



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS y NATURALES

U.N.C.

Cátedra de Sistemas de Control II

Año 2024

Informe de Trabajo Práctico N° 2

Alumna: Guadalupe Vega

Docente: Ing. Laboret

Función de transferencia para tiempo continuo

Con los siguientes valores asignados se trabajó con el sistema a lazo abierto, con la finalidad de obtener su función de transferencia:

- Polo 1 = -2
- Polo 2 = 0
- Ganancia = 5
- Sobrepaso = 10
- Tiempo de Muestreo = 0,06
- Tiempo de establecimiento con el criterio del 2% = 2
- Error = 0

La función de transferencia del sistema es:

$$G(s) = \frac{K}{(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{5}{s(s+2)}$$

Luego, podemos hallar la función de transferencia discreta de lazo abierto mediante el comando `Gd = c2d(G,Tm,'zoh')`, que realiza la conversión desde la función continua a discreta con un periodo de muestreo T_m y con el retentor ZOH.

$$G_d(z) = \frac{0.0086505 (z+0.9608)}{(z-1) (z-0.0069)}$$

Obtención de los valores ξ , w_0 , w_d

$$\xi = \frac{-\ln(\frac{Sp}{100})}{\sqrt{\pi^2 + \ln(\frac{Sp}{100})^2}} = \frac{-\ln(\frac{10}{100})}{\sqrt{\pi^2 + \ln(\frac{10}{100})^2}}$$

$$\xi = 0.5912$$

$$t_r = \frac{4}{\xi w_0} = \frac{4}{(0.5912) w_0} \rightarrow w_0 = \frac{4}{(0.5912) t_r} = \frac{4}{(0.5912)(3)}$$

$$w_0 = 3.3832$$

$$w_d = w_0 \sqrt{1 - \xi^2} = (3.3832) \sqrt{1 - (0.5912)^2}$$

$$w_d = 2.7288$$

$$t_d = \frac{2\pi}{w_d} = \frac{2\pi}{(2.7288)}$$

$$t_d = 2.3026$$

La cantidad de muestras por ciclo de frecuencia amortiguada es:

$$m = \frac{t_d}{Tm} = \frac{2.3026}{0.06} = 38.3764$$

La ubicación de los polos en el plano z es:

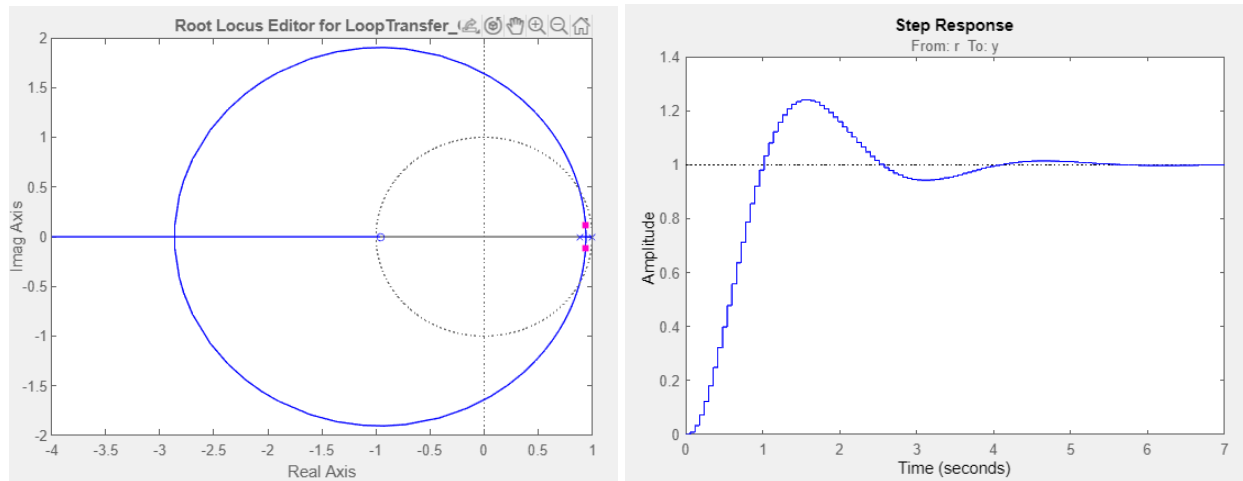
$$r = |z_{1,2}| = e^{-\xi w_0 Tm} = 0.8869$$

$$\Omega = \pm w_d Tm = 9.38^\circ$$

En coordenadas rectangulares: $rect = -0.8861 + 0.0390i$

Controlador de Adelanto en serie

En primera instancia se abre la GUI SISOTOOL llamándola con el sistema discreto como parámetro.



En la gráfica se observa que el sistema no se encuentra dentro del círculo unitario, al trazar el Lugar de Raíces, se advierte que no pasa por el punto deseado, por lo que se decide usar un compensador de adelanto.

$$C = K_c \frac{z+a}{z+b}$$

Se coloca un polo cerca de unos de los polos de G_d , además a la derecha de este polo se agrega un cero, haciendo que la curva de la ganancia pase por la intersección de las curvas de requerimientos.

$$C(z) = K_c \frac{(z-0.0069)}{(z-b)}$$

El sistema a lazo abierto queda:

$$C(z)G(z) = K_c \frac{(0.0086505)(z+0.9608)}{(z-b)(z-1)}$$

$$\Theta_{cero} = tg^{-1}\left(\frac{0.0390}{0.8861+0.9608}\right) = 1.2^\circ$$

$$\varphi_{polo} = 180^\circ - tg^{-1}\left(\frac{0.0390}{1-0.8861}\right) = 161.1^\circ$$

Luego la suma es: $\Theta_{cero} - \varphi_{polo} = -159.9^\circ$

El compensador tendrá que proveer: $\Theta_c = 180 - 159.9 = 20.1^\circ$

Para ello el cero deberá estar a la izquierda de la parte real de los polos, sea “d ” la distancia de la ubicación del cero a la parte real de los polos.

$$\tan^{-1}\left(\frac{0.039}{d}\right) = 20.1^\circ \Rightarrow d = \left(\frac{0.0390}{\tan(20.1)}\right) = 0.11$$

$$b = 0.8861 - d = 0.7761$$

Finalmente, el controlador es: $C(z) = K_c \frac{(z-0.886)}{(z-0.7761)}$

Comparando con el controlador obtenido de Matlab, vemos que la función queda muy similar:

Compensator

C = 1.189 x $\frac{(1 + 0.48w)}{(1 + 0.24w)}$, $w = (z-1)/T_s$

Pole-Zero Parameter

Dynamics

Type	Location	Damping	Frequency
Real Zero	0.875	1	2.22
Real Pole	0.753	1	4.72

Edit Selected Dynamics

Location 0.87511

En la respuesta se observa que con este controlador se estarían cumpliendo los 2 requerimientos propuestos, un tiempo de establecimiento del 2% en 2 [s] y un sobrepasamiento, que no sea mayor al 10%. Exportando el controlador C, se puede constituir el sistema a lazo cerrado:

Tunable Block

Name: C

Sample Time: 0.06

Value:

2.3471 (z-0.8751)

(z-0.7535)

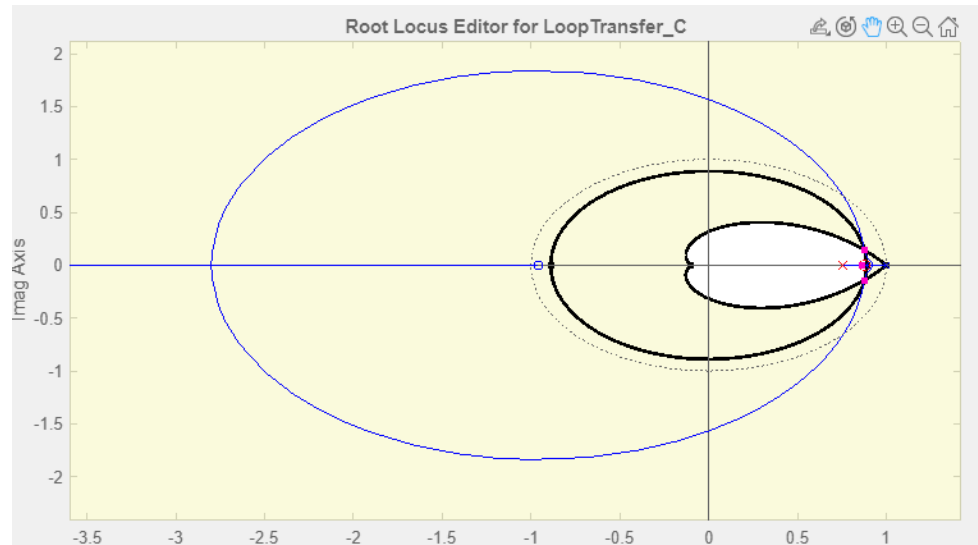
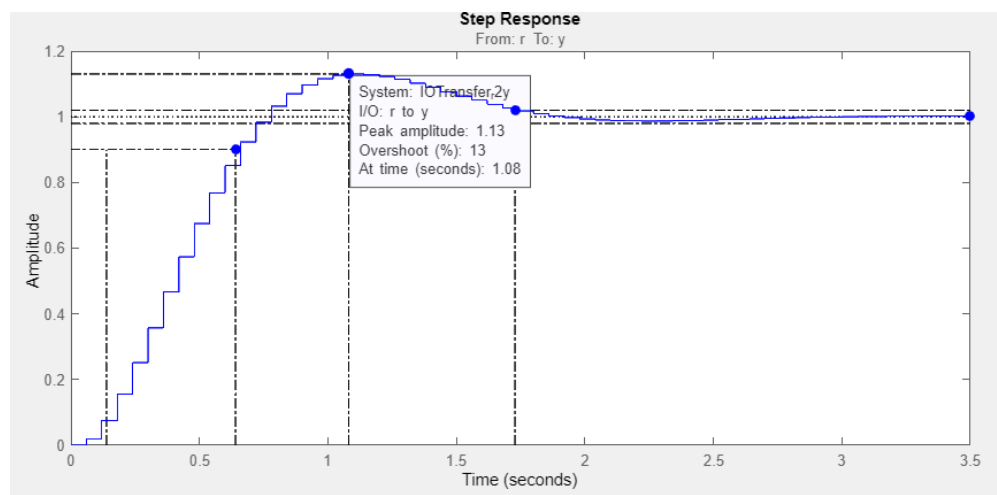
F =

0.020303 (z+0.9608) (z-0.8751)

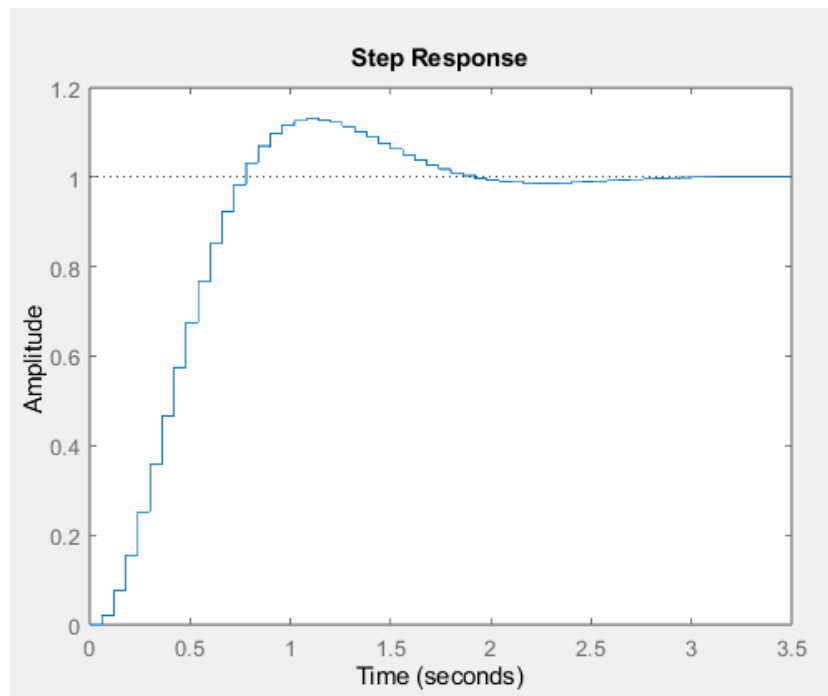
(z-0.867) (z^2 - 1.753z + 0.7905)

Sample time: 0.06 seconds

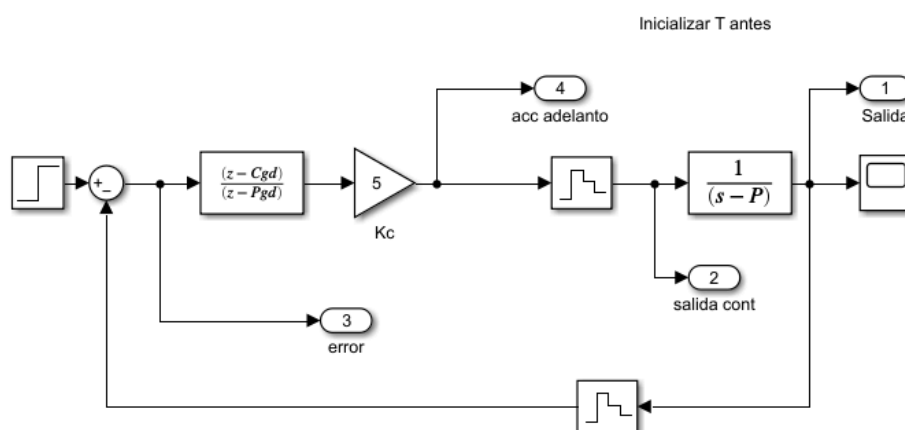
Discrete-time zero/pole/gain model.

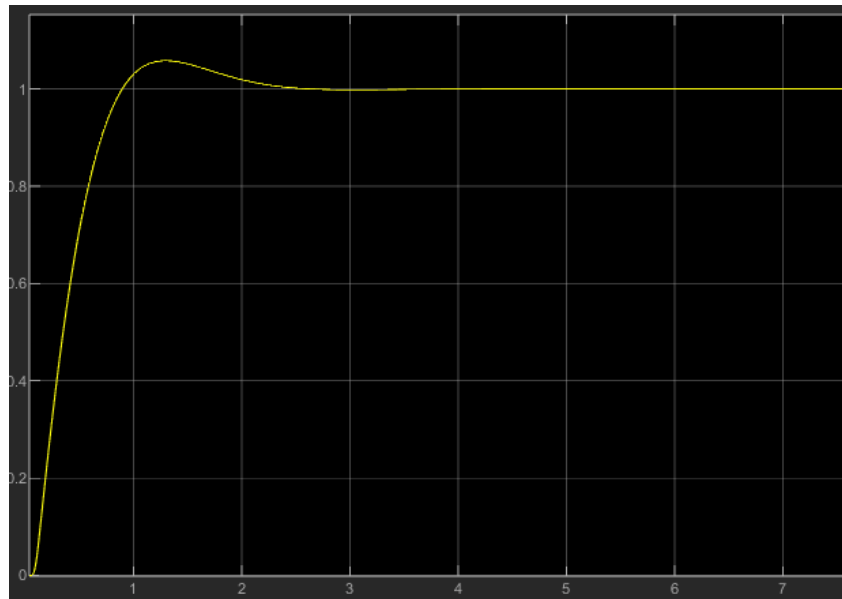


Graficando la función a lazo cerrado F:



Se simula con la aplicación Simulink el sistema con el controlador en Adelanto diseñado y se muestra el error, la acción de control y la salida.





Controlador PID

Con los requerimientos ya fijos, se agregan dos polos, uno en el límite del círculo unitario. Además se agrega un cero de tal manera que uno de los ceros cancele el polo no dominante del proceso, ello es debido a que una cancelación incorrecta producirá un polo cercano al origen, o sea dominante.

$$C_1 = 0.8 \quad C_2 = 0.94 \quad P_1 = 0 \quad P_2 = 1$$

Luego se ajusta el valor de ganancia al punto exacto de la intersección.

$$K = 2.62$$

El controlador PID tiene la forma: $C(z) = K \frac{(s-c1)(s-c2)}{z(z-1)}$

Entonces, se exporta el controlador C y se construye el sistema a lazo cerrado:

Compensator

C = 2.6262 x $\frac{(1 + 0.3w)(1 + 1w)}{w(1 + 0.06w)}$, $w = (z-1)/T_s$

Pole-Zero Parameter

Dynamics

Type	Location	Damping	Frequency
Real Pole	0	NaN	NaN
Integrator	1	-1	0
Real Zero	0.8	1	3.72
Real Zero	0.942	1	1

Edit Selected Dynamics

Location 0.8

Tunable Block
 Name: C
 Sample Time: 0.06
 Value:

$$\frac{12.524 (z-0.8) (z-0.942)}{z (z-1)}$$

F =

$$\frac{0.10834 (z-0.942) (z-0.8) (z+0.9608)}{(z-0.1078) (z-0.9352) (z^2 - 1.736z + 0.7782)}$$

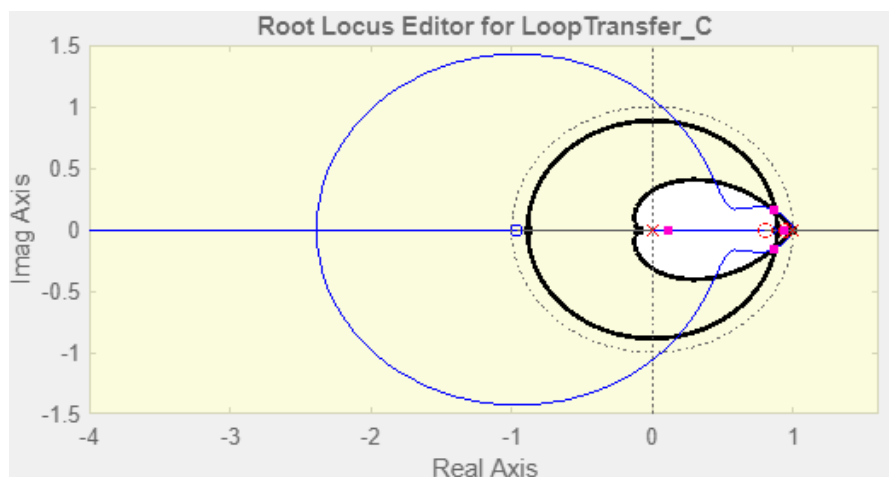
Sample time: 0.06 seconds
 Discrete-time zero/pole/gain model.

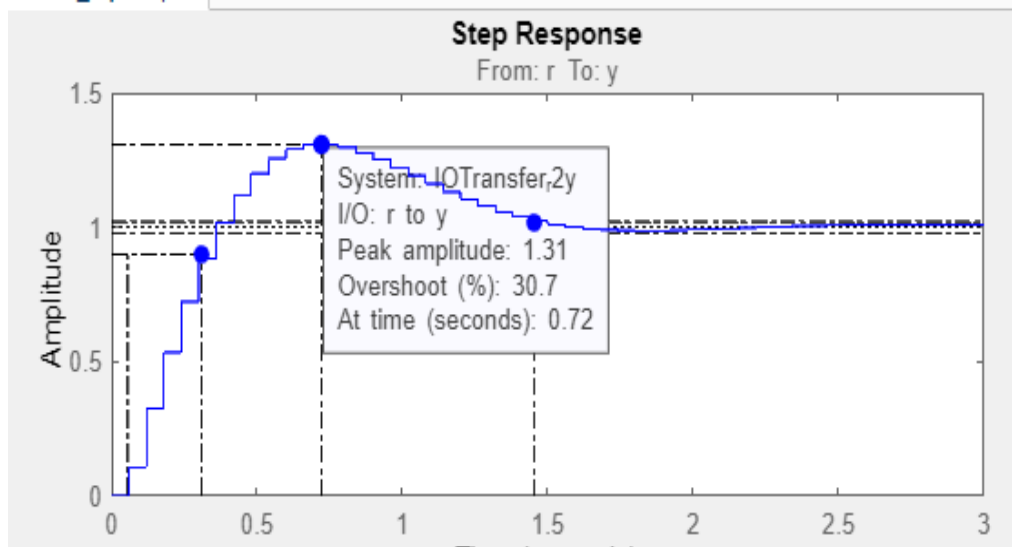
ans =

$$K_p + K_i * \frac{T_s}{z-1} + K_d * \frac{1}{T_f + T_s / (z-1)}$$

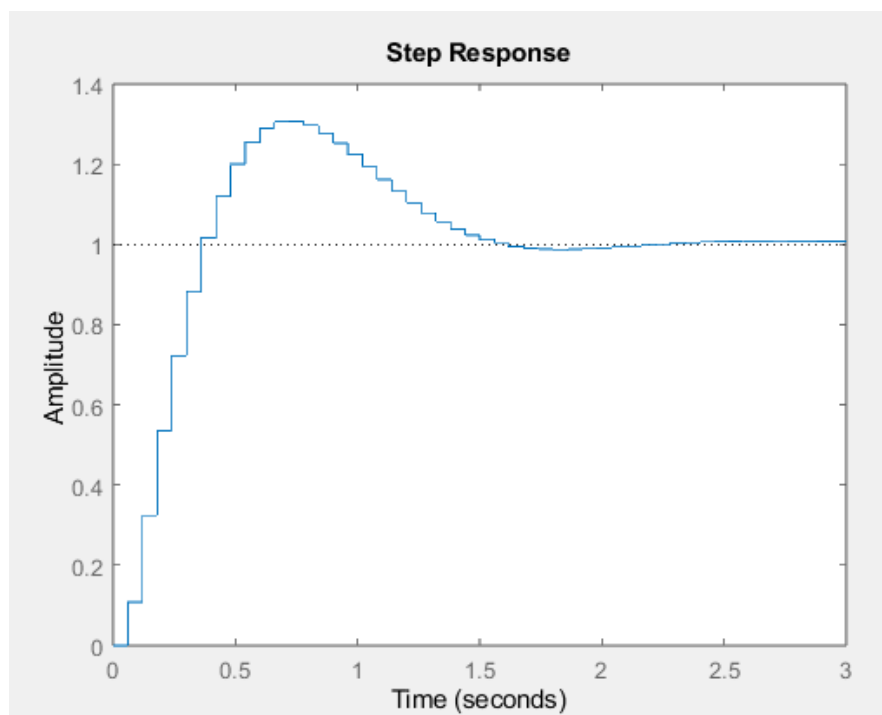
with $K_p = 3.09$, $K_i = 2.42$, $K_d = 0.566$, $T_f = 0.06$, $T_s = 0.06$

Se observa, cómo queda la respuesta al escalón con la realimentación unitaria y el controlador PID en serie, respetando que el sobrepasamiento esté por debajo del 10%.





Graficando la función a lazo cerrado, F:



Exportando los datos del PID, obtenidos con el controlador, a Simulink, vemos que se obtiene la siguiente respuesta:

