FCEIA - Universidad Nacional de Rosario
Métodos Numéricos - LCC 2017
Profesor: Alejandro G. Marchetti

Cifras Significativas

En un trabajo científico, se considera que las cifras significativas (o dígitos significativos) de un número son aquellas que tienen un significado real o aportan alguna información. Las cifras significativas de un número vienen determinadas por su incertidumbre. Por ejemplo, consideremos una medida de longitud que arroja un valor de 4325,3528 metros con un error de 0,8 metros. Puesto que el error es del orden de décimas de metro, es evidente que todas las cifras del número que ocupan una posición menor que las décimas no aportan ninguna información. No tiene sentido dar el número con una exactitud de diez milésimas, si afirmamos que el error es de casi un metro. Cuando se expresa un número debe evitarse siempre la utilización de cifras no significativas.

Cifras significativas de un número

Para conocer el número de cifras significativas de un número decimal, se siguen las siguientes reglas:

- Cualquier dígito distinto de cero es significativo. Por ejemplo, 438 tiene tres cifras significativas.
- Los ceros situados en medio de números diferentes de cero son significativos. Por ejemplo, 402 tiene tres cifras significativas, y 30002 tiene cinco cifras significativas.
- Los ceros a la izquierda del primer número distinto de cero no son significativos. Por ejemplo, 0,0023 tiene dos cifras significativas.
- Los ceros que se encuentran después de la coma y después de un dígito distinto de cero, son significativos. Por ejemplo 10,00 tiene 4 cifras significativas, y 0,0030 tiene dos cifras significativas.
- En los números enteros, los ceros situados después de un dígito distinto de cero pueden ser o no significativos. Por ejemplo, 600 puede tener una cifra significativa (6), dos (60), o tres (600). Para conocer el número correcto de cifras significativas necesitamos conocer más información acerca de cómo fué generado el número (por ejemplo, si el número es una medición, necesitamos conocer la precisión del instrumento de medición empleado). También podemos conocer el número correcto de cifras significativas si expresamos el número en notación científica. Por ejemplo, 6×10^2 tiene una cifra significativa, $6,0 \times 10^2$ tiene dos cifras significativas, y $6,00 \times 10^2$ tiene tres cifras significativas.

Cifras significativas de un valor aproximado con respecto a un valor verdadero

Sea x_v el valor verdadero de un número y x_a un valor aproximado.

Definición. Decimos que x_a tiene m cifras significativas con respecto a x_v si el error $|x_v - x_a|$ tiene una magnitud menor o igual a cinco unidades en el dígito $(m+1)$ de x_v contando de izquierda a derecha desde el primer dígito distinto de cero en x_v.

Ejemplos

(a) $x_v = 1/3 \quad x_a = 0,333 \quad |x_v - x_a| \doteq 0{,}000333$

Decimos que x_a tiene tres cifras significativas con respecto a x_v.

(b) $x_v = 23,496 \quad x_a = 23,494 \quad |x_v - x_a| = 0{,}002$

Decimos que x_a tiene cuatro cifras significativas con respecto a x_v.

(c) $x_v = 0{,}02144 \quad x_a = 0{,}02138 \quad |x_v - x_a| = 0{,}00006$

Decimos que x_a tiene dos cifras significativas (y no tres) con respecto a x_v.

Para medir el número de cifras significativas de un valor aproximado se suele emplear la siguiente desigualdad. Si

$$\left|\frac{x_v - x_a}{x_v}\right| \leq 5 \times 10^{-m-1}, \tag{1}$$

luego x_a tiene m cifras significativas con respecto a x_v. Para demostrar esto, consideremos primero el caso en que $0{,}1 \leq x_v < 1$. Luego (1) implica

$$|x_v - x_a| \leq 5 \times 10^{-m-1}|x_v| < 5 \times 10^{-m-1}.$$

Como $0{,}1 \leq x_v < 1$, esto implica que x_v tiene m cifras significativas. Para un x_v general la demostración es la misma, haciendo $x_v = \hat{x}_v \times 10^E$, con $0{,}1 \leq \hat{x}_v < 1$, y E un número entero.

Nota: Notar que (1) es una condición suficiente, pero no necesaria, para que x_a tenga m cifras significativas con respecto a x_v. Los ejemplos (a) y (b) dados anteriormente tienen un mayor número de cifras significativas que las indicadas por la condición (1).

Redondeo a m cifras significativas

Redondear un número decimal x a m cifras significativas (o a m dígitos) es equivalente a redondear el número utilizando en notación de punto flotante una mantisa de m dígitos. Para ello, primero se escribe el número en la forma $x = \hat{x} \times 10^E$, con $0{,}1 \leq \hat{x} < 1$, y E un número entero. Luego se procede a redondear $\hat{x}$ con m dígitos después de la coma. El número redondeado es $\mathrm{rn}(x) = \bar{x} \times 10^E$, con $\bar{x} = 0, a_1\ a_2\ \cdots\ a_m$. Puesto que $a_1 \neq 0$ y todos los dígitos se encuentran después de la coma, $\mathrm{rn}(x)$ tiene m cifras significativas. Además, el valor aproximado que se obtiene $x_a = \mathrm{rn}(x)$ tiene m cifras significativas con respecto al valor original $x_v = x$, puesto que al redondear un número se cumple la definición vista anteriormente.

Ejemplos

(a) Redondeo con 5 cifras significativas

$x_v = 1,123456 \quad x_a = 1,1235 \quad |x_v - x_a| = 0,000044$

Luego x_a tiene cinco cifras significativas con respecto a x_v.

(b) Redondeo con 2 cifras significativas

$x_v = 0,20004 \quad x_a = 0,20 \quad |x_v - x_a| = 0{,}00004$

Luego x_a tiene dos cifras significativas (y no cuatro) con respecto a x_v.

(c) Redondeo con 4 cifras significativas

$x_v = 0,20005 \quad x_a = 0,2001 \quad |x_v - x_a| = 0{,}00005$

Luego x_a tiene cuatro cifras significativas con respecto a x_v.

Bibliografía

1. Kendall E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons, 1989.

2. M. Felici y G. Zamanillo, *Mediciones Eléctricas. Código 425*, Universidad Nacional de Río Cuarto, 2007.