

## Лабораторная работа 4

### Исследование НЧ и ВЧ фильтров

#### Цель работы

Научиться снимать характеристики пассивных линейных цепей.

#### Теоретические сведения

Линейными называются цепи, воздействие которых на проходящие через них сигналы описывается линейными уравнениями с постоянными коэффициентами. Физический смысл этого определения состоит в том, что параметры линейной цепи не зависят от приложенного напряжения и времени.

Если геометрические размеры цепи много меньше длины волны действующего в ней сигнала, она называется цепью с сосредоточенными параметрами и описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями. Если в цепи отсутствуют реактивные сопротивления или ими можно пренебречь, она описывается алгебраическими уравнениями.

Напомним связь между током  $i$  и напряжением  $u$  для пассивных элементов цепи:

$$u_R = Ri; \quad u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_C = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (13.1)$$

Для синусоидальных токов по аналогии с законом Ома вводится понятие реактивного сопротивления индуктивности  $Z_L = j\omega L$  и емкости  $Z_C = 1/j\omega C$ . Общее сопротивление  $Z$  цепи из последовательно соединенных омического, индуктивного и емкостного сопротивлений (резистор, катушка индуктивности и конденсатор) является комплексным

$$Z = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right). \quad (13.2)$$

Модуль комплексного сопротивления  $Z$  называют импедансом  $z$  цепи

$$z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \quad (13.3)$$

Разность фаз между током и напряжением

$$\varphi = \arctg \left( \frac{X}{R} \right). \quad (13.4)$$

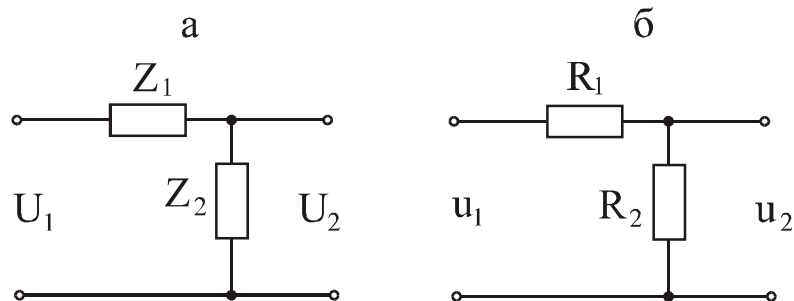
Различают статическое и дифференциальное сопротивления. Статическое сопротивление участка цепи определяется как отношение падения

напряжения на нем к протекающему току. Дифференциальное сопротивление определяется как производная от напряжения по току (для цепей переменного тока берутся амплитуды или среднеквадратичные значения). В практических вычислениях при графическом представлении вольт-амперных характеристик вместо производной обычно берут отношение достаточно малого конечного приращения напряжения к отвечающему ему приращению тока. В линейных цепях дифференциальное и статическое сопротивления тождественны, в нелинейных они различны.

### Делители напряжения

Простейший делитель напряжения (рис. 13.1,а) имеет коэффициент передачи

$$K = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}. \quad (13.5)$$



**Рис. 13.1.** Принципиальная схема простейшего делителя напряжения

Если такой делитель состоит из резисторов (рис. 13.1,б), то его действительный коэффициент передачи равен

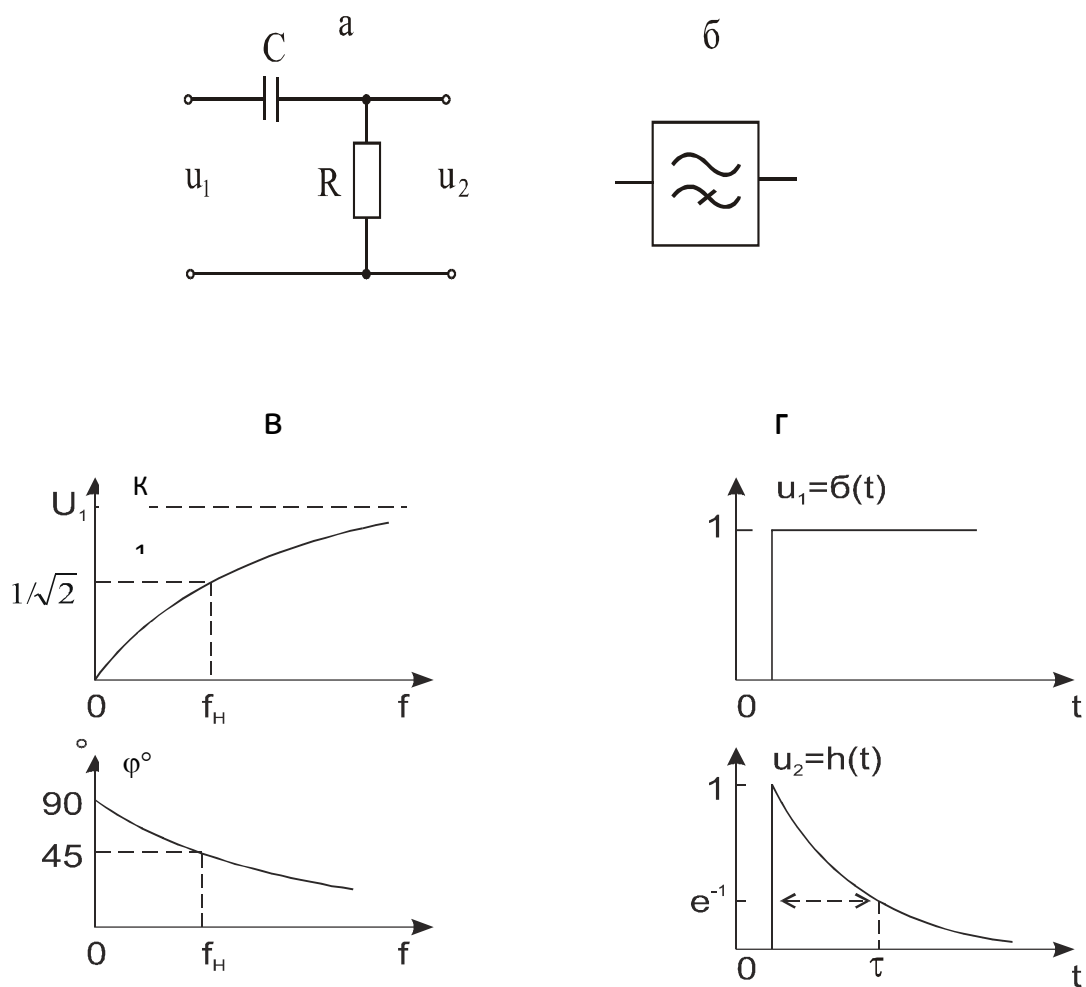
$$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (13.6)$$

### РС-фильтр верхних частот

Рассмотрим схему на рис. 13.2,а как делитель синусоидального напряжения.

Согласно (13.5) его коэффициент передачи

$$K = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega CR}} \bigg|_{CR=\tau} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega\tau}}. \quad (13.7)$$



**Рис. 13.2.** Принципиальная схема фильтра верхних частот (а), его условное графическое обозначение (б), частотные (в) и переходная (г) характеристики

Зависимость модуля коэффициента передачи от частоты называют амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ):

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}}} . \quad (13.8)$$

Разность фаз  $\varphi$  между выходным напряжением  $u_2$  и входным напряжением  $u_1$  согласно (13.4)

$$\varphi = \arctg \frac{1}{\omega \tau} \quad (13.9)$$

также зависит от частоты и называется фазо-частотной характеристикой (ФЧХ).

По своим частотным характеристикам цепочка, составленная из конденсатора и резистора по схеме на рис. 13.2,а является фильтром верхних частот (ФВЧ) с граничной частотой  $\omega_H = \tau^{-1}$ , разделяющей область прозрачности и область задержания фильтра.

### RC-фильтр нижних частот

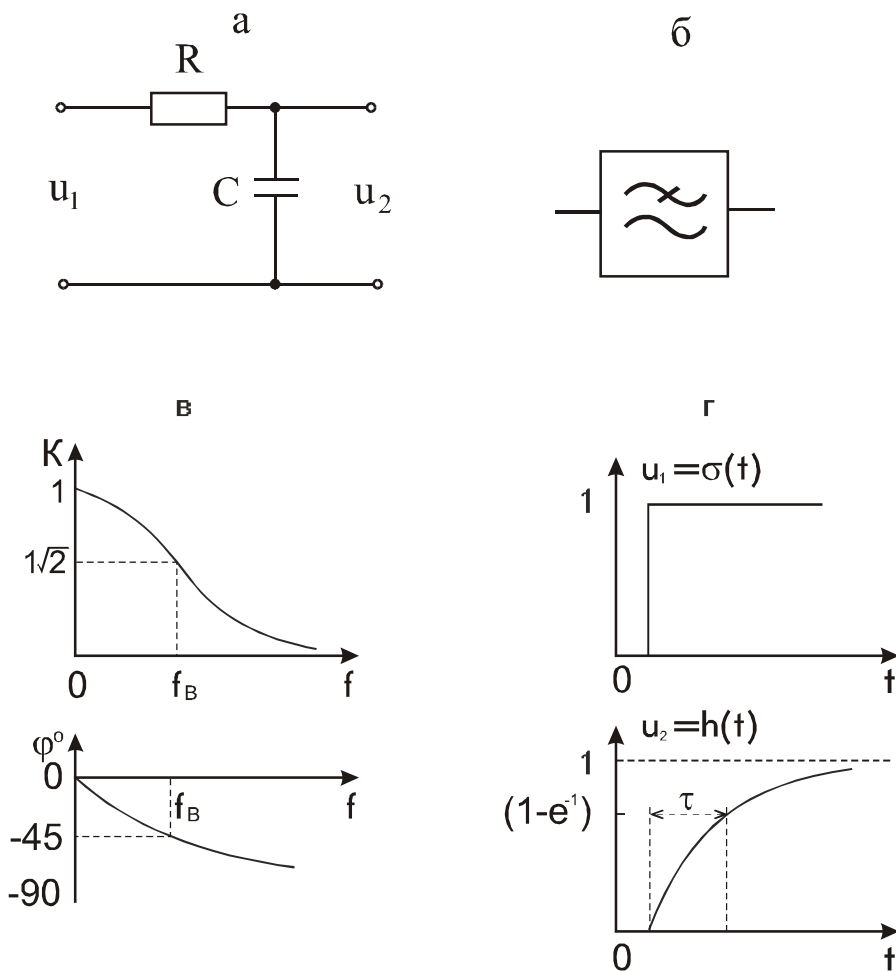
На рис. 13.3,а показана схема фильтра нижних частот (ФНЧ), или интегрирующей цепи.

Ее частотные характеристики (рис. 13.3,в):

$$K = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega CR} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}; \quad (13.15)$$

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}; \quad (13.16)$$

$$\varphi = \arctg \omega\tau. \quad (13.17)$$



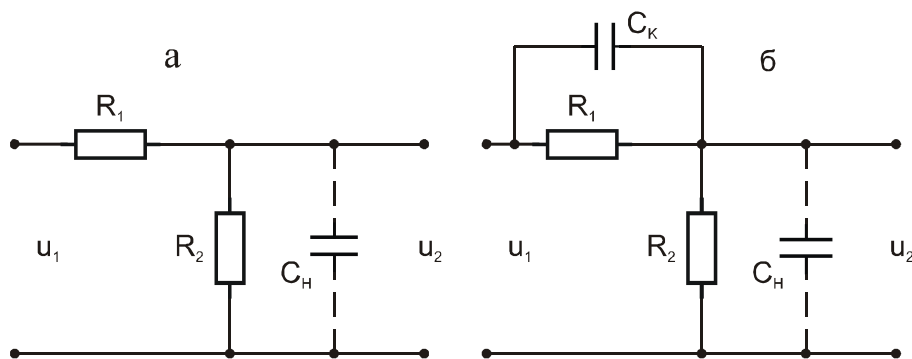
**Рис. 13.3.** Принципиальная схема фильтра нижних частот (а), его условное графическое обозначение (б), частотные (в) и переходная (г) характеристики

Переходная характеристика интегрирующей цепи имеет вид (рис. 13.3,г)

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (13.22)$$

### Компенсированный делитель напряжения

Резисторный (омический) делитель напряжения часто работает на емкостную нагрузку  $C_H$  (входная емкость приемника ослабленного сигнала). При этом он представляет собой фильтр нижних частот (рис. 13.4,а). Такой делитель обедняет высокочастотными гармониками спектр выходного сигнала (по сравнению со спектром входного сигнала). Переходная характеристика делителя также соответствует переходной характеристике интегрирующей цепи. Действие фильтра нижних частот можно компенсировать с помощью фильтра верхних частот, который образуется добавлением компенсирующего конденсатора  $C_K$  (рис. 13.4,б). Расчет параметров этой цепи следует производить таким образом, чтобы емкостный и омический делители имели одинаковый коэффициент передачи, тогда выполняется условие  $R_1 C_K = R_2 C_H$ . Это обеспечит неискаженную передачу на выход делителя спектра входного сигнала (все гармоники передаются с одинаковым коэффициентом). Правильно выбранная емкость компенсирующего конденсатора обеспечивает также неискаженную передачу прямоугольных импульсов (без удлинения фронта и без выброса в начале вершины).



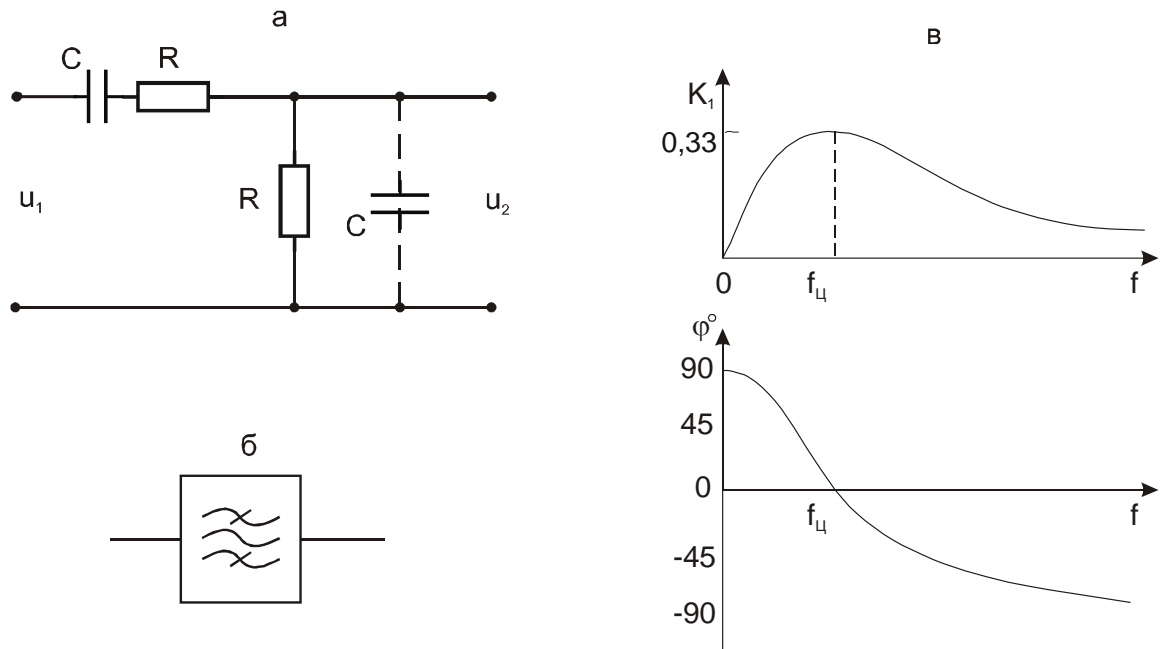
**Рис. 13.4.** Резисторный делитель напряжения с емкостной нагрузкой  $C_H$  (а) и схема включения компенсирующей емкости  $C_K$  (б)

### Пассивный полосовой RC-фильтр

Полосовой фильтр (ПФ) можно построить путем каскадного соединения фильтров нижних и верхних частот. Одна из возможных схем показана на рис. 13.5,а. Частотные характеристики легко получить, рассматривая этот фильтр как ненагруженный делитель, составленный из комплексных сопротивлений. Общий вид частотных характеристик показан на рис. 13.5,в. Часто, на которой коэффициент передачи фильтра принимает экстремальное значение (максимальное — для полосового, минимальное — для заградительного) называют центральной частотой  $f_{Ц}$ . Центральная частота полосы прозрачности вычисляется по формуле

$$f_{\Pi} = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (13.23)$$

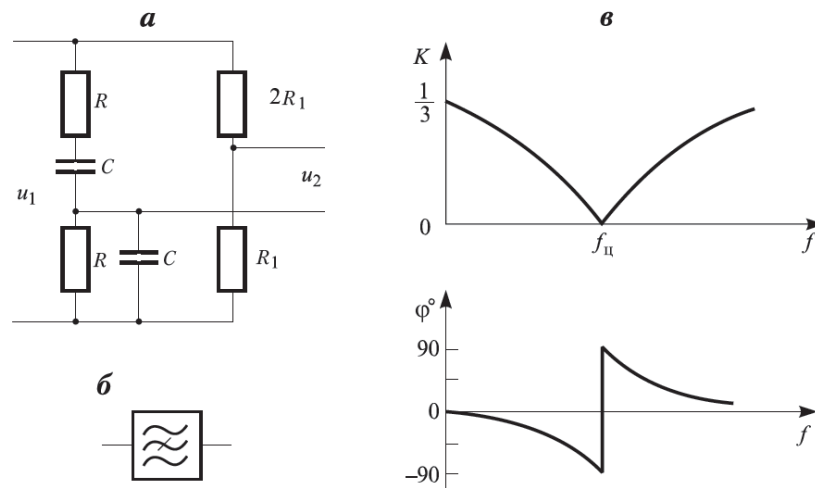
На центральной частоте коэффициент передачи  $K_{\Pi} = 1/3$ , фазовый сдвиг  $\varphi_{\Pi} = 0$ .



**Рис. 13.5.** Принципиальная схема пассивного полосового  $RC$ -фильтра (а), его условное графическое обозначение (б) и частотные характеристики (в)

### Режекторные $RC$ -фильтры

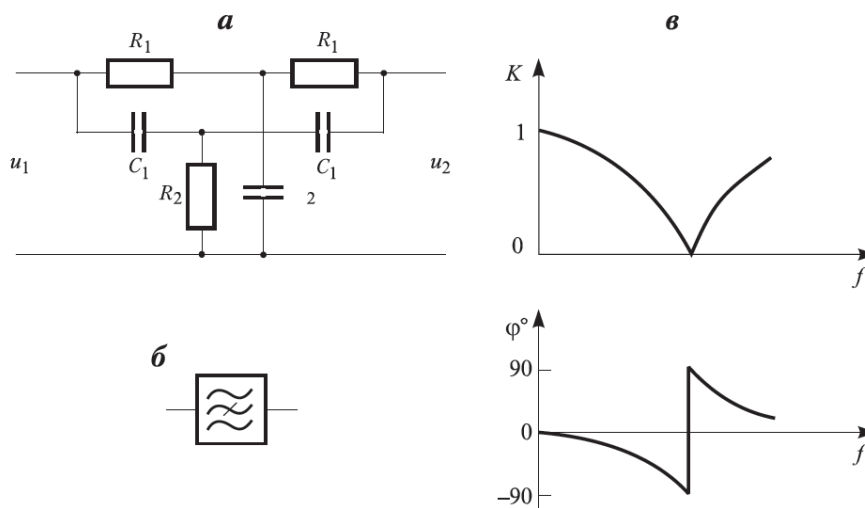
Если схему полосового фильтра на рис. 13.5 дополнить сопротивлениями  $R_1$  и  $2R_1$ , то получится мост Вина-Робинсона (рис. 13.6,а). Оми-ческий делитель напряжения обеспечивает частотно-независимое напряжение, равное  $U_{ВХ}/3$ . При этом на центральной частоте выходное напряжение равно нулю. В отличие от полосового фильтра (рис. 13.5) АЧХ на центральной частоте имеет минимум, т.е. фильтр является режекторным. Он может применяться для подавления сигналов в определенной частотной области, прилегающей к  $f_{\Pi}$ . Графики АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 13.6,в.



**Рис. 13.6.** Принципиальная схема моста Вина-Робинсона (а), условное обозначение заградительного фильтра (б), частотные характеристики (в)

Режекторным фильтром (РФ) является также двойной Т-образный фильтр (рис. 13.7).

В отличие от моста Вина-Робинсона выходное напряжение 2Т-моста снимается относительно общей точки («земли»). Сигналы очень высоких частот ( $f \rightarrow \infty$ ) полностью передаются через два конденсатора  $C_1$ , а сигналы очень низких частот ( $f \rightarrow 0$ ) – через резисторы  $R_1$ . Обычно сопротивление резисторов и емкость конденсаторов удовлетворяют условию  $R_1 = 2R_2$  и  $C_2 = 2C_1$ , тогда  $f_{ц} = 1/2\pi R_1 C_1$ .



**Рис. 13.7.** Принципиальная схема двойного Т-образного моста (а), условное графическое обозначение режекторного фильтра (б), частотные характеристики (в)

## Учебные задания и методические указания к их выполнению

### Задание 1.

1. Соберите делитель напряжения на резисторах (рисунок 13.1, б). Из постоянного входного напряжения  $U_{вх}$  (по вариантам), путем расчета сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , получите выходное напряжение  $U_{вых}$ , равное:  $U_{вх}/2$ ,  $U_{вх}/3$ ,  $U_{вх}/5$ ,  $U_{вх}/10$ . Потребляемый схемой ток покоя должен составлять 10 мА. Определите мощность используемых резисторов. Результаты занесите в таблицу 1. Приведите скриншоты работы схемы.

Таблица 1

№	$U_{вх}$ , В	$U_{вых}$ , В	$R_1$ , Ом	$P_1$ , Вт	$R_2$ , Ом	$P_2$ , Вт
1	5					
2	8					
3	12					
4	15					
5	18					
6	24					
7	30					
8	36					
9	40					
10	45					
11	55					
12	80					

### Задание 2.

1. Постройте фильтр верхних частот (рисунок 13.2, а,  $C = N_8 \cdot 1$  нФ,  $R = N_8 \cdot 100$  кОм). Рассчитайте центральную частоту. При постоянной амплитуде синусоидального напряжения на входе  $U_{вх} = 3$  В измерьте  $U_{вых}$  и параметры  $a$  и  $b$ . Рассчитайте коэффициент передачи  $K = \frac{U_{вых}}{U_{вх}}$  и сдвиг фаз  $\varphi = 180^\circ \frac{b}{a}$ . Результаты занесите в таблицу 2.

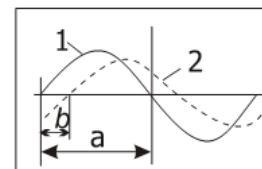


Таблица 2

$f$ , кГц	$f_u/8$	$f_u/4$	$f_u/2$	$f_u$	$2f_u$	$4f_u$	$8f_u$
$U_{вх}$ , В							
$U_{вых}$ , В							
$a$ , дел							
$b$ , дел							



$K$							
$\varphi, ^\circ$							

2. Постройте АЧХ и ФЧХ. Вычислите постоянную времени  $\tau_1$ . Получите переходную характеристику ФВЧ (подав на вход прямоугольные импульсы). Из осциллограммы определите постоянную времени  $\tau_2$  (время, за которое выходное напряжение изменяется в  $e$  раз).

### Задание 3.

1. Постройте фильтр нижних частот (рисунок 13.3, а,  $C = N_6 * 4$  нФ,  $R = N_6 * 50$  кОм). Рассчитайте центральную частоту. При постоянной амплитуде напряжения на входе  $U_{вх} = 3$  В измерьте  $U_{вых}$  и параметры  $a$  и  $b$ . Рассчитайте коэффициент передачи  $K = \frac{U_{вых}}{U_{вх}}$  и сдвиг фаз  $\varphi = 180^\circ \frac{b}{a}$ . Результаты занесите в таблицу 3.

Таблица 3

$f, \text{кГц}$	$f_u/8$	$f_u/4$	$f_u/2$	$f_u$	$2f_u$	$4f_u$	$8f_u$
$U_{вх}, \text{В}$							
$U_{вых}, \text{В}$							
$a, \text{дел}$							
$b, \text{дел}$							
$K$							
$\varphi, ^\circ$							

2. Постройте АЧХ и ФЧХ. Вычислите постоянную времени  $\tau_1$ . Получите переходную характеристику ФНЧ (подав на вход прямоугольные импульсы). Из осциллограммы определите постоянную времени  $\tau_2$  (время, за которое выходное напряжение изменяется в  $e$  раз).

### Задание 4.

1. Постройте полосовой фильтр (рисунок 13.5, а,  $C = N_6 * 1$  нФ,  $R = N_6 * 100$  кОм). Рассчитайте центральную частоту. При постоянной амплитуде напряжения на входе  $U_{вх} = 3$  В измерьте  $U_{вых}$  и параметры  $a$  и  $b$ . Рассчитайте коэффициент передачи  $K = \frac{U_{вых}}{U_{вх}}$  и сдвиг фаз  $\varphi = 180^\circ \frac{b}{a}$ . Результаты занесите в таблицу 4.

Таблица 4

$f$ , кГц	$f_u/8$	$f_u/4$	$f_u/2$	$f_u$	$2f_u$	$4f_u$	$8f_u$
$U_{вх}$ , В							
$U_{вых}$ , В							
$a$ , дел							
$b$ , дел							
$K$							
$\varphi$ , °							

2. Постройте АЧХ и ФЧХ. Вычислите постоянную времени  $\tau_1$ . Получите переходную характеристику ФНЧ (подав на вход прямоугольные импульсы). Из осциллограммы определите постоянную времени  $\tau_2$  (время, за которое выходное напряжение изменяется в  $e$  раз).

### Задание 5.

1. Постройте режекторный фильтр (рисунок 13.7, а,  $C_l = N_e \cdot 2$  нФ,  $R_l = N_e \cdot 60$  кОм). Рассчитайте центральную частоту. При постоянной амплитуде напряжения на входе  $U_{вх} = 3$  В измерьте  $U_{вых}$  и параметры  $a$  и  $b$ . Рассчитайте коэффициент передачи  $K = \frac{U_{вых}}{U_{вх}}$  и сдвиг фаз  $\varphi = 180^\circ \frac{b}{a}$ . Результаты занесите в таблицу 5.

Таблица 5

$f$ , кГц	$f_u/8$	$f_u/4$	$f_u/2$	$f_u$	$2f_u$	$4f_u$	$8f_u$
$U_{вх}$ , В							
$U_{вых}$ , В							
$a$ , дел							
$b$ , дел							
$K$							
$\varphi$ , °							

2. Постройте АЧХ и ФЧХ. Вычислите постоянную времени  $\tau_1$ . Получите переходную характеристику ФНЧ (подав на вход прямоугольные импульсы). Из осциллограммы определите постоянную времени  $\tau_2$  (время, за которое выходное напряжение изменяется в  $e$  раз).

## **Содержание отчета**

1. Наименование и цель работы.
2. Схемы делителя напряжений, фильтра верхних и нижних частот.
3. АЧХ и ФЧХ исследуемых цепей.
4. Выводы по работе