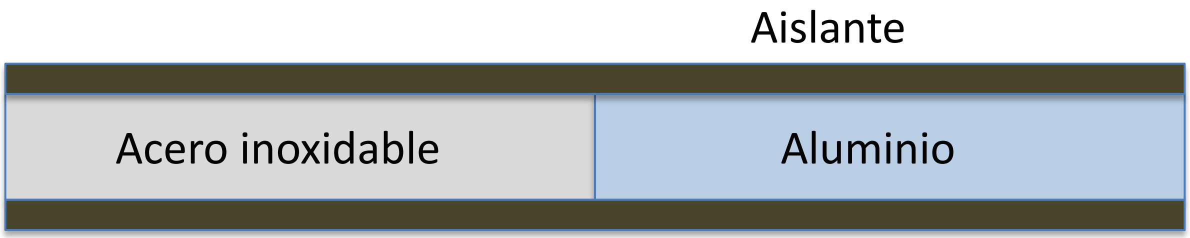
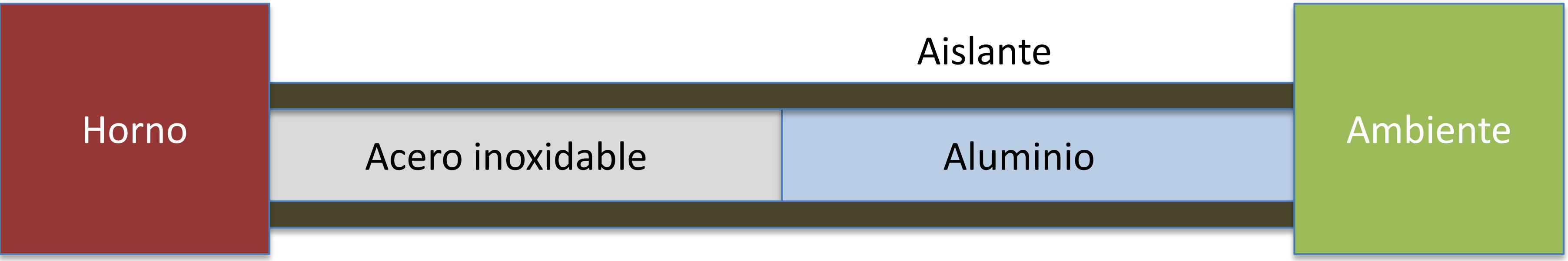
PROBLEMA DE CONTORNO: Ecuación del calor 1D

Tenemos dos barras, de 0.5 m cada una, en contacto. Las barras están recubiertas de material aislante y abiertas en los extremos izquierdo y derecho.



Introducimos el extremo izquierdo en un horno a 500K, mientras que el derecho puede considerarse que siempre se encuentra a temperatura ambiente (298.15K)



¿Cuál es la distribución de temperatura final de la barra T(x)?

Nota:

Acero inoxidable: k=16.3 W/mK　　　Aluminio: k=209.3W/mK

PROBLEMA DE CONTORNO: Ecuación del calor 1D

La ecuación del calor unidimensional es:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$$

- k is thermal conductivity (W/(m·K))
- ρ is density (kg/m³)
- c_p is specific heat capacity (J/(kg·K))

La solución estacionaria (derivada temporal cero) se obtiene de resolver el siguiente problema:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$$

Con un conjunto adecuado de condiciones de contorno.

Un conjunto adecuado de condiciones de contorno para este problema son los valores de temperatura en los extremos del dominio en el que queramos resolver la ecuación.

PROBLEMA DE CONTORNO: Ecuación del calor 1D

Problema de contorno basado en la ecuación del calor 1D

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(x)\frac{\partial T}{\partial x}\right)=0 \qquad x=[a,b]$$

$$T(a)=T_0 \quad T(b)=T_1$$

- k is thermal conductivity (W/(m·K))
- ρ is density (kg/m³)
- c_p is specific heat capacity (J/(kg·K))

Este es un modelo matemático adecuado para modelizar el problema de la barra.

La discretización del problema utilizando la técnica de diferencias finitas, nos permite encontrar una solución aproximada del problema matemático.

PROBLEMA DE CONTORNO: Ecuación del calor 1D

1.- Resolver el problema de calor unidimensional de las dos barras.

2.- Parte del problema es resolver un sistema de tipo Ax=b. Para ello:

a) Comprobar, calculando el radio espectral, si se pueden usar los métodos de Jacobi o Gauss Seidel. NOTA: el código debe ser robusto, y el método de la potencia puede no funcionar. Si no funciona, ¿diagonal dominante?

b) En caso de que la convergencia esté garantizada, usar el método iterativo.

c) En caso contrario usar LU sin pivote.

d) Si es necesario el pivote usar Gauss con pivote.

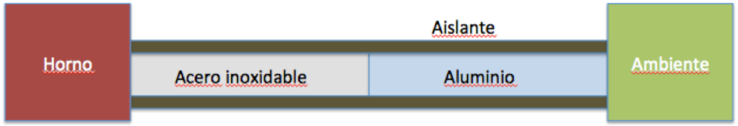
Entregar proyecto (archivos *.f90 junto con Makefile) que resuelva el problema de las dos barras. Adjuntar un informe en PDF de 400-500 palabras explicando cómo se ha resuelto el problema.

- Evaluación:
  - Aprobado: solución del problema con método de Gauss con pivote.
  - Bien: solución del problema con método iterativo (solo en caso de que sea posible). Si no es posible, por Gauss con pivote.
  - Notable: solución del problema con método iterativo (solo en caso de que sea posible). Si no es posible, por LU sin pivote. Si no es posible, por Gauss con pivote.
  - Sobresaliente: Ver puntos extras.
  - MH: Ver puntos extras.

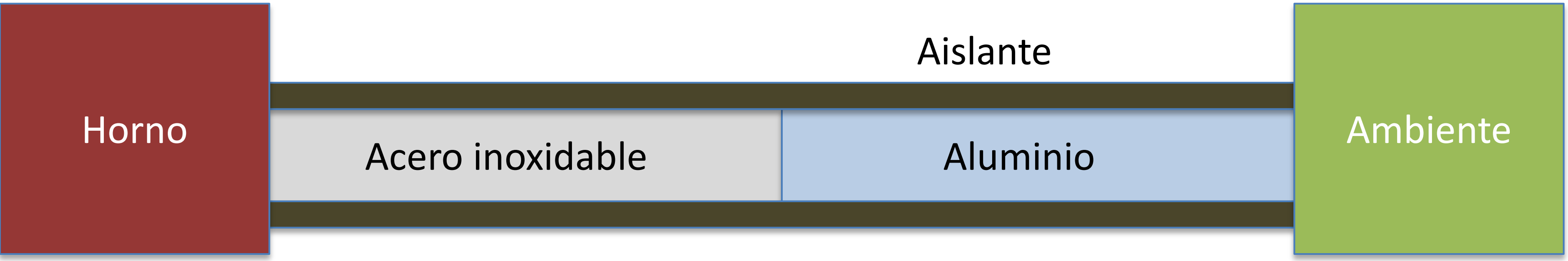
PROBLEMA DE CONTORNO: Ecuación del calor 1D

- El informe debe incluir la respuesta a las siguientes cuestiones:
  - Solución del problema (gráfica T(x)).
  - Explicación de la gráfica anterior.
  - Error en función del número de puntos para distintos órdenes de derivación (gráfica E(N)).
  - Explicación de la gráfica anterior.

PROBLEMA DE CONTORNO: Ecuación del calor 1D



- Evaluación:
  - Punto extra 1:
    - Si consideráis k(x) como una función discontinua la solución presentará oscilaciones. Arreglar el problema considerando dos problemas de contorno acoplados.
      - Estudiar posibles condiciones de contorno:
        - » T(acero) = T(aluminio)
        - » $k\frac{\partial T}{\partial x}$(acero)= $k\frac{\partial T}{\partial x}$(aluminio)

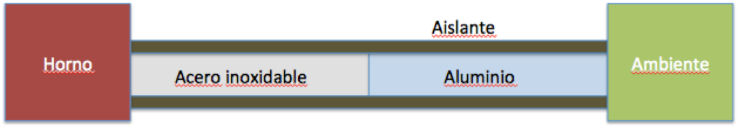


¿Cuál es la distribución de temperatura final de la barra T(x)?

Nota:

Acero inoxidable: k=16.3 W/mK Aluminio: k=209.3W/mK

PROBLEMA DE CONTORNO: Ecuación del calor 1D



- Evaluación:
  - Punto extra 2:
    - Si el informe está especialmente bien escrito, se asignará un punto extra al trabajo.

La semana que viene publicaré un F.A.Q. del problema.

Entrega por Moodle. Una entrega por grupo.
Nombre del fichero: Grupo_XX.zip
Fecha de entrega: 01/04/2018