

参考答案

南京农业大学试题纸

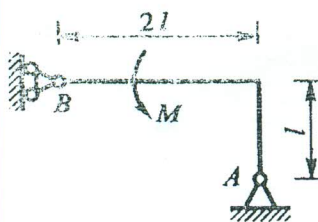
本试卷适应范围
机制、车辆、材
控、农机 12 级

13-14 学年 一学期 课程类型：必修(√)、选修 试卷
类型：A(√)、B

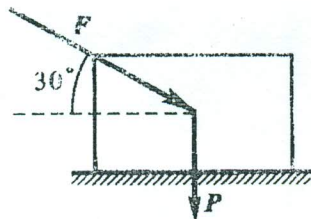
课程 理论力学 班级 学号 姓名 成绩

一、填空题 (10 分)

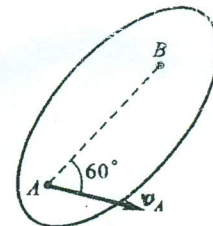
- 1、图示结构，曲杆自重不计，其上作用一力偶矩为 M 的力偶，则 B 处约束力大小为 M/l 。
- 2、已知 $P=40\text{KN}$ ， $F=20\text{KN}$ ，物体与地面之间的静摩擦因数 $f_s=0.5$ ，动摩擦因数 $f=0.4$ ，则物体受到的摩擦力的大小为 $10\sqrt{3}$ 。
- 3、已知作平面运动的平面图形上 A 点的速度 $V_A=10\text{m/s}$ ，方向如图所示。则 B 点所有可能速度中最小速度大小为 5m/s ，方向 A 指向 B。
- 4、杆 AB 的两端可分别沿水平、铅直滑道运动，已知 B 端的速度为 V_B ，则该瞬时 B 点相对于 A 点的速度为 V_B/ω 。
- 5、杆 BA 绕固定轴 A 转动，某瞬时杆端 B 点的加速度分别如图 (a)、(b)、(c) 所示，则该瞬时 (a) 的角速度为零，(c) 的角加速度为零。
- 6、如图一正方体，边长为 a ，力 F 沿 AB 作用，已知力 F 的大小，尺寸 a ， b ，则力 F 在 z 轴上的投影为 $\sqrt{2}/2 F$ ，对 z 轴的矩为 $\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)F$ 。
- 7、一刚度系数为 k 的弹簧，从原长释放，伸长 δ ，则弹性力做功为 $\frac{1}{2}k\delta^2$ 。



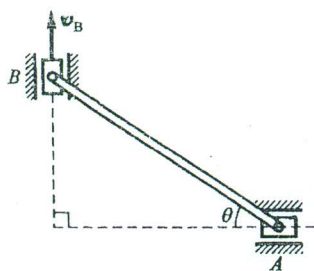
题 1-1 图



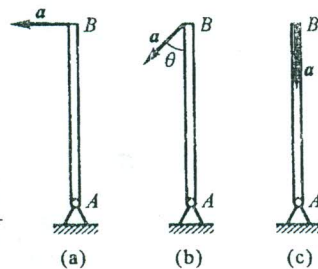
题 1-2 图



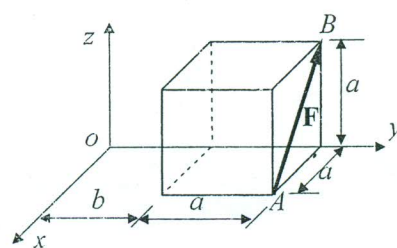
题 1-3 图



题 1-4 图



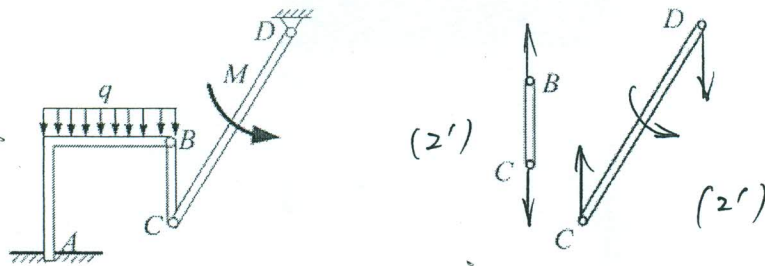
题 1-5 图



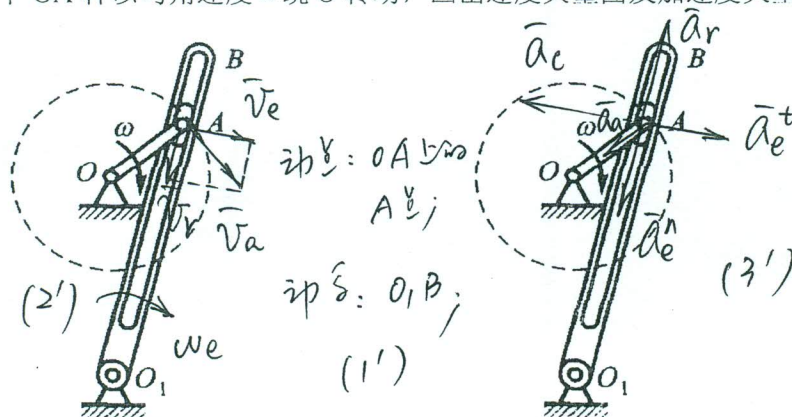
题 1-6 图

二、作图题 (14 分)

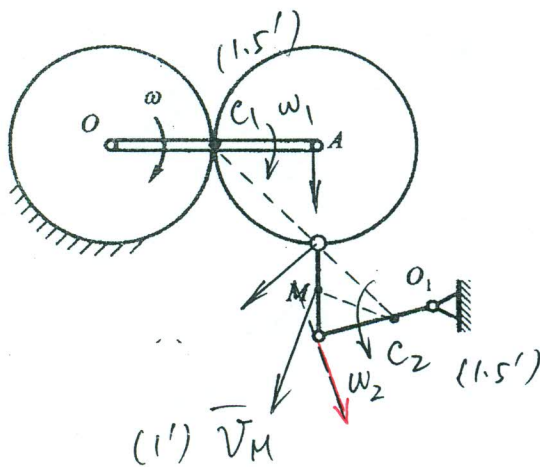
- 1、作图题，作出图示平衡结构中 BC、CD 的受力图。杆件自重不计，要明确各力的作用线和方向。(4 分)



- 2、已知图中 OA 杆以匀角速度 ω 绕 O 转动，画出速度矢量图及加速度矢量图。(6 分)

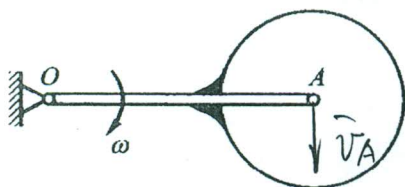


- 3、画出平面结构中作平面运动刚体在图示位置的速度瞬心，指出角速度的转向，并画出 M 点的速度方向，已知轮作纯滚动。(4 分)



三、简算题 (10 分)。

- 1、图中杆 OA 长为 l ，质量不计，均质圆盘半径为 R ，质量为 m ，圆心在 A 点，圆盘固结于 OA 杆上。已知杆 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，试求其动量，对定点 O 的动量矩，动能大小。(6 分)

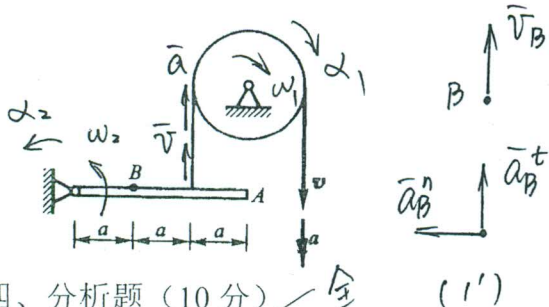


$$p = m v_A = m l \omega \quad (2')$$

$$L_O = J_O \omega = \left(\frac{1}{2} m R^2 + m l^2 \right) \omega \quad (2')$$

$$T = \frac{1}{2} J_O \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m R^2 + m l^2 \right) \omega^2 \quad (2')$$

- 2、已知图中的 v ， a ，写出图中 B 点速度及加速度大小，并画出方向。(4 分)



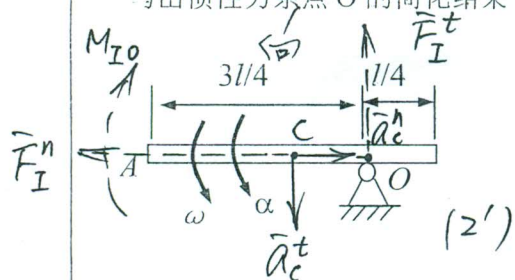
$$v_B = \frac{1}{2} v, \quad \omega_2 = \frac{v_B}{a} = \frac{v}{2a}; \quad (1')$$

$$a_B^t = \frac{1}{2} a; \quad (1')$$

$$a_B^n = a \cdot \omega_2^2 = \frac{v^2}{4a} \quad (1')$$

四、分析题 (10 分)

- 1、均质细长杆 OA，长 l ，质量为 m ，某瞬时以角速度 ω 、角加速度 α 绕水平轴 O 转动，试写出惯性力系点 O 的简化结果 (方向要在图中画出)。(6 分)

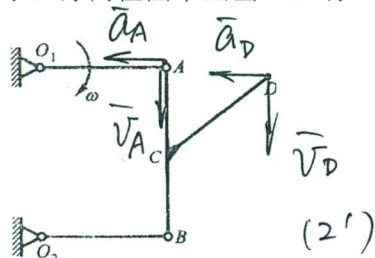


$$F_I^n = m a_C^n = m \frac{l}{2} \omega^2 = \frac{1}{2} m l \omega^2 \quad (1')$$

$$F_I^t = m a_C^t = m \cdot \frac{l}{2} \alpha = \frac{1}{2} m l \alpha \quad (1')$$

$$M_{I0} = J_O \alpha = \left(\frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{2} \right)^2 \right) \alpha = \frac{7}{48} m l^2 \alpha \quad (2')$$

- 2、在平行四连杆机构 $O_1 A B O_2$ 中，CD 杆与 AB 杆固结，若 $O_1 A = O_2 B = CD = l$ ， $O_1 A$ 杆以匀角速度 ω 转动，当 $O_1 A$ 处于水平位置，且 $O_1 A \perp AB$ 时，写出 D 点速度及加速度大小，方向在图中画出。(4 分)



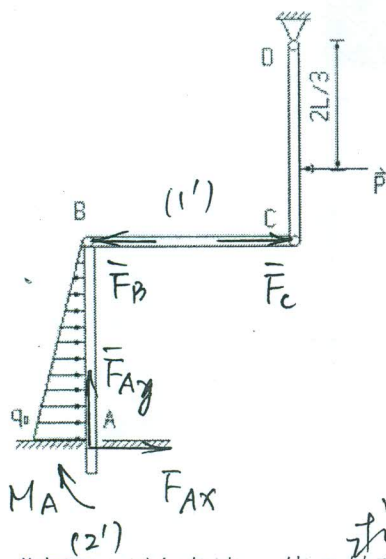
$$v_D = v_A = l \omega \quad (2')$$

$$a_D = a_A = l \omega^2$$

五、计算题 (56 分)

1、两根铅直杆AB和CD与杆BC铰接，各杆重量不计，B, C, D均为光滑铰链，A为固定端约束，

AB=BC=CD=L. 已知: q_0 , P. 试求固定端A处约束反力。 (12分)



解: 1. 取CD:

$$\sum M_D = 0: F_C \cdot L - P \cdot \frac{2}{3}L = 0; F_C = \frac{2}{3}P; \quad (2')$$

2. 取BC: 二力杆 $F_B = F_C$; $(1')$

3. 取AB:

$$\sum F_x = 0: F_{Ax} + \frac{1}{2}q_0 L - F_B = 0 \quad (1.5')$$

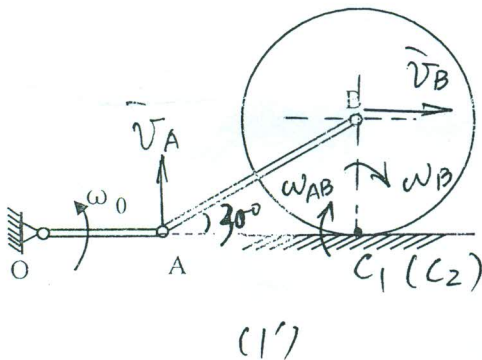
$$\sum F_y = 0: F_{Ay} = 0 \quad (1')$$

$$\sum M_A = 0: F_B \cdot L - M_A - \frac{1}{2}q_0 L \cdot \frac{L}{3} = 0; \quad (1.5')$$

求得: $F_{Ax} = \frac{2}{3}P - \frac{1}{6}q_0 L$, $F_{Ay} = 0$, $M_A = \frac{2}{3}PL - \frac{1}{6}q_0 L^2$; $(2')$

2、曲柄OA以匀角速 ω_0 绕O转动，OA=r, AB=2r, 滚子半径r, B为圆心，只滚不滑，求

OA水平时滚子的角速度和角加速度。(10分)



解: 1. 速度分析:

$$v_A = r\omega_0, \quad \omega_{AB} = v_A / AC_1 = \frac{r\omega_0}{\sqrt{(2r)^2 - r^2}} \quad (1')$$

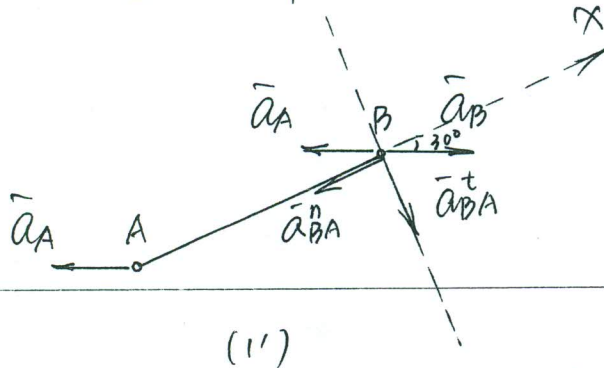
$$= \frac{r\omega_0}{\sqrt{3}r} = \frac{\sqrt{3}}{3}\omega_0 \quad (2')$$

$$v_B = r\omega_{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3}r\omega_0 \quad (1')$$

$$\omega_B = v_B / r = \omega_{AB} \quad (1')$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}\omega_0 \quad (2')$$

2. 加速度分析:



$$\begin{cases} a_A = r\omega_0^2 & (1') \\ a_{BA}^n = 2r\omega_{AB}^2 \end{cases}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t \quad (1')$$

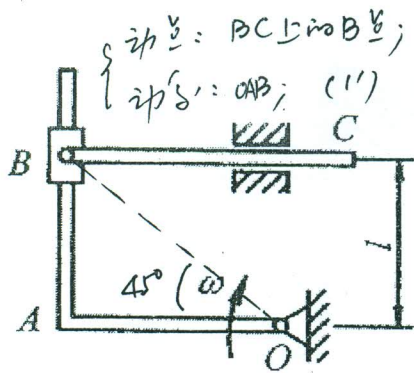
$$\alpha_B r \cos 30^\circ = -a_A \cos 30^\circ - a_{BA}^n \quad (1')$$

求得: $\alpha_B = -(1 + \frac{4}{9}\sqrt{3})r\omega_0^2$
 $= r\alpha_B$

$$\alpha_B = -(1 + \frac{4}{9}\sqrt{3})\omega_0^2 \quad (1')$$

(5)

- 3、直角曲柄 OAB 以匀角速度 ω 绕轴 O 转动，通过滑块 B 推动杆 BC 运动，如图所示。在图示瞬时 AB=OA，试求点 C 的速度和加速度。(10 分)



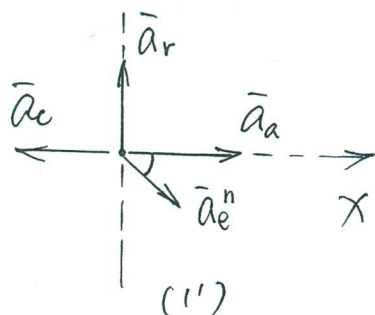
解: 1. 速度分析: $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ (1')

$$v_e = OB \cdot \omega = \sqrt{2} \cdot OA \cdot \omega$$
 (1')
$$v_c = v_a = v_e \cos 45^\circ$$

$$= OA \cdot \omega \quad (\rightarrow) \quad (1')$$

$$v_r = v_e \sin 45^\circ = OA \cdot \omega;$$

2. 加速度分析: $\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c$ (1')

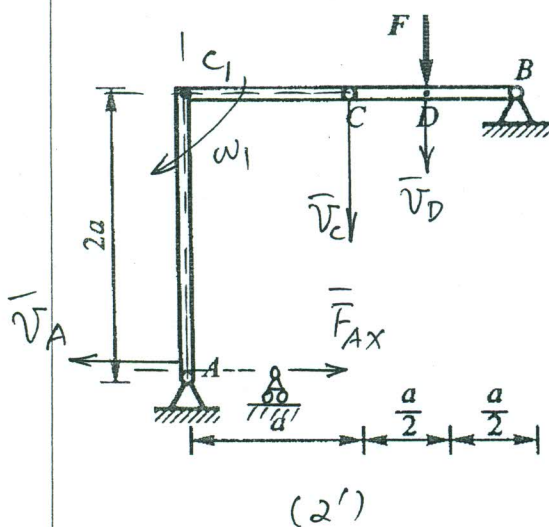


由: $a_a = a_e^n \cos 45^\circ - a_c$ (1')

$$\begin{cases} a_e^n = OB \cdot \omega^2 = \sqrt{2} \cdot OA \cdot \omega^2 & (1') \\ a_c = 2\omega \times v_r, \quad a_c = 2\omega \cdot OA \cdot \omega = 2 \cdot OA \cdot \omega^2 \end{cases}$$

代入得: $a_{cb} = a_a = OA \cdot \omega^2 - 2 \cdot OA \cdot \omega^2 = -OA \cdot \omega^2$ (1')

- 4、已知直角曲杆 AC 与直杆 CB 支撑如图，受主动力 F 作用，试用虚位移原理求解 A 支座的水平约束力的大小。(12 分)



解: 1. 求余 A 支座的水平
约束, 设其大小为
水平约束力 \bar{F}_{Ax} ; (2')

2. 受力分析: \bar{F}, \bar{F}_{Ax} ; (1')

3. 虚位移分析:

$$v_c = 2v_D;$$

$$\omega_1 = v_c / CC_1$$

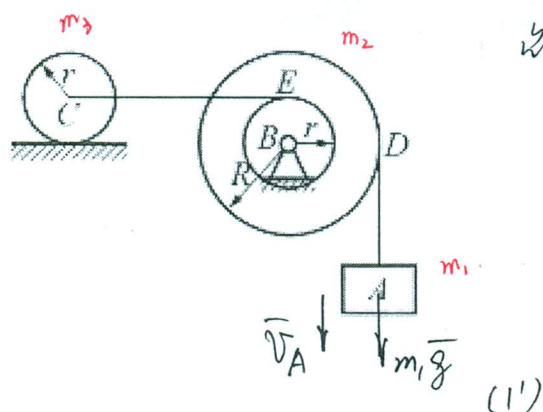
$$v_A = AC_1 \cdot \omega_1 = AC_1 \cdot \frac{v_c}{CC_1} = 2v_c$$

$$= 4v_D \quad (2').$$

4. 虚位移原理: $F \cdot v_D - F_{Ax} \cdot v_A = 0$; (3')

$$F_{Ax} = \frac{v_D}{v_A} F = \frac{1}{4} F; \quad (2')$$

- 5、在图示机构中，已知匀质轮 C 作纯滚动，半径为 r ，质量为 m_3 ，鼓轮 B 的内径为 r ，外径为 R ，对其中心轴的回转半径为 ρ ，质量为 m_2 ，物块 A 的质量为 m_1 ，绳的 CE 段与水平面平行，系统从静止开始运动。试求：(1) 物块 A 下落距离为 s 时轮 C 中心的速度与加速度；(2) CE 段绳子的张力。(12 分)



解：一、使用动能定理：

1. 取整体；
2. 受力分析（主动力）：如图；
3. 运动分析：如图；

4. 动能定理： $T_2 - T_1 = \sum W_i$; (1')

$$T_1 = 0 \quad (1'')$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_1 v_A^2 + \frac{1}{2} m_2 \rho^2 \left(\frac{v_A}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} m_3 \left(r \cdot \frac{v_A}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m_3 r^2 \right) \left(\frac{v_A}{R} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \left(m_1 + m_2 \rho^2 / R^2 + \frac{3 m_3 r^2}{2 R^2} \right) v_A^2; \quad (2')$$

$$\sum W_i = m_1 g \cdot s; \quad (1''')$$

代入动能定理： $\frac{1}{2} \left(m_1 + m_2 \rho^2 / R^2 + \frac{3 m_3 r^2}{2 R^2} \right) v_A^2 = m_1 g s; \quad (a)$

求得： $v_A = \sqrt{\frac{2 m_1 g s}{m_1 + m_2 \rho^2 / R^2 + \frac{3 m_3 r^2}{2 R^2}}}$; $v_C = \frac{r}{R} v_A; \quad (1'')$

对(a)求导得： $a_A = m_1 g / \left(m_1 + m_2 \rho^2 / R^2 + \frac{3 m_3 r^2}{2 R^2} \right)$; $a_C = \frac{r}{R} a_A; \quad (1''')$

二、使用质心运动定理、动量矩定理：

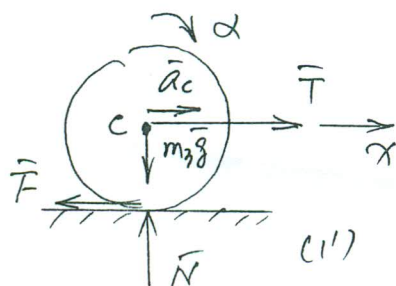
教研室主任

出卷人 力学与材料教研室

1. 取轮 C：

2. 受力分析：如图； 3. 运动分析：如图；

4. 平行运动微分方程：



$$\begin{cases} \sum F_x: m_3 a_c = T - F; \\ \sum M_C: \frac{1}{2} m_3 r^2 \alpha = F \cdot r; \end{cases} \quad a_c = r \alpha; \quad (2')$$

求得： $T = \frac{3}{2} m_3 a_c; \quad (1'')$