# 离散数学

目录

[离散数学 1](#_Toc4360117)

[数理逻辑 1](#_Toc4360118)

[命题逻辑： 1](#_Toc4360119)

[范式 3](#_Toc4360120)

[联结词全功能集： 4](#_Toc4360121)

[与非联结词，或非联结词 4](#_Toc4360122)

[组合电路： 5](#_Toc4360123)

[推理理论： 5](#_Toc4360124)

[一阶逻辑： 6](#_Toc4360125)

[集合论 6](#_Toc4360126)

[图论 7](#_Toc4360127)

[代数系统简介 7](#_Toc4360128)

# 数理逻辑

数理逻辑：用数学方法研究推理的形式结构和推理规律的数学学科

比如典型的三段论：所有人都是要死的，苏格拉底是人，苏格拉底是要死的

# 命题逻辑：

命题符号化及链接词：

命题与真值：

命题：判断结果唯一的陈述句

命题的真假：判断的结果

真值的取值：真，假

真命题：真值为真的命题

假命题：真值为假的命题

特别注意的是：感叹句，祈使句，疑问句都不是命题，陈述句中的悖论以及判断结果不唯一确定的也不是命题

原子命题：又叫简单命题，就是简单陈述句构成的命题。简单命题在使用的时候往往会符号化

简单命题的符号化：对于简单命题，它的真值是确定的，因而又称为命题常项或命题常元。对于真值可以变动的简单陈述句称为命题变项或命题变元。

复合命题：由简单命题和联结词按照一定规则复合而成的命题

联结词：否定联结词、合取联结词、析取联结词、蕴含联结词、等价联结词

特别注意的是：联结词是两个命题真值之间的联结，而不是两个命题内容之间的联结。复合命题的真值只取决于构成他们的各简单命题的真值，而与他们的内容无关，与二者之间是否有关系无关。

命题公式及其分类：

命题变量与合式公式：

命题常项：简单命题

命题变项：真值不确定的陈述句

合式公式：单个命题常项或变项是合式公式，受到联结词转换的合式公式还是合式公式

合式公式是有层次的，若公式A是单个的命题变量，则称A为0层公式

公式的赋值：给公式中的命题变项指定一组真值称为对公式的一个赋值或解释

成真赋值：使公式为真的赋值

成假赋值：使公式为假的赋值

注：一般给公式赋值的格式使这样子的：000.001.010.011这样子的，分别代表每一个命题变项的真值

真值表：公式在所有赋值下的取值情况列成的表构造真值表的步骤：

找出命题公式中所含的所有命题变相

按照从高到低的顺序写出次序

列出所有可能的赋值

对每一个赋值，计算命题公式各层次的值，知道计算出命题公式值

命题的分类:

重言式：又叫永真式。如果公式没有成假赋值。

矛盾式：又叫永假式。如果公式没有成真赋值

可满足式：如果公式不是矛盾式。也就是说，重言式也是可满足式

真值函数：

定义域为{00000……1，……,11……1}，值域为{0.1}的函数时n元真值函数。定义域的元素是长为n的0和1的串。常用F：{0，1}n—>{0，1}表示F是n元真值函数，共有



次方个n元真值函数

命题逻辑等值演算：

等值式：

如果等价式是重言式，那么这个式子等值。记作 称之为等值式。



注：上一行的符号不是联结词，是当公式等值的时候的一种简单记法，其中可能有哑元出现（哑元大概意思是指的是虚拟的，对结果产生不了影响的元素，等到学到了再补充）

基本等值式：

双重否定律，

等幂律，

交换律，

结合律，

分配律，

德摩根律，

吸收律，

零律，

同一律，

排中律，

矛盾律，

蕴含等值式，

等价等值式，

假言易位，

归谬论

等值演算：由已知的等值式推演出新的等值式的过程

置换规则：通过一系列的基本等值式，在一个等值式的两端依旧相等的情况下，演算出一个形式不一样的等值式

在这边会遇到三种题型：证明两个公式等值，证明两个公式不等值，判断公式类型（重言式，矛盾式，非重言式的可满足式）

范式：析取范式和合取范式的总称

析取范式与合取范式：

文字：命题变项及其否定的总称

简单析取式：有限个文字构成的析取式

简单合取式：有限个文字构成的合取式

析取范式：由有限个合取式组成的析取式

合取范式：由有限个析取式组成的合取式

比如：公式XXX的析取范式：与XXX等值的析取范式。注：单个文字既是简单析取式，又是简单合取式。任何命题公式都存在着与之等值的析取范式与合取范式

这里会碰到的题目：求公式的范式（需要一步一步的化出所需要的范式）公示的范式存在，但是不唯一。

极小项和极大项：

在含有n个命题的变项的简单合取式（简单析取式）中，如果每一个变量都以文字的形式出现且仅出现一次，称这样的简单合取式（简单析取式）为极小项（极大项）。在极小项中，命题变项与其否定通常按照下角标或者字典顺序排列。

特别要主义的是：没有两个不同的极小项是等价的，每一个极小项只有一组成真赋值，所以可以对极小项编码。编码规则：命题变项与1对应，命题变项否定与0对应。相似的，对于极大项：没有两个不同的极大项是等价的。每一个极大项只有一组成假赋值。因此可以用于给极大项编码。命题变元与0对应，命题变元否定与1 对应。

对于编码的下标的讨论：通过观察合取式和析取式，按照上面提到的编码规则，得到类似于101之类的数字，把这个看成二进制101，换成的十进制5就是下标。在这边还需要注意的是，极小项和极大项编码刚好相反。

对极小项和极大项的总结：

n 个命题变量产生2n个极小项和2n个极大项，这些极小项和极大项都不等值。在极小项和极大项中文字都是按照下标或者字母顺序排列mi（Mi）称为极小项（极大项）的名称。

两者之间的关系：



主析取范式与主合取范式：

主析取范式：由有限个极小项构成的析取范式

主合取范式：由有限个极大项构成的合取范式

和上面相似的：XXX的主析取范式就是与XXX等值的主析取范式

注：

1、任何命题公式都存在与之等价的合取范式和析取范式

2、任何命题公式都仅仅存在一个与之等值的主析取范式和主合取范式，

求取命题公式的主范式的步骤：

先求出命题公式A的析取范式A’

如果命题公式的析取范式A’的某简单合取式中不含命题变量PI 也不含这个命题变量的否定，那么将B展开成如下的形式



消去重复出现的命题变项和极小项以及矛盾式，比如p析取p使用p取代，p合取p使用0取代

将极小项按下角标由小到大排序

主范式的用途：

与真值表相同，可以求出公式的成真赋值和成假赋值。通过得到的主范式，契合的值就是成真赋值，其余的就是成假赋值。主范式还可以判断公式的类型：

A为重言式：A的主析取范式含有2n个极小项，A的主合取范式为1

A为矛盾式：A的主析取范式为0，A的主合取范式包含2n个极大项

A为非重言式的可满足式：A的主析取式中至少含有一个且不含全部极小项，至少含有一个且不含全部极大项

判断两个公式是否等值：如果他们的范式相等，那么他们就是等值的。

联结词全功能集：

定义：设S是一个联结词的集合，如果任何n元真值函数都可以由仅含S中的联结词构成的公式表示，则称S是联结词全功能集

若S是联结词全功能集，则任何命题公式都可以用S中的联结词表示

每一个真值函数都可以用一个主席去范式表示。全功能集举例：



与非联结词，或非联结词

复合联结词：

与非式：



或非式：



此处关于与非，或非的转化有6条公式

单独的与非式和单独的或非式都是全功能集

组合电路：

设计组合电路的一般步骤：

1. 写出问题的输入输出表，也就是写出问题的真值函数
2. 根据真值函数写出它的主析取范式
3. 将主析取范式化简成为最简展开式，可以采用奎因-莫克拉斯基方法进行求解

推理理论：

推理的形式结构：

若对于每组赋值，或者



均为假，或者当



为真时，B也为真，则称A1,A2,…,AK推B的推理正确

当且仅当这个式子推出的B为重言式

A的式子称为前提

B的式子称为结论

如果推理正确那么蕴含符号变成推理符号

判断推理是否正确的方法：

真值表法

等值演算法

主析取范式法

构造证明法：使用的是前提加上结论

推理定律与推理规则：

附加律

化简律

假言推理

拒取式

析取三段论

假言三段论

等价三段论

构造性二难

推理定律：描述推理过程的命题公式序列，其中每个命题公式或者是已知的前提，或者是由前面的命题公式应用推理规则得到的结论

构造证明：直接证明法，附加前提证明法，归谬法

推理规则：

证明的方法：

直接证明法，

构造前提证明法：

1. 前提引入规则
2. 结论引入规则
3. 置换规则
4. 假言推理规则
5. 附加规则
6. 化简规则
7. 拒取式规则
8. 假言三段论规则
9. 析取三段论规则
10. 合取三段论规则
11. 合取引入规则
12. 构造性二难推理规则

附加前提证明法：设推理的结论是蕴含式A蕴含B,把结论中的前件A作为前提，成为附加前提，证明结论中的后件B为有效结论

归谬法：把推理结论的否定作为前提，推出矛盾，就是证明出0为有效结论，

# 一阶逻辑：

# 集合的基本概念和运算：

# 二元关系与函数

# 图的基本概念

# 特殊的图

# 树

# 组合分析初步

# 图论

# 代数系统简介

# 形式语言和自动机初步