می‌کنیم. داریم :

$$\begin{bmatrix} g_1+sC & 0 & -sC & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & -g_2 & 1 & 0 \\ -sC & -g_2 & g_2+sC & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ A & -A & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ IE \\ IOA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \\ 0 \\ 3j^{(\pi/3)} \\ IOA \end{bmatrix}$$

Idle op-amp :

$$\begin{bmatrix} g_1+sC+g_2 & -g_2-sC & -1 \\ -g_2-sC & g_2+sC & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ IE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3e^{(j\pi/3)} \end{bmatrix}$$

۲.۱ سوال اول :

در این سوال صرفن خواسته شده ماتریس‌های MNA برای هر کدام از مدارهای داده شده رسم شود، که به شکل زیر می‌باشد.

$$\begin{bmatrix} 1/R & 0 & 1 \\ gm & sC & -1 \\ 1 & -1 & -sL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ IL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |J|e^j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۲.۳ سوال سوم:

در این سوال هر یک از استامپ‌ها در متلب پیاده سازی شده است و از کاربر خواسته می‌شود که با فرمت خاصی تمام اجزای مدار را وارد کند. سپس با استفاده از تابع هر کدام از استامپ‌ها ماتریس‌های MNA ساخته می‌شود (در اینجا G, b می‌باشد که در معادله‌ی $GX = b$ قرار دارند و ماتریس X مجهول می‌باشد).

نام تابع استامپ‌ها به شرح زیر می‌باشد :

VSStamp	Voltage Source
VCVSStamp	Voltage Controlled VS
CStamp	Current Source
VCCStamp	Voltage Controlled CS
resistorStamp	Resistor
capacitorStamp	Capacitor
inductorStamp	Inductor
OpAmp	Op Amp

همچنین کاربر باید به یکی از فرمت‌های زیر، اجزای مدار را وارد کند :

R node1 node2 r

C node1 node2 c

L node1 node2 l

VCC k k' j j' gm

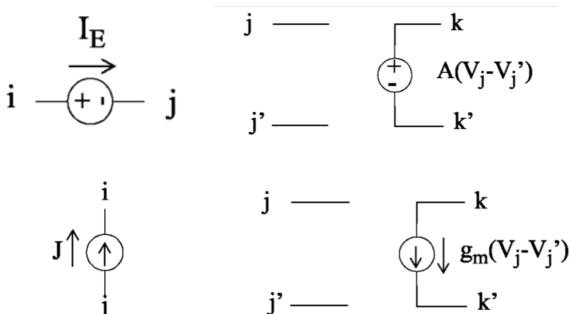
VCVS k k' j j' A

VS i j E

CS i j C

OP node+ node- outNode gain

که برای VCC, VCVS, VS, CS با توجه به شکل‌های زیر عمل می‌کنیم .



۲.۴ سوال چهارم :

در این سوال خواسته شده که دو مدار مختلف را با استفاده از استامپ‌هایی که در سوال سه طراحی کردیم شبیه‌سازی کرده و در آخر نمودار ولتاژ بر حسب فرکانس را به نمایش بگذاریم.

یک فرق اساسی که این سوال با سوال سه دارد در این است که در انتهای این سوال باید ماتریس X محاسبه شود.

که این کار با روش "LU Decomposition" صورت می‌گیرد.

```
gSparse = sparse(G);
[L,U,P,Q] = lu(gSparse);
z = L \ (P*b);
y = U \ z;
x = Q*y;
```

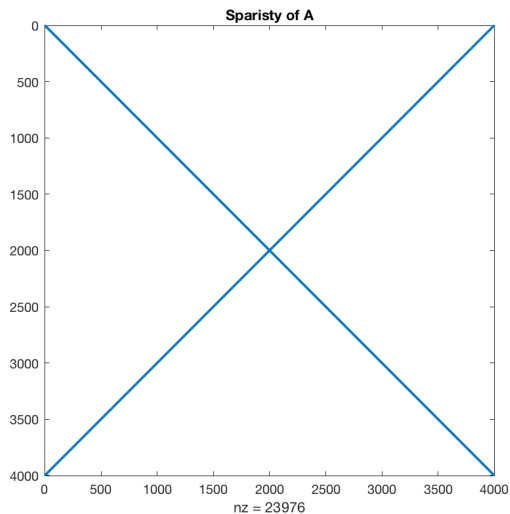
همانطور که می‌دانیم ماتریس L ماتریس پایین مثلثی و ماتریس U ماتریس بالا مثلثی می‌باشد.

برای سهولت تمام دستورات برای نمایش مدار در یک متغیر جدا ذخیره شده است. کفایت یکی از

۲.۵ سوال پنجم :

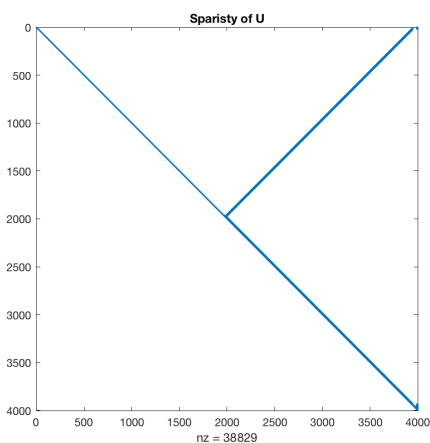
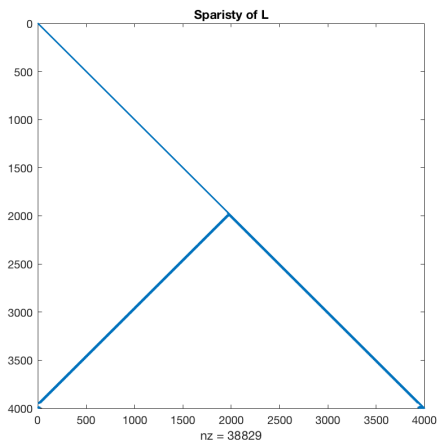
بخش a :

The sparsity pattern of A :



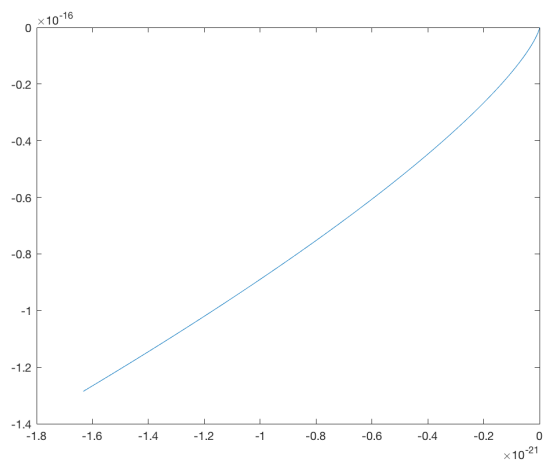
بخش b :

The sparsity pattern of the LU factors of A :

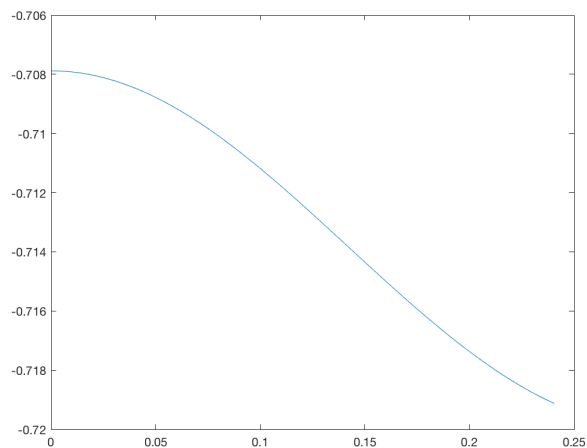


دومتغیر Part را که در کد موجود است uncomment کنیم و نتایج را برای مدار ببینیم. (در واقع یک متغیر با نام Part دو بار مقدار دهی شده است که یکی برای مدار اول و یکی دیگر برای مدار دوم می‌باشد. و باید برای دیدن نتایج هر کدام آن یکی دیگر را کامنت کنیم)

در انتها برای مدار اول نمودار زیر به نمایش گذاشته می‌شود :



و برای مدار دوم نیز نمودار زیر را مشاهده می‌کنیم :



بخش c :

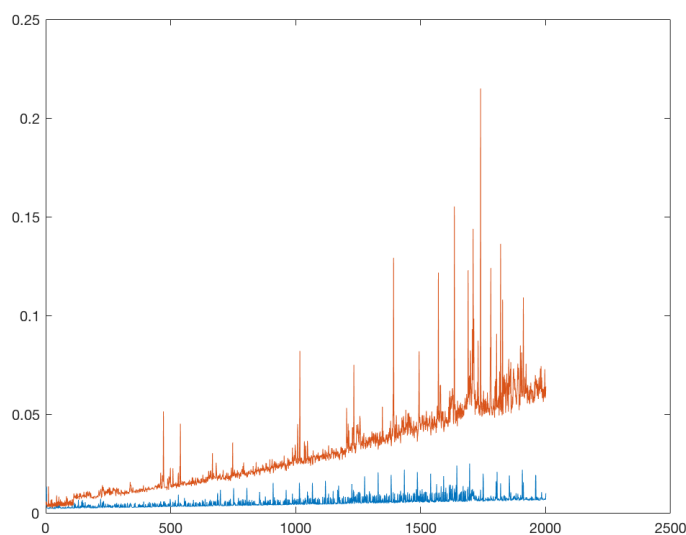
هر دو روش پاسخ مطلوب و صحیحی به دست می‌آوردند.

بخش d :

برای این ماتریس با $n = 4000$ زمان محاسبه به روش LU برابر "0.0134" و برای محاسبه به روش عادی برابر "0.1038" می‌باشد.

بخش e :

نمودار زمان بر حسب n برای $1000 < n < 3000$ کشیده شده است. که رنگ آبی نمایانگر محاسبه به روش LU و رنگ قرمز نشانگر محاسبه به روش عادی است.

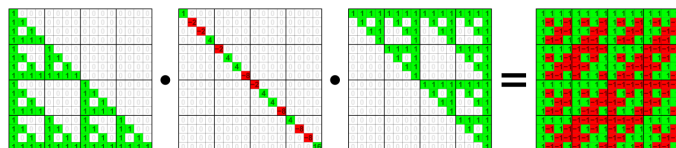


۳. نتیجه‌گیری :

برای تحلیل مدارها روش کامپیوتری MNA بسیار کاربردی است که می‌تواند به خوبی از پس خواسته‌های مسئله برآید. اما محاسبه‌ی ماتریس‌های بزرگی که این روش تولید می‌کند ممکن است زمان‌گیر باشد که با روش LU decomposition و ماتریس‌های sparse به جای ماتریس‌های کامل می‌توان در زمان صرفه‌جویی کرد.

Sparse از این لحاظ که با حذف خانه‌های خالی و بی‌مورد مقدار محاسبات اضافی ما را به شدت کاهش می‌دهد.

و LU Decomposition از این لحاظ که از مقدار زیادی از مقادیر فاکتور گرفته و آن را در قطر قرار می‌دهد باعث از بین رفتن مقادیر اضافی می‌شود.



پس می‌توان با استفاده از MNA مدارهای هر اندازه بزرگ را در زمان کمی پاسخ داد.

۴. منابع :

اسلایدهای استاد و مطالبی که سر کلاس گفته شده.

همانطور که مشاهده می‌شود هر چه تعداد n بیشتر می‌شود ، زمان محاسبه ماتریس هم بیشتر می‌شود و رشد محاسبه از طریق روش LU بسیار بیشتر از رشد محاسبه از طریق عادی است و نمایی است.