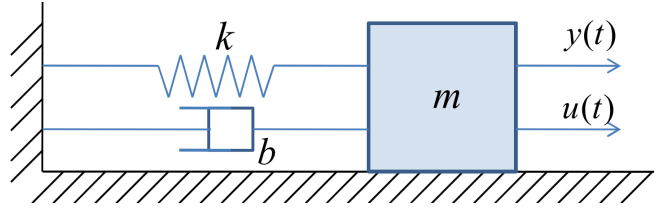


# Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων

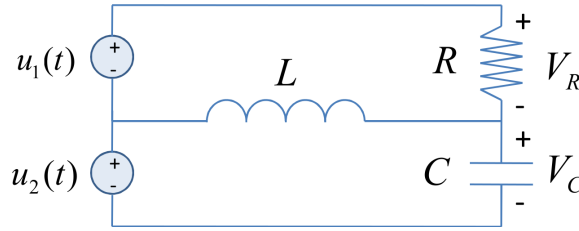
## Εργασία 1

Γραμμική Παραμετροποίηση - Εκτίμηση Άγνωστων Παραμέτρων -  
Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

Τετάρτη 10 Απριλίου 2024



Σχήμα 1: Σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα.



Σχήμα 2: Κύκλωμα RLC.

## Θέμα 1

Θεωρήστε το σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα που φαίνεται στο Σχήμα 1, όπου  $b > 0$  είναι η σταθερά απόσβεσης,  $k > 0$  είναι η σταθερά του ελατηρίου,  $u(t)$  μια εξωτερική δύναμη και  $y(t)$  η μετατόπιση της μάζας  $m > 0$  εξαιτίας της δύναμης που εφαρμόζεται πάνω της.

1. Βρείτε το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος και παραμετροποιήστε το γραμμικά στη μορφή:

$$y = (\theta^*)^T \zeta,$$

όπου το σήμα  $\zeta$  παράγεται από μετρήσεις της εξωτερικής δύναμης  $u$  και της μετατόπισης  $y$ .

2. Σχεδιάστε την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για την εκτίμηση των άγνωστων παραμέτρων  $m$ ,  $b$  και  $k$ , όταν μετρούμε μόνο την μετατόπιση και την εξωτερική δύναμη που εφαρμόζεται στη μάζα.
3. Προσομοιώστε το σύστημα στο Matlab με την βοήθεια των συναρτήσεων ode επιλέγοντας  $m = 8.5$  [kg],  $b = 0.65$  [kg/s],  $k = 2$  [kg/s<sup>2</sup>], και  $u(t) = 10 \cos(0.5\pi t) + 3$  [N], και θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες για τις καταστάσεις του συστήματος. Χρησιμοποιήστε δείγματα ανά 0.1 [s] από το διάστημα εκτέλεσης  $[t_0 \ t_f] = [0 \ 10]$  [s], και εφαρμόστε την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων βάσει των δεδομένων που καταγράψατε. Δημιουργήστε γραφικές παραστάσεις των  $y(t)$ ,  $\hat{y}(t)$  και της διαφοράς τους  $y(t) - \hat{y}(t)$ . Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

## Θέμα 2

Θεωρήστε το κύκλωμα του Σχήματος 2, όπου  $u_1(t) = 3 \sin(\pi t)$  [V] και  $u_2(t) = 2.5$  [V]. Επιπλέον, μπορούμε να μετρήσουμε μόνο τις τάσεις  $V_R$  και  $V_C$  στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή αντίστοιχα.

1. Εκτιμήστε με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων τον πίνακα μεταφοράς του κυκλώματος. Οι τάσεις  $V_R$ ,  $V_C$  παράγονται από το αρχείο v.p καλώντας την συνάρτηση στο Matlab ως εξής:

$$[V_R, V_C] = v(t), \quad t = t_i \text{ ή } t = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_N].$$

Δημιουργήστε γραφικές παραστάσεις των  $V_C(t)$ ,  $\hat{V}_C(t)$  και της διαφοράς τους  $V_C(t) - \hat{V}_C(t)$ . Αντιστοίχως για τα  $V_R(t)$ ,  $\hat{V}_R(t)$ .

2. Θεωρήστε ότι οι μετρήσεις  $V_R(t_i)$ ,  $V_C(t_i)$  λαμβάνονται εσφαλμένα (π.χ. στα παραγόμενα σήματα  $V_R(t)$ ,  $V_C(t)$  προσθέστε σε ορισμένες τυχαίες χρονικές στιγμές  $t_i$  τυχαίες τιμές  $\eta_i(t_i)$  πολύ μεγαλύτερης τάξης μεγέθους από τις καταγεγραμμένες). Παρατηρήστε τι αντίκτυπο έχει αυτό το σφάλμα μέτρησης στις εκτιμήσεις των παραμέτρων μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

## Σημειώσεις

- Να παραδώσετε: (i) Αναφορά (pdf) στην οποία θα καταγράψετε όλα τα αποτελέσματα και τις παρατηρήσεις/σχόλια/συμπεράσματά σας, (ii) όλους του κώδικες (m-files) που αναπτύξατε.
- Να ανεβάσετε στο elearning ένα συμπιεσμένο αρχείο που να εμπεριέχει όλα τα αρχεία σας, με ονομασία Lastname\_Firstname\_AEM\_lab01.
- Προθεσμία υποβολής: έως και Δευτέρα 22/04/24.