本试卷适应范围 电信、电气、自动化二年级

南京农业大学试题纸

2016-2017 学年 I 学期　课程类型：必修　试卷类型：A

课程号 MATH2605　　课程名 复变函数与积分变换　　学分 3

学号 ________　　姓名 ________　　班级 ________

装订线

题号	一	二	三	四	五	总分	签名
得分							

一、选择题（每题 2 分，共 10 分）

1. $z=-\sqrt{12}-2i$ 的辐角主值 $\arg z=$（　　　　）.

A. $-\dfrac{5\pi}{6}$　　B. $-\dfrac{2\pi}{3}$　　C. $-\dfrac{\pi}{6}$　　D. $-\dfrac{\pi}{3}$

2. 下列复数中，为实数的是（　　　　）.

A. $(1-i)^3$　　B. $\ln i$　　C. $\cos i$　　D. $e^{1-\frac{\pi}{2}i}$

3. 设 C 是正向圆周 $|z|=2$，则 $\oint_C \bar{z}\,\mathrm{d}z=$（　　　　）.

A. 0　　B. $2\pi i$　　C. $4\pi i$　　D. $8\pi i$

4. 函数 $f(z)=\dfrac{z}{\tan(z+1)}$ 在点 $z=0$ 的泰勒展开式的收敛圆域是（　　　　）.

A. $|z|<\dfrac{\pi}{2}-1$　　B. $|z|<1$　　C. $|z|<\dfrac{\pi}{2}$　　D. $|z|<\pi-1$

5. 设 $F(\omega)=\mathcal{F}[f(t)]$ 是 $f(t)$ 的 Fourier 变换，则 $F'(\omega)=$（　　　　）.

A. $-i\int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t$　　B. $i\int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t$

C. $-\int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t$　　D. $-i\int_{-\infty}^{+\infty} \dfrac{f(t)}{t}e^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t$

装订线

二、填空题（每题 2 分，共 10 分）

1. $f(z)=z\operatorname{Im}z-\operatorname{Re}z$ 的可导点为________________.

2. 设 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 是一个解析函数. 若 $u(x,y)=2x$, 则 $f'(z)=$________________.

3. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\left(5-\dfrac{1}{2^n}\right)^n z^n$ 的收敛半径 $R=$ ________________.

4. 设 $f(z)=(z+2)e^{\frac{1}{z}}$，则 $\operatorname{Res}[f(z),0]=$ ________________.

5. Fourier 逆变换 $\mathcal{F}^{-1}[4\pi\delta(\omega)+3]=$ ________________.

三、计算题（每题 6 分，共 42 分）

1. 解方程$e^{2z}+(2+i)e^{z}+2i=0.$

2. 设 $z=x+iy,u(x,y)=x^2-y^2-2y-1.$ 已知 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ 是解析函数，且 $f(0)=-1.$ 求 $f(z)$.

3. 求函数 $f(z)=\dfrac{1}{z(z+1)(z+2)}$ 在圆环域$0<|z|<1$内的洛朗展开式.

4. 计算积分$\oint_{|z|=1}\dfrac{e^{2z}+6}{z^3}\,\mathrm{d}z.$

5. 计算积分$\oint_{|z|=2}\frac{e^z}{\cos z}\,\mathrm{d}z$.

6. 计算积分$\oint_{|z|=4}\frac{6z^{13}}{(z^2+5)^3(z^4+1)^2}\,\mathrm{d}z$.

7. 利用留数计算积分$\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x^4+16}$.

四、综合题（每题 8 分，共 32 分）

1. （1）求$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ e^{-kt} & t\geq 0\end{cases}$ （k 为正实数）的 Fourier 变换.

（2）利用（1）的结果计算$\frac{2}{(3+i\omega)(5+i\omega)}$的 Fourier 逆变换.

2. 已知 $F(\omega)=\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$ 为 $f(t)$ 的 Fourier 变换，求 $f(t)$.

3. 求 $f(t)=t\cos 3t+e^{-2t}\sin 4t$ 的 Laplace 变换 $\pounds[f(t)]$.

4. 用 Laplace 变换求方程 $y''+2y'+y=9e^{2t}$ 满足初值条件 $y(0)=3, y'(0)=0$ 的解.

五、证明题（6 分）

计算积分 $\oint_{|z|=1}\frac{e^z}{z}\,\mathrm{d}z$, 并由此证明 $\int_0^{2\pi}e^{\cos\theta}\sin(\sin\theta)\,\mathrm{d}\theta=0, \int_0^{2\pi}e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta)\,\mathrm{d}\theta=2\pi.$

教研室主任__________　　　　出卷人　孔 倩