Métodos Numéricos - LCC 2017
Docentes: Alejandro Marchetti, Juan Manuel Rabasedas, Nicolás Rodriguez Castro
Práctica 6: Aproximación de autovalores.

---

1. i) Usar el teorema de Gerschgorin para determinar cotas de los autovalores de las siguientes matrices:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0 & 0.1 \\ -0.1 & -0.1 & 2 \end{pmatrix} \quad c) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.25 & 0 & 0.25 \\ -0.25 & -0.25 & 2 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad e) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad f) \begin{pmatrix} 4.75 & 2.25 & -0.25 \\ 2.25 & 4.75 & 1.25 \\ -0.25 & 1.25 & 4.75 \end{pmatrix}$$

ii) Hallar los autovalores de las matrices anteriores usando el comando ya implementado en SCILAB.

2. a) Aplicar el teorema de Gerschgorin para mostrar que las raíces r de $p(\lambda)$ verifican que

$$|r| \leq 1 \qquad o \qquad |r + a_{n-1}| \leq |a_0| + \cdots + |a_{n-2}|$$

b) Teniendo en cuenta que A y A^t tienen los mismos autovalores, usar el teorema de Gerschgorin sobre las columnas de A para obtener otras cotas para las raíces de $p(\lambda)$.
c) Acotar las raíces de los siguientes polinomios:

i) $\lambda^{10} + 8\lambda^9 + 1 = 0$ $\qquad$ ii) $\lambda^6 - 4\lambda^5 + \lambda^4 - \lambda^3 + \lambda^2 - \lambda + 1 = 0.$

3. Dada la siguiente matriz $A(\varepsilon)$, para $\varepsilon = 0.1k$ con $k = 0, 1, \ldots, 10$:

$$A(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 1+\varepsilon \end{pmatrix}$$

Utilizar los comandos adecuados de SCILAB para:
i) encontrar el polinomio característico y aproximar sus raíces
ii) hallar los autovalores de $A(\varepsilon)$.

4. i) Implementar un algoritmo para el método de las potencias y calcular el autovalor dominante y el autovector asociado para las matrices

$$A_1 = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 4 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 6 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 12 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 6 & -2 \\ 4 & 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

ii) Construir un algoritmo que compare la diferencia entre el autovalor aproximado por el método de la potencia y el mayor autovalor, considerando el número de iteraciones realizadas.