Proyecto Tecnológico Algoritmos Evolutivos para Optimización con Restricciones

Vázquez Ballesteros Gabriel Tadeo

Resumen—En el presente documento, se presentan dos algoritmos, ε L-SHADE (ε level SHADE) y ε LDE-EDM (ε level Differential Evolution with Enhanced Diversity), para problemas de optimización con restricciones. Tales algoritmos están inspirados en algunas nociones de los algoritmos que obtuvieron mejores resultados de la competición llevada a cabo por el CEC.

El primer algoritmo ε L-SHADE se basa en los principios de dos algoritmos ε DE [1] y SHADE[3] los cuales son: relajar las restricciones de desigualdad y generar los parámetros F y CR por medio de distribuciones, Cauchy y Normal respectivamente. La convergencia prematura es unos de los problemas que sucede frecuentemente en los algoritmos evolutivos (EAs) por lo que la fase de exploración suele ser mínima, debido a esto se propone un segundo algoritmo llamado ε LDE-EDM el cual se basa en ε L-SHADE y RMDDC [?], este último relaciona el control de la diversidad con el criterio de generaciones transcurridas por lo que fase de exploración será beneficiada.

Dichos algoritmos propuestos son probados en 28 funciones proporcionados por la competencia del CEC del 2018 sobre optimización de parámetros reales restringidos, al final se comparan los resultados con los del mejor algoritmo UDE [2] para tamaño de dimensión 10.

I. Introducción

La optimización con restricciones es es el proceso de optimización de una función objetivo con respecto a algunas variables con restricciones en las mismas. La función objetivo es, o bien una función de coste o función de energía que debe ser minimizada, o una función de recompensa o función de utilidad, que ha de ser maximizado. Las restricciones pueden ser tanto restricciones duras que establecen condiciones para las variables que se requieren para estar satisfecha, o restricciones blandas que tienen algunos valores de las variables que están penalizados en la función objetivo si, y basados en la medida en que, las condiciones en las variables no son satisfecho.

En general un problema de optimización con restricciones, para el caso de minimizar,se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{split} & \min_{x} \ f(\overrightarrow{x}) \\ & sujeto: g_i(\overrightarrow{x}) = c_i \quad i = 1, \cdots, n \\ & h_i(\overrightarrow{x}) \leq d_i \quad j = 1, \cdots, m \\ & Donde: g_i = \text{ restricción de igualdad i} \\ & h_j = \text{ restricción de desigualdad j} \end{split}$$

Si bien existen métodos los cuales nos permiten obtener soluciones factibles esto no implica que siempre se obtenga la solución óptima, más aún tales métodos computacionalmente suelen ser costos puesto que requieren conocer información a cerca de tal función (como el gradiente, hessiano, etc.) debido se ha planteado una nueva estrategia para atacar tal problema la cual es el uso de EAs los cuales requieren sólo de la evaluación de la función en un cierto punto \vec{x} .

En la competencia "Constraint Optimization" realizada por el CEC se han propuesto muchos algoritmos los cuales son muy prometedores, entre unos de ellos más utilizado es DE (Evolución Diferencial) con alguna variante, sin embargo la presencia de la diversidad en la población no ha sido tomada en cuenta. Es por ello que que plantearán dos algoritmos ε L-SHADE y ε LDE-EDM los cuales utilizan como base ED y contendrán características de los mejores los cuales parezcan favorables. Para el caso de ε L-SHADE la presencia de la diversidad no será despreciada y para ε LDE-EDM sí será tomada en cuenta en el que para ello se utilizará el algoritmo RMDDC.

II. DESARROLLO

Tolerancia ε para g_j

En la competencia llevada a cabo por el CEC para las restricciones de igualdad se da tolerancia de $\varepsilon=1\times10^{-4}$, por lo que dichas restricciones pueden verse como restricciones de desigualdad de la siguiente forma :

$$|h_j(\vec{x}) - d_j| \le \varepsilon$$

Característica Favorable

Previo a desarrollar tales algoritmos se realizó una investigación sobre los tres algoritmos que obtuvieron mejores resultados en cada competencia realizada destacaba el uso de relajar las restricciones de desigualdad durante un cierto tiempo de generaciones en la que una solución será factible si es menor que un cierto parámetro, llamado nivel de ε , el cual paulatinamente va disminuyendo. Tal idea de relajación es propuesto por el algoritmo εDE .

Para explicar esto es necesario definir la violación de restricción $\phi(\vec{x})$ la cual indica cuánto viola un punto de búsqueda \vec{x} las restricciones. La violación de restricción está definida como :

$$\begin{cases} \phi(\vec{x}) = 0 & \vec{x} \in \mathcal{F} \\ \phi(\vec{x}) \ge 0 & \vec{x} \notin \mathcal{F} \end{cases}$$

Algunos tipos de violación de restricción, que se adoptan como penalización en los métodos de función de penalización, se puede definir como:

$$\begin{split} \phi(\overrightarrow{x}) = & \max\{ \max_{j}\{0, g_{j}(\overrightarrow{x})\}, \max_{j}|h_{j}(\overrightarrow{x})|\} \\ \phi(\overrightarrow{x}) = & \sum_{j} \max_{j}\{0, g_{j}(\overrightarrow{x})\}^{p} + \sum_{j}|h_{j}(\overrightarrow{x})|^{p}, \ p \in \mathbb{N} \end{split}$$

Los límites superior e inferior definen el espacio de búsqueda S. Las restricciones de desigualdad e igualdad definen la región factible \mathcal{F} , por lo que $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{S}$

El nivel de comparación ε está definida como una relación de orden entre $(f(\vec{x}), \phi(\vec{x}))$. Sean f_1, ϕ_1 y f_2, ϕ_2 los valores de la función y la violación de restricción respectivamente de $\overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{x_2}$. Entonces para algún ε tal que $\varepsilon \geq 0$, el nivel ε de comparación " \leq_{ε} " entre (f_1,ϕ_1) y (f_2,ϕ_2) está definida

$$(f_1, \phi_1) \leq_{\varepsilon} (f_2, \phi_2) \Leftrightarrow \begin{cases} f_1 < f_2, \ si \ \phi_1, \phi_2 \leq \varepsilon \\ f_1 < f_2, \ si \ \phi_1 = \phi_2 \\ \phi_1 \leq \phi_2 \ otro \ caso \end{cases}$$

Donde ε en la generación t está definido como :

$$\varepsilon(0) = \phi(\overrightarrow{x_{\theta}})$$

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} \varepsilon(0)(1 - \frac{t}{T_c})^{cp} & 0 \ge t \le T_c \\ 0 & t > T_c \end{cases}$$

 $\overrightarrow{x_{\theta}}$ es el θ^{th} individuo, $\theta = 0.2N$ y cp es un parámetro para controlar la velocidad de reducción de la relajación de las restricciones.

ED

Algorithm 1 Template ED

$$\begin{aligned} & \textbf{procedure} \ ED(f,g,h,F,CR) \\ & k \leftarrow 0 \\ & X_k \leftarrow \text{initialize population randomly} \\ & \textbf{while} \ \text{stopping criterion is not satisfied } \textbf{do} \\ & V \leftarrow \text{Mutation}(X,F) \\ & U \leftarrow \text{Crossover}(V,CR) \\ & X_{k+1} \leftarrow \text{Replacement } (U,X_k) \\ & k \leftarrow k+1 \\ & \textbf{end procedure} \end{aligned}$$

εL_SHADE

Mutation: El cambio a efectuar será generar el parámetro F utilizando una distribución Cauchy:

$$F \sim Cauchy(0.5, 0.5*\frac{FEs}{maxFEs})$$

Donde FEs representa el número de evaluaciones realizadas hasta ese momento y maxFEs es el número máximo de evaluaciones. El operador de mutación a utilizar es DE/rand/1.

Algorithm 2 DE/rand/1

$$\begin{array}{l} \textbf{procedure } DE/rand/1(X,i) \\ F \leftarrow Cauchy(0.5,0.5*\frac{FEs}{maxFEs}) \\ V_i \leftarrow X_{r_1} + F \times (X_{r_2} - X_{r_3}) & \rhd r_1 \neq r_2 \neq r3 \neq i \\ \textbf{end procedure} \end{array}$$

Crossover: El cambio a efectuar será generar el parámetro CR utilizando una distribución Normal es decir :

$$CR \sim \begin{cases} Normal(0,2,0,1) & si \ rand[0,1] \leq 0.5 \\ Normal(0,9,0,1) & otro \ caso \end{cases}$$

Replacement: El método de Reemplazamiento no tendrá cambios, sin embargo, la forma en que se compararán dos individuos de la población será a través del nivel ε el cual ya se mencionó.

 $\varepsilon L EMD$

Para lograr mantener diversidad entre la población se propone una medida, distancia, la cual es definida como:

$$dist(X_i, X_j) = \sqrt{\frac{\sum_{d=1}^{D} (\frac{X_{id} - X_{jd}}{b_d - a_d})^2}{D}}$$

La distancia media es definida como

$$D_m = \frac{\sum_{i} \min_{j \neq i} dist(X_i, X_j)}{N}$$

Los métodos "Mutation" y "Crossover" serán igual que εL_SHADE . Se agregará un nuevo método "Selection" y una población " X_{Elite} ".

Selection: El método "Selection" realizará lo mismo que el método "Replacement" de εL_SHADE , pero en vez de ejecutarlo con X se hará con X_{Elite} .

Replacement: Utilizando RMDDC el método "Replacement" es:

Algorithm 3 Replacement

procedure $Replacement(X, U, X_{Elite})$ Update D_t $Current \leftarrow X \cup U \cup X_{Elite}$ $Survivors \leftarrow \emptyset$ $Penalized \leftarrow \emptyset$ while $|Survivors| < N \ And \ |Current > 0|$ do $Selected \leftarrow Select$ the best vector of Current Remove Selected from Current Copy Selected to Survivors Find the vectors from Current with a distance to Selected than D_t and move them to Penalized. while |Survivors| < N do $Selected \leftarrow Selected$ the vector from Penalized whit the largest distance to the closest vector in Survivors.

Remove Selected from Penalized Copy Selected to Survivors

Copy Selected to Survivors

return Survivors end procedure

Update D_t : Al inicio se propuso actualizar D_t como $D_0 - D_0(\frac{FEs}{0.9maxFEs})$ sin embargo, esto no obtuvo buenos resultados, por lo que se optó por el siguiente esquema:

$$D_f = D_i x^k$$

Es decir:

$$D_{t} = \begin{cases} D_{t-1} * \sqrt[2]{\max_{FEs}} \sqrt{\frac{1 \times 10^{-5}}{D_{0}}} & Si \ FEs \le \frac{maxFEs}{2} \\ D_{t-1} * \sqrt[2]{\max_{FEs}} \sqrt{1 \times 10^{-4}} & Si \ FEs > \frac{maxFEs}{2} \end{cases}$$

Este esquema permite explorar en el espacio de búsqueda antes de la mitad de maxFES, la otra mitad sigue explorando pero tiene un enfoque hacia la intensificación del tal manera que se evite tener soluciones iguales en un corto plazo.

 εLDE_EDM

```
Algorithm 4 Template \varepsilon LDE\_EDM
```

```
 \begin{array}{c} \textbf{procedure} \ \varepsilon LDE\_EDM(f,g,h,F,CR) \\ k \leftarrow 0 \\ X_k \leftarrow \text{ initialize population randomly} \\ \textbf{while} \ \text{stopping criterion is not satisfied do} \\ V \leftarrow \text{Mutation}(X) \\ U \leftarrow \text{Crossover}(V) \\ X_{Elite} \leftarrow \text{Selection}(U) \\ X_{k+1} \leftarrow \text{Replacement } (X,U,X_{Elite}) \\ k \leftarrow k+1 \\ \textbf{end procedure} \end{array}
```

RESULTADOS

Se probaron los dos algoritmos con las 28 funciones para dimensión 10 de la competencia CEC llevada a cabo en el 2018. Se hicieron 4 versiones εLDE , $\varepsilon L_S HADE$, εLDE_EDM y εLDE_EDMv_2 .

 εLDE tiene como base ED y el método de Reemplazamiento utiliza la comparación entre dos individuos a través del nivel de ε .

 εLDE_EDM este algoritmo tiene el método de actualización de distancia la se habló que no dio buenos resultados. εLDE_EDMv_2 tiene método de actualización de distancia exponencial.

La distancia D_0 para εLDE_EDM y εLDE_EDMv_2 es D_m .

 εLDE

Problem	C01	C02	C03	C04	C05	C06	C07
Best	0	0	818653	13.5728	0	135.147	30.5659
Median	0	0	77103.5	13.5728	0	158.604	16.748
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,1]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,6,0]	[0,0,2]
v	0	0	0.000277662	0	0	0.248355	0.00129371
Mean	0	0	173602	14.6052	0	153.399	9.98384
Worst	0	0	90804	15.9192	0	142.419	61.6761
STD	0	0	192493	1.16475	0	46.7799	76.5956
SR	100	100	0	100	100	0	4
vio	0	0	0.000711186	0	0	0.249567	0.0025385
Problem	C08	C09	C10	C11	C12	C13	C14
Best	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-3.4989	3.98812	0	2.84653
Median	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-553.661	4.24958	0	3.13385
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[2,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]
v	0	0	0	1214.68	0	0	0
Mean	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-367.608	4.24766	0	3.1214
Worst	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-748.709	4.72331	0	3.29972
STD	6.50521e-19	3.46945e-18	0	325.727	0.233365	0	0.11704
SR	100	100	100	0	100	100	100
vio	0	0	0	1110.87	0	0	0
						~~~	
Problem	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21
Problem Best	-0.785358	C16 25.1328	C17 0.009865	C18 36.598	<b>C19</b>	0.819393	C21 11.6509
Best	-0.785358	25.1328	0.009865	36.598	0	0.819393	11.6509
Best Median	-0.785358 8.63931	25.1328 50.2654	0.009865 0.009865	36.598 36.5985	0	0.819393 0.951913	11.6509 17.6551
Best Median c	-0.785358 8.63931 [0,0,0]	25.1328 50.2654 [0,0,0]	0.009865 0.009865 [1,1,0]	36.598 36.5985 [0,0,0]	0 0 [1,0,0]	0.819393 0.951913 [0,0,0]	11.6509 17.6551 [0,0,0]
Best Median c	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052	36.598 36.5985 [0,0,0] 0	0 0 [1,0,0] 4422.4	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0
Best Median c v Mean	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985	0 0 [1,0,0] 4422.4 0	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112
Best Median c v Mean Worst STD SR	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100
Best Median c v Mean Worst STD	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 0 4422.4	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0
Best Median c v Mean Worst STD SR	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100
Best Median c v Mean Worst STD SR vio	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 0 4422.4	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0
Best Median c v Mean Worst STD SR vio	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 0 4422.4	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0
Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem Best	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0 <b>C22</b>	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0 C23 2.91268	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052 C24	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0 <b>C25</b> 39.2699	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 0 4422.4 <b>C26</b> 0.009908	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0 C27	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0 <b>C28</b>
Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem Best Median	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0 <b>C22</b> 0.000651 0.008232	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0 C23 2.91268 3.41181	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052 <b>C24</b> 2.35618 5.4978	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0 <b>C25</b> 39.2699 50.2655	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 4422.4 <b>C26</b> 0.009908 0.009865	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0 C27 36.6 36.6018	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0 <b>C28</b> 19.9686 32.1051
Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem Best Median c	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0 <b>C22</b> 0.000651 0.008232 [0,0,0]	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0 C23 2.91268 3.41181 [0,0,0]	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052 <b>C24</b> 2.35618 5.4978 [0,0,0]	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0 <b>C25</b> 39.2699 50.2655 [0,0,0]	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 4422.4 <b>C26</b> 0.009908 0.009865 [1,1,0]	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0 <b>C27</b> 36.6 36.6018 [0,0,0]	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0 C28 19.9686 32.1051 [1,1,0]
Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem Best Median c v Mean Worst	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0 C22 0.000651 0.008232 [0,0,0] 0 0.178871 3.98985	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0 C23 2.91268 3.41181 [0,0,0] 0	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052 C24 2.35618 5.4978 [0,0,0] 0 6.50309 2.35611	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0 <b>C25</b> 39.2699 50.2655 [0,0,0] 0 51.1451 64.4027	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 4422.4 <b>C26</b> 0.009908 0.009865 [1,1,0] 4.78052	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0 C27 36.6 36.6018 [0,0,0] 0 36.6021 36.6065	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0 <b>C28</b> 19.9686 32.1051 [1,1,0] 4442.93 39.5089 42.56
Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem Best Median c v Mean	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0 C22 0.000651 0.008232 [0,0,0] 0 0.178871	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0 C23 2.91268 3.41181 [0,0,0] 0 3.39915 3.53623 0.243513	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052 C24 2.35618 5.4978 [0,0,0] 0 6.50309 2.35611 3.16912	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0 <b>C25</b> 39.2699 50.2655 [0,0,0] 0 51.1451	0 0 1,0,0] 4422.4 0 0 0 4422.4 <b>C26</b> 0.009908 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.0264078	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0 C27 36.6 36.6018 [0,0,0] 0 36.6021	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0 <b>C28</b> 19.9686 32.1051 [1,1,0] 4442.93 39.5089
Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem Best Median c v Mean Worst	-0.785358 8.63931 [0,0,0] 0 7.38269 14.9225 3.44142 100 0 C22 0.000651 0.008232 [0,0,0] 0 0.178871 3.98985	25.1328 50.2654 [0,0,0] 0 48.0664 70.6858 10.5699 100 0 C23 2.91268 3.41181 [0,0,0] 0 3.39915 3.53623	0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052 C24 2.35618 5.4978 [0,0,0] 0 6.50309 2.35611	36.598 36.5985 [0,0,0] 0 36.5985 36.599 0.000271036 100 0 <b>C25</b> 39.2699 50.2655 [0,0,0] 0 51.1451 64.4027	0 0 [1,0,0] 4422.4 0 0 0 4422.4 <b>C26</b> 0.009908 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.0264078 0.423392	0.819393 0.951913 [0,0,0] 0 0.968829 1.13407 0.0918436 100 0 C27 36.6 36.6018 [0,0,0] 0 36.6021 36.6065	11.6509 17.6551 [0,0,0] 0 17.6112 22.7795 3.01549 100 0 <b>C28</b> 19.9686 32.1051 [1,1,0] 4442.93 39.5089 42.56

 $\varepsilon LDE_EDM$ 

Problem	C01	C02	C03	C04	C05	C06	C07
Best	0	0	16472.7	13.5728	0.052403	241.747	-233.001
Median	0	0	151070	13.6611	2.78034	1144.92	-86.2631
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,6,0]	[0,0,0]
v	0	0	0	0	0	0.0724196	0
Mean	0.000192	0.00010372	104781	13.7528	2.85383	856.629	-125.779
Worst	0.003079	0.002532	115692	14.4617	5.23876	499.555	-228.36
STD	0.000674139	0.000495725	118197	0.242805	1.36652	666.713	86.7732
SR	100	100	60	100	100	16	72
vio	0	0	0.000156132	0	0	0.16263	0.000267337
Problem	C08	C09	C10	C11	C12	C13	C14
Best	5.8e-05	-0.003159	-0.000416	-0.091458	3.9879	0.000131	3.00773
Median	0.007237	1.16509	0.000248	2.39258	3.98791	0.016114	3.52746
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]
v	0	0	0	3.07083e-07	0	0	0
Mean	0.0226275	3.13507	0.00032096	0.120363	4.03469	1.46526	3.52478
Worst	0.061074	12.1835	0.001849	-4.43488	4.43591	30.4674	3.81023
STD	0.0241603	3.33776	0.000557814	2.71074	0.114248	5.97632	0.197457
SR	56	100	100	8	100	100	100
vio	0.000439502	0	0	4.26691e-05	0	0	0
Problem	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21
Best	11.7809	43.9823	0.009865	10	4e-06	0.041419	3.9879
Median	8.63953	64.4026	0.009865	50.8625	0.000857	0.174552	3.98791
c	[0,0,1]	[0,0,0]	[1,1,0]	[0,0,0]	[1,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]
v	0.000107756	0	4.78052	0	4422.4	0	0
Mean	14.043	64.4654	0.0108817	51.4749	0.00136392	0.186888	3.98797
Worst	18.0645	81.681	0.035283	43.3163	0.01421	0.383072	3.98912
STD	4.02514	8.63198	0.00498089	44.253	0.00306625	0.0902394	0.00023586
SR	32	88	0	68	0	100	100
vio	0.000102995	1.03967e-05	4.83625	1.04799	4422.4	0	0
Problem	C22	C23	C24	C25	C26	C27	C28
Best	0.002099	3.12843	2.35612	45.553	0.009865	36.5979	0.000104
Median	0.404375	3.56689	8.63941	69.1149	0.420813	73.5	4.4e-05
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[2,0,0]	[0,0,0]	[1,0,0]
v	0	0	0	0	6.02023	0	4422.4
Mean	10.9711	3.56186	9.51897	66.476	0.201179	41.4447	0.00134984
Worst	68.933	4.02346	11.781	70.6856	0.007396	28.4276	4.3e-05
STD	23.0811	0.200001	2.74166	9.64959	0.255861	15.8537	0.00448452
SR	100	100	100	96	0	56	0
vio	0	0	0	2.79534e-06	6.97036	0.0108086	4422.4

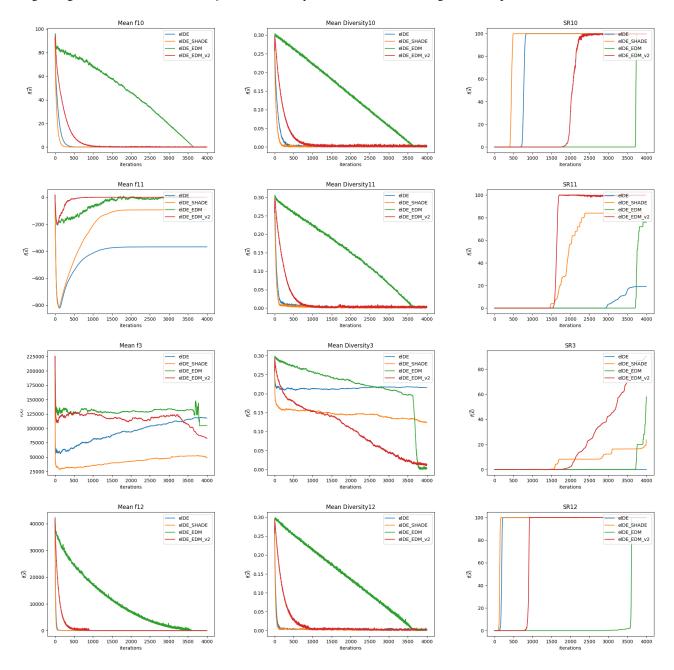
 $\varepsilon L_SHADE$ 

Problem	C01	C02	C03	C04	C05	C06	C07
Best	0	0	4718.09	13.5728	0	0	-298.945
Median	0	0	33404.3	13.5728	0	81.3635	-8.02342
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,1]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,2]
v	0	0	0.000164475	0	0	0	0.000100315
Mean	0	0	41913.3	14.0421	0	90.0798	-150.836
Worst	0	0	31222.6	15.9192	0	207.198	-116.214
STD	0	0	38227.1	0.938583	0	40.1251	95.8559
SR	100	100	44	100	100	100	44
vio	0	0	0.000192479	0	0	0	0.000484354
Problem	C08	C09	C10	C11	C12	C13	C14
Best	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-0.168819	3.9879	0	2.37633
Median	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-0.097964	3.9879	0	2.45826
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]
v	0	0	0	0	0	0	0
Mean	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-92.5532	3.98817	0	2.48436
Worst	-0.001348	-0.004975	-0.00051	-636.333	3.99051	0	2.81097
STD	6.50521e-19	3.46945e-18	0	211.567	0.000588181	0	0.114879
SR	100	100	100	52	100	100	100
vio	0	0	0	222.208	0	0	0
Problem	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21
Best	-3.92706	20.4202	0.009865	36.5977	0	0.16924	3.9879
Median	-3.92706	31.4159	0.009865	36.5977	0	0.371414	3.9879
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[1,1,0]	[0,0,0]	[1,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]
v	0	0	4.78052	0	4422.4	0	0
Mean	-2.79609	30.7247	0.0667889	36.5977	0	0.396298	3.9879
Worst	5.49772	43.9823	0.611343	36.5977	0	0.634022	3.9879
STD	2.15468	6.31581	0.157264	9.9596e-06	0	0.131015	8.88178e-16
SR	100	100	0	100	0	100	100
vio	0	0	5.03744	0	4422.4	0	0
Problem	C22	C23	C24	C25	C26	C27	C28
Best	0	2.37633	-7.06865	18.8494	0.009865	36.5977	0
Median	0	2.38685	-0.785469	32.9867	0.009865	36.5977	8.2932
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[1,1,0]	[0,0,0]	[1,0,0]
v	0	0	0	0	4.78052	0	4425.73
Mean	1.27571	2.4159	-1.66511	33.4893	0.183998	36.5977	8.36764
Worst	3.98658	2.6527	2.35626	50.2655	0.007396	36.5977	20.1426
STD	1.85964	0.0727326	3.01593	7.17386	0.272161	6.5841e-06	8.29264
SR	100	100	100	100	0	100	0
vio	0	0	0	0	5.78135	0	4425.6

 $\varepsilon LDE_EDMv_2$ 

Problem	C01	C02	C03	C04	C05	C06	C07
Best	0	0	3519.99	13.5728	0	84.9704	-249.861
Median	0	0	31099.1	13.5728	0	213.691	-85.7101
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]
v	0	0	0	0	0	0	0
Mean	0	0	54710.9	13.5728	0	247.806	-92.0979
Worst	0	0	340803	13.5728	0	850.531	28.1144
STD	0	0	68177.4	3.55271e-15	0	161.614	69.6529
SR	100	100	100	100	100	100	100
vio	0	0	0	0	0	0	0
Problem	C08	C09	C10	C11	C12	C13	C14
Best	-0.001271	-0.004925	-0.000436	-0.168745	3.98791	0	2.78248
Median	-0.001209	2.49085	-0.000407	-0.168639	3.98792	0	3.08316
c	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]	[0,0,0]
v	0	0	0	0	0	0	0
Mean	-0.00121348	3.32619	-0.000407	-0.168651	3.98808	0	3.109
Worst	-0.001167	12.425	-0.000379	-0.168533	3.98997	0	3.57543
STD	2.46254e-05	3.23637	1.39714e-05	4.90909e-05	0.000463621	0	0.205341
SR	100	100	100	100	100	100	100
vio	0	0	0	0	0	0	0
Problem	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21
						<b>C20</b> 0.167833	
Problem	C15	C16	C17	C18	C19	l .	C21
Problem Best	<b>C15</b> 5.49775	<b>C16</b> 20.4204	C17 0.009865	C18 36.6398	C19 0.002367	0.167833	<b>C21</b> 3.98799
Problem  Best  Median	C15 5.49775 14.9227	C16 20.4204 45.553	C17 0.009865 0.009865	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0	C19 0.002367 0.002117	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0	C21 3.98799 3.98807 [0,0,0] 0
Problem  Best  Median  c	C15 5.49775 14.9227 [0,0,1]	C16 20.4204 45.553 [0,0,0]	C17 0.009865 0.009865 [1,1,0]	C18  36.6398  36.6578  [0,0,0]	C19 0.002367 0.002117 [1,0,0]	0.167833 0.391712 [0,0,0]	3.98799 3.98807 [0,0,0]
Problem  Best  Median  c  v	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05	C16 20.4204 45.553 [0,0,0] 0	C17 0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0	C19 0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0	C21 3.98799 3.98807 [0,0,0] 0
Problem  Best Median c v Mean Worst STD	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487	C17 0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03	C19 0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297	C21 3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807
Best Median c v Mean Worst STD SR	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100	0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100	C21  3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100
Problem  Best Median c v Mean Worst STD	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0	C19 0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0	C21 3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0
Best Median c v Mean Worst STD SR	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0 C25	C19 0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42 C26	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100	C21 3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0 C28
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0	C19 0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0	C21 3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0 C25	C19 0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42 C26	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0	C21 3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0 C28
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio Problem  Best	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506  C22  1e-06 2e-06 [0,0,0]	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23  2.81789 3.19805 [0,0,0]	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24  2.35612 5.49784 [0,0,0]	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0  C25  32.9867 50.2653 [0,0,0]	C19  0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42  C26  0.009865 0.009865 [1,1,0]	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0 <b>C27</b> 36.6146 36.6286 [0,0,0]	C21  3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0  C28  0.042872 0.049925 [1,0,0]
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio  Problem  Best Median c v	C15 5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506  C22  1e-06 2e-06 [0,0,0] 0	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23  2.81789 3.19805 [0,0,0] 0	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24  2.35612 5.49784 [0,0,0] 0	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0  C25  32.9867 50.2653 [0,0,0] 0	C19  0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42  C26  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78047	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0 <b>C27</b> 36.6146 36.6286 [0,0,0] 0	C21  3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0  C28  0.042872 0.049925 [1,0,0] 4422.4
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio  Problem  Best Median c v Mean	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506  C22  1e-06 2e-06 [0,0,0] 0 1.84e-06	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23  2.81789 3.19805 [0,0,0] 0 3.18311	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24  2.35612 5.49784 [0,0,0] 0 8.01101	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0  C25  32.9867 50.2653 [0,0,0] 0 48.0035	C19  0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42  C26  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78047 0.009865	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0 <b>C27</b> 36.6146 36.6286 [0,0,0] 0 48.6748	C21  3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0  C28  0.042872 0.049925 [1,0,0] 4422.4 1.62405
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio  Problem  Best Median c v Mean Worst	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506  C22  1e-06 2e-06 [0,0,0] 0 1.84e-06 4e-06	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23  2.81789 3.19805 [0,0,0] 0 3.18311 3.50301	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24  2.35612 5.49784 [0,0,0] 0 8.01101 14.9225	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0  C25  32.9867 50.2653 [0,0,0] 0 48.0035 64.4025	C19  0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42  C26  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78047 0.009865 0.009865 0.009865	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0 C27 36.6146 36.6286 [0,0,0] 0 48.6748 337.25	C21  3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0  C28  0.042872 0.049925 [1,0,0] 4422.4 1.62405 13.481
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio  Problem  Best Median c v Mean Worst STD	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506  C22  1e-06 2e-06 [0,0,0] 0 1.84e-06 4e-06 7.83837e-07	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23  2.81789 3.19805 [0,0,0] 0 3.18311 3.50301 0.198017	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24  2.35612 5.49784 [0,0,0] 0 8.01101 14.9225 3.66369	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0  C25  32.9867 50.2653 [0,0,0] 0 48.0035 64.4025 7.84871	C19  0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42  C26  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78047 0.009865 0.009865 5.20417e-18	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0 C27 36.6146 36.6286 [0,0,0] 0 48.6748 337.25 58.9052	C21  3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0  C28  0.042872 0.049925 [1,0,0] 4422.4 1.62405 13.481 4.67508
Problem  Best Median c v Mean Worst STD SR vio  Problem  Best Median c v Mean Worst	5.49775 14.9227 [0,0,1] 6.1435e-05 16.8077 18.067 4.61722 44 0.000288506  C22  1e-06 2e-06 [0,0,0] 0 1.84e-06 4e-06	C16  20.4204 45.553 [0,0,0] 0 43.1654 56.5487 10.2487 100 0  C23  2.81789 3.19805 [0,0,0] 0 3.18311 3.50301	C17  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78052 0.009865 0.009865 5.20417e-18 0 4.78052  C24  2.35612 5.49784 [0,0,0] 0 8.01101 14.9225	C18  36.6398 36.6578 [0,0,0] 0 135.626 472.5 130.03 100 0  C25  32.9867 50.2653 [0,0,0] 0 48.0035 64.4025	C19  0.002367 0.002117 [1,0,0] 4422.4 0.0300577 0.698507 0.136448 0 4422.42  C26  0.009865 0.009865 [1,1,0] 4.78047 0.009865 0.009865 0.009865	0.167833 0.391712 [0,0,0] 0 0.390999 0.634045 0.125297 100 0 C27 36.6146 36.6286 [0,0,0] 0 48.6748 337.25	C21  3.98799 3.98807 [0,0,0] 0 3.98807 3.98823 5.53418e-05 100 0  C28  0.042872 0.049925 [1,0,0] 4422.4 1.62405 13.481

Algunas gráficas sobre la media de f, Diversidad y Success Rate a lo largo del tiempo.



# Convergencia entre variables

```
Población \varepsilon LDE_{x3} = MD_{y3} = 0 con la función 15
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   -37.0200
-28.4669
-32.3667
-31.6318
-30.2217
-31.6175
   -27.8232
-28.8413
-22.4871
                                                                                                                                                            -1.0981 x2:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      -14.3643
-21.4518
-17.493
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          -46.4656
-44.5884
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      40.6459
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      12.6767
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    -44,0094 x44
-47,2421 x41
-48,7763 x41
-48,7763 x41
-49,2134 x41
-49,2134 x41
-49,2134 x41
-50,0907 x41
-47,091 x41
-47,091 x41
-47,1091 x41
-48,1090 x41
-48,109
-22.4871

-21.1927

-29.069

-28.0301

-27.1578

-33.3102

-28.0827

-29.5819

-27.9923

-27.5875

-34.0826
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    30.2217 x3:
30.2217 x3:
31.6175 x3:
30.2896 x3:
31.7452 x3:
32.2488 x3:
33.12521 x3:
33.1268 x3:
33.12521 x3:
34.6981 x3:
34.6981 x3:
34.6981 x3:
34.6981 x3:
35.1379 x3:
36.2877 x3:
36.2877 x3:
37.1268 x3:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              f:14.9226
f:14.9226
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      Phi:0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
-25.2442
-22.0062
-25.9461
-30.276
-30.0631
-28.5263
-31.2207
-24.0615
-24.8098
-29.7032
-31.2543
-22.032
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          f:14.9226
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             f:14.9226
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  Phi:0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              f:14.9226
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              f:14.9226
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              f:14.9226
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
f:14.9226
                                                                                                     x1:
x1:
x1:
x1:
x1:
x1:
x1:
```

Población E. J. S. H. A.D. F. Con la función 1.5

-56.6395 x4: -29.6442 x5: 19.6963 x6: 26.7895 x7: 4.07389 x8: -27.4649 x9: -10.3916
-62.4842 x4: -24.3104 x5: 17.2408 x6: 26.7895 x7: 4.07389 x8: -27.4649 x9: -10.3916
-62.4842 x4: -24.3104 x5: 17.2408 x6: 26.7895 x7: 3.45804 x8: -25.5394 x9: -11.806
-52.2949 x4: -30.9064 x5: 17.3909 x6: 26.7895 x7: 0.859469 x8: -22.4048 x9: -8.44461
-55.7781 x4: -30.3777 x5: 19.4777 x6: 26.7895 x7: 0.859469 x8: -22.4048 x9: -8.44461
-55.781 x4: -30.3777 x5: 19.4777 x6: 26.7895 x7: 0.859469 x8: -22.2091 x9: -8.79564
-60.1679 x4: -30.7914 x5: 19.937 x6: 26.7895 x7: 0.859689 x8: -22.7392 x9: -7.26575
-55.1854 x4: -25.6039 x5: 19.2876 x6: 26.7895 x7: 0.859585 x8: -27.4048 x9: -8.44461
-60.3356 x4: -25.6039 x5: 19.2876 x6: 26.7895 x7: 0.85958 x8: -27.2396 x9: -7.26575
-58.1339 x4: -25.559 x5: 14.5607 x6: 26.7895 x7: 1.59559 x8: -27.4082 x9: -11.424
-61.2389 x4: -26.3655 x5: 14.4396 x6: 26.7895 x7: 1.95659 x8: -27.2399 x9: 11.6722
-58.3823 x4: -26.3611 x5: 14.3853 x6: 26.7895 x7: 1.95659 x8: -27.4398 x9: -11.6722
-58.3823 x4: -26.3611 x5: 14.3853 x6: 26.7895 x7: 1.19382 x8: -27.1444 x9: -11.6938
-58.1829 x4: -27.459 x5: 14.4722 x6: 26.7895 x7: 1.19382 x8: -27.1444 x9: -11.6938
-59.1492 x4: -27.459 x5: 14.4722 x6: 26.7895 x7: 1.2479 x8: -20.5727 x9: -12.814
-51.3401 x4: -30.6568 x5: 17.4027 x6: 26.7895 x7: 1.2479 x8: -20.5727 x9: -12.814
-51.3401 x4: -30.6568 x5: 17.4027 x6: 26.7895 x7: 1.28637 x8: -17.2717 x9: -12.0399
-54.4922 x4: -27.492 x5: 10.6167 x6: 26.7895 x7: 1.28637 x8: -27.1444 x9: -11.6938
-55.1829 x4: -25.5628 x6: 26.7895 x7: 1.28579 x8: -27.1444 x9: -11.6938
-55.1829 x4: -25.6087 x5: 19.8752 x6: 26.7895 x7: 1.28637 x8: -27.1444 x9: -11.6938
-55.1829 x4: -25.6087 x5: 10.6167 x6: 26.7895 x7: 1.28637 x8: -27.1449 x9: -11.2639 x9: -11.424
-55.3628 x4: -25.6087 x5: 10.6167 x6: 26.7895 x7: 1.28637 x8: -17.2717 x9: -12.0399
-54.932 x4: -25.6087 x5: 10.6167 x6: 26.7895 x7: 1.28637 x8: -27.144 x9: -11.6938 x9: -10.614 x6: 26.7895 x7: -1.88637 x8: -27.144 x9: -11.6938 x9: -10.6167 -23.9754 -28.4497 -23.2474 -24.9757 -21.3714 -28.5453 -24.5092 -24.5122 -21.6001 -21.62 x -20.9532 -45.7852 x3: -39.9123 x3: -45.1037 x3: -41.0803 x3: -43.3156 x3: -45.0432 x3: -38.8157 x3: -38.6985 x3: -39.8279 x3: -39.8204 x3: -33.5504 -33.2479 -35.7138 1: 55.0995 xd: -29.6442 x5: 19.0963 x6: 20.7895 x7: 4.67389 x8: -27.4649 x9: 1: 54.6486 x4: -24.104 x5: 17.2408 x6: 20.7895 x7: 3.45804 x8: 25.7594 x9: 1: 54.6486 x4: -24.7140 x5: 17.5212 x6: 20.7895 x7: 3.67804 x8: 25.7594 x9: 1: 54.6486 x4: -29.7075 x5: 17.5212 x6: 20.7895 x7: 0.898799 x8: -23.7137 x9: 1: 55.7781 x4: -30.0377 x5: 19.4777 x6: 20.7895 x7: 0.898799 x8: -23.7137 x9: 1: 55.1854 x4: -36.5639 x5: 19.4777 x6: 20.7895 x7: 0.85989 x8: -22.8921 x9: 1: 55.81339 x4: -27.5590 x5: 14.5697 x6: 20.7895 x7: 0.57808 x8: -22.8921 x9: 1: 55.81339 x4: -27.5590 x5: 14.5697 x6: 20.7895 x7: 0.56908 x8: -27.7459 x9: 1: 55.8139 x4: -27.5590 x5: 14.5697 x6: 20.7895 x7: 1.3737 x8: 18.7799 x9: 1: 56.0356 x4: -26.7364 x5: 13.9803 x6: 20.7895 x7: 1.55690 x8: -27.4682 x9: 1: 56.1289 x4: -26.3695 x5: 14.4396 x6: 20.7895 x7: 1.5659 x8: -27.4682 x9: 1: 51.2897 x4: -26.3695 x5: 14.4396 x6: 20.7895 x7: 1.95659 x8: -27.4582 x9: 1: 51.2897 x4: -26.7715 x5: 20.8245 x6: 20.7895 x7: 1.95659 x8: -27.2596 x9: 1: 58.1329 x4: -26.3615 x5: 14.3956 x6: 20.7895 x7: 1.95659 x8: -27.2759 x9: 1: 58.1829 x4: -26.3015 x5: 14.3956 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -24.77429 x8: 14.5617 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -24.77429 x8: 14.6167 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -24.77429 x8: 14.6167 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -24.9339 x9: -1.551.3461 x4: -30.6568 x8: 17.0825 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -24.9339 x9: -1.551.3461 x4: -30.6568 x8: 17.0825 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -24.9339 x9: -1.551.3461 x4: -30.6568 x8: 17.0825 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -22.5717 x9: -54.932 x4: -31.7072 x5: 19.8752 x6: 20.7895 x7: 1.95457 x8: -22.30867 x9: -54.9358 x7: -3.8857 x8: -17.2717 x9: -55.13461 x4: -30.6568 x8: 17.0825 x6: 20.7895 x7: 1.95687 x8: -22.3086 x9: -55.5858 x4: -31.3763 x5: 19.9674 x6: 20.7895 x7: 1.95958 x8: -22.5716 x9: -55.5658 x4: -34.7743 x5: 19.9674 x6: 20.7895 x7: 1.95873 x8: -22.5716 x9: -55.5658 x4: -34.7743 x5: 19.6568 x6: 20.7895 x7: 1.25898 x8: -23.7399 x9: -55.5658 x4: -34.7743 x5: 19.6568 x6: 20.7895 x7: 1.25899 x8: -23.5739 x9: -55.5658 x4: -34.774 Phi:0 Phi:0 Phi:0 39.2604 A3.1

45.032 X31

59.298 X31

59.298 X31

59.298 X31

59.298 X31

59.406 X31

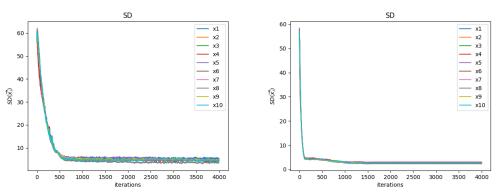
59.406 X31

59.406 X31

59.407 X31

59.4107 X31

59.4701 X31 -37.4427 3.92706 -20.9532 -21.5839 -20.8453 -24.7129 -20.243 -25.8651 -23.7328 -20.1505 -21.4681 -26.0829 -20.3689 Phi:0 -34.4391 -36.7475 -3.92706 -34.9318 -23.1342 x2:
-24.8741 x2:
-24.8741 x2:
-24.8449 x2:
-24.8449 x2:
-21.8893 x2:
-21.8893 x2:
-22.6116 x2:
-27.2899 x2:
-27.2899 x2:
-27.3151 x2:
-27.3151 x2:
-27.3151 x2:
-27.3294 x2:
-27.3151 x2:
-27.3 -3.92706 -3.92706 -34.8418 :-3.92706 f:-3.92706 f:-3.92706 f:-3.92706 :-3.92706 f:-3.92706 f:-3.92706 f:-3.92706 Phi:0 Phi:0 Phi:0 Phi:0 Phi:0 Phi:0 Phi:0 Phi:0 -35.632 -37.4186 -3.92706 -37.4186 -35.2454 -39.1668 -37.0423 -34.3097 -37.7645 -33.2242 -46.0077 x3: -44.3188 x3: -48.3503 x3: -45.5447 x3: -39.3244 x3: -43.3154 x3: -39.828 x3: -44.2771 x3:



SD de la variables a lo largo del tiempo ( $\varepsilon LDE_EMD_v2$  y  $\varepsilon L_SHADE$ )

#### CONCLUSIONES

#### Estado del arte

Método	100%	Cercano	0 %
UDE	21	1	6
$\varepsilon L_SHADE$	21	3	4
$\varepsilon LDE_EDMv_2$	23	1	4

Si bien  $\varepsilon LDE_EDMv_2$  fue el que mayor SR obtuvo, no significa que fue el que encontró la solución, de hecho en algunas funciones la media de la evaluación de las funciones es considerable, sin embargo en lo que concierne a  $\varepsilon L_SHADE$  encuentra mejores puntos los cuales son mejores.

Ambos métodos lograron superar a *UDE* en cuanto a llegar a regiones factibles, pero no en cuanto al mejor punto encontrado en algunas de las funciones.

### Diversidad

La primera versión del manejo de la distancia no obtenía buenos resultados, pues el algoritmo la mayoría del tiempo sólo se enfocaba en mantener diversidad por lo que no se le permitía al algoritmo intensificar en regiones prometedoras. Al modificar el manejo de la distancia se lograron obtener mejoras considerables como intensificar en regiones factibles, esto se debe a que la modificación realizada la mitad de la ejecución exploraba y la otra mitad nos enfocábamos en intensificar.

#### Nivel de $\varepsilon$

Al cambiar el manejo de la distancia para la diversidad, afectó el método pues este debía de reducir el manejo del nivel de  $\varepsilon$  pasando de 0.7*maxFES a 0.5*maxFES. Los restantes tres conservaron mantener el nivel de  $\varepsilon$  0.7*maxFES.

## Problemáticas

Al realizar un análisis sobre la convergencia sobre las variables es posible notar que en el caso de la función 15 con el algoritmo  $\varepsilon L_SHADE$  una variable convergió y para  $\varepsilon LDE_EDMv_2$  fueron 4, por lo que a partir de esto podemos concluir que el  $\varepsilon L_SHADE$  mantiene una mejor diversidad al final y permite intensificar más y no estancarse como lo hace  $\varepsilon LDE_EDMv_2$ .

## Trabajo a Futuro

Se mostraron dos formas de obtener  $\phi(\vec{x})$  se probaron todos los algoritmos con la primera opción, por lo que se plantea la posibilidad de la utilizar la segunda y proponer otra la cual le de mayor peso a las restricciones de mayor peso.

Se agregarán nuevos operadores de mutación los cuales nos puedan a ayudar en nuestros fines, por ejemplo DE/rand/1/bin le da mayor peso a explorar y DE/best/1/bin a intensificar.

Al modificar el manejo de la distancia para la diversidad se se obtuvieron mejoras, por lo que se plantea que el manejo de ella sea autoadaptativa.

Evitar la convergencia entre variables para evitar estancamientos.

Se plantea la posibilidad de crear un nuevo método a partir el cual evite los fallos detectados.

#### REFERENCIAS

- T. Takahama and S. Sakai, "Constrained optimization by the ε constrained differential evolution with an archive and gradient-based mutation", IEEE Congress on Evolutionary Computation, Barcelona, 2010, pp. 1-9.
- [2] Trivedi, Anupam & Sanyal, Krishnendu and Verma, Pranjal & Srinivasan, D. (2017). A unified differential evolution algorithm for constrained optimization problems. 1231-1238. 10.1109/CEC.2017.7969446.
- [3] A. Viktorin, R. Senkerik, M. Pluhacek, T. Kadavy and A. Zamuda, "Distance based parameter adaptation for differential evolution,"2017 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI), Honolulu, HI, 2017, pp. 1-7.
- [4] Segura, C., Coello, C.A.C., Segredo, E., Aguirre, A.H.: A novel diversity-based replace- ment strategy for evolutionary algorithms. IEEE transactions on cybernetics 46(12), 3233–3246 (2016)