

集合

定义1.1 给定两个集合 A 和 B , 如果集合 A 中的每个元素都是集合 B 中的元素, 反过来集合 B 中的每个元素也都是集合 A 中的元素, 那么称集合 A 和集合 B 相等, 并记为 $A=B$.

定理1.1 A, B, C 是任意集合, 集合间的相等关系满足:

1° 自反性 $A=A$;

2° 对称性 若 $A=B$, 则 $B=A$;

定义1.2 设 A 和 B 是两个集合, 如果集合 A 中的每个元素都是集合 B 中的元素, 我们称集合

集合 B 包含集合 A , 而集合 A 叫做集合 B 的子集, 表示成 $B \supseteq A$ 或 $A \subseteq B$.

真包含集 A , 而集合 A 叫做集合 B 的一个真子集。

定理1.2 A, B, C 是任意集合, 集合间的包含关系满足:

2° 反对称性 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则 $A=B$;

3° 传递性 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$.

定理1.3 对于任何集合 A , $\phi \subseteq A$.

定理1.4 A 是有限集合, $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$.

定义1.3 对于正整数 n , 有序 n 数组 (a_1, a_2, \dots, a_n) 是 a_i 为第 i 个分量的 n 个对象的序列。

定义1.4 集合 A_1, A_2, \dots, A_n 的积集 $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ 是由全体有序 n 数组 (a_1, a_2, \dots, a_n)

定理1.5 A, B 是两个有限集合, $|A \times B| = |A| \cdot |B|$.

定义1.5 定集合 A 与 B 的并, 交, 差集 $A \cup B, A \cap B, A - B$ 分别为

$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$,

$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$,

$A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$.

定理1.6 对于任意集合 A , $A \cup \bar{A} = U$, $A \cap \bar{A} = \phi$.

定理1.7 对任意集合 A, B, C , 下面等式成立:

$$1^\circ A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A;$$

$$3^\circ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$$

$$4^\circ A \cup \emptyset = A, A \cap U = A;$$

$$5^\circ A \cup \bar{A} = U, A \cap \bar{A} = \emptyset.$$

定理1.8 下面三个关于集合 A 和 B 的命题是相互等价的:

$$1^\circ A \subseteq B;$$

$$2^\circ A \cup B = B;$$

$$B = A. 3^\circ A \cap$$

定义1.6 字母表 Σ 上所有非空行的集合 Σ^+ 定义如下:

1° (基础语句) 如果 $a \in \Sigma$, 则 $a \in \Sigma^+$;

2° (归纳语句) 如果 $x \in \Sigma^+$ 且 $a \in \Sigma$, 则 a 与行 x 的连接 $ax \in \Sigma^+$;

3° (终结语句) 集合 Σ^+ 只包含有限次使用 1°, 2° 所得到的那些行。

定义1.7 Σ 是字母表, Σ 上所有行的集合 Σ^* 定义如下:

1° (基础语句) 空行 $\lambda \in \Sigma^*$;

2° (归纳语句) 如果 $x \in \Sigma^*$, 且 $a \in \Sigma$, 则 a 与行 x 的连接 $ax \in \Sigma^*$;

3° (终结语句) 除了有限次使用 1° 2° 构造的行以外, Σ^* 再没有其他元素。