Práctica 6

① Las α_p son transitivas porque si hay una función $f_1(w)$ para la reducción $L_1 \alpha_p L_2$, se puede aplicar una función $f_2(w)$ para $L_2 \alpha_p L_3$, como ambas son poly, la suma es poly y se reduce $L_1 \alpha_p L_3$.

Las α_p son reflexivas ya que se puede usar la función de identidad y como $f(w) = w$ solo copia el string de entrada a la salida, $f(w)$ es polinomial.

② Un lenguaje sólo puede reducirse a otro si es de la misma categoría o más difícil. Por ejemplo: se puede reducir de P a P, de P a NP o NP a NP, pero no NP a P.

③

A. V. Todos los NP reducen a NPC. Sabiendo esto y como se puede reducir CH a TSP; si TSP $\in$ NPC, CH $\in$ NP.

B. No se puede afirmar, CH α_p TSP y sabemos que sólo se puede reducir a algo igual o más difícil, no se puede afirmar que TSP $\in$ NP con sólo esa información.

(4) Si habría un lenguaje NPC $\in P$, todos los NPC podrían reducirse a él y $NP = P$.

(5) Un $L \in NPC$ si todos los NP se reducen a ese. Si L_1 y $L_2 \in NPC$, se reducen entre sí.

(6) Con $L_2 \alpha_p L_1$ y $L_1 \in NPC$, podemos asumir que $L_2 \in NP$.
Como $L_1 \in NPC$, $L_1 \in NP$.

Con $L_1 \alpha_p L_2$, NP se puede reducir a L_2.

$\therefore$ $L_2 \in NP$ y todos los NP se reducen a L_2, entonces $L_2 \in NPC$.

(7) Queremos ver un lenguaje $L_1 \in NPC$.
Primero, L_1 debe pertenecer a NP, es decir, ejecutarse en tiempo polinomial.
Se debe realizar una reducción de Clique a L_1 ya que Clique $\in NPC$.
Como Clique se reduce a L_1, todos lenguajes que se reducen a Clique se reducen a L_1 por transitividad.
Como $L_1 \in NP$ y es NP-difícil, $L_1 \in NPC$.

Un lenguaje $L_1 \in NPC$ si:

1. $L_1 \in NP$
2. Todo $L \in NP$ se reduce a L_1.

Un lenguaje $L_1 \in NP$ difícil si:

1. todo $L \in NP$ se reduce a L_1