Modelagem de Heteroscedasticidade Multivariada para Estimativa de Risco Dinâmico em Otimização de Portfólio

Introdução

O problema de otimização de portfólio é um desafio fundamental na teoria financeira que envolve a alocação eficiente de recursos em diferentes ativos. O objetivo é encontrar a combinação ideal de investimentos que maximize o retorno esperado para um determinado nível de risco, levando em conta restrições de investimento como limitações de alocação e liquidez. Central ao problema é a definição de uma medida de risco, responsável por quantificar o potencial de perda financeira associado à um portfólio

A medida de risco tradicional em otimização de portfólio é variância, seguindo o método de Média-Variância (MV) proposto por Markowitz [1]. Apesar de conveniente devido à sua simplicidade esta medida não possui muitas propriedades desejáveis [2], tornando comum o uso de medidas mais elaboradas [3]. Um dos problemas da variância, compartilhado por muitas medidas mais sofisticadas, é a suposição que risco é estático no tempo, enquanto mercados financeiros são dinâmicos e sujeitos à constante variação temporal [4]. Métricas de risco que tentam capturar a natureza dinâmica de uma carteira de investimentos são apropriadamente denominadas "medidas de risco dinâmicas".

A incorporação de medidas de risco dinâmicas em otimização de portfólio pode ser útil para a geração de representações mais precisas de risco instantâneo [5] e para a construção de portfólios dinâmicos, cuja distribuição de investimentos evolui ao longo do tempo por meio de políticas de rebalanceamento [6, 7]. Como várias medidas de risco são calculadas a partir da matriz de covariância das séries temporais de preços ou retornos dos ativos de uma carteira, a modelagem temporal da matriz de covariância é uma forma de gerar métricas de risco dinâmicas que é bem estudada na literatura [5].

A modelagem temporal da matriz de covariância de um conjunto de séries temporais é essencialmente um problema de modelagem de heteroscedasticidade multivariada. Dentre os modelos tradicionais com esta finalidade, os propostos por Engle [8] geram medidas de risco dinâmicas mais representativas que suas contrapartidas estáticas [6, 7, 9]. Há uma série de problemas no uso prático destes modelos que decorrem de sua natureza paramétrica [10], sugerindo o uso de modelos de *machine learning* (ML) como uma alternativa mais flexível.

A aplicação de algoritmos de ML para modelagem temporal de matrizes de covariância atinge resultados melhores que abordagens tradicionais em alguns trabalhos [11, 12]. Aprendizado profundo, em particular, apresenta resultados promissores em estudos recentes [13, 14, 15].

O objetivo do projeto proposto é investigar soluções de otimização de portfólio a partir de uma medida de risco dinâmica obtida por meio de modelagem multivariada de heteroscedasticidade de preços e retornos de ativos financeiros. Serão explorados modelos paramétricos, não paramétricos e híbridos com uma ênfase em aprendizado profundo. FALAR MAIS AQUI?

Referencial Teórico

Um dos primeiros modelos para heteroscedasticidade de séries temporais univariadas foi proposto por Bollerslev (1986) como uma continuação do trabalho de Engle (1982) [16]. O modelo de Bollerslev, cunhado *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH), é amplamente usado em econometria financeira desde sua criação. Tentativas iniciais de desenvolver um modelo responsável pela representação de covariância condicional entre múltiplas séries partiram de uma generalização do GARCH para o contexto multivariado, resultando na classe denominada por Bauwens et. al [8] como *Multivariate* GARCH (MGARCH).

É observado por múltiplos autores [8, 10] que o uso da maioria dos modelos MGARCH possui uma série de dificuldades práticas quanto à especificação de estrutura, identificação de modelo, ajuste de parâmetros e complexidade computacional. Uma notável exceção é o *Dynamic Conditional Correlation* (DCC) [17], desenvolvido com o propósito de contornar essas limitações. Fizseder et. al [11] argumenta que abordagens de aprendizado de máquina não sofrem dos mesmo problemas devido ao fato de envolverem modelos menos paramétricos. Christensen et. al [18] faz um estudo comparativo da aplicação de diversos algoritmos de ML tradicionais para previsão de variância condicional univariada, demonstrando superioridade em relação à uma seleção de métodos econométricos. Xiong et. al [19] realiza um estudo semelhante com redes neurais *Long Short Term Memory* (LSTM) [20], concluindo expressiva melhora de desempenho da LSTM em relação a um *benchmark* GARCH. Aprendizado profundo é utilizado para previsão de matrizes de covariância em [15], onde os autores usam *Convolutional* LSTM (ConvLSTM) [21] obtendo acurácia superior à de múltiplos modelos tradicionais.

Chan et. al (1999) [5] apresenta um dos primeiros artigos influentes a diretamente investigar o impacto do emprego de variância dinâmica, obtida a partir de modelagem de covariância, no método de otimização MV. É observado pelos autores que a variância dinâmica gera resultados melhores como métrica de risco instantânea do que variância histórica. Modelos MGARCH são utilizados para construção de portfólios com políticas de rebalanceamento em [7] e [9], produzindo resultados melhores do que métodos correspondentes baseados em risco histórico. Com o mesmo objetivo Metin (2022) [6] emprega o modelo DCC, motivado pela possibilidade de inclusão de um maior número de ativos no portfólio dinâmico, obtendo resultados positivos e mais flexíveis quando comparado ao uso de outros modelos MGARCH. Há uma série de trabalhos com propósito semelhante que utilizam modelos de ML. Redes neurais artificais são usadas em [12], produzindo resultados piores que modelos econométricos elaborados, e regressão por vetor suporte é usado em [11], atingindo acurácia e retornos melhores que um *benchmark* DCC. Em [14] a união de modelos LSTM e *Convolutional Neural Networks* (CNNs) [22] é explorada a fim de aprimorar a extração de características das séries modeladas, gerando resultados superiores à otimização baseada em variância tradicional.

Boulet (2021) [13] afirma que apesar de promissoras, abordagens de aprendizado profundo para previsão de matrizes de covariância foram pouco exploradas. Neste mesmo trabalho é apresentado uma arquitetura híbrida que une os modelos

GARCH e LSTM, superando abordagens baseada em MGARCH.

Observa-se que apesar de emergentes métodos de ML estão próximos ao estado da arte. O contexto estabelecido acima motiva o estudo de abordagens de aprendizado de máquina ao problema discutido, com o desenvolvimento de arquiteturas neurais profundas híbridas entre modelos MGARCH, CNNs e LSTMs sendo de particular interesse.

Metodologia

Inicialmente serão desenvolvidas duas soluções base cujo desempenho será usado para comparativamente avaliar o método proposto, consistindo de um otimizador MV com variância histórica e outro com variância dinâmica calculada a partir do modelo DCC. O portfólio otimizado pela solução dinâmica será rebalanceado diariamente, como em [6]. Os dados usados para validar os *benchmarks* em um primeiro momento serão as séries temporais da competição M6 [23], composta de preços de cinquenta ações do índice S&P500 e *exchange traded funds* (ETFs).

Em seguida, após uma extensa revisão de literatura, serão conduzidos experimentos sob condições idênticas com os modelos econométricos e de ML mais promissores. Será explorado o uso de redes LSTM e ConvLSTM com mecanismos de atenção e CNNs. As combinações desses modelos serão investigadas de forma a averiguar o potencial de um modelo híbrido, composto por DCC e ConvLSTM baseada em atenção, na expansão do estado da arte, seguindo os resultados positivos de [13]. Este modelo híbrido é a principal contribuição sugerida pelo projeto. Após a validação e prototipagem do modelo desenvolvido, ainda utilizando a base de dados da competição M6, será explorado o impacto de medidas de risco dinâmicas alternativas, como Valor em Risco (VaR) e *limited expected loss* [3], calculadas a partir das matrizes de covariância históricas e previstas pelos métodos base e proposto. Durante os experimentos desta fase a política de rebalanceamento será variada apenas quanto ao número de dias entre rebalanceamentos consecutivos.

Com o protótipo do modelo híbrido desenvolvido e validado, métricas de risco implementadas e intervalo de rebalanceamento definido o projeto irá alterar seu foco para validação da proposta em uma diversidade maior de ativos financeiros reais. Será desenvolvido um sistema de investimentos a partir de APIs financeiras disponíveis para testar o método sugerido em tempo real e ativos mais diversificados como *commodities* e cryptomoedas.

Por fim serão realizadas avaliações da acurácia do modelo proposto em prever matrizes de covariâncias e, de forma mais geral, dos retornos obtidos pelo portfólio dinâmico sob as medidas de risco exploradas. A linguagem de programação utilizada no projeto será `Python` e o *framework* de aprendizado profundo `PyTorch`.

Cronograma

Conforme estabelecido pela estrutura curricular do PPGCC será cursada a disciplina Projeto e Análise de Algoritmos do Núcleo Comum. Das disciplinas das linhas de pesquisa de Inteligência Artificial e Otimização há interesse do candidato em cursar Fundamentos de Estatística para Ciência dos Dados B, Aprendizado Profundo, Aprendizado de Máquina, Programação Não Linear e Programação Estocástica. Das demais destaca-se a matéria Finanças Quantitativas e Gerenciamento de Risco. As matérias serão cursadas de acordo com sua oferta e planejamento em conjunto entre o candidato e seu orientador.

As atividades pertinentes à pesquisa do candidato serão distribuídas entre os quatro semestres da seguinte maneira:

1. Revisão de literatura e experimentos iniciais com base de dados M6.
2. Início de desenvolvimento de sistema de otimização e elaboração do método proposto.
3. Finalização do sistema de otimização. Experimentos com o método proposto. Ajustes no método.
4. Avaliação de experimentos finais e redação de dissertação.

Referências

[1] H. Markowitz, "Portfolio selection," *The Journal of Finance*, vol. 7, no. 1, pp. 77–91, 1952.

[2] S. Rachev, S. Ortobelli, S. Stoyanov, F. J. Fabozzi, and A. Biglova, "Desirable properties of an ideal risk measure in portfolio theory," *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, vol. 11, no. 01, pp. 19–54, 2008.

[3] P. S. N. Gambrah and T. A. Pirvu, "Risk measures and portfolio optimization," *Journal of Risk and Financial Management*, vol. 7, no. 3, pp. 113–129, 2014.

[4] P. F. Procacci and T. Aste, "Portfolio optimization with sparse multivariate modeling," *Journal of Asset Management*, vol. 23, no. 6, pp. 445–465, 2022.

[5] L. K. Chan, J. Karceski, and J. Lakonishok, "On portfolio optimization: Forecasting covariances and choosing the risk model," *The review of Financial studies*, vol. 12, no. 5, pp. 937–974, 1999.

[6] M. Ilbasmis, "Asset allocation with dynamic conditional correlations (dcc) model," *Pamukkale University Journal of Social Sciences*, pp. 150–175, 2022.

[7] D. M. Holten and L. H. Sendstad, "Evaluation dynamic covariance matrix forecasting and portfolio optimization," Master's thesis, 2012.

[8] L. Bauwens, S. Laurent, and J. V. K. Rombouts, "Multivariate garch models: a survey," *Journal of Applied Econometrics*, vol. 21, no. 1, pp. 79–109, 2006.

[9] J. E. Weirum and C. E. Jensin, "Creating optimal portfolios of stocks with time-varying risk," Master's thesis, 2013.

[10] P. A. Morettin, *Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras.* Editora Blucher, 2017.

[11] P. Fiszeder and W. Orzeszko, "Covariance matrix forecasting using support vector regression," *Applied intelligence*, vol. 51, no. 10, pp. 7029–7042, 2021.

[12] A. Bucci, "Cholesky–ann models for predicting multivariate realized volatility," *Journal of Forecasting*, vol. 39, no. 6, pp. 865–876, 2020.

[13] L. Boulet, "Forecasting high-dimensional covariance matrices of asset returns with hybrid garch-lstms," 2021.

[14] M. Wysocki, P. Sakowski, *et al.*, "Investment portfolio optimization based on modern portfolio theory and deep learning models," tech. rep., 2022.

[15] Y. Fang, P. L. Yu, and Y. Tang, "Cnn-based realized covariance matrix forecasting," *arXiv preprint arXiv:2107.10602*, 2021.

[16] T. Bollerslev, "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *Journal of econometrics*, vol. 31, no. 3, pp. 307–327, 1986.

[17] R. Engle, "Dynamic conditional correlation," *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 20, no. 3, pp. 339–350, 2002.

[18] K. Christensen, M. Siggaard, and B. Veliyev, "A machine learning approach to volatility forecasting," *Available at SSRN*, 2021.

[19] R. Xiong, E. P. Nichols, and Y. Shen, "Deep learning stock volatility with google domestic trends," 2016.

[20] S. Hochreiter and J. Schmidhuber, "Long short-term memory," *Neural computation*, vol. 9, no. 8, pp. 1735–1780, 1997.

[21] X. Shi, Z. Chen, H. Wang, D.-Y. Yeung, W.-K. Wong, and W.-c. Woo, "Convolutional lstm network: A machine learning approach for precipitation nowcasting," *Advances in neural information processing systems*, vol. 28, 2015.

[22] Y. LeCun, B. Boser, J. Denker, D. Henderson, W. Hubbard, and L. Jackel, "Handwritten digit recognition with a back-propagation network," *Advances in neural information processing systems*, vol. 2, 1989.

[23] "M6 forecasting competition," 2022.