装
订
线

本试卷适应范围
2019级本科生

南京农业大学试题纸

2019-2020 学年 2 学期 课程类型：必修 试卷类型： B

课程号________ 课程名________ 学分________

学 号________ 姓 名________ 班级________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	签名
得分											

一.选择题：（共10题，每题3分）

1. 设a,b,c均为单位向量，且$a+b+c=0$，则$a\cdot b+b\cdot c+c\cdot a=($ $)$

(A)1 (B) $-\dfrac{3}{2}$ (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) -1

2.柱面$x^2+z=0$的母线平行于（ ）

（A）y轴 （B）x轴 （C）z轴 （D）xoz面

3.函数$z=\sqrt{x^2+y^2}$在点（0,0）处

（A）连续且偏导数存在 （B）不连续 （C）无极值点 （D）取极小值

4.函数$f(x,y)$的两个偏导数$\dfrac{\partial f}{\partial x},\dfrac{\partial f}{\partial y}$在点$(x_0,y_0)$处连续是$f(x,y)$在点$(x_0,y_0)$处可微的

（A）必要条件 （B）充分条件 （C）充要条件 （D）既非充分，又非必要条件

5.设函数$z=f(u,v)$有一阶连续偏导，$z=f(x^2+y^2,\dfrac{x}{y})$，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（ ）

（A）$2xf_1'+\dfrac{1}{y}f_2'$ （B）$2xf_1'+y^2+\dfrac{1}{y}f_2'$ （C）$2xf_1'-\dfrac{x^2}{y}f_2'$ （D）$2xf_1'+\dfrac{1}{y}$

6.设$z=x^2y+y^2$，则$dz\big|_{(1,1)}=$（ ）

（A）$2xydx+(x^2+2y)dy$ （B）5 （C）$2dx+3dy$ （D）3

7.设$f(x,y)$是连续函数，交换二次积分$\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$的积分次序，结果为（ ）

（A）$\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dy$ （B）$\int_0^x dy\int_0^1 f(x,y)dx$ （C）$\int_0^1 dy\int_y^1 f(x,y)dx$ （D）$\int_0^1 dy\int_x^1 f(x,y)dx$

8.若区域D为：$x^2+y^2\le 1$，则$\iint\limits_D (x^2+y^2)d\sigma=$（ ）

（A）π （B）$\dfrac{\pi}{2}$ （C）$\dfrac{\pi}{4}$ （D）0

9.若级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$收敛，则 p 满足（　　）

（A）$p>1$　（B）$p<1$　（C）$p>0$　（D）$p<0$

10.微分方程 $yy''+(y')^3=0$ 是（　　）微分方程

（A）一阶　（B）二阶　（C）三阶　（D）四阶

二.填空题：(共 10 题，每题 3 分)

1.过点 $M_0(-3,1,-2)$ 和 z 轴的平面方程为_______

2.设 $z=z(x,y)$ 由方程 $z+e^z=xy^2$ 所确定，则 $\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{(1,1,0)}=$_______

3.函数 $f(x,y)=\arctan\frac{y}{x}$ 在点（1,0）处的梯度向量为_______

4.函数 $f(x,y)=x^2(2+y^2)+y\ln y$ 的极小值点的坐标为_______

5 .函数 $f(x,y)=1+x+y$ 在区域 $x^2+y^2\le 1$ 上的最大值为_______

6.曲线 L 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，其周长为 l,则 $\oint_L (bx+ay)^2 ds=$ _______

7.微分方程 $y''+2y'=0$ 的通解为_______

8.设 Σ 是曲面 $x^2+y^2+z^2=a^2,(a>0)$，则 $\iint\limits_{\Sigma} (x+y+1)dS=$ _______

9.若将函数 $f(x)=\frac{2}{3-x}$ 展开成 x 的幂级数，则收敛半径 R=_______

10.设 $f(x)$ 是以 2π 为周期，在 $(-\pi,\pi]$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}0 & -\pi<x\le 0\\ x^2 & 0<x\le\pi\end{cases}$，其傅里叶级数为

$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，则 $a_0=$ _______

三.证明：　　曲线积分　$\int_{(1,2)}^{(3,4)} (6xy^2-y^3)dx+(6x^2y-3xy^2)dy$ 在整个 xoy 面内与路径无关，并计算该积分值.（10 分）

四.利用高斯公式计算曲面积分　$\iint\limits_{\Sigma} ydydz+xdzdx+z^2dxdy$，　其中 Σ 为半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.（10 分）

五.设常数 $k>0$，讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{k+n}{n^2}$ 的敛散性，若收敛，是绝对收敛还是条件收敛？若发散，说明理由.（10 分）

六.曲面 $xyz=a^3(a>0)$ 的切平面与坐标面围成的四面体的体积是一个常数.（10 分）

教研室主任 ____________________ 出卷人 何朝晖

2019-2020 第二学期高数B卷答案

一、选择题（3×10=30）

1-5.　BADBA　　　　6-10.CCBAB

二、填空题（3×10=30）

1. $x+3y=0$　　2. $1/2$　　3. j　　4. $(0,1/e)$　　5. $\sqrt{2}+1$

6. a^2b^2l　　7. $y=C_1+C_2e^{-2x}$　　8. $4\pi a^2$　　9. 3　　10. $\frac{\pi^2}{3}$

三、证明：

$P(x,y)=6xy^2-y^3$，$Q(x,y)=6x^2y-3xy^2$

$P_y=12xy-3y^2=Q_x$　　∴曲线积分与路径无关　　.....5分

$\int_{(1,2)}^{(3,4)}(6xy^2-y^3)dx+(6xy^2-3xy^2)dy=\int_{(1,2)}^{(3,2)}(6xy^2-y^3)dx+\int_{(3,2)}^{(3,4)}(6xy^2-3xy^2)dy$

$=\int_1^3(24x-8)dx+\int_2^4(54y-9y^2)dy=236$　　.....5分

四、作：作面Σ_1：$z_0=0$，取下侧（$x^2+y^2\le 1$）

$$\therefore 原式=\left(\iint_{\Sigma}+\iint_{\Sigma_1}\right)ydydz+xdzdx+z^2dxdy-\iint_{\Sigma_1}ydydz+xdzdx+z^2dxdy$$

$$=\iiint_{\Omega}2zdv-0$$

.....5分

$$=2\int_0^1 zdz\iint_{D_z}dxdy=2\int_0^1 z\pi(1-z^2)dz=\frac{\pi}{2}$$

.....5分

五、解：纯数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{k+n}{n^2}$的正项部分$\frac{k+n}{n^2}$单减，以0为极限，级数收敛

.....5分

而级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k+n}{n^2}$是发散的，所以该级数条件收敛

.....5分

六、证明： 设点 M_0（x_0，y_0，z_0）为曲面上任意一点，则有 $x_0y_0z_0 = a^3$

过该点的切平面法向量 $\vec{n} = (y_0z_0, x_0z_0, x_0y_0)$

切平面方程为： $y_0z_0(x-x_0) + x_0z_0(y-y_0) + x_0y_0(z-z_0) = 0$

.....5 分

该平面截距式：$\dfrac{x}{3x_0} + \dfrac{y}{3y_0} + \dfrac{z}{3z_0} = 1$

$V = \dfrac{1}{6} \cdot 3x_0 \cdot 3y_0 \cdot 3z_0 = \dfrac{9}{2}a^3$ .....5 分