Examples

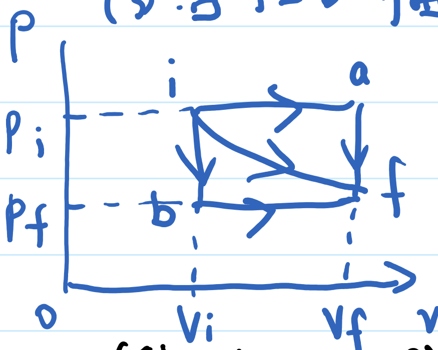
18 December 2020 20:54

2.1 1 摩尔理想气体从初态 i 到终态 f 分别通过下述三个准静态过程，试计算各个过程中外界对系统所做的功。

(1) 沿 i-f 等温线；

(2) 沿 i-a-f 曲线；

(3) 沿 i-b-f 曲线



$$(1)\ W_1 = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{\nu RT}{V}\,dV = -RT\ln\frac{V_f}{V_i}$$

$$= -p_iV_i\ln\frac{V_f}{V_i}$$

$$(2)\ W_2 = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV = -\int_{V_i}^{V_f} p_i\,dV = p_i(V_i - V_f)$$

$$(3)\ W_3 = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV = -\int_{V_i}^{V_f} p_f\,dV = p_f(V_i - V_f)$$

2.2 一高 2.6 m 面积为 $10\,m^2$ 的小房间有小烟气孔与室外大气相通，并设小房间近似与外界绝热，标准状态下空气密度 $\rho = 0.00129\,g/cm^3$，空气的定压比热近似视为常数 $c_p = 0.238\,cal/(g\cdot K)$。若使用电加热方式使房间温度从 0°C 升到 20°C 需要消耗多少电能量？

$$pV = \frac{M}{\mu}RT \Rightarrow MT = C_0$$

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} c_p M\,dT = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M_1T_1}{T} c_p\,dT = M_1T_1c_p\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T}$$

$$= M_1T_1c_p\ln\frac{T_2}{T_1} = 6.44\times10^5 J$$

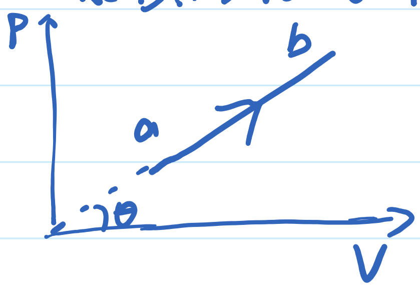
2.3 常利用正常沸点很低的液氦和液氮的汽化潜热得室温

下的物体降至很低的温度，液氦的正常沸点(即1atm下的沸点)为4.2K，其汽化潜热$L_{He}=2.6kJ/L$；液氮的正常沸点为77K，汽化潜热$L_{N_2}=161kJ/L$。但一升液氦的价格远远贵于一升液氮的价格。为将2kg铜从300K冷却到10K，又要花费较少，需要消耗多少升液氦和液氮？

$$M_{N_2}=\frac{m(h_{1atm}(300K)-h_{1atm}(80K))}{L_{N_2}}=0.91L$$

$$M_{He}=\frac{m(h_{1atm}(80K)-h_{1atm}(10K))}{L_{He}}=4.6L$$

2.4 某种理想气体的定容摩尔热容量$C_{V,m}=3R$，该理想气体从初态a沿p-V图上ab直线经过一准静态过程到终态b，求该理想气体在该过程中的摩尔热容量。



a→b准静态过程方程 $\frac{p}{V}=\tan\theta$

$$C_m dT=C_{V,m}dT+pdV$$

$$C_m=C_{V,m}+p\frac{dV}{dT}$$

$$pV=RT$$

$$\Rightarrow V^2=\frac{RT}{\tan\theta}$$

$$\frac{dV}{dT}=\frac{R}{2\tan\theta}\frac{1}{V}=\frac{R}{2p}$$

$$C_m=C_{V,m}+\frac{R}{2}=3R+\frac{R}{2}=\frac{7}{2}R$$

2.5 理想气体等温过程的过程方程为$pV=C$，绝热过程的过程方程$pV^{\gamma}=C_1$，等压过程的过程方程为$pV^0=C$，等容过程曲线在p-V图上为平行p轴的直线，其斜率为∞所以等容过程的过程方程可表示为$pV^{\infty}=C$。对于不是以上这些典型过程的一般过程方程可表示为$pV^n=C$，这称为多方过程，n称为多方指数。试求多方过程的摩尔热容C_n。

$$\text{đ}Q_n = C_n dT = C_{V,m} dT + p dV$$

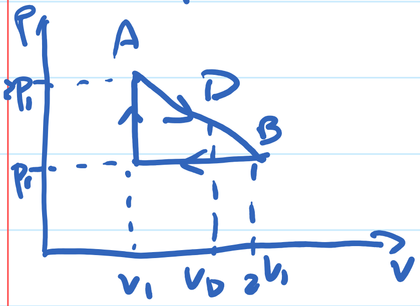
$$C_n = C_{V,m} + p\left(\frac{dV}{dT}\right)_n$$

$$pV^n = C \quad , \quad pV = RT$$

$$\left(\frac{dV}{dT}\right)_n = -\frac{1}{(n-1)}\frac{V}{T}$$

$$\therefore C_n = C_{V,m} - \frac{1}{n-1}\frac{pV}{T} = C_{V,m} - \frac{R}{n-1}$$

2.6 设1mol的某种理想气体,定容摩尔热容$C_{V,m}=\frac{7}{2}R$,经历如图所示的循环过程。试计算此循环过程的效率



$$W' = \frac{1}{2}p_1V_1$$

CA段等容升压吸热

$$Q_{CA} = C_{V,m}(T_A - T_C) = \frac{7}{2}R\left(\frac{p_AV_A}{R} - \frac{p_CV_C}{R}\right) = \frac{7}{2}p_1V_1$$

$$\text{đ}Q = C_{V,m} dT + p dV = \frac{7}{2}R dT + p dV$$

$$= \frac{7}{2}(p dV + V dp) + p dV$$

$$= \frac{9}{2}p dV + \frac{7}{2}V dp$$

AB过程方程 $p = 3p_1 - \frac{p_1}{V_1}V$

$$dp = -\frac{p_1}{V_1}dV$$

$$\therefore \text{đ}Q = \frac{9}{2}p dV - \frac{7}{2}V\frac{p_1}{V_1}dV$$

$$= \frac{9}{2}\left(3p_1 - \frac{p_1}{V_1}V\right)dV - \frac{7}{2}V\frac{p_1}{V_1}dV$$

$$= \left(\frac{27}{2} - \frac{8V}{V_1}\right)p_1 dV$$

当 $V < V_D = \frac{27}{16}V_1$ 时,$\text{đ}Q > 0$;系统吸热

当 $V > V_D = \frac{27}{16}V_1$ 时,$\text{đ}Q < 0$;系统放热

$$Q_{AD} = \int_A^D \text{đ}Q = \int_{V_1}^{V_D}\left(\frac{27}{2} - \frac{8V}{V_1}\right)p_1 dV = \frac{121}{64}p_1V_1$$

$$Q_1 = Q_{CA} + Q_{AD} = \frac{345}{64}p_1V_1$$

$$\eta = \frac{W'}{Q_1} = 9.3\%$$

2.7 用一台理想的卡诺制冷机将1mol理想气体从环境温度T_0等压降温至T_1，制冷机放热给周围环境，T_0保持不变。求为完成上述过程需要做多少功？

$$\varepsilon = \frac{T}{T_0 - T}$$

$$đW = \frac{đQ_p}{\varepsilon} = \frac{T_0 - T}{T} đQ_p = -C_{p,m}\frac{T_0 - T}{T} dT$$

$$W = \int đW = -\int_{T_0}^{T_1} C_{p,m}\frac{T_0 - T}{T} dT = -C_{p,m}(T_1 - T_0) + C_{p,m}T_0 \ln\frac{T_0}{T_1}$$