

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

**Particle Swarm Optimisation applied on
Direct Aperture Optimisation**

GONZALO TELLO VALENZUELA

Profesor Guía: **Guillermo Cabrera Guerrero**

Abril, 2021

Resumen

El propósito del presente documento es poder resolver Direct Aperture Optimisation Problem (DAO) en el tratamiento de radioterapia del cáncer. El objetivo de DAO, es encontrar un conjunto de aperturas e intensidades que sean suministrables a un paciente de manera que se pueda irradiar el tumor de acuerdo a una dosis prescrita por especialistas, de forma que se pueda irradiar el cuerpo cancerigenoso sin provocar daños en algún órgano vecino a él.

Palabras Clave: Direct Aperture Optimisation Problem (DAO)

Índice

Lista de Figuras	III
Lista de Tablas	IV
1 Introducción	1
2 Direct Aperture Optimisation Problem	2
3 Particle Swarm Optimization	4
4 Propuesta de solución	7
4.1 Representación base de las aperturas	7
4.2 Representación de las intensidades	8
5 Estado del arte	10

Lista de Figuras

1	Acelerador Lineal	2
2	Diagrama de flujos - Particle Swarm Optimization	5
3	Representación Fluence Map en un Beam	7
4	Representación de aperturas	8
5	Notación de aperturas	8
6	Transformación a Fluence Map	9

Lista de Tablas

1. Introducción

2. Direct Aperture Optimisation Problem

Direct Aperture Optimisation Problem, también llamado DAO es un problema de optimización asociado a IMRT, cuyo objetivo principal es obtener un conjunto de aperturas e intensidades para un establecido Beam Angle Configuration (BAC). Es por esto, que DAO apunta a resolver el Fluence Map Optimization (FMO) problem tomando en cuenta las restricciones físicas que son otorgadas desde el Multi Leaf Collimator (MLC) sequencing. Dicho MLC, contiene distintos Beam angles desde dónde se enfoca directamente al tumor para obtener distintos enfoques de visión de este.



Figura 1: Acelerador Lineal

Cada BAC contiene un Beam, los cuales a su vez contienen un conjunto de beamlets que enfocan al tumor desde distintos ángulos a los cuales pertenecen. Es por esto, que desde cada Beam, se obtiene un vector de intensidades que representa a los beamlets que este contiene, y a sí mismo, cada componente de este hace implicancia al tiempo de exposición que el paciente es expuesto a dicho beamlet.

Por otro lado, el órgano en riesgo y el tumor asociados al problema en estudio, son discretizados y representados por medio de pequeños volúmenes denominados Voxels. De esta forma es posible asociar cada uno de estos volúmenes la tasa de radiación que reciben desde cada beamlet utilizado. La dosis de radiación depositada por el Fluence Map x en el voxel j de la región O_q , es nominado como $d_j^{O_q}$, y se calcula a partir de la siguiente fórmula:

$$d_j^{O_q} = \sum_{i=1}^n A_{ji}^r * x_i \quad ; \forall j = 1, 2, \dots, m^r \quad (1)$$

Donde x representa al Fluence Map proporcionado, por lo que x_i simboliza a los beamlets

que este contiene. Sin embargo, A^r representa a la Dose Deposition Matrix (DDM), la cual es una matriz que define los radios de radiación que contiene la región r . Así mismo, cada componente $A_{ji}^r \geq 0$, el que define que dosis de radiación es a lo largo del beamlet i es depositada en el voxel j de la región r .

La función objetivo propone disminuir la penalización efectuada por los beamlets sobre los voxel en contraste con la dosis prescrita para cada órgano, la cual hace uso del error cuadrático medio. En efecto, la función objetivo está dada por:

$$\min_{x \in \mathbb{X}(\mathbb{A})} z(x) = \sum_{q=1}^Q \left(\frac{1}{m^{O_q}} * \sum_{j=1}^{m^{O_q}} \left(\max(d_j^{O_q} - D^{O_q}, 0)^2 \right) + \frac{1}{m^T} * \sum_{j=1}^{m^T} \left(\max(D^T - d_j^T, 0)^2 \right) \right) \quad (2)$$

De lo anterior, existe m^{O_q} y m^T correspondientes a el número de voxels desde el órgano en riesgo y el tumor respectivamente. Así mismo existen los parámetros D^{O_q} y D^T , que corresponden a los valores de la dosis prescrita para el órgano en riesgo y el tumor respectivamente.

3. Particle Swarm Optimization

Particle Swarm Optimisation (PSO) es una metaheurística que simula el comportamiento de enjambres o “Swarms” dentro de la naturaleza para la búsqueda de soluciones y busca resolver problemas de optimización continuos. Dentro de este Swarm, existen diferentes individuos denominados “Partículas”, los cuales contienen una representación vectorial para una solución propuesta, a la que llamaremos posición x en el espacio de búsqueda asociado, en donde a su vez, cada partícula almacena un vector de las mismas características en el que contiene la mejor posición exclusiva de esa partícula, a lo que denominamos como “Best Personal”.

Una partícula cambia su posición de acuerdo con la velocidad que es calculada en ese instante. Dicha velocidad considera el uso de su “Best Personal” ya mencionada anteriormente, un “Best Global” que considera la mejor posición global conocida por el enjambre, y finalmente la velocidad considerada en la iteración anterior.

Por consiguiente, la fórmula para calcular la velocidad de una partícula queda expresada de la siguiente manera:

$$v_{t+1} = wv_t + r_1c_1(P - x) + r_2c_2(G - x) \quad (3)$$

En dónde existen las siguientes variables y coeficientes:

- v_t : Velocidad obtenida en la iteración anterior para la partícula
- v_{t+1} : Velocidad en la iteración actual para la partícula
- x : Vector de posición propio de la partícula
- P : Mejor posición personal de la partícula
- G : Mejor posición global de la partícula
- w : Coeficiente de aprendizaje velocidad anterior
- c_1 : Coeficiente de aprendizaje personal
- c_2 : Coeficiente de aprendizaje global
- r_1 : Coeficiente aleatorio 1
- r_2 : Coeficiente aleatorio 2

A partir del cálculo de la velocidad, se obtiene una nueva posición para la partícula en la siguiente iteración, a lo cual, estará dada por medio de la siguiente fórmula:

$$x_{t+1} = v_{t+1} + x_t \quad (4)$$

En donde cada componente de la ecuación corresponde a:

- x_{t+1} : Nueva posición para la partícula
- v_{t+1} : Velocidad en la iteración actual para la partícula
- x_t : Vector de posición propio de la partícula

El proceso algoritmico realizado por PSO, se ilustra en la siguiente figura:

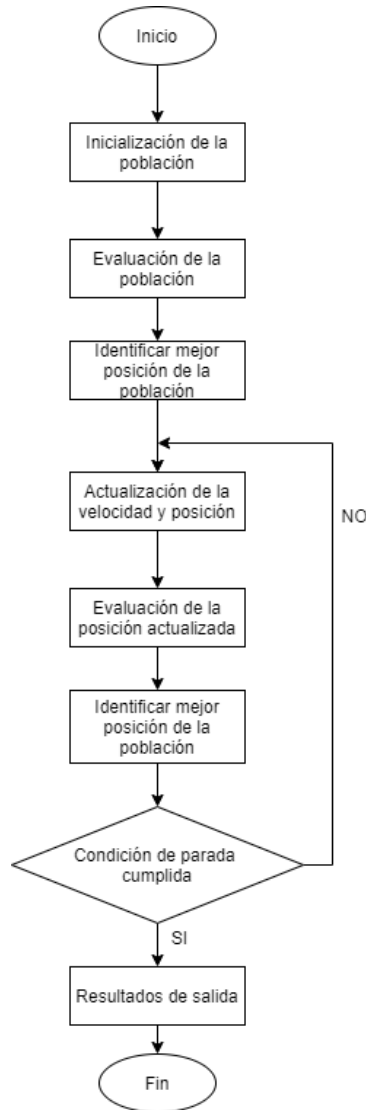


Figura 2: Diagrama de flujos - Particle Swarm Optimization

En donde cada paso consiste en:

1. **Inicialización de la población:** Determina los límites asociados a la posición y velocidad de las partículas; la población inicial (y su configuración inicial) y “Best Personal” propio a cada partícula.

2. **Evaluación de la población:** Se calcula un valor designado como Fitness, el cual indica la calidad de la posición provista por la partícula. Este Fitness es obtenido a partir de la función objetivo.
3. **Identificar mejor posición de la población:** Identifica la partícula que contiene la mejor posición de la población inicial en función del fitness obtenido. Esta partícula es denominada como “Best Global”.
4. **Actualización de la posición y la velocidad:** La posición y la velocidad se actualizan de acuerdo con las ecuaciones provistas con anterioridad. Si la posición de la partícula excede de los límites establecidos en el punto 1, se ajusta la posición al límite sobrellevado.
5. **Evaluación de la posición actualizada:** Se calcula el nuevo fitness asociado a la posición de la partícula por medio de la función objetivo.
6. **Identificar mejor posición de la población:** Se identifica la partícula que contiene la mejor posición luego de haber realizado el movimiento de la partícula. De la misma forma, se actualiza la mejor posición personal de cada partícula.
7. **Condición de parada cumplida:** Esta condición corresponde a un número establecido de evaluaciones o un mínimo valor de la función objetivo. Mientras no se cumpla esta condición, el proceso se repite actualizando los valores.
8. **Resultados de salida:** La mejor solución obtenida durante el proceso de optimización, se encuentra directamente en “Best Global”,

4. Propuesta de solución

En este apartado, se procede a presentar la implementación del algoritmo PSO para resolver DAO. Para un específico BAC \mathbb{A} , el algoritmo PSO buscará un conjunto de aperturas e intensidades para cada ángulo en \mathbb{A} , de esta forma se formará un Fluence Map x_s que minimiza la penalización $z(x_s)$. La búsqueda de soluciones se aplicará considerando en las iteraciones tanto las aperturas como las intensidades asociadas a ellas. Primero que todo, es importante dejar en claro cual es nuestra variable de estudio, por lo cual, procedemos a dar la definición de un Treatment Plan, el cual consiste conjuntos de aperturas e intensidades, tomando en cuenta todos los Beam considerados dentro del BAC.

Para efectos de PSO, se establece la definición formal de una partícula, la cuál es representada por medio del un Treatment Plan, y por lo tanto, la población de partículas está constituida por diferentes Treatment Plan, en donde cada una de ellas se asocia a diferentes configuraciones para las aperturas e intensidades. Así mismo, el fitness provisto para estas partículas, es calculado a partir de la función objetivo presentada con anterioridad.

Cada Treatment Plan contiene un vector denominado Fluence Map que considera todas los beamlets asociados al BAC, el cual también es construido por medio de los distintos fluences map obtenidos desde los distintos Beams. En efecto:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 2 & 2 \\ \hline 0 & 5 & 5 & 0 \\ \hline 0 & 4 & 4 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 3 & 0 \\ \hline \end{array} = 2 \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + 1 \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + 2 \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + 1 \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Figura 3: Representación Fluence Map en un Beam

Cómo es visto en la figura 3, se realiza una combinación lineal entre las aperturas y sus respectivas intensidades para así, poder generar una matriz de intensidades, en donde cada casilla es un beamlet de un Beam.

4.1. Representación base de las aperturas

Las aperturas desde un beam \mathbb{A} perteneciente a BAC, están constituidas por un conjunto de hojas metálicas las cuales se mueven horizontalmente para permitir la radiación proveniente desde el Beam. Estas hojas metálicas están ubicadas de a pares en cada fila del Beam, pudiendo así, abrirse o cerrarse de acuerdo como sea necesario al algoritmo. La figura 5 representa un descripción física de una apertura, en donde la sección gris corresponde al bloqueo de la hojas, mientras que por otro lado, la sección oscura representa el espacio otorgado por la apertura para permitir el flujo de radiación desde el Beam.

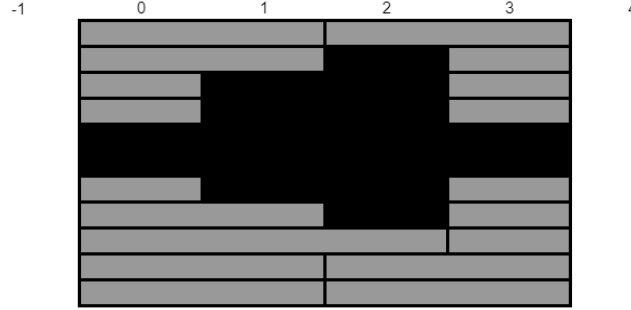


Figura 4: Representación de aperturas

Por lo tanto, en vista de lo anterior, la posición de la hoja en cada fila es representada en modo de un par ordenado, en donde podrá tener tres estados:

- $(-2, -2)$: Las hojas está cerradas durante todo el ciclo.
- $(n, n + 1)$: Las hojas están cerradas pero con posibilidad de abrirse.
- (n, m) : La hoja de la izquierda se cubre hasta la posición n , mientras que la hoja de la derecha hasta la posición m .

Así, a partir por medio de la nomenclatura, la figura 3 es modelada como:

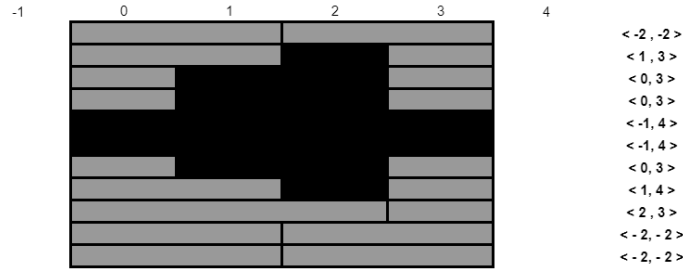


Figura 5: Notación de aperturas

4.2. Representación de las intensidades

Las intensidades asociadas a una apertura son la representación física del tiempo de exposición de un paciente a la radiación generada desde un Beam. Es por esto, que puede tomar valores continuos el cálculo de la exposición. Finalmente, la combinación lineal producida desde la intensidad con las aperturas, genera una matriz de intensidad, en donde cada casilla representa un beamlet del Beam, como se demuestra a continuación:

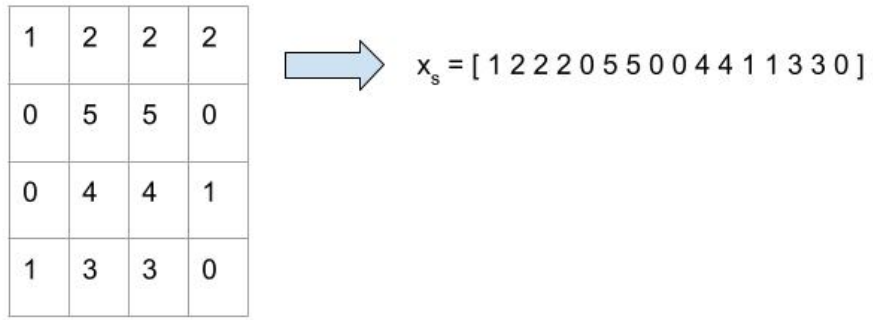


Figura 6: Transformación a Fluence Map

5. Estado del arte