

实 验 报 告

11 系 20 级 3 班

郭耸霄 PB20111712

2021 年 4 月 2 日

单摆法测重力加速度实验报告

1 实验目的

- 1、学会单摆法测重力加速度。
- 2、用误差分析的方法，学会选择最有利的条件减小误差。

2 实验原理

理想的单摆，是一根没有质量、没有弹性的线，系住一个没有体积的质点，在真空中由于重力作用而在与地面垂直的平面内做摆角趋于零的自由振动。这种理想的单摆，实际上是不存在的。在实际的单摆实验中，悬线是一根有质量（弹性很小）的线，摆球是有质量有体积的刚性小球，摆角不为零，摆球的运动还受到空气的影响。

单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left(1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}.$$

式中 T 是单摆的周期， l 、 m_0 是单摆摆线的长度和质量， d 、 m 、 ρ 是摆球的直径、质量和密度， ρ_0 是空气密度， θ 是摆角。一般情况下，摆球几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角（ $\theta < 5^\circ$ ）对 T 的修正都小于 10^{-3} 。本实验精度要求为 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ，这些修正项都可以忽略不计。

在一级近似下，单摆周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

通过测量周期 T 、摆长 l 可求出重力加速度 g 。

3 实验器材

单摆仪、游标卡尺（最大允差 $\Delta_{\text{卡}} = 0.02\text{cm}$ ）、电子秒表（最大允差 $\Delta_{\text{仪}} = 0.02\text{cm}$ ）、钢卷尺（最大允差 $\Delta_{\text{米}} = 0.02\text{cm}$ ）。

实 验 报 告

11 系 20 级 3 班

郭耸霄 PB20111712

2021 年 4 月 2 日

4 测量记录

表 1——原始数据

实验次数	1	2	3	4	5
摆线长度 l/cm	66.30	66.31	66.55	66.84	66.63
球直径 d/mm	22.22	22.20	22.20	22.20	22.18
摆动 50 个全振动周期 T/s	82.60	82.59	80.85	82.78	82.53

5 分析与讨论

5.1 数据处理

摆线长度的平均值:

$$\bar{l} = \frac{66.30 + 66.31 + 66.55 + 66.84 + 66.63}{5} \text{cm} = 66.53 \text{cm}.$$

摆线长度的标准差:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{(66.30 - 66.53)^2 + (66.31 - 66.53)^2 + (66.55 - 66.53)^2 + (66.84 - 66.53)^2 + (66.63 - 66.53)^2}{5 - 1}} \text{cm} = 0.204 \text{cm}.$$

那么它的展伸不确定度为:

$$U_{l0.68} \sqrt{\left(t_{0.68} \frac{\sigma_l}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(1.14 \times \frac{0.204}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1 \times \frac{0.05}{3}\right)^2} \text{cm} = 0.105 \text{cm}, P = 0.68.$$

上式中 Δ_B 即是米尺精度 Δ_* 。

摆球直径的平均值:

$$\bar{D} = \frac{22.22 + 22.20 + 22.20 + 22.20 + 22.18}{5} \text{mm} = 22.20 \text{mm}.$$

摆球直径的标准差:

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{(22.22 - 22.20)^2 + (22.20 - 22.20)^2 + (22.20 - 22.20)^2 + (22.20 - 22.20)^2 + (22.18 - 22.20)^2}{5 - 1}} \text{mm} = 0.012 \text{mm}.$$

那么它的展伸不确定度为:

$$U_{D0.68} \sqrt{\left(t_{0.68} \frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(k_p \frac{\Delta_B}{C}\right)^2} = \sqrt{\left(1.14 \times \frac{0.012}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(1 \times \frac{0.02}{3}\right)^2} \text{mm} = 0.013 \text{mm}, P = 0.68.$$

上式中 Δ_B 即是游标卡尺精度 Δ_* 。

实 验 报 告

11 系 20 级 3 班

郭耸霄 PB20111712

2021 年 4 月 2 日

综合以上，可以得到摆长的平均值为：

$$\bar{L} = \bar{l} + \frac{\bar{D}}{2} = 66.53 + \frac{2.220}{2} \text{cm} = 67.64 \text{cm}.$$

由误差传递公式，摆长的展伸不确定度：

$$U_{L0.68} = \sqrt{U_{l0.68}^2 + (\frac{U_{D0.68}}{2})^2} = \sqrt{0.204^2 + (\frac{0.0012}{2})^2} \text{cm} = 0.204 \text{cm}.$$

单摆周期的平均值：

$$\bar{T} = \frac{82.60 + 82.59 + 80.85 + 82.78 + 82.53}{5 \times 50} \text{s} = 1.645 \text{s}.$$

单摆周期的标准差：

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{(\frac{82.60}{50} - 1.645)^2 + (\frac{82.59}{50} - 1.645)^2 + (\frac{80.85}{50} - 1.645)^2 + (\frac{82.78}{50} - 1.645)^2 + (\frac{82.53}{50} - 1.645)^2}{5 - 1}} \text{s} = 0.014 \text{s}.$$

又在这个实验中对测量周期 T 而言

$$\Delta_{BT} = \frac{1}{50} \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\lambda}^2} = \frac{1}{50} \sqrt{0.01^2 + 0.2^2} \text{s} = 0.004 \text{s}.$$

那么周期测量中的展伸不确定度为：

$$U_{T0.68} \sqrt{(t_{0.68} \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}})^2 + (k_p \frac{\Delta_{BT}}{C})^2} = \sqrt{(1.14 \times \frac{0.014}{\sqrt{5}})^2 + (1 \times \frac{0.04}{3})^2} \text{s} = 0.0073 \text{s}, P = 0.68.$$

根据经典的单摆周期公式，那么有

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \bar{L}}{\bar{T}^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 0.6764 \text{m}}{(1.645 \text{s})^2} = 9.858 \text{m/s}^2.$$

g 的展伸不确定度为：

$$\frac{U_{g0.68}}{\bar{g}} = \sqrt{1^2 (\frac{U_{L0.68}}{\bar{L}})^2 + 2^2 (\frac{U_{T0.68}}{\bar{T}})^2} = \sqrt{1^2 \times (\frac{0.204}{67.64})^2 + 2^2 \times (\frac{0.0073}{1.645})^2} = 0.0094, P = 0.68.$$

$$U_{g0.68} = 0.0094 \times 9.858 \text{m/s}^2 = 0.093 \text{m/s}^2, P = 0.68.$$

由以上也可以知道 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ，满足实验设计的条件。那么最终测量结果的表达式为：

$$g = \bar{g} \pm U_{g0.68} = 9.858 \pm 0.093 \text{m/s}^2, P = 0.68.$$

5.2 误差分析

具体分析见思考题部分。

实 验 报 告

11 系 20 级 3 班

郭耸霄 PB20111712

2021 年 4 月 2 日

5.3 实验讨论

1、在实验时实验误差主要为测量人员的主观因素，因此在测量是一定要集中精力，并且在用游标卡尺或秒表等测量工具进行测量时一定要正确读取数据。

2、单摆测重力加速度实验让我加深了对一些测量工具如游标卡尺、秒表等工具的使用，学会了应用误差均分原则选用适当的仪器和测量方法，并学习了累积放大法的原理和应用，懂得了分析基本误差的来源，提出进行修正和估算的方法。

6 思考题

6.1 分析基本误差的来源，提出进行改进的方法。

1、系统误差：

推导所用的公式为一个近似公式，使实验存在一定的系统误差。

2、随机误差：

(1) 测量摆长时操作难度大。

细线已经固定在单摆仪上，导致钢卷尺不能与被测对象紧贴。

改进方法：可以用另一根细线与摆线紧贴，在其上标记摆线长度，进行间接测量。

(2) 测量全振动周期时干扰因素多。

1) 是否将单摆成功摆成平面摆不易观察，以致有可能形成圆锥摆，造成误差。

2) 计时开始和结束的标准模糊。由于是肉眼观察摆是否摆到最高点，所以不准确的程度较大。

改进方法：这两点均可以使用激光进行校准。

3) 其他组的活动会对摆放单摆仪的桌面造成一定的影响。

改进方法：在较孤立的环境下做实验。