线性代数复习题 2017年12月

1. **填空题**
2. 已知3阶方阵的行列式=1，则= 8 ;

**解析**： ,则

1. 设为阶方阵，且，而是的伴随矩阵，则  ;

**解析**：，,

1. 设行列式=，则 0 ;

**解析**：

1. 若=，则 40 ;

**解析**：=5，.

1. 已知3阶方阵的行列式,则  ;

**解析**：,.

1. 设均为3阶矩阵，且,则 -54 ;

**解析**：,

1. 若都是3维列向量，且，则 -12 ；

**解析**：由行列式性质得：=-12.

1. 设3阶方阵=且其中是的第列，，又=则= 8 ；

**解析**：由行列式性质得：

1. 已知3阶方阵的行列式,则 -9 ;

**解析**：

1. 设为3阶方阵，且  ;

**解析**：，,

1. 设是3阶方阵，且则 ;

**解析**：,,.

1. 4阶行列式中第二列元素依次为-1，2，0，-2，它们的余子式依次为5，3，-7，6，则行列式= -1 ;

**解析**：由行列式按行或按列展开定理：

1. 若阶方阵满足则  ;

**解析**：,

1. 设矩阵,则 ;

**解析**：分块对角矩阵,

1. 设阶方阵及阶方阵皆可逆，则 

**解析**，.

1. 设向量组线性相关，则 5 ；

**解析**：线性相关,则，。

1. 设矩阵的个行向量线性无关，则矩阵的秩为  ；

**解析**：的行向量组的秩=的列向量组的秩，,

1. 设矩阵=则 1 ， -2 ；

**解析**：则的任意2阶子式=0，故

1. 若矩阵的秩，是阶可逆矩阵，,则  ;

**解析**：

1. 设3元线性齐次方程组的解空间的维数是2，则 1 ；

**解析**：，,

1. 若是3维列向量空间的一个基，则常数满足的关系式  ；

**解析**：，

1. 若线性方程组无解，则 0 ；

**解析**：

1. 设是正交矩阵，为维列向量，且则 -2 ;

**解析**：=-2

1. 已知3阶方阵的3个特征值是1，-2, 3，则=-6 ;

**解析**：根据方阵特征值的性质，,

1. 若-2, 3是3阶方阵的2个特征值，且=12，则的另一个特征值为 -2 ；

**解析**：,,

1. 设是可逆矩阵的一个特征值，则的特征值是  ；

**解析**：若，。

1. 设3阶方阵的特征值为1，-1, 2，则 9 ;

**解析**：，

，.

1. 若二次型正定，则满足  ；

**解析**：二次型矩阵是

1. 二次型的秩为 2 ；

**解析**：二次型矩阵

1. 二次型所对应的矩阵为。

**解析**：

**二、选择题**

1对任意n阶方阵总有（  ）

1.  （B） （C） （D）

2、设 （  ）

1.  （B）  （C）  （D）
2. 设为n阶方阵，满足等式,则必有（  ）
3.  （B） （C） （D）
4. 设为阶可逆阵，,则=(  )
5.  (B)  (C)  (D)
6. 设均为阶方阵，则必有（  ）
7.  （B） （C） （D）
8. 设3阶方阵,则（  ）

（A）1 （B）  （C） -1 （D）

1. 若是阶方阵，其秩那么的个行向量中（  ）
2. 必有个行向量线性无关 （B）任意个行向量线性无关

（C）任意个行向量都构成线性无关向量组 （D）任意一个行向量都可用其它个行向量线性表示

1. 设为阶方阵，且,则（  ）
2. 中必有两行（列）的元素对应成比例
3. 中任意一行（列）向量是其余各行(列)向量的线性组合
4. 中必有一行（列）向量是其余各行(列)向量的线性组合
5. 中至少有一行（列）的元素全为零
6. 已知齐次线性方程组只有零解，则必须满足（  ）
7.  （B） （C） （D）
8. 已知矩阵的秩为2，则=（  ）

（A）3 （B）-3 （C）4 （D）-4

1. 已知方程组无解，则=（  ）

（A）0 （B）-1 （C）-2 （D）3

1. 要使都是线性方程组的解，只要系数矩阵为（  ）
2.  （B）（C） （D）
3. 向量组,

的最大线性无关组为（  ）

1.  （B） （C） （D）
2. 设元线性齐次方程组的系数矩阵的秩为，则有非零解的充要条件是（  ）
3.  （B） （C） （D）
4. 线性方程组有解的必要条件是（  ）
5.  （B）（C） （D）(A),(B),(C)都不对
6. 齐次线性方程组有非零解的充要条件是（  ）

（A）1 （B）2 （C）3 （D）5

17.设 ，，，，其中为任意常数，则下列向量一定线性相关的是（  ）

（A） （B） （C） （D）

18.设是齐次方程组的基础解系，则的基础解系还可以是（  ）

（A）  （B） 

（C）  （D） 

19.设向量组（  ）时，能由向量组线性表示。

（A）-2 （B）-4 （C）-6 （D）-8

20.二次型，若其秩为2，则值为（  ）

（A）0 （B） 2 （C） （D）1

21.设有特征值，且有三个线性无关的特征向量，则=（  ）

（A）2 （B）-2 （C）4 （D）-4

22.设可逆矩阵有一个特征值为2，对应的特征向量为，则下列等式中不正确的是（  ）

（A） （B） （C） （D）

23.设方阵有两个不同的特征值，对应的特征向量分别是，则（  ）也是的特征向量

（A） （B）与同维数的零向量（C） （D）

24.已知3阶方阵的3个特征值分别是1,2,3，则(  )

(A)-6 (B) 6 (C)2 (D) -2

25.设,则与都正交的向量是（  ）

（A） （B） （C） （D）

三、计算题

1、求下列行列式的值

（1） （2） （3）

2、求解下列矩阵方程：

（1）设是未知矩阵，且满足,其中,求

**解：**原方程可化为：,,

,方程组的解为。

1. 设矩阵满足,其中,求矩阵.

**解：**原方程化为：,,

1. 设,求出矩阵满足.

**解：**原方程化为：

,

1. 解方程组，问当参数取何值时，方程组有解？并求其通解和对应的齐次线性方程组的基础解系。

**解：**

当时，

非齐次线性方程组的(),

对应齐次方程组的基础解系是：

4、已知线性方程组，（1）当取何值时该线性方程组有解？（2）当线性方程组有解时，求其通解 （3）写出对应的线性齐次方程组的通解和基础解系。

**解：**

，

（1）当时，，线性非齐次方程组有解。

（2）当时，

则，通解是：

其中：是任意的实数。

（3）对应的齐次方程组的通解是：，

齐次方程组的基础解系为：。

5、当参数取何值时，线性方程组无解？有唯一解？有无穷多解？并在有无穷多解时，求出其通解。

**解：**方程组的系数行列式,

(1)当，方程组有唯一解；

（2）当时，



故方程组无解；

当



知故方程组有无穷多解，且通解为

， 

6、参数取何值时，线性方程组有解？在线性方程组有解时求其通解。

解：

 当时，，方程组有无穷多解，且通解为

 ，.

7、若线性方程组，当取何值时，线性方程组无解？

**解：**方程组的系数行列式，

当时， .

当时，

因为，故方程组无解；

当时，

知，方程组有无穷多解。

8、求向量组：

(1)向量组的秩；（2）向量组的一个最大无关组；（3）将其余向量用最大无关组线性表示。

**解：**



 (1)向量组的秩;(2)向量组的一个最大线性无关组：

（3） 。

1. 求向量组:的秩、向量组的一个最大无关组，并将向量组里的其余向量用所求的最大无关组线性表示（**或求向量组的生成空间的一组基，生成空间的维数及向量组里的其余向量在所求的基的下的坐标）**

**解：**

** ,故;** 是向量组的一个最 大无关组； ， 。

向量组的生成空间的基为：， ,

在基下的坐标是（）， 在基下的坐标是。

1. 设,求（1）的特征值和特征向量；（2）求正交矩阵,使为对角阵

解：（1）由

得的特征值为。

当时，解方程：，,

得基础解系，将单位化，得；

当时，解方程：，,

的基础解系：，将单位化，得

将构成正交矩阵，

有 

1. 设二次型（1）写出二次型矩阵;(2)求的特征值和特征向量；（3）求正交矩阵;(4)研究二次型的几何意义。

解： （1） 二次型矩阵 ,

（2）由=,

得 ，

（3）特征向量和正交矩阵见上一题。

（4）

故：，此曲线为旋转双曲面。

1. 用正交变换为标准型；并求正交矩阵;研究的几何意义。

解：（1）二次型矩阵 ,







，









因为是对称矩阵，则是规范正交基，，



故标准型 ，当，表示椭球面

13、已知3阶方阵的特征值分别为对应的特征向量依次为

,(1)给出可逆矩阵与对角矩阵，使得

;(2)求矩阵。

解：（1）



(2),.

1. 设阶方阵证明可逆，并求其逆矩阵。

证明：因为故

15、阵,证明：均可逆，并求其逆。

证明：由,故可逆，;

又,

故，

16、设其中是阶单位矩阵，维非零列向量，是的转置，证明：

1. 的充要条件是;
2. 当时，不是可逆矩阵。

证明：



1. 由（1）知，.反证：若

又由,因而故不可逆。

1. 设,证明可逆，并求其逆矩阵。

证明：因为,故

1. 设是阶方阵，且满足,证明可逆。

证明：由

,

19、设向量组

，试证向量组也线性无关。

证明： ,又向量组线性无关，则,

故,向量组线性无关。

20、若向量组是齐次方程组的基础解系，，，，证明也是方程的基础解系。

证明：因为向量组是齐次方程组的基础解系，则

,,





也是方程的基础解系。

1. 设矩阵，其中线性无关，向量，求方程的通解。

解：







22、设是非齐次线性方程组的一个解，是对应的齐次线性的方程组的一个基础解系。证明：

1. ****线性无关
2. 线性无关。

证明：（1）设有关系式





但



，

1. 设有关系式：







