本试卷适应范围
2013 级本科生

# 南京农业大学试题纸

**14-15 学年 1 学期　课程类型：必修　试卷类型：A**

课程 线性代数　班级＿＿＿＿＿　学号＿＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿＿　成绩＿＿＿＿＿

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1. 四阶行列式 $D$ 中第 2 列元素依次为 $-1$，2，0，$-2$，它们的余子式依次分别为 5，3，$-7$，6，则行列式 $D$=＿＿＿＿＿＿。

2. $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}$，则$A$的伴随矩阵$A^*$中第二行第三列的元素为＿＿＿＿。

3. 若 $A^2=2E$，则 $(A-E)^{-1}=$＿＿＿＿＿＿。

4. $A$为3阶方阵，$|A|=2$，则$|2A^{-1}|=$＿＿＿＿＿。

5. 设 $n$ 阶矩阵 $A$ 及 $s$ 阶矩阵 $B$ 都可逆，则$\begin{pmatrix}O&A\\B&O\end{pmatrix}^{-1}==$ ＿＿＿＿＿＿。

6. 四阶矩阵 $A$ 的秩为 2，则伴随矩阵 $A^*$的秩为＿＿＿＿＿＿。

7. 向量$a=(-1\quad 2\quad 4)^T$与$b=(6\quad k\quad 1)^T$正交，则$k=$＿＿＿＿＿。

8. 设 $A=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&x&1\\0&0&2\end{pmatrix}$，且 $A$ 的特征值为 1，2，3，则 $x=$＿＿＿＿＿＿。

9. $a_1=(1\quad 0\quad 0)^T, a_2=(1\quad 1\quad 0)^T, a_3=(1\quad 1\quad 1)^T$为向量空间 $R^3$ 的一组基，向量 $\beta$ 在这组基下坐标为$1,-1,2$，则 $\beta$=＿＿＿＿＿＿。

10. 若 $A=\begin{pmatrix}1&2\\2&t\end{pmatrix}$为正定矩阵，则参数$t$的范围为＿＿＿＿＿＿。

二、计算题（每题 9 分，共 54 分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&-3\\-2&1&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}-1&1&4\\3&-2&1\\0&0&2\end{pmatrix}$，求 $ABA^T$

2. 计算行列式$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 3 & -6 \\ 1 & 2 & 0 & 6 \\ -3 & 2 & -3 & -1 \end{vmatrix}$

3. 设 $XA = B - X$，其中 $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，求矩阵 $X$ 。

4. $a$取何值时,线性方程组$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 7x_4 = a \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 + 10x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$有解？在方程组有解时求出通解。

5. 设矩阵 $A$=$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 2 & 6 & -6 \end{pmatrix}$，求：（1）$A$ 的秩；（2）$A$ 的列向量组的一个最大线性无关组，并把其余列向量用该最大无关组线性表示。

6. 求一个正交变换将三元二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2$ 化成标准形。

三、证明题（每题 8 分，共 16 分）

1. 设$\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_r$为齐次线性方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系，证明：

$\eta_1, \eta_1 + \eta_2, \cdots, \eta_1 + \eta_2 + \cdots + \eta_r$ 也是 $AX = 0$ 的一个基础解系。

2. 设$\alpha$为列向量，且为单位向量，证明$\lambda = 1$为$A = \alpha\alpha^T$的唯一非零特征值，且$\alpha$ 为 1 对应的特征向量。