Exercice 1 Dans chaque cas calculer, si cela a un sens les matrices suivantes:

$$A + C, A + B, 2B, AB, BA, AC, CA, B^2$$

1. avec les matrices:

$$A = \left(\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}\right) \quad B = \left(\begin{array}{cc} 4 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{array}\right) \quad C = \left(\begin{array}{cc} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{array}\right)$$

2. avec les matrices:

$$A = \left(\begin{array}{cc} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{array}\right) \quad B = \left(\begin{array}{cc} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 3 \end{array}\right) \quad C = \left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{array}\right)$$

Exercice 2 Dans chaque cas calculer le déterminant des matrices carrées puis les images des vecteurs par la matrice donnée. Tracer les vecteurs et leurs images.

1. Déterminant et images par la matrice
$$A \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$
 des vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

2. Déterminant et images par la matrice
$$B\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
 des vecteurs $u = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

3. Déterminant et images par la matrice
$$C \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 des vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. Déterminant et images par la matrice
$$A \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$
 des vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

5. Déterminant et images par la matrice
$$B=\left(\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$
 des vecteurs $u=\left(\begin{array}{cc} 1 \\ 1 \end{array}\right)$ et $v=\left(\begin{array}{cc} 1 \\ -1 \end{array}\right)$.

6. Déterminant et images par la matrice
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 des vecteurs $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

*

Exercice 3 Traduire les systèmes suivants en produits de matrices puis résoudre ces système en calculant un inverse de matrice.

1. Résoudre
$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$$

2. Résoudre
$$\begin{cases} -3x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

3. Résoudre
$$\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

4. Résoudre
$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x + 2y = 2 \end{cases}$$