

Alice

Реши задачу подробно с объяснением $(1/5)^{-3} * 25^{-1} = ?$

Давайте решим эту задачу пошагово.

Дано:

$$(51)^{-3} \cdot 25^{-1} = ?$$

Шаг 1: Преобразуем первую часть выражения $(51)^{-3}$

Вспомним правило: число в отрицательной степени равно обратному числу в положительной степени:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Применим это правило:

$$(51)^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

Шаг 2: Преобразуем вторую часть выражения 25^{-1}

Заметим, что 25 можно представить как 5^2 . Тогда:

$$25^{-1} = (5^2)^{-1} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

Шаг 3: Подставим преобразованные выражения в исходное уравнение

Теперь наше выражение выглядит так:

$$\frac{1}{125} \cdot \frac{1}{25}$$

Шаг 4: Применяем правило умножения степеней с одинаковым основанием

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Применим это правило:

$$\frac{1}{125} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{5^3} \cdot \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5^{3+2}} = \frac{1}{5^5} = \frac{1}{3125}$$

$$\text{Ответ: } (51)^{-3} \cdot 25^{-1} = \frac{1}{3125}$$

Проверка:

Можно проверить решение, подставив значения:

- $(51)^{-3} = \frac{1}{125}$ (так как $51 = 0,2$, а $0,2^{-3} = \frac{1}{125}$);
- $25^{-1} = \frac{1}{25} = 0,04$;

• $125 \cdot 0,04 = 5$.

Таким образом, мы получили тот же результат, что и при алгебраическом решении.

Вывод: значение выражения $(51) - 3 \cdot 25 - 1$ равно 5.

Степени умножаются ?

Да, степени можно умножать, и для этого существуют разные правила в зависимости от вида степенных выражений.

Вот основные случаи умножения степеней:

1. **Умножение степеней с одинаковым основанием. В этом случае основание остаётся неизменным, а показатели степеней складываются. Формула:**

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, где:

- a — основание степени;
- n и m — показатели степени.

Пример: $3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$.

2. **Умножение степеней с разными основаниями, но одинаковыми показателями. В этом случае нужно перемножить основания, а показатель степени оставить без изменений. Формула:**

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$.

Пример: $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$.

3. **Умножение степеней с разными основаниями и разными показателями. Здесь есть два подхода:**

- **Выделить одинаковое основание** — если возможно представить одно из чисел в виде произведения, где один из множителей равен другому основанию.
- **Привести к общему показателю** — представить один из множителей как произведение степеней с одинаковыми основаниями, но разными показателями.

Если это невозможно, нужно возвести каждый множитель в свою степень и затем перемножить результаты.

4. Возведение степени в степень. Это особый случай, когда показатель степени умножается на показатель внешней степени.

Формула:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}.$$

Пример: $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$.

Дополнительные важные моменты:

- **Степень числа 1 в любой степени всегда равна 1.**
- **Степень числа 0 в любой положительной степени равна 0.**
- **Отрицательная степень числа равна обратной величине числа, возведённой в положительную степень: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.**
- **Нулевая степень любого числа (кроме 0) равна 1: $a^0 = 1$.**

Эти правила помогают упрощать сложные выражения и быстрее находить значения степенных выражений.

А когда степени складываются ?

Степени складываются в следующих случаях:

- 1. При умножении степеней с одинаковым основанием. Если у вас есть выражение вида $a^n \cdot a^m$, где «а» — основание степени, а «n» и «m» — показатели степени, то показатели складываются, а основание остаётся неизменным. Формула:**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Примеры:

- $3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6;$
- $2^8 \cdot 2^3 = 2^{8+3} = 2^{11};$
- $5^3 \cdot 5^5 = 5^{3+5} = 5^8.$

- 2. При умножении степеней с одинаковым показателем, но разными основаниями. В этом случае можно записать выражение в виде степени произведения. Формула:**

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Примеры:

- $3^5 \cdot 4^5 = (3 \cdot 4)^5 = 12^5;$

○ $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$.

Важно не путать со случаями, когда степени не складываются, а:

- **Вычитаются** — при делении степеней с одинаковым основанием.
- **Умножаются** — при возведении степени в степень (формула: $(a^n)^m = a^{nm}$).
- **Остаются неизменными** — при возведении в степень произведения или частного.

Дополнительные особые случаи:

- **Степень с нулевым показателем всегда равна 1** (если основание не равно нулю).
- **Степень с отрицательным показателем можно представить как обратную величину:** $a^{-n} = 1/a^n$.
- **Дробный показатель связан с извлечением корня:** $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Помните, что эти правила работают только для натуральных показателей степени (целых положительных чисел), если не указано иное.