

本试卷适用范围
09 级

南京农业大学试题 (2011.7)

学年 2010-2011 第 2 学期 课程类型: 必修

试卷类型: (A)

课程 概率论与数理统计 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

数学用表: $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$

一. 单项选择题 (每题 3 分, 共 21 分)

1. 设 A, B, C 为三个随机事件, 则下列选项表示 “ A, B, C 都不发生” 的是 _____

- A. ABC B. $A \cup B \cup C$ C. \overline{ABC} D. $\overline{A \cup B \cup C}$

2. 设 A, B 是两个事件, 则以下关系中正确的是 _____

- A. $(A \cup B) - B = A$ B. $(A \cap B) - B = \emptyset$
C. $(A \cup B) \cap B = A$ D. $(A - B) \cap B = AB$

3. 设 $X \sim B(n, p)$, 已知 $E(X) = 1.6$, $D(X) = 1.28$, 则参数 n, p 各为 _____

- A. $n = 4, p = 0.4$ B. $n = 2, p = 0.8$
C. $n = 8, p = 0.2$ D. $n = 10, p = 0.16$

4. 设在每次试验中, 事件 A 发生的概率为 p ($0 < p < 1$), $q = 1 - p$, 则 n 次独立重复试验中, 事件 A 至少发生一次的概率是 _____

- A. p^n B. q^n C. $1 - p^n$ D. $1 - q^n$

5. 设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2
P	0.25	0.35	0.4

$F(x)$ 为 X 的分布函数, $F(1) =$ _____

- A. 0.25 B. 0.35 C. 0.6 D. 1

6. 设随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布, 则 X, Y 的相关系数 $\rho = 0$ 是 X, Y

独立的_____

- A. 充分条件 B. 必要条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分也非必要条件

7. 设 X_i ($i=1, \dots, n$) 为来自总体 X 的简单随机样本, 则总体方差 σ^2 的无偏估计是

- A. $n\bar{X}$ B. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
C. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ D. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$

二. 填空题 (每题 3 分, 共 21 分)

1. 设 A 、 B 是相互独立的随机事件, $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, 则 $P(A \cup B)=$ _____
2. 已知 $A \subset B$, $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$, 则 $P(B | A) =$ _____
3. 袋中有 5 个球, 其中 3 个红球, 2 个白球。任取 2 个 (不放回抽样), 这两个球全是红球的概率为_____
4. 三次独立试验中, 每次成功的概率相同, 已知三次试验至少一次成功的概率为 $\frac{37}{64}$, 那么每次试验中成功的概率为 _____
5. 设两个随机变量 $X \sim N(0,9)$, $Y \sim N(0,4)$, 相关系数 $\rho_{XY} = -0.25$, 则 $\text{cov}(X, Y) =$ _____
6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体服从 $\chi^2(n)$ 分布的简单随机样本, \bar{X} 是样本均值, 则 $E(\bar{X}) =$ _____
7. 泊松分布 $P(\lambda)$ 中参数 λ 的矩估计量为_____

三. (8 分) 某厂 A, B, C 三个车间生产同种产品, 其产量分别占全厂产量的 25%, 35%, 40%, 各车间产品中次品量占该车间产量的百分比分别为 6%, 4%, 2%。

- (1) 在该厂的产品中任取一件, 求该产品为次品的概率。
- (2) 在该厂产品中任取一件, 经检验为次品, 求该次品是由 A 车间生产的概率。

四. (8 分) 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} Ax(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求: (1) 系数 A ; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) $P(0 < X < 0.5)$ 。

五. (8 分) 设 (X, Y) 的联合概率分布表为

$Y \backslash X$	-1	0	1
0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
1	$\frac{1}{4}$	q	p

已知 $\text{cov}(X, Y) = -\frac{1}{8}$, 求: (1) p, q ; (2) $P(X + Y < 1)$; (3) $P(\min(X, Y) = 0)$ 。

六. (8 分) 设随机变量 X 服从 $[-1, 5]$ 上的均匀分布,

$$Y = \begin{cases} 0, & X < 0 \\ 1, & 0 \leq X < 2 \\ 2, & X \geq 2 \end{cases}$$

求随机变量 Y 的分布律与分布函数。

七. (10 分) 有 4000 人参加某保险公司的人寿保险, 每人在年初缴纳保费 10 元, 如果在一年内意外死亡可获赔 5000 元, 已知一个人一年内意外死亡的概率为 0.001, 试用中心极限定理求保险公司亏本的概率。(注: $\sqrt{0.999}$ 用 1 近似代替)

八. (10 分) 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}; & 0 < x < 1 \\ 0; & \text{其它} \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$

是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个容量为 n 的简单随机样本, 求 θ 的极大似然估计量。

九. (6 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(1, \sigma^2)$ 的样本, 证明:

$$\frac{1}{n\sigma^2} \left(\sum_{i=1}^n X_i - n \right)^2 \sim \chi^2(1)$$

试卷 (A) 答案:

一. DBCDCCC

二. 0.8 1 0.3 0.25 -1.5 n \bar{X}

三. 0.037 $\frac{15}{37}$

四. $A = 6$; $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 3x^2 - 2x^3, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1, \end{cases}$ 0.5

五. $p = \frac{1}{4}, q = 0$; $\frac{5}{12}$; $\frac{5}{12}$

六.

Y	0	1	2
p_i	1/6	1/3	1/2

$$F(x) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ 1/6, & 0 \leq y < 1, \\ 1/2, & 1 \leq y < 2, \\ 1, & y \geq 2, \end{cases}$$

七. 0.0228

八. $-\frac{n}{\ln(x_1 x_2 \cdots x_n)}$