

本试卷使用范围
工学院

南京农业大学试题纸

2016—2017 学年 2 学期 课程类型：必修 试卷类型：A

课程号 MATH2603 课程名 概率论与数理统计 学分 3

学号 姓名 班级

题号	一	二	三	四	五	总分	签名
得分							

备注：（请将解答直接写在本试卷对应试题的空白处，否则无效）

一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 设 A, B, C 为 3 个随机事件, 则 $(\overline{A \cup B})C = ()$.

A. $\bar{A}\bar{B}C$ B. $\overline{AB} \cup C$ C. $(\bar{A} \cup \bar{B})C$ D. $(\bar{A} \cup \bar{B}) \cup C$

2. 如果事件 A, B 满足 $P(A) + P(B) > 1$, 则 A 与 B 一定 ().

A. 不独立 B. 不互斥 C. 独立 D. 互斥

3. 向单位圆 $x^2 + y^2 < 1$ 内随机地投 3 个点, 则 3 个点中恰有 2 个点落在第一象限内的概率为 ().

A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{3}{64}$ C. $\frac{9}{64}$ D. $\frac{1}{4}$

4. 设随机变量 X 的分布律为 $P(X = k) = a\lambda^k, k = 0, 1, 2, \dots$, 则 $\lambda = ()$.

A. $1+a$ B. $1-a$ C. $\frac{1}{1+a}$ D. $\frac{1}{1-a}$

5. 对于在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上取值的连续型随机变量, 函数 $\sin x$ 在该区间上 ().

A. 是密度函数, 非分布函数 B. 是分布函数, 非密度函数
C. 是密度函数, 也是分布函数 D. 非密度函数, 非分布函数

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 则 $Z = \max(X, Y)$ 的分布函数 $F_Z(z) = ()$.

A. $F(z, z)$ B. $1 - F(z, z)$
C. $F(z, +\infty) + F(+\infty, z)$ D. $F(z, +\infty) + F(+\infty, z) - F(z, z)$

7. 设某年龄组男生的身高 $X \sim N(180, 400)$, 记该年龄组 20 个人的平均身高为 Y , 则 ().

A. $E(Y) = 180, D(Y) = 100$ B. $E(Y) = 180, D(Y) = 20$
C. $E(Y) = 180, D(Y) = 400$ D. $E(Y) = 90, D(Y) = 20$

8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 服从().

A. $N(\mu, \sigma^2)$ B. $N\left(\frac{\mu}{n}, \sigma^2\right)$

C. $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ D. $N\left(\frac{\mu}{n}, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

9. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 为样本, 则下列不是统计量的是().

A. $(X_1 + 2X_2 + 3X_3)/6$ B. $\min(X_1, X_2, X_3)$

C. $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$ D. $X_1 - \mu$

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 若样本容量 n 和置信水平 $1-\alpha$ 均不变, 则对于不同的样本观测值, 总体均值 μ 的置信区间的长度().

A. 变长 B. 变短 C. 不变 D. 无法确定

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

1. 已知 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$, 则 $P(A-B) =$ _____.

2. 设 $x_1 < x_2$, 且 $P(X \geq x_1) = a$, $P(X \leq x_2) = b$, 则 $P(x_1 < X \leq x_2) =$ _____.

3. 设在3次试验中, A出现的概率均相等, 且至少出现一次的概率为 $\frac{19}{27}$, 则在一次试验中A出现的概率为_____.

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 均服从 $B(1, p)$, 则 $P(XY=0)$ _____.

5. 设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X (单位: 分钟) 是一随机变量, 它服从参数为 $\lambda = \frac{1}{5}$ 的指数分布, 则顾客等待服务的平均时间为_____分钟.

6. 将1枚均匀硬币连掷100次, 根据切比雪夫不等式估计, 掷出正面的次数在40到60之间的概率不小于_____.

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 则 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 服从自由度为_____的_____分布.

8. 设总体 X 的分布律为 $\frac{X}{P} \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3\theta & \theta & 1-4\theta \end{vmatrix}$, 其中 $\theta \left(0 \leq \theta < \frac{1}{4}\right)$ 是未知参数, 已知取得样本值 $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = -1$, 则 θ 的矩估计值为_____.

三、计算题（每小题 8 分，共 48 分）

1. 玻璃杯成箱出售, 每箱20只, 其中有0,1,2个次品的概率分别为0.8,0.1,0.1. 顾客在购买时任选1箱, 开箱任取4个查看, 如果未发现次品就买下该箱, 否则退回. 求(1)顾客买下该箱的概率;(2)顾客买下的该箱中确实没有次品的概率.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 服从区域 D 上的均匀分布, 其中 D 为 x 轴、 y 轴及直线 $y = 2x + 1$ 围成的三角形区域, 求(1) (X, Y) 的联合密度函数;(2) X, Y 的边缘密度函数;(3) X, Y 是否独立?

3. 设随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	$2/3$	$1/12$
1	$1/6$	$1/12$

求 $\text{cov}(X, Y), \rho_{XY}$.

4. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $Z = X + 2Y$ 的分布函数和密度函数.

5. 设随机变量 X 在区间 $[-1,2]$ 上服从均匀分布,随机变量 $Y = \begin{cases} 1, & X > 0, \\ 0, & X = 0, \\ -1, & X < 0, \end{cases}$ 求随机变量函数 Y 的分布律.

6. 某保险公司的统计资料表明,在所有索赔中被盗索赔占20%,利用拉普拉斯中心极限定理求随机抽查100个索赔中,被盗索赔占14至30个的概率, $(\Phi(1.5) = 0.9332, \Phi(2.5) = 0.9938)$

四、证明题（8分）

设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, T = \bar{X}^2 - \frac{1}{n} S^{*2}$.

证明 T 是 μ^2 的无偏估计量.

五、应用题（8分）

某公司出口某种产品, 每出口1吨可获利3万元, 积压1吨则亏损2万元. 已知国外每年对该产品的需求量 X (单位: 吨) 服从区间 $(100, 300)$ 上的均匀分布, 问公司每年储备该产品多少吨, 可使获得的平均收益最大.