
MODELO DE RULETA - SIMULACION

Fadua Dora Sicardi

Franco Giangiordano

Gonzalo Turconi

Ignacio Curti

16 de agosto de 2022

ABSTRACT

El presente trabajo de investigación consiste en el análisis basado en una simulación sobre el funcionamiento del clásico juego de la ruleta, bajo una descripción de los conceptos de los procesos probabilísticos y estadísticos para lograr un estudio enriquecedor imitando lo más cercano posible a la realidad. Este informe pretende obtener resultados efectivos para equiparar con la veracidad del mundo real, mostrando el comportamiento de la apuesta y observando como varía la posibilidad de ganar o perder.

Keywords

ruleta, estadística, probabilidad, variable aleatoria.

1. Introducción

La ruleta es un juego de azar típico de los casinos, cuyo nombre viene del término francés roulette, que significan "ruedita" o "rueda pequeña". Su uso como elemento de juego de azar, aún en configuraciones distintas de la actual, no está documentado hasta bien entrada la Edad Media. Es de suponer que su referencia más antigua es la llamada Rueda de la Fortuna, de la que hay noticias a lo largo de toda la historia, prácticamente en todos los campos del saber humano.

La "magia" del movimiento de las ruedas tuvo que impactar a todas las generaciones. La aparente quietud del centro, el aumento de velocidad conforme nos alejamos de él, la posibilidad de que se detenga en un punto al azar; todo esto tuvo influyó en el desarrollo de distintos juegos que tienen la rueda como base.

Las ruedas, y por extensión las ruletas, siempre han tenido conexión con el mundo mágico y esotérico. Así, una de ellas forma parte del tarot, más precisamente de los que se conocen como arcanos mayores.

Según los indicios, la creación de una ruleta y sus normas de juego, muy similares a las que conocemos hoy en día, se debe a Blaise Pascal, matemático francés, quien ideó una ruleta con treinta y seis números (sin el cero), en la que se halla un extremado equilibrio en la posición en que está colocado cada número. La elección de 36 números da un alcance aún más vinculado a la magia (la suma de los primeros 36 números da el número mágico por excelencia: seiscientos sesenta y seis).

Esta ruleta podía usarse como entretenimiento en círculos de amistades. Sin embargo, a nivel de empresa que pone los medios y el personal para el entretenimiento de sus clientes, no era rentable, ya que estadísticamente todo lo que se apostaba se repartía en premios (probabilidad de $1/36$ de acertar el número y ganar 36 veces lo apostado).

En 1842, los hermanos Blanc modificaron la ruleta añadiéndole un nuevo número, el 0, y la introdujeron inicialmente en el Casino de Montecarlo. Ésta es la ruleta que se conoce hoy en día, con una probabilidad de acertar de $1/37$ y ganar 36 veces lo apostado, consiguiendo un margen para la casa del 2,7 % ($1/37$).

2. Marco teórico

En la ruleta los resultados posibles en cada jugada son 0, 1, 2, ..., 36. En el análisis del juego, tales resultados no son importantes por sí mismos, sino por las ganancias o pérdidas que puedan ocasionar. Tomamos un ejemplo concreto:

un jugador apuesta 2 fichas al color negro. Si en la ruleta sale el “0” o un número rojo, el jugador pierde sus 2 fichas, es decir, tiene una ganancia de -2 . En caso contrario, el jugador recupera sus fichas y el casino le entrega 2 más, con lo cual hay una ganancia de 2. Podemos pensar entonces en una función F , que transforme cada resultado posible de la ruleta en la correspondiente ganancia del jugador. Por ejemplo, como el “4” es negro y el “9” es rojo, tendremos $F(4) = 2$ y $F(9) = -2$. Como ya hemos observado, el “0” no beneficia al jugador, de modo que $F(0) = -2$. Muchas veces es útil asignar un valor numérico a cada uno de los resultados posibles. En el caso del jugador que apostó 2 fichas al color negro, la función $F : 0,1,2,\dots,36 \rightarrow \mathbb{R}$ es la que lleva a cabo tal asignación. “Dado un experimento aleatorio, el conjunto de sus resultados posibles, que denotaremos por E , se denomina **espacio muestral** de dicho experimento. Para cada característica de los elementos de E se puede definir una función $X:E \rightarrow \mathbb{R}$, llamada **variable aleatoria**, cuyo valor $X(e)$ en cada elemento e de E proporciona información sobre la naturaleza de e con respecto a la característica estudiada.” Para una correcta ejecución recurrimos a unas definiciones cruciales tales como frecuencia relativa y promedio. La **frecuencia relativa** (f_i) de un valor X_i es la proporción de valores iguales a X_i en el conjunto de datos (X_1, X_2, \dots, X_N) . Es decir, la frecuencia relativa es la frecuencia absoluta dividida por el número total de elementos N :

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad (1)$$

siendo (X_1, X_2, \dots, X_N) el conjunto de datos y n_i el total de valores iguales a X_i

Las frecuencias relativas son valores entre 0 y 1, $(0 \leq f_i \leq 1)$. La suma de las frecuencias relativas de todos los sujetos es siempre 1. Supongamos que en el conjunto tenemos k números (o categorías) diferentes, entonces:

$$\sum_{i=1}^k f_i = f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1 \quad (2)$$

El **promedio** μ es una medida de posición. No coincide necesariamente con un valor de la variable. El cálculo del promedio de n observaciones de la variable X (x_i con $i = 1, 2, \dots, n$), resulta:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3)$$

La **varianza** σ^2 se define como el promedio de los cuadrados de las diferencias de los datos con promedio:

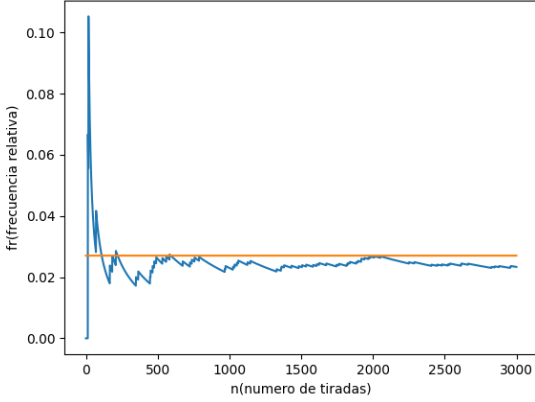
$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \quad (4)$$

La **desviación estándar** σ es la raíz cuadrada positiva de la varianza:

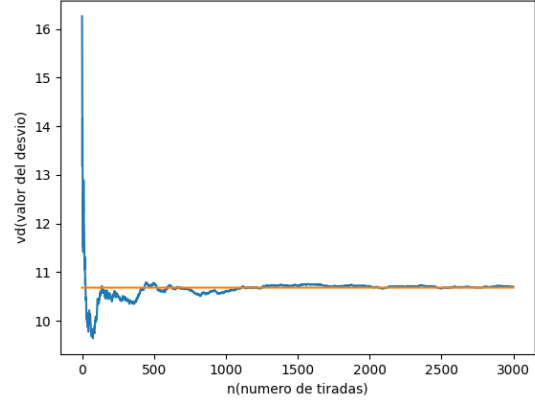
$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (5)$$

3. Exposición de los resultados y análisis de los mismos

A continuación se detallan los gráficos correspondientes a los resultados obtenidos al finalizar la simulación:



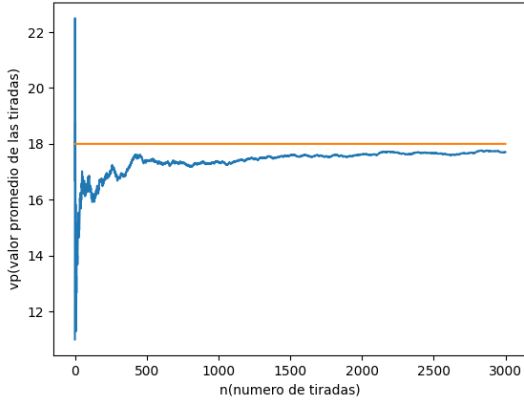
Frecuencia relativa del valor 8 en la primer corrida



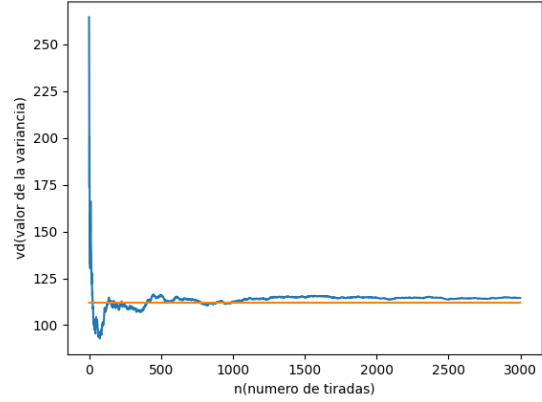
Desvio estándar en la primer corrida

Notamos que en nuestros números, la frecuencia relativa del número 8 es muy variable al principio, pero se estabiliza a medida que aumenta el número de lanzamientos. Por un tiempo, la relación estuvo cerca de 0.025 y se mantuvo alrededor de ese valor. En otras palabras, se puede decir que si se lanza una gran cantidad de bolas en la rueda de la ruleta, caerán en el número 8 aproximadamente el 2,5 % de las veces. La probabilidad de un evento (o resultado), entonces, es el número al que tiende la misma frecuencia relativa cuando el número de repeticiones de la experiencia tiende a infinito. Es la frecuencia relativa calculada en la población.

Notamos que la desviación estándar como medida de dispersión de nuestras observaciones en las tiradas, tiende a aproximarse al valor 11, que se acerca al valor de la desviación estándar teórica calculada analíticamente.



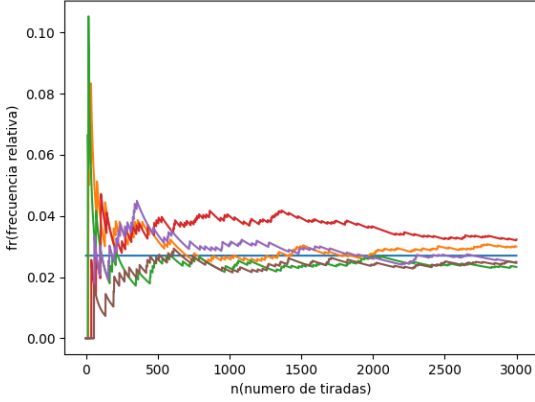
Promedio en la primer corrida



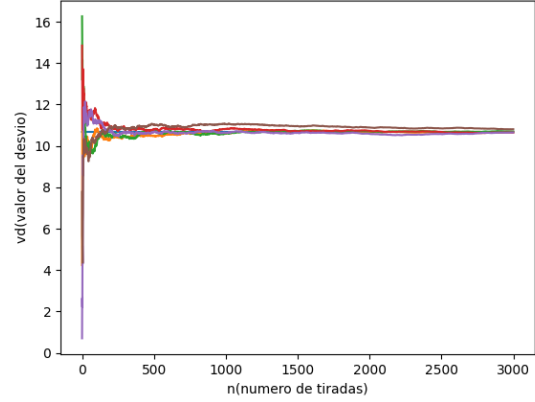
Varianza en la primer corrida

Observamos que el promedio como medida de posición de nuestras observaciones en las tiradas, tiende a aproximarse al valor 18, que es el promedio teórico calculado analíticamente.

Podemos ver que la varianza como medida de dispersión de nuestras observaciones en las tiradas, tiende a aproximarse al valor 110, que es un valor cercano al de la varianza teórica calculada analíticamente.



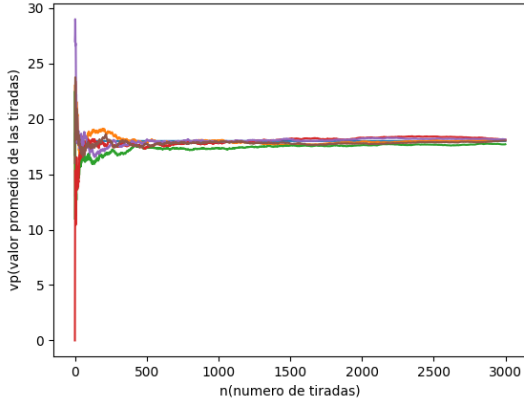
Frecuencia relativa del valor 8 en todas las corridas



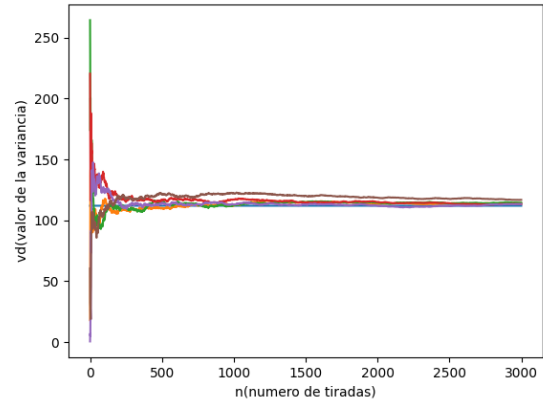
Desvio estándar en todas las corridas

Notamos que la f_r del valor 8, luego de realizar múltiples corridas (5 en este caso) tiende a estabilizarse con $f_r = 0.025$ (aunque en un caso anómalo alcanza valores cercanos a 0,04).

Observamos que luego de realizar múltiples corridas su valor correspondiente tiende a estabilizarse con $\sigma = 10,58$.



Promedio en todas las corridas



Varianza en todas las corridas

Concluimos que luego de realizar múltiples corridas su valor correspondiente tiende a estabilizarse con $\mu = 18,05$.

Determinamos que luego de realizar múltiples corridas, 5 en este caso, su valor correspondiente tiende a estabilizarse con $\sigma^2 = 112,01$.

4. Conclusión

A través de la simulación pudimos recrear una ruleta utilizando números pseudo-aleatorios que se asemeja a la realidad. Los estadísticos hallados son los siguientes:

Para la frecuencia relativa el valor encontrado en la simulación es 0.031, que se aproxima al teórico esperado: 0.027. En el caso del promedio, el valor hallado tras las corridas es 18.05, muy próximo al esperado: 18.0. Para el desvío el valor encontrado es 10.58, que también se acerca mucho al esperado: 10.67. Finalmente, para la varianza, el valor hallado es 112.01, muy cercano al teórico esperado: 114.0.

Si bien se encuentra un caso anómalo en el valor de la frecuencia relativa en una de las corridas, en general, los estadísticos se acercan mucho al valor esperado. Esto quiere decir que los resultados encontrados son cercanos a los valores teóricos de los estadísticos de una variable aleatoria distribuida de manera semejante a una ruleta.

Esto nos permite asegurar que el modelo simulado es apropiado para poder realizar futuros análisis y planteos sobre el mismo, así como también utilizarlo como base en próximas simulaciones. Para finalizar, comprobamos que cuando las

observaciones tienden a ser infinitas, se arrojaron resultados que corresponden a los calculados empleando la teoría de las probabilidades mencionados anteriormente.

Referencias

<https://python-para-impacientes.blogspot.com/2014/08/graficos-en-ipython.html>
<https://relopezbriega.github.io/blog/2015/06/27/probabilidad-y-estadistica-con-python/>
<https://es.wikipedia.org/wiki/Ruleta>