本试卷适应范围
本科一年级

南京农业大学试题纸

2014 级高等数学课程第二次分层考试

课程__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________ 成绩__________

一.填空：(每题 3 分，共 10 题)

（1） 函数 $y=\arctan\frac{1}{x}$ 的定义域是____.

（2） $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=a$ 处连续的___条件.

（3） 设 m,n 是正整数，则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin mx}{\sin nx}=$____.

（4） 若 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)+\mathrm{a}}{x}=6$，则 $a=$____.

（5） 当 $x\to 0$ 时，函数 x^2+x^4 是 x^k 的等价无穷小，则 $k=$____.

（6） 设 $f(x)=\frac{\ln x}{x-1}$，则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的____间断点.

（7） 若 $f(x)=x(x+1)(x+2)(x+3)$，则 $f'(0)=$____.

（8） 设 $f(x)=\frac{x^n-1}{x-1}$，则 $f^{(n-1)}(x)=$____.

（9） （9）设 $y=\ln\cos 2x$，则 $dy=$____.

（10）设函数 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$，则方程 $f'(x)=0$ 有___个实根.

二.计算：（每题 5 分，共 8 题）

(1) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$

（2） $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}+2\sin x}{x}$

（3） $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arctan x-x}{(1+x)\ln(1+2x^3)}$

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+3\sin x}{x-\sin x}$

(5)设 $y=x^{\frac{1}{x}}\quad (x>0)$，求 y'.

(6)设 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

（7）设 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+xy=e$ 所确定，求 $y''(0)$.

(8) 求曲线 $y=e^x$ 过点 $(-1,0)$ 的切线方程.

三.（6 分）设 $f(x)$ 有连续的导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{e^{f(x)}-1}=1$，求 $f(0),f'(0)$.

四.(6 分)设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处有连续导数，$f'(1)=-\dfrac{1}{4}$，求 $y=f(\cos^2 x)$ 的导数及 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\dfrac{d}{dx}f(\cos^2 2x)$.

五. (6 分)设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有一阶连续导数，且 $f(0)=0$，$f''(0)$ 存在，若 $\mathrm{F}(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{x} & x\neq 0 \\ f'(0) & x=0 \end{cases}$，求 $F'(x)$ 并证明 $F'(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续.

六. (6 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=0,f(1)=1$，证明：

（1）存在 $\xi\in(0,1)$，使得 $f(\xi)=1-\xi$.

（2）存在两个不同的点 $\eta,\zeta\in(0,1)$，使得 $f'(\eta)f'(\zeta)=1$.

七. (6 分)设 $f(x)$ 为 $n+1$ 阶可导函数，求证：$f(x)$ 为 n 次多项式的充要条件是 $f^{(n+1)}(x)\equiv 0,f^{(n)}(x)\neq 0$.

教研室主任____________ 出卷人____________