

本试卷适应范围
本科一年级

南京农业大学试题纸

2015 级高等数学课程第二次分层考试

课程_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一. 填空题: (每题 3 分, 共 15 分)

1. 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(\ln x)$ 的定义域是 _____.

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{3x^2 + 1} =$ _____.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{2x} =$ _____.

4. 设 f 可导, 则 $y = f(x^2)$ 的导数为 _____.

5. 设 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 存在, 且 $f(x) = 3x^2 + 2x \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, 则 $f(x) =$ _____.

二. 选择题: (每题 3 分, 共 15 分)

1. 下列数列中, 发散的是 ()

(A) $(-1)^n \frac{1}{n}$ (B) $\frac{1}{n} \cos \frac{n}{2} \pi$ (C) $(\frac{2}{3})^n$ (D) $[(-1)^n + 1] \frac{n}{n+1}$

2. 设 $y = e^{-x}$, 则 $y^{(n)}$ 是 ()

(A) $-e^{-x}$ (B) $-e^x$ (C) $(-1)^n e^{-x}$ (D) $(-1)^n e^x$

3. 设 $f(x) = \frac{\sin(x - \pi)}{|x - \pi|}$, 则 $x = \pi$ 是 $f(x)$ 的 ()

(A) 无穷间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 可去间断点 (D) 振荡间断点

4. 设 $f(x) = x \sin x + 1$, 则 $f(x)$ ()

(A) 当 $x \rightarrow \infty$ 时是无穷大量 (B) 当 $x \rightarrow \infty$ 时是无界变量
(C) 当 $x \rightarrow 0$ 时是无穷小量 (D) 当 $x \rightarrow 0$ 时是无界变量

5. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不存在, 则 ()

(A) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ 都不存在.

(B) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ 都存在.

(C) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 可能存在, $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ 不存在.

(D) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 不存在, $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)]$ 可能存在.

三.计算题: (每题 6 分, 共 48 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right]$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \cdots \cos \frac{x}{2^n} \quad (x \neq 0)$

4. 设 $f(x) = \arcsin x \cdot \sqrt{\frac{\ln(e+x)}{e^x+3}}$, 求 $f'(0)$.

5. 求由方程 $xe^y - y + 1 = 0$ 所确定的曲线在 $x = -1$ 处的切线方程.

6. 设 $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

7. 设 $y = (x^2 + 1)^x$, 求 dy .

8. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \frac{f(x)}{\cos 2x})}{x(e^x - 1)} = 3$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x}$.

四.证明题: (每题 5 分, 共 15 分)

1. 用定义证明: $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$.

2. 证明恒等式: $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2} \quad (-1 \leq x \leq 1)$.

3. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $f(x) \neq 0, x \in (a, b)$, 而 $f(a) = f(b) = 0$, 证明:

对任意实数 λ , 在 (a, b) 内至少存在一点 ξ , 使得 $f'(\xi) + \lambda f(\xi) = 0$.

五.综合题: (7 分)

讨论 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^n + x^n)}{n} \quad (x > 0)$ 的连续性.