Methoden en Statistiek 1

true

Versie gecompileerd op 28 Sep 2020

Contents

Voorwoord

Data spelen een steeds belangrijker rol, ook in de geesteswetenschappen. De beschikbaarheid van digitale gegevens (o.a. tekst, spraak, video, en gedragsregistraties) leidt tot nieuwe onderzoeksvragen, die vooral met kwantitatieve methoden beantwoord worden. Dit boek biedt onderzoekers en studenten een overzicht en inleiding van de belangrijkste kwantitatieve methoden en statistische technieken in de geesteswetenschappen. Het boek geeft de lezer een stevig methodologisch fundament voor kwantitatief onderzoek, en biedt een inleiding in de meest gebruikte statistische technieken om gegevens te beschrijven en om hypothesen te toetsen. Daarmee is de lezer ook in staat om kwantitatief onderzoek kritisch te beoordelen.

Dit tekstboek wordt gebruikt als leesstof bij de cursus *Methoden en Statistiek 1* aan de Universiteit Utrecht. Het boek is tevens bruikbaar voor zelfstudie op inleidend niveau, voor iedereen die meer wil weten over methoden en statistiek.

De hoofdtekst is gevrijwaard van wiskundige afleidingen en formules, die voor geesteswetenschappers immers weinig bruikbaar zijn. De uitleg is vooral conceptueel, en rijk aan voorbeelden van geesteswetenschappelijk onderzoek. Waar nodig worden formules aangeboden in een aparte paragraaf.

Dit boek bevat ook aanwijzingen over hoe de besproken statistische analyses en visualisaties uitgevoerd kunnen worden in twee veelgebruikte programma's, nl. SPSS (versie 22 en later) en R (versie 3.0 en later). Ook deze aanwijzingen staan los van de hoofdtekst, in afzonderlijke paragrafen.

Graag willen we onze mede-docenten danken voor de vele discussies en voorbeelden die op enige wijze verwerkt zijn in dit tekstboek. Onze studenten danken we voor hun nieuwsgierigheid en nauwkeurigheid die geleid heeft tot deze versie van dit tekstboek.

Ook betonen wij grote dank aan Gerrit Bloothooft, Margot van den Berg, Willemijn Heeren, Caspar van Lissa, Els Rose, Tobias Quené, Kirsten Schutter en Marijn Struiksma, voor hun adviezen, data, en/of commentaar bij eerdere versies.

Utrecht, december 2016 - september 2020

Hugo Quené, https://www.hugoquene.nl

Huub van den Bergh

Notatie

In aansluiting op het internationale gebruik en op de conventies van Engelstalige tijdschriften gebruiken we de punt als decimaalteken; we schrijven dus $\frac{3}{2} = 1.5$. Hierbij is een waarschuwing op zijn plaats: het decimale symbool kan verschillen tussen computers, en zelfs tussen programma's op dezelfde computer. Controleer dus welk decimaal symbool gebruikt wordt door (elk programma op) jouw computer.

Licentie

Citatie

Gebruik een van de volgende manieren om te verwijzen naar dit tekstboek (in APA-formaat):

Quené, H. & Van den Bergh, H. (2020). *Methoden en Statistiek 1.* Geraadpleegd op 23 sept 2020 via https://hugoquene.github.io/MS1NL-boek/ .

Quené, H. & Van den Bergh, H. (2020). *Methoden en Statistiek 1* [in Dutch]. Retrieved 23 Sept 2020 from https://hugoquene.github.io/MS1NL-boek/ .

Technische details

De tekst is geschreven in LaTeX, en daarna omgezet naar Rmarkdown, met behulp van `pandoc` (MacFarlane, 2020) en het `bookdown` package (Xie, 2020) in Rstudio.
Andere versies van dit tekstboek (EPUB, PDF, HTML), de broncode (in Rmarkdown) van de tekst inclusief voorbeelden, bijbehorende databestanden, en de figuren als afzonderlijke bestanden, zijn alle beschikbaar via https://github.com/hugoquene/MS1NL-boek/ .

Over de auteurs

Beide auteurs zijn verbonden aan de Faculteit Geesteswetenschappen van de Universiteit Utrecht. HQ is hoogleraar Kwantitatieve Methoden van Empirisch Onderzoek in de Geesteswetenschappen, en geeft daarnaast leiding aan het Centre for Digital Humanities. HvdB is hoogleraar Didactiek en Toetsing van het Taalvaardigheidsonderwijs, en is daarnaast vaksectievoorzitter Nederlands bij het College voor Toetsen en Examens (CvTE).

Deel I: Methodologie

Chapter 1

Inleiding

In dit tekstboek worden de grondbeginselen, methoden en technieken van empirisch wetenschappelijk onderzoek besproken, zowel in algemene zin als toegespitst op het brede domein van taal en communicatie. We zullen ons bezighouden met vragen als: Wat is een goede onderzoeksvraag? Welke methode is de beste om de onderzoeksvraag te beantwoorden? Hoe kunnen onderzoekers zinnige en valide conclusies trekken uit (statistische analyses van) hun gegevens? In dit tekstboek beperken we ons tot de belangrijkste grondbeginselen, en tot de belangrijkste methoden en technieken. In dit eerste hoofdstuk zullen we een overzicht geven van verschillende typen en vormen van wetenschappelijk onderzoek. In het vervolg van dit tekstboek geven we de meeste aandacht aan methoden van wetenschappelijk onderzoek waarbij empirische observaties uitgedrukt worden in de vorm van getallen (kwantitatief), die geanalyseerd worden met behulp van statistische technieken.

1.1 Wetenschappelijk onderzoek

Om te beginnen moeten we een vraag stellen die terugslaat op de allereerste zin hierboven: wat is eigenlijk wetenschappelijk onderzoek? Wat is het verschil tussen wetenschappelijk en niet-wetenschappelijk onderzoek (bijv. door onderzoeksjournalisten)? Onderzoek dat een wetenschapper uitvoert, hoeft nog geen wetenschappelijk onderzoek te zijn. Evenmin is journalistiek onderzoek per definitie onwetenschappelijk omdat het door een journalist wordt uitgevoerd. In dit tekstboek hanteren we de volgende definitie (Kerlinger and Lee, 2000, p.14):

> "Scientific research is systematic, controlled, empirical, amoral, public, and critical investigation of natural phenomena. It is guided by theory and hypotheses about the presumed relations among such phenomena."

Wetenschappelijk onderzoek is systematisch en gecontroleerd. Wetenschappelijk onderzoek is zodanig ontworpen dat we geloof kunnen hechten aan de conclusies, omdat die conclusies goed onderbouwd zijn. Het onderzoek kan door anderen herhaald worden, met (hopelijk) dezelfde resultaten. Deze eis van repliceerbaarheid maakt ook dat wetenschappelijk onderzoek zeer nauwgezet wordt ontworpen en uitgevoerd (zie Hoofdstukken 3 en 6). De sterkste vorm van controle is die van een wetenschappelijk experiment; we besteden daarom in dit tekstboek veel aandacht aan experimenteel onderzoek (§1.5). Mogelijke alternatieve verklaringen voor het onderzochte verschijnsel worden één voor één onderzocht en zo mogelijk uitgesloten, zodat tenslotte slechts één verklaring overblijft (Kerlinger and Lee, 2000). Die verklaring vormt dan onze wetenschappelijk onderbouwde conclusie of theorie over het onderzochte verschijnsel.

Ook wordt in de definitie gesteld dat wetenschappelijk onderzoek *empirisch* van aard is. De conclusies die de onderzoeker trekt moeten uiteindelijk gebaseerd zijn op (systematische en gecontroleerde) waarnemingen of observaties van een verschijnsel in de werkelijkheid — bijvoorbeeld op de waargenomen inhoud van een tekst, of op het waargenomen gedrag van een proefpersoon. Als die waarneming ontbreekt, dan kunnen de eventuele conclusies niet logisch verbonden worden met de werkelijkheid, waardoor ze geen wetenschappelijke waarde hebben. Vertrouwelijke gegevens uit een onbekende bron, of inzichten verkregen in een droom of in een mystieke beleving, zijn niet empirisch onderbouwd, en kunnen dus niet de basis vormen van een wetenschappelijke theorie.

1.1.1 Theorie

Het doel van wetenschappelijk onderzoek is te komen tot een theorie over een deel van de werkelijkheid. Die theorie is te zien als een coherente en consistente verzameling van "justified true beliefs" (Morton, 2003). In deze overtuigingen, en in de theorie, wordt geabstraheerd van de complexe werkelijkheid van de natuurlijke verschijnselen, naar een abstract mentaal *construct*, dat uit zijn aard niet rechtstreeks waarneembaar is. Voorbeelden van dergelijke constructen zijn: leesvaardigheid, intelligentie, activatie-niveau, verstaanbaarheid, omvang van iemands actieve woordenschat, schoenmaat, woon-werk-afstand, introvertheid, etc.

Een onderzoeker definieert in een theorie niet alleen verschillende constructen, maar ook specificeert hij de *verbanden* of relaties tussen deze constructen. Pas wanneer zowel de constructen gedefinieerd zijn als de relaties tussen de constructen gespecificeerd zijn, kan een onderzoeker komen tot een systematische verklaring van het onderzochte verschijnsel. Deze verklaring of theorie kan weer de basis zijn van een *voorspelling* over het onderzochte verschijnsel: het aantal gesproken talen op de wereld zal verminderen in de 21e eeuw; teksten zonder voegwoorden zullen moeilijker te begrijpen zijn dan teksten met voegwoorden; kinderen die tweetalig opgroeien zullen niet slechter presteren op school dan eentalige kinderen.

Wetenschappelijk onderzoek is er in vele verschillende typen en vormen, die op verschillende manieren ingedeeld kunnen worden. In de volgende sectie 1.2 bespreken we een indeling op basis van paradigma, de manier waarop de onderzoeker tegen de werkelijkheid aankijkt. Onderzoek kan ook ingedeeld worden op een continuüm van 'zuiver theoretisch' naar 'toegepast'. Een derde manier om onderzoek in te delen is gericht op het type onderzoek, bijvoorbeeld instrumentatieonderzoek (§1.3), beschrijvend onderzoek (§1.4), en experimenteel onderzoek (§1.5).

1.2 Paradigmata

Eén criterium om typen onderzoek te onderscheiden is op basis van het gebruikte paradigma, de manier waarop de onderzoeker tegen de werkelijkheid aankijkt. In dit tekstboek besteden we nagenoeg alleen aandacht aan het empirisch-analytisch paradigma, omdat dit het meest uitgewerkte en meest invloedrijke paradigma is. Heden ten dage kan deze benadering opgevat worden als 'de' standaardopvatting, waar andere paradigma's zich min of meer tegen afzetten.

Binnen het *empirisch-analytische paradigma* onderscheiden we twee varianten: het positivisme en het kritisch-rationalisme. Beide stromingen hebben gemeen dat er aangenomen wordt dat er wetmatigheden zijn die 'ontdekt' kunnen worden: verschijnselen kunnen beschreven en verklaard worden in abstracte termen (constructen). Het verschil tussen beide stromingen binnen de empirisch-analytische traditie is gelegen in de pretentie van de uitspraken die gedaan worden. Volgens de positivisten is het mogelijk om uitspraken te doen vanuit feitelijke waarnemingen naar een theorie. Op basis van de observaties kunnen we generaliseren naar een algemeen geldende regel, door middel van inductie. (De vogels die ik zie, die hoor ik ook fluiten, dus alle vogels fluiten.)

De tweede stroming is het kritisch-rationalisme. De aanhangers van deze stroming keren zich tegen bovengenoemde inducties: al hoor ik talloze vogels ook fluiten, dan nog kan ik geen zekerheid verkrijgen over de veronderstelde algemene regel. Maar we kunnen het wel omkeren, en proberen aan te tonen dat de veronderstelde algemene regel of hypothese *niet* juist is. Hoe werkt dat? Op basis van de algemeen geldende regel kunnen we voorspellingen afleiden voor specifieke observaties, door middel van deductie. (Als alle vogels fluiten, dan moet het zo zijn dat alle vogels in mijn steekproef fluiten.) Als niet alle vogels in mijn steekproef fluiten, dan is de algemene regel blijkbaar onjuist. Dit wordt het falsificatie-principe genoemd; we bespreken dat uitgebreider in sectie 2.4.

Ook aan het kritisch-rationalisme kleven echter tenminste twee bezwaren. Met het falsificatieprincipe kunnen waarnemingen (empirische feiten, observaties, onderzoeksresultaten) gebruikt worden om theoretische uitspraken te doen (met betrekking tot hypothesen). Strikt genomen moet een veronderstelde algemene regel meteen verworpen worden na één geslaagde falsificatie (een van de vogels in mijn steekproef fluit niet): als theorie en observatie niet overeenstemmen, dan faalt de theorie, volgens de kritisch-rationalisten. Maar om te komen tot een observatie moet een onderzoeker vele keuzes maken (bijv.: hoe maak ik een goede steekproef, wat is een vogel, hoe bepaal ik of een vogel fluit?), die de geldigheid van de observaties onzeker kunnen maken. Er kan dus ook iets mis zijn met de waarnemingen zelf (horen), of met de operationalisaties van de gebruikte constructen (vogels, fluiten).

Een tweede probleem is dat er in de praktijk eigenlijk zeer weinig theorieën zijn die werkelijk iets uitsluiten. Wanneer er discrepanties waargenomen worden tussen theorie en observaties, dan wordt de theorie bijgeschaafd, zodat de nieuwe observaties toch weer binnen de theorie passen. Theorieën worden dan ook zelden volledig verworpen.

Een tweede paradigma is de kritische benadering. Het *kritische paradigma* onderscheidt zich van andere paradigmata in de nadruk op maatschappelijke bepaaldheden; 'de' werkelijkheid bestaat niet, ons beeld ervan is een voorlopige, door maatschappelijke oorzaken bepaalde werkelijkheid. Inzicht in de maatschappelijke verhoudingen heeft zelf dus ook invloed op die werkelijkheid. Onze wetenschapsopvatting zoals verwoord in bovengenoemde definities van onderzoek en theorie wordt in het kritische paradigma dan ook afgewezen. Kritische onderzoekers menen dat onderzoeksprocessen niet los gezien kunnen worden van de maatschappelijke context waarin het onderzoek is verricht. Deze laatste visie wordt overigens overgenomen door steeds meer onderzoekers, ook door hen die andere paradigmata aanhangen.

1.3 Instrumentatie-onderzoek

Onderzoek is, zoals gezegd, een gesystematiseerde en gecontroleerde wijze om empirische gegevens te verzamelen en te interpreteren. Onderzoekers streven naar inzicht in natuurlijke verschijnselen, en in de wijze waarop (de constructen van) die verschijnselen met elkaar samenhangen. Een voorwaarde hiervoor is dat de onderzoeker deze verschijnselen daadwerkelijk kan meten, d.i. uitdrukken in een observatie (bij voorkeur in de vorm van een getal). Instrumentatieonderzoek is voornamelijk gericht op de constructie van instrumenten of methoden om verschijnselen, gedrag, vaardigheden, attitudes, etc. meetbaar te maken. De ontwikkeling van goede meetinstrumenten is bepaald geen sinecure: het is ambachtelijk handwerk, waarbij de constructeur vele valkuilen moet zien te vermijden. Het meetbaar maken van verschijnselen, van gedrag of van constructen noemen we de *operationalisatie*. Een concrete leestoets is bijvoorbeeld op te vatten als een operationalisatie van het abstracte construct 'leesvaardigheid'.

We kunnen een nuttig onderscheid maken tussen het abstracte theoretische construct en het gemeten construct, ofwel een onderscheid tussen: het begrip-zoals-bedoeld en het begrip-zoals-bepaald. Het is uiteraard de bedoeling dat het begrip-zoals-bepaald (de toets, de vragenlijst, de observatie) het begrip-zoals-bedoeld (het theoretische construct) zo goed mogelijk benadert. Indien het theoretische construct goed wordt benaderd, dan spreken we van een adequate of valide meting.

Bij operationalisatie van een begrip-zoals-bedoeld moeten talloze keuzen gemaakt worden. Zo moet het CITO (Centraal instituut voor toetsontwikkeling) elk jaar tekstbegripstoetsen construeren om de leesvaardigheid van eindexamenkandidaten te meten. Daarvoor moet allereerst een tekst gekozen of geredigeerd worden. Deze tekst mag niet te moeilijk, maar ook niet te makkelijk zijn voor de doelgroep. Voorts mag het onderwerp van de tekst niet al te bekend zijn, omdat anders de bij sommige leerlingen aanwezige algemene kennis kan interfereren met de meningen en standpunten die in de tekst naar voren gebracht worden. Vervolgens moeten de vragen zó ontworpen worden dat de verschillende passages in de tekst aan bod komen. Ook moeten de vragen zó samengesteld zijn dat het theoretische construct 'leesvaardigheid' adequaat geoperationaliseerd wordt. Tot slot moet ook nog rekening gehouden worden met de examens uit voorafgaande jaren; het nieuwe examen mag immers niet al te veel afwijken van oude examens.

Een construct moet dus op de juiste wijze geoperationaliseerd zijn, om observaties te verkrijgen die niet alleen valide zijn (een goede benadering van het abstracte construct, zie Hoofdstuk 5) maar die ook betrouwbaar zijn (ongeveer gelijke observaties bij herhaalde meting, zie Hoofdstuk 12). In ieder onderzoek zijn de validiteit en de betrouwbaarheid van een meting cruciaal; we besteden dan ook twee hoofdstukken aan deze begrippen. Maar in instrumentatieonderzoek zijn deze begrippen zelfs essentieel, omdat dit type onderzoek juist beoogt om valide en betrouwbare instrumenten te leveren, die een goede operationatisatie zijn van het abstracte construct-zoals-bedoeld.

1.4 Beschrijvend onderzoek

Met beschrijvend onderzoek bedoelen we onderzoek dat voornamelijk gericht is op de beschrijving van een bepaald natuurlijk verschijnsel in de werkelijkheid. De onderzoeker richt zich dus vooral op een *beschrijving* van het verschijnsel: het huidige vaardigheidsniveau, het verloop van een proces of een discussie, de wijze waarop de lessen Nederlands in het voortgezet onderwijs vorm worden gegeven, de politieke voorkeur van stemmers vlak voor verkiezingen, de samenhang tussen het aantal uren zelfstudie en het eindcijfer dat een student behaalt, etc. Kortom, ook de onderwerpen voor beschrijvend onderzoek kunnen zeer divers zijn.

Voorbeeld 1.1: (Dingemanse et al., 2013) hebben opnames van conversaties gekozen of gemaakt in 10 talen. Uit die opgenomen conversaties zijn woorden genomen waarmee een luisteraar om "open verduidelijking" vraagt: woordjes als *hè* (Nederlands), *huh* (Engels), *ã?*

(Siwu). Van deze woorden is de klankvorm en het toonhoogteverloop vastgesteld, met akoestische metingen en met fonetische transcripties door experts. Een conclusie van dit beschrijvende onderzoek luidt dat deze tussenvoegsels in de verschillende talen veel meer op elkaar lijken (in klankvorm en toonhoogteverloop) dan op grond van toeval te verwachten is.

Dit voorbeeld illustreert dat beschrijvend onderzoek niet ophoudt als de gegevens (klankvormen, toonhoogteverloop) beschreven zijn. Vaak zijn *verbanden* tussen de verzamelde gegevens ook zeer interessant (zie §1.1). Zo wordt in opiniepeilingen naar het stemgedrag bij verkiezingen vaak een verband gelegd tussen het gepeilde stemgedrag enerzijds, en leeftijd, geslacht en opleidingsniveau van de respondent anderzijds. En evenzo wordt in onderwijskundig onderzoek een verband gelegd tussen aantal uren studietijd enerzijds, en studiesucces van de respondent anderzijds. Dit type van beschrijvend onderzoek, waarbij een correlatie wordt vastgesteld tussen mogelijke oorzaken en mogelijke gevolgen, wordt ook aangeduid als *correlationeel onderzoek*.

Het essentiële verschil tussen beschrijvend en experimenteel onderzoek is gelegen in de vraag naar oorzaak en gevolg. Op basis van beschrijvend onderzoek kan een causaal verband tussen oorzaak en gevolg *niet* goed vastgesteld worden. Uit beschrijvend onderzoek zou kunnen blijken dat er een samenhang is tussen een bepaald soort voeding en een langere levensduur. Is het voedingspatroon dan ook de oorzaak van de langere levensduur? Dat hoeft bepaald niet het geval te zijn: het is ook mogelijk dat dat soort voeding vooral genuttigd wordt door mensen die relatief hoog opgeleid en welvarend zijn, en door deze *andere* factoren ook relatief langer in leven zijn[1]. Om vast te kunnen stellen of er een causaal verband is, moeten we experimenteel onderzoek opzetten en uitvoeren.

1.5 Experimenteel onderzoek

Experimenteel onderzoek wordt gekenmerkt doordat de onderzoeker een bepaald aspect van de onderzoeksomstandigheden systematisch varieert (Shadish et al., 2002). Het effect van deze manipulatie staat dan centraal in het onderzoek. Een onderzoeker vermoedt bijvoorbeeld dat een bepaalde nieuwe lesmethode zal resulteren in betere prestatie van de leerlingen dan de huidige lesmethode. De onderzoeker wil deze hypothese toetsen door middel van een experimenteel onderzoek. Hij manipuleert het type onderwijs: sommige klassen of groepen krijgen les volgens de nieuwe experimentele lesmethode en andere klassen of

[1]Het is zelfs mogelijk dat het onderzochte voedingspatroon de oorzaak is van een relatief *kortere* levensduur, maar dat dit negatieve effect gemaskeerd wordt door de sterkere, positieve effecten van opleidingsniveau en welvaartsniveau op de levensduur.

groepen krijgen les op de traditionele wijze. Het effect van de nieuwe lesmethode wordt geëvalueerd door de prestaties van de twee soorten schoolklassen te vergelijken, na de 'behandeling' met de oude vs. nieuwe lesmethode.

Experimenteel onderzoek heeft als voordeel dat we de onderzoeksresultaten doorgaans mogen interpreteren als het gevolg van de experimentele manipulatie. Omdat de onderzoeker het onderzoek systematisch controleert en slechts één aspect (i.c. de lesmethode) varieert, kunnen eventuele verschillen tussen de prestaties van de twee categorieën alleen toegeschreven worden aan het veranderde kenmerk, i.c. aan de lesmethode. Dit veranderde kenmerk moet dan logischerwijs wel de oorzaak zijn van de geobserveerde verschillen. Experimenteel onderzoek is dus gericht op de evaluatie van causale verbanden.

Deze redenering vereist wel dat proefpersonen (of schoolklassen, in bovenstaand voorbeeld) volgens het toeval, aselect (Eng. 'at random'), worden toegewezen aan de experimentele condities (i.c. de oude of nieuwe lesmethode). Deze aselecte toewijzing (Eng. 'random assignment') is de beste methode om eventuele niet-relevante verschillen tussen de behandelcondities uit te sluiten. Een dergelijk experiment met aselecte toewijzing van proefpersonen aan condities wordt een *gerandomiseerd experiment* genoemd (Eng. 'randomized experiment', 'true experiment',). Om bij ons voorbeeld te blijven: als de onderzoeker de oude lesmethode zou inzetten bij jongens, en de nieuwe lesmethode bij meisjes, dan is een eventueel verschil in prestaties niet meer uitsluitend toe te schrijven aan het gemanipuleerde kenmerk (de lesmethode), maar ook aan een niet-gemanipuleerd maar wel relevant kenmerk, hier het geslacht van de leerlingen. Zo'n mogelijk verstorend kenmerk wordt een *storende variabele* (Eng. 'confound') genoemd. In Hoofdstuk 6 bespreken we hoe we deze storende variabelen kunnen neutraliseren, door random toewijzing van proefpersonen (of schoolklassen) aan de experimentele condities, in combinatie met andere maatregelen.

Er is ook experimenteel onderzoek waarbij een bepaald aspect (zoals lesmethode) wel systematisch varieert, maar waarbij de proefpersonen of schoolklassen *niet aselect* zijn toegewezen aan de experimentele condities; dit wordt *quasi-experimenteel* onderzoek genoemd (Shadish et al., 2002). In het bovenstaande voorbeeld is daarvan sprake als de gebruikte lesmethode onderzocht wordt, met gegevens van schoolklassen waarvan niet de onderzoeker maar de docent bepaald heeft of de oude of nieuwe lesmethode gebruikt wordt. Als de nieuwe lesmethode betere prestaties zou opleveren, dan weten we *niet* met zekerheid dat het verschil in prestaties toe te schrijven is aan de lesmethode. Ook het enthousiasme of de werkstijl van de docent kan een storende variabele zijn geweest in dit quasi-experiment. In dit tekstboek zullen we verschillende voorbeelden van quasi-experimenteel onderzoek tegenkomen.

Binnen het type van experimenteel onderzoek kunnen we een verdere verdeling aanbrengen, tussen laboratoriumonderzoek en veldonderzoek. In beide typen experimenteel onderzoek wordt een aspect van de werkelijkheid gemanipuleerd. Het verschil tussen beide typen onderzoek is gelegen in de mate waarin de onderzoeker in staat is om allerlei storende aspecten van de werkelijkheid onder controle te houden. In laboratoriumonderzoek kan de onderzoeker zeer exact bepalen onder welke omgevingscondities de observaties worden gedaan, en kan de onderzoeker dus ook vele mogelijke storende variabelen onder controle houden (denk aan verlichting, temperatuur, omgevingslawaai, etc.). In veldonderzoek is dit niet het geval. De onderzoeker is 'in het vrije veld' niet in staat om alle (mogelijk relevante) aspecten van de werkelijkheid volledig onder controle te houden.

Voorbeeld 1.2: Margot van den Berg onderzocht samen met collega's van de Universiteit van Ghana en de Universiteit van Lomé hoe meertalige sprekers hun talen gebruiken als zij eigenschappen zoals kleur, grootte en waarde moeten benoemen door middel van een zogenaamde *Director-Matcher task* (Van den Berg et al., 2017). In deze taak gaf de ene onderzoeksdeelnemer (de directeur) aanwijzingen aan een ander (de uitvoerder) om een reeks voorwerpen in een bepaalde volgorde neer te zetten. Zo konden in een kort tijdsbestek veel voorkomens van eigenschapswoorden worden verzameld ('Zet de gele auto naast de rode auto maar boven de kleine slipper'). De gesprekken werden opgenomen, uitgeschreven en vervolgens onderzocht op taalkeuze, moment van taalwisseling en type grammaticale constructie. Bij dergelijk veldwerk kunnen echter allerlei niet-gecontroleerde aspecten in de omgeving van invloed zijn op de geluidsopnames, en daarmee op de gegevens: "kakelende kippen, een buurman die z'n motor aan het repareren is en 'm om de haverklap moet starten terwijl je een gesprek aan het opnemen bent, keiharde regen op het aluminium dak van het gebouw waar de interviews plaats vinden." (Margot van den Berg, pers.comm.)

Voorbeeld 1.3: Bij het luisteren naar gesproken zinnen kunnen we uit de oogbewegingen van een proefpersoon afleiden, hoe die gesproken zinnen worden verwerkt. In een zgn. 'visual world'-taak krijgen luisteraars een zin te horen (bijv. "Bert zegt dat het konijn is gegroeid"), terwijl ze kijken naar meerdere afbeeldingen op het scherm (meestal 4, bijv. een schelp, pauw, zaag, en wortel). Luisteraars blijken vooral te kijken naar de afbeelding die geassocieerd is aan het woord dat ze op dat moment mentaal verwerken: als ze het woord *konijn* verwerken, dan kijken ze naar de wortel (exacter gezegd: ze kijken vaker en langer naar de wortel dan naar de andere afbeeldingen). Met een zgn. 'eye tracker' kan worden vastgesteld naar welke positie van het scherm de proefpersoon kijkt (door observatie van de pupillen).

> De onderzoeker kan zo dus observeren welk woord op welk moment mentaal verwerkt wordt (Koring et al., 2012). Dergelijk onderzoek kan het beste uitgevoerd worden in een laboratorium, met controle over achtergrondgeluiden, verlichting, en positie van de ogen t.o.v. computerscherm.

Laboratoriumonderzoek en veldonderzoek hebben beide voordelen en nadelen. Het grote voordeel van laboratoriumonderzoek is natuurlijk de mate waarin de onderzoeker allerlei externe zaken onder controle kan houden. In een laboratorium zal het experiment niet vaak verstoord worden door een startende motor of door een regenbui. Dit voordeel van laboratoriumonderzoek is echter ook een belangrijk nadeel, nl. dat het onderzoek plaatsvindt in een min of meer kunstmatige omgeving. Het is dan nog maar de vraag in hoeverre resultaten die onder kunstmatige omstandigheden verkregen zijn, ook zullen gelden in het leven van alledag buiten het laboratorium. Dit laatste is dan ook een punt in het voordeel van veldonderzoek: het onderzoek wordt verricht onder natuurlijke omstandigheden. Het nadeel van veldonderzoek is dan weer dat er in het veld kan van alles gebeuren wat de onderzoeksresultaten beïnvloedt, maar waar de onderzoeker geen controle over kan houden (zie het bovenstaande voorbeeld). De keuze die een onderzoeker maakt tussen beide typen experimenteel onderzoek wordt uiteraard sterk bepaald door de vraagstelling van het onderzoek. Sommige vraagstellingen laten zich beter in laboratoriumsituaties onderzoeken, terwijl andere beter in veldsituaties onderzocht kunnen worden (zoals bovenstaande voorbeelden illustreren).

1.6 Vooruitblik

Dit tekstboek bestaat uit drie delen. Deel I (hoofdstukken 1 tot en met 7) van dit tekstboek behandelt methoden van onderzoek, en geeft een toelichting bij allerlei termen en begrippen die van belang zijn bij het ontwerpen en opzetten van goed wetenschappelijk onderzoek.

In deel II (hoofdstukken 8 tot en met 12) van het tekstboek behandelen we de beschrijvende statistiek (Eng. ‘descriptive statistics’) en in deel III (hoofdstukken 13 tot en met 17) behandelen we de elementaire technieken uit de toetsende statistiek (Eng. ‘inferential statistics’). Met deze laatste twee delen streven we drie doelen na.

Allereerst willen we dat je in staat bent om artikelen en andere verslagen waarin statistische verwerkings- en toetsingstechnieken zijn gebruikt, kritisch te beoordelen. Ten tweede willen we dat je dat je de noodzakelijke kennis en inzicht hebt in de belangrijkste statistische procedures. Ten derde willen we met deze statistische delen bereiken dat je in staat bent om zelfstandig statistische bewerkingen uit te voeren voor je eigen onderzoek, bijvoorbeeld voor je stage of eindwerkstuk.

Deze drie doelen zijn geordend in volgorde van belangrijkheid. Wij menen dat een adequate en kritische interpretatie van statistische resultaten en de conclusies die daaraan verbonden kunnen worden van groot belang is voor alle studenten. Om die reden besteden we in dit tekstboek dan ook relatief veel aandacht (in deel I) aan de 'filosofie' of methodologie achter de besproken statistische technieken en analyses. Ook geven we aan hoe je de besproken statistische analyses zelf kunt uitvoeren in SPSS (een populair pakket voor statistische analyses) en in R (een wat moeilijker, maar ook krachtiger en veelzijdiger pakket, met stijgende populariteit). Beide statistische pakketten zijn geïnstalleerd in de computerleerzalen van de Faculteit Geesteswetenschappen. SPSS is beschikbaar via SurfSpot.nl voor een sterk gereduceerde prijs. R is vrijelijk beschikbaar via www.R-project.org. Meer achtergrond over het gebruik van R is te vinden via https://hugoquene.github.io/emlar2020/.

Chapter 2

Hypothese-toetsend onderzoek

2.1 Inleiding

Veel empirisch onderzoek heeft tot doel om verbanden vast te stellen tussen (vermeende) oorzaken en hun (vermeende) gevolgen. De onderzoeker wil weten of de ene variabele van invloed is op de andere. Het onderzoek toetst de hypothese dat er een verband is tussen de vermeende oorzaak en het vermeende gevolg (zie Tabel 2.1). De beste methode om zo'n causaal verband vast te stellen, en dus om de hypothese te toetsen, is het experiment. Een goed opgezet en goed uitgevoerd experiment is de 'gouden standaard' in veel wetenschappelijke disciplines, omdat het goede waarborgen biedt voor de validiteit van de conclusies (zie Hoofdstuk 5. Anders gezegd: de uitkomsten van een goed experiment vormen de sterkst mogelijke evidentie voor een verband tussen de onderzochte variabelen. Zoals besproken in Hoofdstuk 1 zijn er ook vele andere vormen van onderzoek, en kunnen hypotheses ook op andere wijze en volgens andere paradigmata onderzocht worden, maar we beperken ons hier tot experimenteel onderzoek.

Table 2.1: Mogelijke oorzaken en mogelijke gevolgen.

onderwerp	vermeende oorzaak	vermeend gevolg
handel	buitentemperatuur	aantal verkochte ijsjes
zorg	type behandeling	mate van herstel
onderwijs	lesmethode	prestatie in toets
taal	beginleeftijd van onderwijs	mate van taalbeheersing
onderwijs	klassegrootte	schoolprestatie algemeen
zorg	temperatuur	hoogte van malaria-gebieden
taal	leeftijd	spreeksnelheid

onderwerp	vermeende oorzaak	vermeend gevolg
zorg	ligtijd voedsel op grond	mate van bacteriële besmetting

In experimenteel onderzoek wordt het effect onderzocht van een door de onderzoeker gemanipuleerde variabele op een andere variabele. In de inleiding is al een voorbeeld gegeven van een experimenteel onderzoek. Een nieuwe lesmethode werd beproefd door leerlingen te verdelen over twee groepen. De ene groep kreeg les volgens een nieuwe methode, terwijl de andere groep het gebruikelijke onderwijs genoot. De onderzoeker hoopte en verwachtte dat zijn nieuwe lesmethode een gunstig effect zou hebben, d.w.z. dat het zou leiden tot betere prestaties.

In hypothese-toetsend onderzoek wordt nagegaan of de onderzochte variabelen inderdaad met elkaar samenhangen op de verwachte wijze. In deze definitie staan twee termen centraal: 'variabelen' en 'op de verwachte wijze'. Voordat we nader ingaan op experimenteel onderzoek zullen we deze termen nader beschouwen.

2.2 Variabelen

Wat is een variabele? Grofweg is een variabele een eigenschap van objecten of personen die kan variëren, en die dus verschillende waarden kan aannemen. Laten we twee eigenschappen van personen bekijken: het aantal broers en zussen, en het geslacht van de moeder van die persoon. De eerste eigenschap kan variëren tussen personen, en is dus een variabele (tussen personen). De tweede eigenschap kan niet variëren: als er een moeder is, dan is die altijd en per definitie van het vrouwelijke geslacht. De tweede eigenschap is dus niet een variabele, maar een constante eigenschap.

In onze wereld bestaat bijna alles in een variabele hoeveelheid of hoedanigheid of mate. Ook een eigenschap die lastig te definiëren is, zoals de populariteit van een persoon in een groep, kan een variabele vormen. We kunnen immers personen in een groep rangschikken van meer tot minder populair. Voorbeelden van variabelen zijn er te over:

- van *personen*: hun lengte, hun gewicht, schoenmaat, spreeksnelheid, aantal broers en zussen, aantal kinderen, politieke voorkeur, inkomen, geslacht, populariteit in een groep, enz.
- van *teksten*: het totaal aantal woorden ('tokens'), aantal verschillende woorden ('types'), aantal spelfouten, aantal zinnen, aantal leestekens, enz.
- van *woorden*: de gebruiksfrequentie, aantal lettergrepen, aantal klanken, grammaticale woordsoort, enz.

- van *objecten* zoals auto's, telefoons, enz.: het gewicht, aantal componenten, energieverbruik, kostprijs, enz.
- van *organisaties*: het aantal werknemers, postcode, omzet, aantal burgers of klanten of patiënten of leerlingen, aantal operaties of diploma's of transacties, rechtsvorm, enz.

2.3 Onafhankelijke en afhankelijke variabelen

In hypothese-toetsend onderzoek kennen we twee soorten variabelen: de afhankelijke en de onafhankelijke variabele. De *onafhankelijke variabele* is dat wat het veronderstelde effect teweeg moet brengen. De onafhankelijke variabele is het aspect dat in een onderzoek door de onderzoeker gemanipuleerd wordt. In het voorbeeld waar een experiment uitgevoerd wordt om het effect van een nieuwe lesmethode te evalueren, vormt die lesmethode de onafhankelijke variabele. Wanneer de prestaties van de leerlingen die de nieuwe lesmethode gevolgd hebben vergeleken worden met de prestaties van leerlingen die alleen traditioneel schrijfonderwijs gevolgd hebben, dan neemt de onafhankelijke variabele twee waarden aan. Deze twee waarden (ook wel *niveau's* genoemd) van de onafhankelijke variabele kunnen we in dit voorbeeld benoemen als "experimenteel" en "controle", of als "nieuw" en "oud". We zouden de waarden van de onafhankelijke variabele ook kunnen uitdrukken als een getal, 1 resp. 0. Deze getallen hebben geen numerieke betekenis (we zouden de waarden ook 17 resp. 23 kunnen noemen), maar worden hier enkel gebruikt als willekeurige etiketten om verschillende groepen te onderscheiden. De gemanipuleerde variabele wordt 'onafhankelijk' genoemd omdat de gekozen (gemanipuleerde) waarden van deze variabele in een onderzoek niet afhankelijk zijn van iets anders: de onderzoeker is onafhankelijk in zijn of haar keuze van de gekozen waarden. Een onafhankelijke variabele wordt ook wel *factor* of soms *predictor* genoemd.

Het tweede type variabele is de *afhankelijke variabele*. De afhankelijke variabele is de variabele waarvoor we het veronderstelde effect verwachten. De onafhankelijke variabele veroorzaakt dus mogelijkerwijs een effect op de afhankelijke variabele, of: men veronderstelt dat de waarde van de afhankelijke variabele afhankelijk is van de waarde van de onafhankelijke variabele — vandaar hun benamingen. De afhankelijke variabele is dus datgene wat we meten of observeren. Een geobserveerde waarde van de afhankelijke variabele wordt ook wel *responsie* of *score* genoemd; ook de afhankelijke variabele zelf wordt vaak zo aangeduid. In het voorbeeld waar een experiment uitgevoerd wordt om het effect van een nieuwe lesmethode op de prestaties van leerlingen te evalueren, vormen die prestaties van de leerlingen de afhankelijke variabele. Andere voorbeelden zijn de spreeksnelheid, of de score op een vragenlijst, of het aantal malen dat een product verkocht wordt (zie Tabel 2.1). Kortom, in principe kan elke variabele als afhankelijke variabele gebruikt worden. Het is voornamelijk de vraagstelling die bepaalt welke afhankelijke variabele gekozen wordt, en hoe deze gemeten wordt.

De onafhankelijke en afhankelijke variabelen dienen we overigens nadrukkelijk *niet* te interpreteren als 'oorzaak' resp. 'gevolg'. Het doel van het onderzoek is immers om overtuigend aan te tonen dàt er een (causaal) verband bestaat tussen de onafhankelijke en de afhankelijke variabele. In Hoofdstuk 5 zullen we echter zien hoe complex dat is.

De onderzoeker varieert de onafhankelijke variabele en observeert of dit resulteert in verschillen in de afhankelijke variabele. Als de waarden van de afhankelijke variabele verschillen voor en na de manipulatie van de onafhankelijke variabele, dan nemen we aan dat dit een gevolg is van de manipulatie van de onafhankelijke variabele. Er is sprake van een relatie tussen beide variabelen. Als de waarde van de afhankelijke variabele niet verschilt onder invloed van de waarden van de onafhankelijke variabele, dan is er geen verband tussen beide variabelen.

Voorbeeld 2.1: (Quené et al., 2012) onderzochten of een glimlach of frons invloed heeft op hoe luisteraars gesproken woorden verwerken. De woorden werden door de computer uitgesproken (gesynthetiseerd) in verschillende fonetische varianten, en wel op zo'n manier dat die woorden klonken alsof ze neutraal, of met een glimlach, of met een frons waren uitgesproken. Luisteraars moesten de woorden zo snel mogelijk classificeren als 'positief' danwel 'negatief' (qua betekenis). In dit onderzoek vormt de fonetische variant (neutraal, glimlach, frons) de onafhankelijke variabele, en de snelheid waarmee de luisteraars oordelen vormt de afhankelijke variabele.

2.4 Falsificatie en nul-hypothese

Het doel van wetenschappelijk onderzoek is om te komen tot een coherente verzameling van "justified true beliefs" (Morton, 2003). Een wetenschappelijke overtuiging moet dus deugdelijk onderbouwd en gerechtvaardigd zijn (en coherent met andere overtuigingen). Hoe komen we tot zo'n goede onderbouwing en rechtvaardiging? Daarvoor moeten we eerst terug naar het zgn. inductieprobleem van (Hume, 1739). Hume constateerde dat het logisch onmogelijk is om een bewering te generaliseren van een aantal specifieke gevallen (de waarnemingen in een onderzoek) naar een algemene regel (alle mogelijke waarnemingen in het universum).

Het probleem met deze generalisatie of inductie zullen we illustreren met de overtuiging 'alle zwanen zijn wit'. Als ik 10 zwanen heb gezien die allemaal wit zijn, dan zou ik dat kunnen beschouwen als een onderbouwing voor deze overtuiging. Deze generalisatie zou echter ook onterecht kunnen zijn: misschien bestaan er ook niet-witte zwanen, al heb ik die niet gezien. Meer algemeen: de inductie van specifieke waarnemingen naar een generalisatie houdt altijd een risico in, en kan niet gedaan worden "met behoud van waarheid". Er zit dus altijd een logische 'sprong' in, waardoor de generalisatie niet zonder risico is. Een regel die wel opgaat voor alle waargenomen specifieke gevallen ('alle zwanen zijn wit') hoeft daarmee nog niet een algemene regel te zijn. Hetzelfde inductieprobleem blijft bestaan als ik 100 of 1000 witte zwanen heb gezien. Maar wat als ik één zwarte zwaan heb gezien? Dan weet ik meteen, met zekerheid, dat de overtuiging dat alle zwanen wit zijn, niet waar is. Dit principe gebruiken we ook in wetenschappelijk onderzoek.

Laten we terugkeren naar ons eerdere voorbeeld waarin we hebben verondersteld dat een nieuwe lesmethode beter is dan een oude lesmethode; deze overtuiging noemen we H1. Laten we deze redenering nu eens omdraaien, en ons baseren op de complementaire overtuiging[1] dat de nieuwe methode *niet* beter is dan de oude; deze overtuiging noemen we de nul-hypothese of H0. Deze overtuiging H0 'alle methoden hebben gelijk effect' is analoog aan de overtuiging 'alle zwanen zijn wit' uit het voorbeeld in de vorige alinea. Hoe moeten we nu toetsen of de overtuiging of hypothese H0 waar is? Laten we daarvoor een representatieve steekproef van leerlingen trekken (zie Hoofdstuk 7), en laten we de leerlingen volgens het toeval toewijzen aan de nieuwe of oude lesmethode (waarden van onafhankelijke variabele); we observeren vervolgens alle prestaties (afhankelijke variabele) van alle deelnemende leerlingen, volgens hetzelfde protocol voor alle gevallen. Vooralsnog veronderstellen we dat H0 waar is. We verwachten dus ook geen verschil tussen de prestaties van de verschillende groepen leerlingen. Als de leerlingen van de nieuwe methode desalniettemin veel beter blijken te presteren dan de leerlingen van de oude methode, dan vormt dat waargenomen verschil de figuurlijke zwarte zwaan: het gevonden verschil (dat in tegenspraak is met H0) maakt het onwaarschijnlijk dat H0 waar is (*mits* het onderzoek valide was; meer daarover in het volgende hoofdstuk). Omdat H0 en H1 elkaar uitsluiten, is het dan dus ook erg waarschijnlijk dat H1 wèl waar is. En omdat we onze onderbouwing baseerden op H0 en niet op H1, kunnen sceptici ons niet van partijdigheid beschuldigen: we probeerden immers juist aan te tonen dat er géén verschil was tussen de prestaties van de leerlingen uit de twee groepen.

Deze methode wordt *falsificatie* genoemd, omdat we kennis verwerven door hypothesen te verwerpen (falsifiëren) en niet door hypothesen te aanvaarden (verifiëren). Deze methodologie is ontwikkeld door de wetenschapsfilosoof Karl Popper (Popper, 1935, 1959, 1963). De falsificatie-methode heeft interessante overeenkomsten met de evolutietheorie. Door variatie tussen de individuen kun-

[1] Twee beweringen zijn complementair als ze elkaar wederzijds uitsluiten, zoals H1 en H0 in dit voorbeeld.

nen sommigen zich succesvol voortplanten, terwijl veel anderen voortijdig sterven en/of zich niet voortplanten. Op analoge wijze kunnen sommige tentatieve beweringen niet weerlegd worden, en kunnen deze dus 'overleven' en 'zich voortplanten', terwijl veel andere beweringen weerlegd worden en dus 'sterven'. In de woorden van (Popper, 1963, p.51):

> " … to explain (the world) … as far as possible, with the help of laws and explanatory theories …there is no more rational procedure than the method of trial and error — of conjecture and refutation: of boldly proposing theories; of trying our best to show that these are erroneous; and of accepting them tentatively if our critical efforts are unsuccessful."

Een goede wetenschappelijke bewering of theorie dient dus falsifieerbaar of weerlegbaar of toetsbaar te zijn (Popper, 1963), d.w.z. het moet mogelijk zijn om de onjuistheid van die bewering of theorie aan te tonen. De wetenschappelijke onderbouwing en daarmee de plausibiliteit van een toetsbare bewering neemt toe, naarmate die bewering vaker en onder meer wisselende omstandigheden bestand is gebleken tegen falsificatie. 'Het klimaat wordt warmer' is een goed voorbeeld van een bewering die steeds beter bestand blijkt te zijn tegen falsificatie, en die daarmee steeds sterker wordt.

Voorbeeld 2.2: 'Alle zwanen zijn wit' en 'de gemiddelde temperatuur van de aarde stijgt sinds 1900' zijn falsifieerbare, en daarom wetenschappelijk bruikbare beweringen. Maar hoe zit dat met de volgende beweringen?
a. Goud lost op in water.
b. Zout lost op in water.
c. Vrouwen praten meer dan mannen.
d. De muziek van Coldplay is beter dan die van U2.
e. De muziek van Coldplay verkoopt beter dan die van U2.
f. Als een patiënt een duiding van de psychoanalyticus afwijst, dan is dat het gevolg van weerstand omdat de duiding van de psychoanalyticus juist is.
g. De stijging van de gemiddelde temperatuur van de aarde is het gevolg van menselijke activiteiten.

2.5 De empirische cyclus

In het voorafgaande hebben we op een vrij globale manier kennis gemaakt met experimenteel onderzoek. In deze paragraaf beschrijven we het verloop van experimenteel onderzoek meer systematisch. Er zijn in de loop der tijd verschillende schema's opgesteld waarin onderzoek in fasen beschreven wordt. De bekendste van deze schema's is waarschijnlijk wel de empirische cyclus van (De Groot, 1961).

In de empirische cyclus worden vijf onderzoeksfasen onderscheiden: de observatiefase, de inductiefase, de deductiefase, de toetsingsfase en de evaluatiefase. In de laatste fase worden tekortkomingen en alternatieve interpretaties geformuleerd. Dit leidt weer tot nieuw onderzoek, waarin opnieuw de serie fasen kan worden doorlopen (vandaar 'cyclus'). Deze vijf onderzoeksfasen zullen wij één voor één behandelen.

2.5.1 observatie

In deze fase construeert de onderzoeker een probleem. Dat wil zeggen dat de onderzoeker een idee vorm over de mogelijke relaties tussen verschillende (theoretische) concepten of constructen. Deze veronderstellingen worden later uitgewerkt tot meer algemene hypothesen. Veronderstellingen kunnen op duizenden manieren tot stand komen — maar vereisen altijd nieuwsgierigheid van de onderzoeker. De onderzoeker kan een vreemd fenomeen opmerken dat verklaard moet worden, bv het fenomeen dat het vermogen om absolute toonhoogte te horen ("absoluut gehoor") veel vaker voorkomt bij Chinezen dan bij Amerikanen (Deutsch, 2006). Ook het systematisch doorzoeken van wetenschappelijke publicaties kan leiden tot veronderstellingen. Soms blijkt dan dat de resultaten van verschillende onderzoeken elkaar tegenspreken, of dat er een duidelijke lacune zit in onze kennis.

Veronderstellingen kunnen ook gebaseerd zijn op case-studies: onderzoeken waarbij één of enkele gevallen intensief bestudeerd en extensief beschreven worden. Zo ontwikkelde Piaget zijn theorie over de verstandelijke ontwikkeling van kinderen op basis van observaties van zijn eigen kinderen in de tijd dat hij werkloos was. Deze observaties vormden later, toen Piaget zijn eigen laboratorium had, aanleiding voor vele experimenten op basis waarvan hij zijn theoretische inzichten kon verdiepen en verifiëren.

Het is belangrijk om te beseffen dat puur onbevangen, objectieve waarneming niet mogelijk is. Waarnemingen zijn altijd min of meer theorie-geladen of kennis-geladen. Als we niet weten waarop we moeten letten, kunnen we ook niet goed waarnemen. Zo kunnen wolken-experts veel meer typen van bewolking onderscheiden en interpreteren dan leken. Voordat er observaties gedaan worden en feiten worden geanalyseerd, is het dus verstandig om eerst een expliciet theoretisch kader aan te brengen, ook al is dit nog rudimentair.

Een onderzoeker komt tot veronderstellingen naar aanleiding van opmerkelijke verschijnselen, case-studies, literatuurstudie, e.d. Er zijn echter geen methodologische richtlijnen over hoe dit proces zou moeten verlopen: het is een creatief proces.

2.5.2 inductie

In de inductiefase wordt de in de observatiefase geopperde veronderstelling gegeneraliseerd. Op grond van specifieke observaties wordt nu een hypothese geopperd waarvan de onderzoeker vermoedt dat die algemeen geldig is. (**Inductie** is de logische stap waarbij een algemene bewering of hypothese wordt afgeleid uit specifieke gevallen: mijn kinderen (hebben) leren praten → alle kinderen (kunnen) leren praten.)

Zo kan een onderzoeker uit de observatie dat de vrouwen in zijn/haar omgeving meer praten dan de mannen (meer minuten per etmaal, en meer woorden per etmaal), een algemene hypothese afleiden: H1: vrouwen praten meer dan mannen (zie Voorbeeld 2.2); deze hypothese kan nader ingeperkt worden in tijd en plaats.

De hypothese moet tevens een duidelijk omschreven empirische inhoud hebben, d.w.z. het type of de klasse van observaties moet goed omschreven zijn. Gaat het over alle vrouwen en mannen? Of alleen sprekers van het Nederlands? En hoe zit het met meertalige sprekers? En met kinderen die hun taal nog aan het leren zijn? Die duidelijk omschreven inhoud is nodig om de hypothese te kunnen toetsen (zie subsectie Toetsing hieronder, en zie Hoofdstuk 13).

Tenslotte moet een hypothese ook logisch coherent zijn, d.w.z. de hypothese moet aansluiten bij andere theorieën of hypothesen. Als een hypothese niet logisch coherent is, dan kan zij per definitie niet eenduidig aan de empirie gerelateerd worden, en is zij dus niet goed toetsbaar. Hieruit volgt dat een hypothese niet multi-interpretabel mag zijn: een hypothese moet op zichzelf één en niet meer dan één uitkomst van een experiment voorspellen.

In het algemeen worden drie typen hypothesen onderscheiden (De Groot, 1961):

- Universeel-deterministische hypothesen.
  Deze hebben als algemene vorm: *alle A's zijn B's*. Bijvoorbeeld: alle zwanen zijn wit, alle (volwassen) mensen kunnen spreken. Als een onderzoeker voor één A kan aantonen dat deze niet B is, dan is de hypothese in beginsel gefalsifieerd. Een universeel deterministische hypothese kan nooit geverifieerd worden; een onderzoeker kan alleen een uitspraak doen over de gevallen die hij geobserveerd, dan wel gemeten heeft. Bij een oneindige verzameling, zoals: alle vogels, of alle mensen, of alle kachels, kan dit tot problemen leiden. De onderzoeker weet niet of er misschien één enkel geval bestaat waarin geldt: A is niet B; er is één vogel die niet kan vliegen, et cetera. Over deze andere gevallen kan dus geen uitspraak gedaan worden, waardoor de universele geldigheid van de hypothese nooit volledig 'bewezen' kan worden.

- Deterministische existentiehypothesen.
  Deze hebben als algemene vorm: *er is tenminste één A die B is*. Bijvoorbeeld: er is tenminste één zwaan die wit is, er is tenminste één mens

die kan praten, er is tenminste één kachel die warmte geeft. Als een onderzoeker kan aantonen dat er één A is die B is, dan is de hypothese geverifieerd. Deterministische existentiehypothesen kunnen echter nooit gefalsifieerd worden. Daarvoor zou het nodig zijn om van een oneindige verzameling alle eenheden of individuen te onderzoeken op het al dan niet B zijn, en dat is door de oneindigheid van de verzameling nu juist uitgesloten. Hieruit blijkt tegelijk dat dit type hypothesen geen algemene uitspraken doen, en dat het wetenschappelijk belang ervan niet zo duidelijk is. Je kunt het ook zo zeggen: voor elk specifiek geval A doet een dergelijke hypothese helemaal geen duidelijke voorspelling; een gegeven A zou de gezochte B kunnen zijn, maar dat hoeft helemaal niet. In deze zin voldoet een deterministische existentiehypothese dan ook niet aan ons criterium van falsificatie.

- Probabilistische hypothesen.
  Deze hebben als algemene vorm: *er zijn relatief meer A's die B zijn, dan niet-A's die B zijn.* In de gedragswetenschappen (inclusief taal en communicatie) is dit verreweg het meest voorkomende type hypothese.
  Bijvoorbeeld: er zijn relatief meer vrouwen die veelpratend zijn dan mannen die veelpratend zijn. Of: er zijn relatief meer hoog-presterende leerlingen bij de nieuwe methode dan bij de oude methode. Of: versprekingen treden relatief vaker op bij het begin dan bij het einde van een woord. Daarmee wordt nog niet aangegeven dat alle vrouwen meer praten dan alle mannen, en evenmin wordt aangegeven dat alle leerlingen met de nieuwe methode beter presteren dan alle leerlingen van de oude methode.

2.5.3 deductie

In deze fase van de empirische cyclus worden specifieke voorspellingen afgeleid uit de algemeen geformuleerde hypothese die is opgezet in de inductiefase. (**Deductie** is de logische stap waarbij een specifieke bewering of voorspelling wordt afgeleid uit een meer algemene bewering: alle kinderen leren praten → mijn kinderen (zullen) leren praten.)

Laten we veronderstellen (H1) dat "vrouwen meer praten dan mannen". Uit deze hypothese doen we in deze fase specifieke voorspellingen voor specifieke steekproeven. Wanneer we bijvoorbeeld 40 vrouwelijke en 40 mannelijke docenten Nederlands zouden interviewen, zonder tijdsbeperking, dan luidt de voorspelling op grond van deze H1 dat de vrouwelijke docenten in deze steekproef meer zullen zeggen dan de mannelijke docenten in de steekproef (en dus ook, dat ze een groter aantal lettergrepen zullen spreken in het interview).

Zoals hierboven uitgelegd (§2.4), wordt in het meeste wetenschappelijk onderzoek echter niet de H1 getoetst, maar de logische tegenhanger daarvan, die met H0 wordt aangeduid. Voor de toetsing (in de volgende fase van de empirische cyclus) is het dus gebruikelijk om voorspellingen te toetsen die zijn afgeleid uit de H0 (!), bijvoorbeeld “vrouwen en mannen produceren *even veel* lettergrepen in een vergelijkbaar interview”.

In de praktijk worden de termen ‘hypothese’ en ‘voorspelling’ vaak door elkaar gebruikt, en spreken we vaak over het toetsen van hypothesen. Volgens bovenstaande terminologie toetsen we echter niet de hypothesen, maar leiden we uit de hypothesen voorspellingen af (via deductie), en toetsen we daarna die voorspellingen aan de data.

2.5.4 toetsing

In deze fase verzamelen we empirische observaties en vergelijken we die met de uitgewerkte voorspellingen “onder H0”, d.w.z. de voorspellingen als H0 waar zou zijn. In Hoofdstuk 13 zullen we nader ingaan op deze toetsing. Hier introduceren we alleen het algemene principe om nulhypotheses te toetsen. (Naast het hier beschreven conventionele “frequentistische” principe kunnen we ook hypotheses toetsen of vergelijken op een nieuwere “Bayesiaanse” wijze; we bespreken die in §**??**).

Als de observaties buitengewoon onwaarschijnlijk zijn onder H0, dan zijn er twee logische mogelijkheden. (i) De observaties deugen niet, we hebben fout geobserveerd. Maar als de onderzoeker zijn werk goed gecontroleerd heeft en zichzelf serieus neemt, dan is dat niet waarschijnlijk. (ii) De voorspelling was onjuist, H0 is wellicht niet juist, en moet dus verworpen worden, ten gunste van H1.

In ons voorbeeld hierboven (in de voorgaande subsectie over deductie) hebben we uit H0 (!) de voorspelling afgeleid dat in een steekproef van 40 mannelijke en 40 vrouwelijke docenten, de leden van de twee groepen even veel lettergrepen gebruiken in een gestandaardiseerd interview. We vinden echter dat de mannen meer lettergrepen gebruiken (gemiddeld 4210 lettergrepen) dan de vrouwen (gemiddeld 3926 lettergrepen) (Quené, 2008, p.1112). Hoe waarschijnlijk is dit verschil als de observaties kloppen, en als H0 waar zou zijn? Die kans is zodanig klein dat de onderzoeker H0 verwerpt (zie optie (ii) hierboven), en concludeert dat vrouwen en mannen *niet even veel* praten, althans in dit onderzoek.

In het bovenstaande voorbeeld worden in de toetsingsfase twee groepen vergeleken, hier mannen en vrouwen. Eén van die twee groepen is vaak een neutrale groep of controle-groep, zoals we al zagen in het eerdere voorbeeld van de nieuwe en oude lesmethode. Waarom maken onderzoekers vaak gebruik van zo’n controle-groep? Stel je eens voor dat we alleen de nieuwe-methode-groep zouden onderzoeken. In de toetsingsfase meten we de prestaties van de leerlingen, en die is ruim voldoende: gemiddeld een 7. Is de nieuwe methode dan een succes? Misschien niet: als de leerlingen volgens de oude methode een 8 zouden behalen, dan zou de nieuwe methode eigenlijk slechter zijn, en zouden we de nieuwe methode beter niet kunnen invoeren. Om daar een zinnige conclusie over te kunnen trekken, is het essentieel om de nieuwe en oude methoden onderling te vergelijken. Vandaar dat in veel onderzoek een neutrale conditie, nul-conditie, controle-groep, placebo-behandeling, o.i.d, is opgenomen.

Hoe kunnen we nu de kans bepalen op de gevonden observaties, als H0 waar zou zijn? Dat is vaak wat complex, maar we illustreren het hier met een eenvoudig voorbeeld. We gooien kop of munt met een munt. We veronderstellen (H0): de munt is eerlijk, de kans op kop is 1/2 per worp. We gooien 10× met dezelfde munt, en wonderbaarlijk genoeg observeren we alle 10× een kop als uitkomst. De kans dat dit gebeurt, als H0 waar is, is $P = (1/2)^{10} = 1/1024$. Als H0 waar zou zijn is deze uitkomst uiterst onwaarschijnlijk (al is de uitkomst niet onmogelijk, want $P > 0$), en daarom verwerpen we H0. We concluderen dus dat de munt waarschijnlijk niet eerlijk is.

Dit roept een belangrijk punt op: wanneer is een uitkomst zò onwaarschijnlijk dat we H0 verwerpen? Welk criterium hanteren we voor de kans op de gevonden observaties als H0 waar zou zijn? Dit is de vraag naar het significantieniveau, d.w.z. het kansniveau waarbij we besluiten de H0 te verwerpen. Dit wordt aangeduid met symbool α. Als in een onderzoek een significantieniveau gehanteerd wordt van $\alpha = 0.05$, dan wordt de H0 verworpen als de kans om deze resultaten te vinden als H0 waar is[2], kleiner is dan 5%. De uitkomst is dan zo onwaarschijnlijk, dat we ervoor kiezen om H0 te verwerpen (optie (ii) hierboven), d.w.z. we concluderen dat H0 waarschijnlijk *niet* waar is.

Als we H0 aldus verwerpen, dan lopen we wel een kleine kans dat we eigenlijk met optie (i) te maken hebben: H0 is waar, maar de observaties wijken *toevallig* sterk af van de voorspelling op basis van H0, en H0 wordt dan ten onrechte verworpen. Dit wordt een Type-I-fout genoemd. Deze fout is vergelijkbaar met de onterechte veroordeling van een onschuldig persoon, of met de onjuiste classificatie van een onschuldig email-bericht als ‘spam’. Meestal wordt $\alpha = .05$ gebruikt, maar ook andere significantie-niveau’s zijn mogelijk en soms verstandiger.

Merk op dat de significantie betrekking heeft op de kans om de gevonden extreme gegevens (of meer extreme gegevens) te vinden, indien H0 waar is:

$$\text{significantie} = P(\text{data}|\text{H0})$$

De significantie is dus *niet* de kans dat H0 waar is als je deze gegevens gevonden hebt, $P(\text{H0}|\text{data})$, hoewel we deze denkfout vaak tegenkomen.

Bij iedere vorm van toetsing is er ook een kans op de omgekeerde fout, nl. dat we H0 ten onrechte niet verwerpen. Dat wordt een Type-II-fout genoemd: H0 is eigenlijk niet waar (dus H1 is waar) maar H0 wordt desalniettemin niet verworpen. Deze fout is vergelijkbaar met de onterechte vrijspraak van een schuldig persoon, of met het onterecht goedkeuren van een *spam* email-bericht (zie Tabel 2.2).

[2]Vollediger: Als de kans om deze resultaten te vinden, of resultaten die nog meer verschillen van de door H0 voorspelde resultaten, kleiner is dan 5%, dan wordt H0 verworpen.

Table 2.2: Mogelijke uitkomsten van beslissingsprocedure.

werkelijkheid		
	H0 verworpen	**H0 niet verworpen**
H0 is waar (H1 onwaar)	Type-I-fout (α)	correct
H0 is onwaar (H1 waar)	correct	Type-II-fout (β)
	verdachte veroordeeld	**verdachte vrijgesproken**
verdachte is onschuldig (H0)	Type-I-fout	correct
verdachte is schuldig	correct	Type-II-fout
	bericht weggegooid	**bericht doorgestuurd**
bericht is OK (H0)	Type-I-fout	correct
bericht is spam	correct	Type-II-fout

Als we het significantieniveau hoger instellen, bv. $\alpha = .20$, dan is de kans om de H0 te verwerpen dus ook veel groter. In de toetsingsfase verwerpen we immers H0 al indien de kans op deze gegevens (of meer extreme gegevens) kleiner is dan 20%. Een uitkomst van $8\times$ kop in 10 worpen is dan al voldoende om H0 te verwerpen (d.i. om de munt als onzuiver te beoordelen). Er zijn dus meer uitkomsten mogelijk waarbij we H0 zullen verwerpen. Dat hogere significantieniveau houdt dus een groter risico in op een Type-I-fout, en tegelijk een kleiner risico op een Type-II-fout. De afweging tussen de twee typen fouten hangt af van de precieze omstandigheden van het onderzoek, en van de consequenties van de twee typen van fouten. Welke fout is ernstiger: een goed bericht weggooien, of een *spam*-bericht doorsturen? De kans op een Type-I-fout (significantieniveau) heeft een onderzoeker in eigen hand. De kans op een Type-II-fout is afhankelijk van drie factoren, en is lastig te bepalen. We zullen dat nader bespreken in Hoofdstuk 14.

2.5.5 evaluatie

Aan het einde van het onderzoek moet de onderzoeker de onderzoeksresultaten evalueren: wat is het nu allemaal waard? Het draait hier niet slechts om de vraag of de onderzoeksresultaten al dan niet ten gunste van de getoetste theorie uitgevallen zijn. Het gaat om een kritische beschouwing van de wijze waarop de data zijn verzameld, de denkstappen, de operationalisatie, de mogelijke alternatieve verklaringen, alsmede de consequenties van de resultaten. De resultaten moeten in een bredere context geplaatst en besproken worden. Wellicht leiden de conclusies ook tot aanbevelingen, bijvoorbeeld voor klinische toepassingen of voor de onderwijspraktijk. Dit is ook het moment om suggesties voor ander of vervolgonderzoek te doen.

In deze fase gaat het primair om de interpretatie van de resultaten, waarbij de onderzoeker als interpretator een belangrijke en persoonlijke rol speelt. Verschillende onderzoekers kunnen dezelfde uitkomsten geheel anders interpreteren. En soms zijn de resultaten in tegenspraak met wat was voorspeld of gewenst.

2.6 Keuzemomenten

Onderzoek bestaat uit een reeks van keuze-momenten: van de inspirerende observaties in de eerste fase, via de operationele beslissingen in de uitvoering van het onderzoek, tot de interpretatie van de resultaten in de laatste fase. Zelden zal een onderzoeker in staat zijn om altijd de beste keuze te maken, maar hij of zij moet er voor waken dat ergens een slechte keuze gemaakt zou worden. Het hele onderzoek is net zo sterk als de zwakste schakel: de waarde van het hele onderzoek hangt af van de slechtste keuze in de reeks van keuzes. Ter illustratie geven we een beeld van de keuzes die een onderzoeker moet maken tijdens de gehele empirische cyclus.

De eerste keuze die gemaakt moet worden betreft de probleemstelling. Relevante vragen die de onderzoeker op dit moment moet beantwoorden zijn: hoe herken ik een bepaalde onderzoeksvraag, is onderzoek hier het aangewezen middel, is dit idee onderzoekbaar? De beantwoording van dergelijke vragen is van allerlei factoren afhankelijk, zoals mens- en maatschappijvisie, wensen van de opdrachtgever, financiële en praktische mogelijkheden, enz.

De onderzoeksvraag moet wel te beantwoorden zijn met de beschikbare methoden en middelen. Maar binnen die beperking kan de onderzoeksvraag elk aspect van de werkelijkheid betreffen, ongeacht of dit aspect nu irrelevant of belangrijk wordt geacht. Er zijn vele voorbeelden van onderzoek dat aanvankelijk werd afgedaan als irrelevant, maar dat desondanks wel degelijk van wetenschappelijke waarde bleek te zijn, bijvoorbeeld een studie over de vraag “is ‘Huh?’ a universal word?” (Dingemanse et al., 2013) (Voorbeeld 1.1). Ook bleken ideeën die eerst als onjuist werden afgedaan later toch te kloppen met de werkelijkheid. Zo beweerde Galilei, zogenaamd ‘ten onrechte’, dat de aarde om de zon draaide. Kortom, onderzoeksvragen moeten niet te snel verworpen worden omdat zij ‘nutteloos’, een ‘open deur’, ‘irrelevant’ of ‘triviaal’ zouden zijn.

Als de onderzoeker besluit om verder te gaan met het onderzoek, dan is de volgende stap doorgaans literatuurstudie. In de meeste handboeken wordt aanbevolen veel te lezen, maar hoe wordt de literatuur verzameld? Uiteraard moet de relevante onderzoeksliteratuur over het probleemgebied doorgenomen worden. Gelukkig bestaan er tegenwoordig allerlei hulpmiddelen om relevante wetenschappelijke publicaties te vinden. Het is raadzaam om daarvoor de aanwijzingen en zgn. “libguides” te bestuderen die de Universiteitsbibliotheek aanbiedt (zie http://www.uu.nl/bibliotheek, en http://libguides.library.uu.nl). Ook de gids van (Sanders, 2011) bevelen we ten zeerste aan: de gids bevat vele uiterst nuttige aanwijzingen over het opsporen van relevante onderzoeksliteratuur.

In de fase daarna doemen de eerste methodologische problemen op. De onderzoeker moet namelijk de probleemstelling exacter formuleren. Een belangrijke afweging die hier gemaakt dient te worden is of de probleemstelling wel onderzoekbaar is (§2.4). Een vraag als “wat is het effect van beginleeftijd van leren op de taalvaardigheid in een vreemde taal?” is bijvoorbeeld niet zonder meer onderzoekbaar. Deze vraag moet nader gespecificeerd worden. Cruciale concepten moeten ge(her)definieerd worden: wat is de beginleeftijd van het leren van een vreemde taal? Wat is taalvaardigheid? Wat is een effect? En wat is eigenlijk een vreemde taal? Hoe definieer ik de populatie? De onderzoeker wordt geconfronteerd met allerlei vragen over definities en operationalisatie: Worden begrippen theoretisch of empirisch of pragmatisch gedefinieerd? Welke instrumenten worden gebruikt om de verschillende constructen te meten? Maar ook: hoe ingewikkeld moet het onderzoek worden? Kan het hele onderzoek dan wel tot een goed einde worden gebracht? Op welke wijze moeten de gegevens verzameld worden? Kunnen de gewenste gegevens wel verzameld worden, of zullen respondenten dergelijke vragen nooit (kunnen) beantwoorden? Is de voorgestelde manipulatie ethisch verantwoord? Wat is de afstand tussen het theoretische construct en de wijze waarop dat zal worden gemeten? Wanneer in deze fase iets fout gaat, dan heeft dat direct weerslag op de rest van het onderzoek.

Als er met succes een probleemstelling is geformuleerd en geoperationaliseerd, dan volgt een nadere literatuurverkenning. Dit tweede literatuuronderzoek is veel meer toegespitst op de inmiddels uitgewerkte onderzoeksvraag dan de eerder genoemde, brede literatuurverkenning. Op grond van eerdere publicaties kan de onderzoeker zijn of haar oorspronkelijke probleemstelling heroverwegen. Niet alleen moet de literatuur nu doorgenomen worden met het oog op inhoudelijk theoretische overwegingen, maar ook moet aandacht worden besteed aan voorbeelden van operationalisering van de kernbegrippen. Zijn deze begrippen wel goed geoperationaliseerd, en als er verschillende manieren van operationalisering zijn, wat is dan de ratio achter deze verschillen? En, kunnen de kernbegrippen zo geoperationaliseerd worden dat de afstand tussen het begrip-zoals-bedoeld en het begrip-zoals-bepaald (nog) kleiner is (§1.3)? De aanwijzingen hierboven voor het zoeken in wetenschappelijke literatuur zijn hier wederom van nut. De onderzoeker dient zich vervolgens (nogmaals) te beraden op het nut van het onderzoek. Afhankelijk van de probleemstelling moeten vragen gesteld worden als: draagt het onderzoek bij aan de kennis op een bepaald gebied, worden door het onderzoek oplossingen gecreëerd voor ervaren knelpunten of problemen, of draagt het onderzoek bij aan te creëren oplossingen? Voldoet de vraagstelling nog aan het oorspronkelijke probleem (of de oorspronkelijke vraagstelling) van de opdrachtgevers? Zijn er voldoende (technische, financiële, praktische) mogelijkheden om het onderzoek uit te voeren?

In de volgende stap moet worden gespecificeerd hoe de gegevens worden verzameld. Dit is een essentiële stap die van invloed is op de rest van het onderzoek; we wijden er daarom een apart hoofdstuk aan (Hoofdstuk 7). Waaruit bestaat de populatie: uit taalgebruikers? leerlingen? tweetalige babies? versprekingen van medeklinkers? zinnen? En hoe moet je een representatieve steekproef of steekproeven trekken uit deze populatie(s)? Hoe groot moet die steekproef dan zijn? Ook moet er in deze fase gekozen worden voor een analysemethode. Het is zelfs aan te bevelen om in deze fase al een analyseplan te ontwerpen. Welke analyses zullen worden uitgevoerd, welke exploraties van de gegevens worden voorzien?

Met al deze keuzes zijn de voorbereidingen nog niet afgerond. Ook de instrumenten moeten worden gekozen: welke apparatuur, opname-gereedschap, vragenlijsten, enz., worden gebruikt om waarnemingen mee te doen? Bestaan er al geschikte instrumenten? Zo ja, zijn deze dan makkelijk toegankelijk en mogen zij gebruikt worden? Zo nee, dan moeten instrumenten ontwikkeld worden (§1.3). Maar in dat geval neemt de onderzoeker ook de taak op zich om deze instrumenten eerst te beproeven, om na te gaan of de gegevens die met deze instrumenten verkregen worden, voldoen aan de kwaliteitseisen die de onderzoeker zich gesteld heeft, of die in het algemeen aan de instrumenten in wetenschappelijk onderzoek gesteld mogen worden (in termen van betrouwbaarheid en validiteit, zie Hoofdstukken 5 en 12.

Pas nadat ook de instrumenten in gereedheid gebracht zijn begint het eigenlijke empirische onderzoek: de gekozen gegevens van de gekozen steekproef worden verzameld op de gekozen wijze met behulp van de gekozen instrumenten. Ook hierbij zijn er allerlei, vaak praktische problemen waar de onderzoeker tegenaan loopt. Een waar gebeurd voorbeeld: drie dagen nadat een onderzoeker zijn vragenlijst verstuurd had begon een poststaking die twee weken duurde. Helaas had de onderzoeker de respondenten ook twee weken de tijd gegeven om te reageren. Dus toen de poststaking voorbij was, was de inzendtermijn verlopen. Wat moest hij toen? Bij gebrek aan alternatieven besloot de onderzoeker alle 1020 respondenten telefonisch te benaderen met het verzoek de vragenlijst alsnog in te vullen en te retourneren.

Voor de onderzoeker die zich de moeite getroost heeft van te voren een analyseplan op te stellen breekt nu de tijd aan om te oogsten. Eindelijk kunnen de geplande analyses ook uitgevoerd worden. Helaas blijkt de werkelijkheid meestal veel weerbarstiger dan de onderzoeker van te voren had bedacht. Proefpersonen geven onverwachte responsies, of houden zich niet aan de instructies, veronderstelde verbanden blijken niet aanwezig, en onverwachte (en ongewenste) verbanden blijken in sterke mate aanwezig. In latere hoofdstukken zullen we dieper ingaan op analysemethoden en problemen daarbij.

Tenslotte moet de onderzoeker ook rapporteren over het onderzoek. Zonder (adequaat) onderzoeksverslag zijn de gegevens niet toegankelijk en had het onderzoek net zo goed *niet* uitgevoerd kunnen worden. Dit is een essentiële stap, waarbij onder meer de vraag gesteld dient te worden of het onderzoek op basis van de verslaglegging controleerbaar en repliceerbaar is. Meestal wordt van onderzoeksactiviteiten verslag gedaan in de vorm van een werkstuk, een onderzoeksrapport of een artikel in een wetenschappelijk tijdschrift. Soms wordt van een onderzoek ook verslag gedaan in een meer populair tijdschrift, dat voor een bredere doelgroep bedoeld is dan alleen collega-onderzoekers.

Tot zover een beknopt overzicht van de keuzen die onderzoekers moeten maken tijdens hun onderzoek. Ieder empirisch onderzoek bestaat uit een aaneenschakeling van problemen, keuzes en beslissingen. De belangrijkste keuzes zijn al gemaakt voordat de onderzoeker begint met gegevens verzamelen.

Chapter 3

Integriteit

3.1 Inleiding

Wetenschappelijk onderzoek heeft de mensheid onmetelijk grote baten opgeleverd, zoals betrouwbare computer-technologie, goede medische zorg, en begrip van andere talen en culturen. Al deze verworvenheden zijn gebaseerd op wetenschappelijk onderbouwde kennis. Onderzoekers produceren kennis, en de vooruitgang en groei van kennis ontstaat omdat onderzoekers voortbouwen op de ervaringen en inzichten van hun voorgangers.

Voorbeeld 3.1: Sir Isaac Newton schreef over zijn wetenschappelijke werk: "If I have seen further it is by standing on (the) shoulders of Giants" (in een brief aan Robert Hooke d.d. 5 Feb 1676[1]). Dit beeld is te herleiden tot de middeleeuwse geleerde Bernard de Chartres: "...nos esse quasi nanos gigantum umeris insidentes" (dat wij zijn als dwergen gezeten op de schouders van reuzen) in vergelijking tot geleerden uit de Oudheid. Newton's uitspraak is ook het motto van Google Scholar (scholar.google.com), een zoekmachine voor wetenschappelijke publicaties.

In dit hoofdstuk bespreken we de ethische en morele aspecten van wetenschappelijk onderzoek. Wetenschap is mensenwerk, en het vereist

[1] Een kopie van de brief is te lezen via http://digitallibrary.hsp.org/index.php/Detail/Object/Show/object_id/9285; voor achtergrond-informatie zie http://www.bbc.co.uk/worldservice/learningenglish/movingwords/shortlist/newton.shtml.

een goed ontwikkeld beoordelingsvermogen van de onderzoekers. De *Nederlandse Gedragscode Wetenschappelijke Integriteit* (VSNU, 2018) (http://www.vsnu.nl/wetenschappelijke_integriteit) beschrijft hoe wetenschappelijke onderzoekers (en studenten) zich dienen te gedragen. Volgens deze gedragscode dient wetenschappelijk onderzoek en onderwijs gebaseerd te zijn op de volgende principes:

- eerlijkheid,
- zorgvuldigheid,
- transparantie,
- onafhankelijkheid, en
- verantwoordelijkheid

In de volgende paragrafen zullen we nagaan hoe we volgens deze principes dienen te handelen bij de verschillende fasen van wetenschappelijk onderzoek. Hoe moeten we op eerlijke, zorgvuldige, transparante, onafhankelijke en verantwoordelijke wijze een onderzoek opzetten, de gegevens verzamelen en verwerken, en verslag doen van het onderzoek? We moeten daarover nadenken nog voor het onderzoek begint, en daarom bespreken we deze onderwerpen aan het begin van deze syllabus, hoewel we ook vooruit zullen wijzen naar termen en begrippen die worden uitgewerkt in volgende hoofdstukken.

3.2 Ontwerp

Weliswaar levert wetenschappelijk onderzoek ons onmetelijk grote baten op, maar daar staan ook aanzienlijke kosten tegenover. De directe kosten zijn o.a. de inrichting en onderhoud van laboratoria, apparatuur en technische ondersteuning, maar ook de loonkosten van de onderzoekers, vergoedingen voor informanten en proefpersonen, reiskosten voor toegang tot bibliotheken, archieven, informanten en proefpersonen, e.d. Deze directe kosten worden doorgaans gefinancierd uit publieke middelen van universiteiten en andere wetenschappelijke instellingen. Daarnaast zijn er indirecte kosten, die voor een deel ten laste komen van de informanten en proefpersonen: tijd en moeite die niet aan iets anders besteed kan worden, verlies van privacy, en mogelijke andere risico's die we nog niet kennen. Een vaak vergeten kostenpost is het verlies van onbevangenheid: een proefpersoon die heeft meegedaan aan een experiment leert daarvan, en reageert daarna misschien anders in een volgend experiment (zie §5.4, onder Geschiedenis). De resultaten uit zo'n volgend experiment zijn daardoor minder goed generaliseerbaar naar andere personen die een andere geschiedenis hebben, en *niet* eerder aan een onderzoek hebben meegedaan.

Gezien de grote kosten moet onderzoek zodanig zijn doordacht en ontworpen, dat de verwachte baten redelijkerwijs opwegen tegen de verwachte kosten (Rosenthal and Rosnow, 2008, Ch.3). Als de kans op valide conclusies uit een onderzoek erg klein is, dan is het beter om dat onderzoek *niet* uit te voeren, en zo de directe en indirecte kosten te besparen.

Voorbeeld 3.2: Stel dat we willen onderzoeken of tweetalige kinderen van 4 jaar oud een cognitief voordeel hebben boven eentalige leeftijdsgenoten. Op grond van eerder onderzoek verwachten we een verschil van tenminste 2 punten (op een 10-punts-schaal) tussen beide groepen (met "pooled standard deviation" $s_p = 4$, dus $d = 0.5$, zie § 13.6.2 en § 13.8).

We vergelijken twee groepen van elk $n = 4$ kinderen. Zelfs als er inderdaad een verschil is van 2 punten tussen de twee groepen (dus als de onderzoekshypothese waar is), dan nog is er in dit onderzoek slechts 51% kans om een significant verschil te vinden: de power is slechts .51 (Hoofdstuk 14), omdat de twee groepen zo weinig proefpersonen bevatten. De vierjarige kinderen en hun ouders kunnen beter andere dingen doen (school, thuis, werk) dan meedoen aan dit onderzoek.

Als er echter $n = 30$ kinderen in elk van de twee groepen zouden meedoen, en als er inderdaad een verschil is van 2 punten tussen de twee groepen (dus als de onderzoekshypothese waar is) dan zou de power .90 zijn. Met grotere groepen hebben we dus een veel betere kans om onze onderzoekshypothese te bevestigen. Dit uitgebreide ontwerp van het onderzoek zal meer kosten (voor de onderzoekers en de kinderen en hun ouders), maar levert vermoedelijk ook veel meer op: een valide conclusie met grote maatschappelijke impact.

Het ontwerp van een onderzoek (zie Hoofdstuk 6) moet zo efficiënt mogelijk zijn, en de onderzoeker moet daarover al in een vroeg stadium nadenken. De efficiëntie hangt ten eerste af van keuzes over hoe de onafhankelijke variabelen worden gevarieerd. Is er een aparte groep proefpersonen voor iedere conditie van de onafhankelijke variabele (condities zijn "between subjects", zoals in voorbeeld 3.2 hierboven? Bij een between-subjects ontwerp met twee groepen zijn er ca $n = (5.6/d)^2$ nodig in elke groep (Gelman and Hill, 2007) (zie §13.8). Of doen alle proefpersonen mee aan alle condities (condities zijn "within subjects")? Bij een within-subjects ontwerp met twee condities zijn er dan slechts $n = (2.8/d)^2$

proefpersonen nodig in elke conditie, en het onderzoek heeft dan dus minder directe en indirecte kosten voor veel minder proefpersonen. In het algemeen is het daarom beter om indien mogelijk, onafhankelijke variabelen te variëren binnen proefpersonen, en niet tussen proefpersonen. Toch is dat niet altijd mogelijk, ten eerste omdat individuele kenmerken nu eenmaal alleen verschillen tussen proefpersonen (denk aan: mannelijk/vrouwelijk geslacht, wel/niet meertalige jeugd, wel/niet afasie, enz.). Ten tweede moeten we terdege rekening houden met effecten van 'transfer' tussen condities, die de validiteit bedreigen (denk aan: ervaring, leren, vermoeidheid, rijping). We keren hierop terug in §5.3.

Meertaligheid en geslacht zijn kenmerken die alleen tussen personen kunnen variëren. Maar andere condities kunnen ook variëren binnen personen, bijvoorbeeld de dag waarop een cognitieve meting wordt afgenomen. Stel dat we een verschil verwachten van $D = 2$ punten tussen cognitieve metingen afgenomen op maandag of op vrijdag (met $s = 4$ en $d = 0.5$, zie voorbeeld 3.2. Als we de dag van de meting variëren tussen proefpersonen, en dus aparte groepen maken voor de maandag-kinderen en de vrijdag-kinderen, dan zijn er $n = (5.6/0.5)^2 = 126$ kinderen nodig in iedere groep, dus $N = 252$ kinderen in totaal. Als we de dag van de meting echter variëren binnen proefpersonen, en iedere proefpersoon dus observeren zowel op maandag als op vrijdag, dan zijn er in totaal slechts $N = (2.8/0.5)^2 = 32$ kinderen nodig. Met het within-subjects ontwerp hoeven we dus veel minder kinderen lastig te vallen met onze cognitieve meting. Wel moeten we terdege rekening houden met leereffecten tussen de eerste en de tweede meting, en daarvoor gepaste maatregelen treffen. We kunnen bijvoorbeeld niet meer dezelfde vragenlijsten afnemen in beide condities.

De efficiëntie van een onderzoek hangt ook af van de afhankelijke variabele, en met name van het meetniveau (Hoofdstuk **??**), de nauwkeurigheid, en de betrouwbaarheid van de observaties (Hoofdstuk 12). Hoe lager het meetniveau, des te lager ook de efficiëntie van het onderzoek. En hoe lager de nauwkeurigheid, des te lager ook de efficiëntie van het onderzoek, en des te meer proefpersonen en observaties zijn er nodig om valide conclusies te kunnen trekken.

Stel dat we een verschil willen onderzoeken tussen twee condities binnen proefpersonen, en stel dat het verschil in werkelijkheid 2 punten bedraagt (met $s_D = 4$ en $d = 0.5$, zie voorbeeld 3.2). We kijken nu echter niet naar de richting en de grootte van het verschil, maar alleen naar de *richting* van het verschil tussen de twee observaties per proefpersoon: heeft die proefpersoon een positief of een negatief verschil tussen de eerste en de tweede conditie? Deze binomiale afhankelijke variabele bevat minder informatie dan de oorspronkelijke puntenscore (nl. alleen de richting, en niet de grootte van het verschil), en het onderzoek is daardoor dus minder efficiënt. We hebben daarom in dit specifieke voorbeeld niet 34 maar tenminste 59 proefpersonen nodig.

Onderzoekers zijn dus verantwoordelijk om de kosten en baten van hun onderzoek zorgvuldig en eerlijk af te wegen en te beoordelen, en zij dienen te beschikken over voldoende methodologische bagage om een goed onderzoeksontwerp (design) te kiezen gezien het tijdsbestek, de mogelijk beschikbare proefpersonen, de meetinstrumenten, enz.

3.3 Proefpersonen en informanten

Wetenschappelijk onderzoek is mensenwerk: onderzoekers zijn ook mensen. Op het gebied van de geesteswetenschappen bestuderen die onderzoekers weer het gedrag en de geestelijke producten van (andere) mensen. Daarvoor gelden wetten, regels, richtlijnen en gedragscodes waaraan onderzoekers (en studenten!) zich dienen te houden, vanuit de eerder genoemde principes van zorgvuldigheid en verantwoordelijkheid. Het onderzoek zelf, en de verzamelde gegevens, mogen geen schade of groot verlies van privacy opleveren voor de deelnemers.

Voor geesteswetenschappelijk onderzoek zijn twee wetten relevant:

- Algemene Verordening Gegevensbescherming (AVG), zie https://autoriteitpersoonsgegevens.nl/nl/onderwerpen/avg-europese-privacywetgeving
- Wet Medisch-wetenschappelijk Onderzoek met mensen (WMO), zie http://www.wetten.nl

Het is verplicht om proefpersonen (of hun wettelijke vertegenwoordigers) te vragen om expliciete "informed consent". Dat houdt in dat de proefpersonen eerlijk geïnformeerd worden over het onderzoek, over de baten en kosten daarvan, en over hun beloning, en dat zij daarna (d.i. "informed") expliciet toestemmen in hun deelname ("consent"). Voorbeelden van informed consent (informatiebrieven en toestemmingsverklaringen) zijn te vinden op de website van de Facultaire Ethische Toetsingscommissie (FETC, hieronder nader besproken), via https://fetc-gw.wp.hum.uu.nl/.

Alle gegevens waaruit een individuele persoon te herleiden is, worden beschouwd als "persoonsgegevens", en deze persoonsgegevens mogen alleen worden verzameld en verwerkt conform de AVG. Het is raadzaam om de onderzoeksgegevens zo snel mogelijk los te koppelen van de persoonsgegevens, d.w.z. dat je de gegevens anonimiseert. De koppeling tussen persoonsgegevens en en onderzoeksgegevens (bijv. een lijst met namen van proefpersonen en hun bijbehorende anonieme persoonlijke code) is zelf weer vertrouwelijke informatie die je zorgvuldig moet bewaren en opslaan. Bewaar de persoonsgegevens niet langer dan nodig. De onderzoeksgegevens mag je alleen gebruiken voor het (wetenschappelijke) doel waarmee ze zijn verzameld. Zorg ook dat de proefpersonen niet herkenbaar zijn (gebruik anonieme codes) in verslagen en publicaties over het onderzoek.

Foto's en opnames van personen (audio, video, fysiologische gegevens, EEG) vallen onder het zgn. portretrecht. Foto's en andere identificerende opnames worden dus als portretten beschouwd. Bij publicatie kan de afgebeelde/weergegeven persoon zich beroepen op het portretrecht, en een schadevergoeding eisen voor het letsel dat hem of haar door die publicatie wordt aangedaan. Als je een herkenbare opname zou willen publiceren, dan moet je dus vooraf expliciete toestemming daarvoor vragen van de opgenomen persoon of zijn wettelijke vertegenwoordiger (zie het bovengenoemde voorbeeld van "informed consent"). Dat geldt ook als je een fragment van zo'n opname laat zien of horen tijdens een conferentie of op een website.

In de wet WMO is vastgelegd dat onderzoek met mensen eerst moet worden goedgekeurd door een speciale commissie; voor de Faculteit Geesteswetenschappen van de Universiteit Utrecht is dat de Medisch-Ethische Toetsingscommissie die valt onder het Universitair Medisch Centrum Utrecht (METC). Die commissie weegt af of de mogelijke baten van het onderzoek redelijkerwijs opwegen tegen de kosten en mogelijke schade voor de proefpersonen.

Het meeste onderzoek op het gebied van talen en communicatie bij de Universiteit Utrecht is vrijgesteld van de tijdrovende toetsing door de METC, maar moet wel verplicht worden voorgelegd aan de **Facultaire Ethische Toetsingscommissie** (FETC), en wel aan de kamer Linguïstiek daarvan. Dat geldt echter niet voor onderzoek door studenten! Op de website van de FETC is meer informatie te vinden: https://fetc-gw.wp.hum.uu.nl/. Overleg bij twijfel altijd met je begeleider of docent. Ethische toetsing is ook verplicht voor studenten en onderzoekers uit andere domeinen (literatuur, geschiedenis, media & cultuur) die van plan zijn onderzoek te verrichten met mensen.

3.4 Gegevens

De verzamelde data of gegevens vormen de onderbouwing voor de conclusies uit wetenschappelijk onderzoek. Die gegevens zijn daarmee van essentieel belang: zonder gegevens geen valide conclusies. Zoals we hierboven zagen (§3.2) zijn die gegevens bovendien zeer kostbaar (in tijd, geld, privacy, enz). We moeten er dus uiterst zorgvuldig mee omgaan. We moeten anderen kunnen overtuigen van de validiteit van onze conclusies op basis van die gegevens, en we moeten de onderliggende gegevens desgevraagd kunnen delen met andere onderzoekers.

Die zorgvuldigheid vereist dus in ieder geval dat we zo snel mogelijk voldoende reservekopieën maken, en die bewaren op verschillende veilige plaatsen. Bedenk eens wat er zou gebeuren als een brand of overstroming je werkplek of woning zou vernietigen, of als tijdens je scriptie-project je laptop wordt gestolen (waar gebeurd!). Heb je dan goede en recente kopieën van de gegevens elders opgeslagen? Voor kopieën en 'backups' kun je goed gebruik maken van een afdoende beveiligde "cloud service"[2].

[2] Medewerkers van de UU kunnen SurfDrive (https://www.surfdrive.nl) gebruiken om gegevens veilig en makkelijk te bewaren op een beveiligde netwerk-schijf.

De zorgvuldigheid vereist ook dat we goed bijhouden wat de gegevens voorstellen, en hoe ze zijn verzameld. Gegevens zonder bijbehorende beschrijving zijn nagenoeg waardeloos voor wetenschappelijk onderzoek. Charles Darwin noteerde nauwkeurig welke vogel op welk van de Galapagos-eilanden welke vorm van snavel had, en deze observaties vormden later (deel van) de onderbouwing van zijn evolutie-theorie. Houd dus een logboek bij (op papier of digitaal) waarin je alle stappen van je onderzoek beschrijft, en eventueel motiveert. Noteer ook merk en type en instellingen van de gebruikte apparatuur, en noteer versie-nummer en instellingen van de gebruikte software. Houd bij welke bewerkingen je op de gegevens hebt toegepast, en waarom, en in welk bestand welke gegevens zijn opgeslagen.

Als je werkt met geditigaliseerde data (bv in Excel of SPSS of R), houd dan ook zorgvuldig bij welke variabelen in welke kolom is opgeslagen, in welke eenheden, en met welke codes.

Voorbeeld 3.3: Het bestand http://tinyurl.com/nj4pjaq bevat gegevens van 80 sprekers van het Nederlands, ten dele ontleend aan het Corpus Gesproken Nederlands (CGN). De eerste regel bevat de namen van de variabelen. Iedere volgende regel correspondeert met één spreker. De gegevens op iedere regel zijn gescheiden door spaties. De eerste kolom bevat de anonieme identificatie-code van de spreker volgens het CGN. In de vijfde kolom staat de regio van herkomst van de spreker gecodeerd, als één letterteken, met de codes `W` Randstad, `M` Midden-Nederland, `N` Noord-Nederland, `S` Zuid-Nederland) (Quené, 2008). Door de zorgvuldige annotatie zijn deze gegevens nog goed bruikbaar, ook al zijn ze ruim 20 jaar geleden verzameld door collega-onderzoekers.

Gegevens blijven het intellectuele eigendom van degene die ze heeft verzameld. Gebruik van andermans data zonder bronvermelding kan beschouwd worden als diefstal, of als plagiaat.

Fraude met gegevens (gegevens fabriceren of verzinnen, in plaats van observeren) is uiteraard strijdig met meerdere principes uit de bovengenoemde gedragscode (VSNU, 2018). Fraude schaadt het wederzijds vertrouwen waarop wetenschap is gebaseerd. Het misleidt andere onderzoekers die voortbouwen op de fictieve resultaten, en onderzoeksgeld voor die frauduleuze onderzoekslijn wordt weggezogen uit ander, niet frauduleus onderzoek — kortom, een wetenschappelijke doodzonde. Als je wilt overleggen over vragen of dilemma's hierover, neem dan contact op met prof.dr. Christoph Baumgartner, vertrouwenspersoon wetenschappelijke integriteit van de Faculteit Geesteswetenschappen (`c.baumgartner@uu.nl`).

3.5 Teksten

Wetenschappelijk onderzoek wordt pas echt nuttig, als de resultaten ervan verspreid worden. Onderzoek dat niet wordt gerapporteerd, zou net zo goed *niet* kunnen zijn uitgevoerd, en de kosten van dat onderzoek zijn dan feitelijk tevergeefs geweest. Een belangrijk deel van het wetenschappelijk werk bestaat daarom uit verslaglegging ervan. Publicaties (en octrooien) vormen een zeer belangrijk deel van de “output” van wetenschappelijk onderzoek. Onderzoekers worden gemeten naar het aantal publicaties, en naar de “impact” daarvan (het aantal malen dat die publicaties weer geciteerd worden door anderen die erop voortbouwen). Mede gezien de grote belangen dienen we dus zorgvuldig om te gaan met teksten van anderen en van onszelf.

De onderzoekers die betrokken zijn bij een onderzoek, moeten met elkaar overleggen wie de auteurs van het verslag of van de publicatie zullen zijn, en in welke volgorde. Mede-auteurs van een wetenschappelijk verslag moeten voldoen aan drie voorwaarden (Office of Research Integrity, 2012, Ch.10). Ten eerste moeten zij een substantiële wetenschappelijke bijdrage hebben geleverd aan één of meer fasen in het onderzoek: het oorspronkelijke idee bedenken, het onderzoek opzetten en ontwerpen, de gegevens verzamelen, en de gegevens analyseren en interpreteren. Ten tweede moeten ze hebben meegewerkt aan het verslag, als schrijver en/of als commentator. Ten derde moeten ze instemmen met de definitieve tekst van het verslag (meestal impliciet, soms expliciet), en tevens instemmen met hun mede-auteurschap daarvan. De auteurs doen er goed aan om af te spreken in welke volgorde hun namen vermeld worden. Meestal correspondeert die volgorde met het afnemend belang en de afnemende omvang van de respectievelijke bijdragen van de auteurs. Als de eindverantwoordelijke hoofd-onderzoeker tevens mede-auteur is, dan wordt deze vaak als laatste genoemd.

> *Voorbeeld 3.4*: Student-assistent A heeft geholpen bij het verzamelen van de gegevens, maar deze assistent heeft geen andere bijdragen geleverd, en weet niet goed waar het onderzoek eigenlijk over gaat. A hoeft geen mede-auteur te worden van het verslag, maar de auteurs dienen de bijdrage van A wel te beschrijven en te erkennen in hun verslag.
>
> Student B heeft één van de delen van een onderzoeksproject uitgevoerd onder begeleiding van onderzoeker C. Deze begeleider C heeft het hele project bedacht, maar B heeft literatuur verzameld, een deelonderzoek opgezet en uitgevoerd, data verzameld, geanalyseerd en geïnterpreteerd, en daarvan verslag gedaan in een werkstuk. Student B en begeleider C zijn daarom beiden mede-auteurs van een

> publicatie over B's deel van het onderzoeksproject. Zij spreken af in welke volgorde de auteurs genoemd worden. Omdat student B het belangrijkste was voor dit werk, en C de eindverantwoordelijke was, spreken zij af dat B de eerste auteur wordt en C de tweede en laatste.

Onderzoekers bouwen voort op het werk van hun voorgangers (zie voorbeeld 3.1). Dat kan ook gelden voor hun redeneringen, en zelfs hun teksten, maar daarbij moeten we dan altijd correct verwijzen naar de juiste bron, d.w.z. naar het werk van die voorgangers. Anders is immers niet meer te onderscheiden wie verantwoordelijk is voor welke gedachte of tekstfragment. Plagiaat is "het overnemen van stukken, gedachten, redeneringen van anderen en deze laten doorgaan voor eigen werk" (*Van Dale*, 12e druk). Ook deze vorm van fraude is een wetenschappelijke doodzonde, waar krachtige sancties op kunnen volgen. De Faculteit Geesteswetenschappen van de UU zegt daarover het volgende:

> "Van plagiaat is sprake bij het in een scriptie of ander werkstuk gegevens of tekstgedeelten van anderen overnemen zonder bronvermelding. Onder plagiaat valt onder meer:
>
> - het knippen en plakken van tekst van digitale bronnen zoals encyclopedieën en digitale tijdschriften zonder aanhalingstekens en verwijzing;
> - het knippen en plakken van teksten van het internet zonder aanhalingstekens en verwijzing;
> - het overnemen van gedrukt materiaal zoals boeken, tijdschriften en encyclopedieën zonder aanhalingstekens en verwijzing;
> - het opnemen van een vertaling van bovengenoemde teksten zonder aanhalingstekens en verwijzing;
> - het parafraseren van bovengenoemde teksten zonder (deugdelijke) verwijzing: parafrasen moeten als zodanig gemarkeerd zijn (door de tekst uitdrukkelijk te verbinden met de oorspronkelijke auteur in tekst of noot), zodat niet de indruk wordt gewekt dat het gaat om eigen gedachtegoed van de student;
> - het overnemen van beeld-, geluids- of testmateriaal van anderen zonder verwijzing en zodoende laten doorgaan voor eigen werk;
> - het zonder bronvermelding opnieuw inleveren van eerder door de student gemaakt eigen werk en dit laten doorgaan voor in het kader van de cursus vervaardigd oorspronkelijk werk, tenzij dit in de cursus of door de docent uitdrukkelijk is toegestaan;

- het overnemen van werk van andere studenten en dit laten doorgaan voor eigen werk. Indien dit gebeurt met toestemming van de andere student is de laatste medeplichtig aan plagiaat;
- ook wanneer in een gezamenlijk werkstuk door een van de auteurs plagiaat wordt gepleegd, zijn de andere auteurs medeplichtig aan plagiaat, indien zij hadden kunnen of moeten weten dat de ander plagiaat pleegde;
- het indienen van werkstukken die verworven zijn van een commerciële instelling (zoals een internetsite met uittreksels of papers) of die tegen betaling door iemand anders zijn geschreven."

http://students.uu.nl/praktische-zaken/regelingen-en-procedures/fraude-en-plagiaat

Bij plagiaat van eigen werk worden de teksten of gedachten niet overgenomen van anderen maar van één van de auteurs. Over dit zelf-plagiaat wordt verschillend gedacht; het is echter raadzaam om in voorkomende gevallen wel de bron te vermelden, vanuit de principes van zorgvuldigheid, betrouwbaarheid, controleerbaarheid, en verantwoordelijkheid.

Een verwijzing of citatie of referentie is een verkorte bronvermelding in de tekst; in dit boek ben je er al vele tegengekomen. Aan het einde van de tekst volgt dan de volledige lijst van bronnen, meestal aangeduid als bronvermeldingen, geraadpleegde bronnen, referenties, literatuur, of bibliografie ("boekbeschrijving"). Een foutieve bronvermelding kan worden beschouwd als plagiaat (Universiteitsbibliotheek, Vrije Universiteit Amsterdam, 2015) omdat de lezer niet verwezen wordt naar de juiste bron. Onderzoekers dienen hun bronnen daarom op correcte wijze te vermelden. Daarvoor bestaan verschillende conventies, afhankelijk van het vakgebied. Meestal zal een docent aangeven volgens welke stijl of conventie je je bronnen moet vermelden. In dit boek volgen we zoveel mogelijk de stijl van de (American Psychological Association, 2010), die gebruikelijk is in de sociale wetenschappen en een deel van de geesteswetenschappen.

De regels voor bronvermelding zijn soms ingewikkeld. Bovendien moeten de auteurs zorgen dat de citaties in de tekst overeenkomen met de lijst van referenties. Deze taken kunnen beter worden bijgehouden door een zgn."reference manager", een programma dat referenties of bronvermeldingen verzamelt en op de juiste wijze invoegt in de tekst. Een overzicht van zulke programma's is te vinden via https://en.wikipedia.org/wiki/Comparison_of_reference_management_software. Voor dit tekstboek is gebruik gemaakt van Zotero, gecombineerd met BibTeX.

Chapter 4

Meetniveau

4.1 Inleiding

In Hoofdstuk 2 maakten we al kennis met variabelen: eigenschappen die verschillende waarden kunnen aannemen. De waarde van een variabele is dus een aanduiding van een eigenschap, of kwaliteit, of hoedanigheid, van een object of persoon. Als het gaat om een afhankelijke variabele, dan wordt die waarde ook aangeduid als *score* of *responsie*, vaak aangeduid met symbool Y. De wijze waarop een kenmerk wordt uitgedrukt in een (gemeten) waarde, noemen we het *meetniveau* van de variabele; het meetniveau is dus een eigenschap of kenmerk van de variabele zelf! We onderscheiden vier meetniveau's, in toenemende niveau's van informativiteit: nominaal, ordinaal, interval, ratio. Bij de eerste twee meetniveau's worden alleen discrete categorieën onderscheiden, zonder of met ordening. Bij de laatste twee meetniveau's worden getalswaarden gebruikt, zonder of met nulpunt. We zullen de meetniveau's hieronder nader bespreken. Inzicht in het meetniveau van een variabele is van belang voor de interpretatie van de scores op een variabele en — zoals we later zullen zien — voor de keuze van de juiste statistische toets om een onderzoeksvraag te beantwoorden.

4.2 Nominaal

We spreken van een nominale variabele (of nominaal meetniveau) als een kenmerk gecategoriseerd wordt in afzonderlijke (discrete) categorieën, waarbij er *niet* een ordening is tussen de categorieën. Bekende voorbeelden zijn o.a. de nationaliteit van een proefpersoon, het merk van een auto, de kleur van iemands ogen, de smaak van een bak schepijs, je woonsituatie (bij gezin van herkomst, op kamers, zelfstandig, samenwonend, anders), enz. De scores kunnen alleen gebruikt worden om de categorieën te onderscheiden (de uitspraak "vanille is anders dan aardbei" is wel zinnig). We kunnen wel tellen hoe vaak iedere categorie voorkomt, maar er is geen interpreteerbare rangorde (de uitspraak "vanille is groter dan aardbei" is onzinnig), en we kunnen ook niet rekenen met de gemeten waarden van een nominale variabele. We kunnen dus wel de meest voorkomende nationaliteit vaststellen, maar we kunnen niet de gemiddelde nationaliteit uitrekenen.

4.3 Ordinaal

Er is sprake van een ordinale variabele (of van een ordinaal meetniveau) als een kenmerk gecategoriseerd wordt in afzonderlijke categorieën, waarbij er *wel* een rangorde is tussen de categorieën. Bij een ordinale variabele weten we echter niets over de afstand tussen de verschillende categorieën. Bekende voorbeelden zijn o.a. schooltype (VMBO, HAVO, VWO, ...), antwoord op een schaalvraag (*mee eens, neutraal, niet mee eens*), positie op een ranglijst, volgorde van afvallen bij een talentenjacht, kledingmaat (XS, S, M, L, XL, ...), of militaire rang (soldaat, majoor, generaal, ...). Ook hier kunnen we wel tellen hoe vaak iedere categorie voorkomt, en we kunnen ook de rangorde zinnig interpreteren (wie als laatste afvalt presteert beter dan wie als eerste afvalt, maat L is groter dan M, een generaal is de baas van een majoor). We kunnen echter niet rekenen met de gemeten waarden van een ordinale variabele. We kunnen wel de meest verkochte kledingmaat vaststellen, maar we kunnen niet de gemiddelde verkochte kledingmaat uitrekenen[1].

4.4 Interval

Er is sprake van een interval-variabele (of van een interval-meetniveau) als een kenmerk uitgedrukt wordt in een getal op een continue schaal, waarbij deze schaal *niet* een nulpunt heeft. Door de schaal weten we bij een interval-variabele ook wat de afstanden of intervallen zijn tussen de verschillende waarden. Bekende voorbeelden zijn o.a. temperatuur in graden Celcius (het nulpunt is arbitrair), of jaartal (idem). We kunnen tellen hoe vaak iedere categorie voorkomt, we kunnen de rangorde zinnig interpreteren (het jaar 1999 in onze gregoriaanse kalender ging vooraf aan het jaar 2000), en we kunnen ook de intervallen zinnig interpreteren (van 1918 tot 1939 is net zo lang als van 1989 tot 2010). We kunnen wel rekenen met de waarden van een interval-variabele, maar de enige zinnige bewerkingen zijn optellen en aftrekken. Daarmee kunnen we wel een gemiddelde berekenen, bijv. het gemiddelde jaar waarin de personen in een steekproef hun eerste mobiele telefoon begonnen te gebruiken.

[1] Als de helft van de respondenten *mee eens* antwoordt, en de andere helft *niet mee eens*, dan kunnen we niet zinnig concluderen dat de responsies gemiddeld *neutraal* zouden zijn.

4.5 Ratio

Het vierde en hoogste meetniveau is het ratio-niveau. Er is sprake van een ratio-variabele (of van een ratio-meetniveau) als een kenmerk uitgedrukt wordt in een getal op een continue schaal, waarbij deze schaal *wel* een nulpunt heeft. Door de schaal weten we bij een ratio-variabele wat de afstanden of intervallen zijn tussen de verschillende waarden. Bovendien weten we door het nulpunt wat de verhoudingen of ratio's zijn tussen de verschillende waarden. Bekende voorbeelden zijn o.a. temperatuur in graden Kelvin (vanaf het absolute nulpunt), de responsietijd[2] in duizendsten van een seconde (ms), je lengte in cm, je leeftijd in jaren, het aantal gemaakte fouten in een toets, enz. Bij een ratio-variabele kunnen we tellen hoe vaak iedere categorie voorkomt, we kunnen de rangorde zinnig interpreteren (iemand van 180 cm is langer dan iemand van 179 cm), we kunnen intervallen zinnig interpreteren (de toename in leeftijd van 12 naar 18 is tweemaal zo groot als de toename van 9 naar 12), en we kunnen ook verhoudingen tussen de waarden zelf zinnig interpreteren (een leeftijd van 24 is *tweemaal* zo oud als een leeftijd van 12). We kunnen rekenen met de waarden van een interval-variabele, en daarbij kunnen we niet alleen optellen en aftrekken maar ook delen en vermenigvuldigen. Ook hier is het mogelijk om een gemiddelde te berekenen, bijv. de gemiddelde leeftijd waarop de personen in een steekproef hun eerste mobiele telefoon begonnen te gebruiken.

4.6 Ordening van meetniveaus

De meetniveaus zijn hierboven besproken in toenemende informativiteit of sterkte. Een nominale variabele bevat het minste informatie en geldt als het laagste meetniveau, en een ratio-variabele bevat het meeste informatie en geldt als het hoogste meetniveau.

Het is altijd mogelijk om gegevens gemeten op een hoger meetniveau te interpreteren alsof ze op een lager niveau zijn gemeten. Als we bijvoorbeeld het maandinkomen van de personen in een steekproef hebben gemeten op ratio-niveau (in €), dan kunnen we daar probleemloos een ordinale variabele van maken (*minder dan modaal, van modaal tot tweemaal modaal, meer dan tweemaal modaal*). We gooien daarbij informatie weg: de oorspronkelijke meting in € bevat meer informatie dan de daaruit afgeleide classificatie in drie geordende categorieën.

Natuurlijk is het omgekeerde niet mogelijk: een variabele van een laag meetniveau kunnen we niet interpreteren op een hoger niveau. We zouden dan informatie achteraf moeten toevoegen die we niet hebben verzameld bij de oorspronkelijke meting van die variabele. Het is dus zaak om de relevante variabelen te meten of te observeren op het juiste meetniveau. Stel je voor dat we de

[2] Het nulpunt is het moment van de gebeurtenis waarop de proefpersoon moet reageren.

lichaamslengte van volwassen mannen en vrouwen willen vergelijken. Als we de lichaamslengte meten op ordinaal meetniveau (met drie categorieën *kort*, *middelmatig* en *lang* gelijkelijk gedefinieerd voor alle personen), dan kunnen we dus niet de gemiddelde lichaamslengte uitrekenen, en we kunnen ook niet een statistische toets gebruiken die refereert aan het gemiddelde van de lichaamslengte. Dat hoeft geen probleem te zijn, maar het is wel goed om vooraf te doordenken wat de consequenties zijn van de keuze voor een bepaald meetniveau.

Chapter 5

Validiteit

5.1 Inleiding

Experimenteel onderzoek heeft tot doel om hypotheses te toetsen. Ook in ander, niet-experimenteel onderzoek kunnen hypotheses worden getoetst, maar we beperken ons hier voor de helderheid tot experimenteel onderzoek, d.w.z. onderzoek waarin het experiment als methode wordt gebruikt. In experimenteel onderzoek wordt getracht causale verbanden aannemelijk te maken. Als de resultaten van een experimenteel onderzoek de onderzoekshypothese bevestigen (d.w.z. de nulhypothese wordt verworpen), dan is het aannemelijk dat een verandering in de onafhankelijke variabele de oorzaak (Latijn: *causa*) is voor een verandering of *effect* in de afhankelijke variabele. Zo kunnen we na experimenteel onderzoek met enige zekerheid concluderen, bijvoorbeeld, dat een verschil in behandeling na een herseninfarct de oorzaak is, of een belangrijke oorzaak is, van een verschil in taalvaardigheid van een patiënt zoals geobserveerd 6 maanden na een herseninfarct. Het experiment heeft aannemelijk gemaakt dat er een causaal of oorzakelijk verband is tussen de behandelingsmethode (onafhankelijke variabele) en de resulterende taalvaardigheid (afhankelijke variabele).

5.2 Causaliteit

Een causaal of oorzakelijk verband tussen twee variabelen is iets anders dan een ‘gewoon’ verband of samenhang tussen twee variabelen. Als twee verschijnselen met elkaar samenhangen, hoeft het ene niet de oorzaak van het andere te zijn. Een eerste voorbeeld zien we bij de samenhang tussen de lengte van personen en hun gewicht: lange mensen zijn over het algemeen zwaarder dan korte mensen (en omgekeerd: korte mensen zijn over het algemeen lichter dan lange mensen). Is er nu sprake van een causale relatie tussen lengte en gewicht? Wordt het ene kenmerk (deels) veroorzaakt door het andere? Nee, in dit voorbeeld is er wel samenhang maar geen causaal verband tussen de kenmerken: zowel lengte als gewicht worden "veroorzaakt" door andere variabelen, o.a. genetische eigenschappen en voedingspatronen. Een tweede voorbeeld is de samenhang tussen motivatie en taalvaardigheid van iemand die een vreemde taal leert: hoog gemotiveerde studenten leren een nieuwe vreemde taal beter en vlotter dan laag gemotiveerde studenten, maar ook hier is niet duidelijk wat de oorzaak en wat het gevolg is.

Een causaal verband is een speciale vorm van samenhang. Een causaal verband is een verband tussen twee twee verschijnselen of kenmerken, waarbij bovendien voldaan moet zijn aan een aantal extra voorwaarden (Shadish et al., 2002). Ten eerste moet de oorzaak aan het gevolg vooraf gaan (na behandeling treedt verbetering op). Ten tweede moet het gevolg niet optreden als de oorzaak niet aanwezig was (zonder behandeling geen verbetering). Bovendien moet het gevolg — althans in theorie — altijd optreden als de oorzaak aanwezig is (behandeling resulteert altijd in verbetering). Ten derde kunnen we geen andere plausibele verklaring vinden voor het optreden van het gevolg, behalve de mogelijke oorzaak. Als we het causale mechanisme kennen (we snappen waarom behandeling de oorzaak is van verbetering), dan zijn we beter in staat om mogelijke andere plausibele verklaringen uit te sluiten. Helaas is dat bij de gedragswetenschappen, inclusief de taalwetenschap, echter zelden het geval. We constateren wel dat een behandeling resulteert in verbetering, maar de theorie die oorzaak (behandeling) en gevolg (verbetering) verbindt is zelden compleet en vertoont belangrijke lacunes. Dat betekent dat we goede voorzorgen moeten treffen in onze onderzoeksmethoden, teneinde mogelijke alternatieve plausibele verklaringen voor de gevonden effecten uit te sluiten.

5.3 Validiteit

Een bewering of conclusie is *valide* als de bewering *waar* (true) en *gerechtvaardigd* (justified) is. Een ware uitspraak correspondeert met de werkelijkheid: de bewering *ieder kind leert ten minste een taal* is waar, omdat de bewering de werkelijkheid goed weergeeft. Een gerechtvaardigde bewering ontleent geldigheid aan de empirische evidentie waarop die bewering is gebaseerd: ieder kind dat wij hebben geobserveerd, of dat anderen hebben geobserveerd, leert een taal of heeft een taal geleerd (behalve bijzondere gevallen voor wie een aparte verklaring nodig is). De rechtvaardiging van een bewering is sterker naarmate de methode van (directe of indirecte) observatie sterker is en meer zekerheid biedt. Dit houdt ook in dat de validiteit van een bewering niet een categoriale eigenschap is (wel/niet valide) maar een gradueel kenmerk: een bewering kan meer of minder valide zijn.

Aan de validiteit van een bewering kunnen drie verschillende aspecten worden onderscheiden.

1. In hoeverre zijn de conclusies over de relaties tussen de afhankelijke en de onafhankelijke variabele geldig? Deze vraag heeft betrekking op de *interne validiteit*.

2. In hoeverre zijn de uitwerkingen, operationaliseringen, van de afhankelijke en onafhankelijke variabele adequaat? Deze vraag heeft betrekking op de *constructvaliditeit*.

3. In hoeverre kunnen de conclusies gegeneraliseerd worden naar andere proefpersonen, stimuli, condities, situaties, observaties? Deze vraag heeft betrekking op de *externe validiteit*.

Deze drie vormen van validiteit zullen wij in de navolgende paragrafen toelichten.

5.4 Interne validiteit

Het is vanzelfsprekend de bedoeling om in een experimenteel onderzoek zoveel mogelijk alternatieve verklaringen voor de onderzoeksresultaten uit te sluiten. Er moet immers aangetoond worden dat er een causaal verband is tussen twee variabelen X en Y, en daarbij moeten storende factoren zoveel mogelijk onder controle gehouden worden. Laten we eens kijken naar voorbeeld 5.1 hieronder.

Voorbeeld 5.1: (Verhoeven et al., 2004) onderzochten o.a. de hypothese dat ouderen (boven de 45 jaar) langzamer spreken dan jongeren (onder de 40 jaar). Om dat te onderzoeken werd spraak opgenomen van 160 sprekers, gelijk verdeeld over de twee leeftijdsgroepen, in een interview van ongeveer 15 minuten. Na fonetische analyse van de articulatiesnelheid blijkt dat de "jongeren" relatief snel spreken met 4.78 lettergrepen per seconde, en de "ouderen" aanzienlijk langzamer, met 4.52 lettergrepen per seconde (Verhoeven et al., 2004, p.302). We concluderen dat de hogere leeftijd de *oorzaak* is van het lagere spreektempo bij de oudere sprekers — maar is die conclusie terecht?

Deze vraag naar de rechtvaardiging van de conclusie is een vraag naar de interne validiteit van het onderzoek. De interne validiteit heeft betrekking op de relaties tussen gemeten of gemanipuleerde variabelen, en is onafhankelijk van de (theoretische) constructen die de verschillende variabelen representeren (vandaar de term 'interne validiteit'). Of, anders gezegd: de vraag naar de interne validiteit is een vraag naar mogelijke alternatieve verklaringen voor de gevonden onderzoeksresultaten. Veel van de mogelijke alternatieve verklaringen kunnen worden ondervangen door de manier waarop de gegevens worden verzameld. We bespreken hieronder de meest in het oog lopende bedreigingen van de interne validiteit (Shadish et al., 2002).

1. **Geschiedenis** is een bedreiging van de interne validiteit. Het begrip 'geschiedenis' omvat o.a. gebeurtenissen die hebben plaatsgevonden tussen of tijdens een voormeting en een nameting; het gaat dan om gebeurtenissen die geen deel uitmaken van de experimentele manipulatie (de onafhankelijke variabele), maar die wel van invloed zouden kunnen zijn op de afhankelijke variabele. Een hittegolf, bijvoorbeeld, kan van invloed zijn op het gedrag van de proefpersonen tijdens een onderzoek.

In een laboratorium wordt de 'geschiedenis' onder controle gehouden door de proefpersonen af te sluiten van invloeden van buitenaf (zoals een hittegolf), of door afhankelijke variabelen te kiezen die nauwelijks beïnvloed kunnen worden door externe factoren. In onderzoek buiten het laboratorium, waaronder veldonderzoek, is het veel lastiger en vaak zelfs onmogelijk om invloeden van buitenaf onder controle te houden. In het volgende voorbeeld wordt dit duidelijk.

Voorbeeld 5.2: In een onderzoek worden twee methoden vergeleken om leerlingen een vreemde taal te leren spreken, i.c. Nieuw-Grieks. De eerste groep moet Griekse woordjes en grammatica leren in een klaslokaal, gedurende enkele weken. De tweede groep gaat in diezelfde periode op een studiereis naar Griekenland, waar leerlingen moeten converseren in de doeltaal. De totale tijd besteed aan het taalvaardigheidsonderwijs is voor beide groepen gelijk. Na afloop blijkt de taalvaardigheid van de tweede groep groter dan die van de eerste groep. Wordt dat verschil in de afhankelijke variabele inderdaad veroorzaakt door de lesmethode (onafhankelijke variabele)?

---

2. **Rijping** is de natuurlijke veroudering of rijping van proefpersonen tijdens een onderzoek. Als de proefpersonen gedurende een onderzoek ouder worden, zich ontwikkelen, meer ervaren of sterker worden, èn als deze rijping niet is opgenomen in de onderzoeksvraag, dan vormt rijping een bedreiging van de interne validiteit. In experimenten waarin reactietijden worden gemeten, bijvoorbeeld, zien we meestal dat de reactietijden

van een proefpersoon sneller worden gedurende het experiment, als gevolg van training en oefening. We kunnen de interne validiteit dan beschermen tegen dit leer-effect, door de stimuli voor iedere proefpersoon in een andere willekeurige volgorde aan te bieden.

Meestal is er sprake van rijping doordat de proefpersonen vele malen achtereen dezelfde taak uitvoeren of dezelfde vragen beantwoorden. Rijping kan echter ook optreden wanneer proefpersonen hun antwoorden kenbaar moeten maken op een juist niet gebruikelijke manier, bv. door een ongewone vraagstelling, of in een ongebruikelijke vorm van meerkeuze-vragen. Bij de eerste paar keer dat een proefpersoon dan vragen beantwoordt, kan de wijze van beantwoorden interfereren met het antwoord zelf. Achteraf kunnen we een vergelijking maken tussen bv. het eerste kwart en het laatste kwart van de antwoorden, om zo te bekijken of er een mogelijk effect was van ervaring, d.w.z. van rijping.

3. Ook de **instrumentatie** of instrumenten die voor een onderzoek gebruikt worden, kunnen een bedreiging vormen voor de interne validiteit. Verschillende instrumenten die worden geacht hetzelfde construct te meten, moeten ook gelijke metingen produceren. En hetzelfde instrument moet ook gelijke metingen produceren onder verschillende omstandigheden. Voor computer-gestuurde experimenten is dat meestal geen probleem. Maar bij vragenlijsten, of bij de beoordeling van schrijfopdrachten, kan de interne validiteit wel worden bedreigd.

Bij veel onderzoek worden observaties gedaan zowel voorafgaand aan een behandeling, als na afloop daarvan. Daarbij kan dezelfde toets gebruikt worden, maar dan kan er een leer-effect optreden (zie hierboven). Onderzoekers gebruiken daarom vaak verschillende toetsen bij de voormeting en de nameting, maar daarbij kan er wel een instrumentatie-effect optreden. De onderzoeker moet de mogelijke voor- en nadelen tegen elkaar afwegen.

Voorbeeld 5.3: (Rijlaarsdam, 1986) onderzocht het effect van 'peer evaluation' op de kwaliteit van schrijfproducten. De opzet van zijn onderzoek was (enigszins vereenvoudigd) als volgt: eerst schrijven de leerlingen een opstel over onderwerp A, dan volgt het schrijfonderwijs inclusief 'peer evaluation', waarna nogmaals een opstel geschreven wordt over onderwerp B. De schrijfproducten van voormeting en nameting worden beoordeeld, waarna getoetst wordt of de gemiddelde prestaties verschillen tussen voormeting en nameting.

In dit onderzoek vormt niet alleen de interventie (schrijfonderwijs) een duidelijk verschil tussen de voormeting en de nameting, maar ook het onderwerp van de schrijfopdracht (A of B) vormt een verschil. Het is twijfelachtig of met beide schrijfopdrachten wel precies hetzelfde wordt gemeten. Dit verschil in instrumentatie bedreigt de interne validiteit, omdat er op verschillende momenten misschien een (deels) verschillend aspect van de schrijfvaardigheid is gemeten. De instrumentatie (hier: het verschil in onderwerpen van de schrijfopdrachten) geeft een plausibele alternatieve verklaring voor een verschil in schrijfvaardigheid, naast of in plaats van de onafhankelijke variabele (hier: het tussentijdse schrijfonderwijs).

---

4. Een volgende bedreiging van de interne validiteit staat bekend als het effect van **regressie naar het gemiddelde**. Regressie naar het gemiddelde kan een rol spelen zodra het onderzoek gericht is op speciale groepen, bijvoorbeeld slechte lezers, slechte schrijvers, maar evenzo: goede lezers, goede schrijvers, etc. We geven eerst een voorbeeld, omdat het verschijnsel niet direct intuïtief duidelijk is.

Voorbeeld 5.4: Er is enige controverse over het gebruik van illustraties in kinderboeken. Sommigen menen dat in boeken waarmee kinderen leren lezen geen (of zo min mogelijk) illustraties mogen voorkomen: illustraties leiden de aandacht af van te leren kenmerken van woorden. Anderen menen dat in illustraties wezenlijke informatie weergegeven kan worden: illustraties dienen als extra informatiebron.

(Donald, 1983) onderzocht de invloed van illustraties bij een tekst op het begrip van die tekst. De onderzoeker selecteerde 120 leerlingen (uit 1868 leerlingen) uit de derde en zesde groep van het basisonderwijs; 60 uit elk van beide groepen. Volgens de prestaties op een eerder afgenomen leestoets bleken van de 60 leerlingen per klas er 30 als slechte en 30 als goede lezers geclassificeerd te kunnen worden. Elke leerling kreeg dezelfde tekst te zien, aangeboden met of zonder illustraties (onafhankelijke variabele), zie Tabel 5.1.

De resultaten bleken goeddeels de tweede hypothese te ondersteunen: illustraties bevorderen het begrip van de tekst, ook bij onervaren lezers. De slechtere lezers begrepen de tekst met illustraties beter, en ook jongere lezers ondervonden voordeel van de illustraties.

Table 5.1: Aanbiedingscondities in het onderzoek van Donald (1983).

groep	leesvaardigheid	conditie	n
3	slecht	zonder	15
3	slecht	met	15
3	goed	zonder	15
3	goed	met	15
6	slecht	zonder	15
6	slecht	met	15
6	goed	zonder	15
6	goed	met	15

Wat is er nu mis met dit onderzoek? Het antwoord is gelegen in de manier waarop leerlingen zijn geselecteerd. Lezers werden ingedeeld als 'slecht' of 'goed' op basis van een leesvaardigheidstoets, maar hun prestaties op die toets worden altijd beïnvloed door toevallige factoren, die niets met leesvaardigheid te maken hebben: Tom voelde zich niet lekker, daarom heeft hij deze toets slecht gemaakt, Sarah was met haar gedachten elders, Niels had last van zijn knie, Julie was enorm gemotiveerd en heeft zichzelf overtroffen. Met andere woorden: de leesvaardigheid is niet geheel betrouwbaar gemeten. Dit betekent (1) dat de slechte lezers die toevallig boven hun niveau gepresteerd hebben, ten onrechte niet bij de slechte lezers ingedeeld werden, maar deel uitmaakten van de groep goede lezers; en omgekeerd (2) dat goede lezers die bij deze toets toevallig onder hun niveau gepresteerd hebben, ten onrechte als slechte lezers bestempeld werden. Onder de slechte lezers zitten dus altijd ook een paar lezers die helemaal zo slecht nog niet zijn, en onder de goede lezers zitten ook een paar lezers die eigenlijk niet zo goed zijn.

Wanneer de eigenlijk-goede lezers, die ten onrechte geclassificeerd zijn als niet-goede lezers, een tweede leestoets maken (nadat zij een tekst met of zonder illustraties bestudeerd hebben), dan zullen zij meestal weer op hun gewone hoge niveau presteren. Een hogere score op de tweede toets (de nameting) kan dus een artefact zijn van de selectiemethode. Hetzelfde geldt, mutatis mutandis, voor de eigenlijk-slechte lezers die ten onrechte geselecteerd zijn als niet-slechte lezers. Wanneer deze leerlingen een tweede leestoets maken, dan zullen ook zij meestal weer op hun gewone (lage) niveau presteren. De score op de nameting ligt voor hen dus lager dan de score op de voormeting.

Voor het aangehaalde onderzoek van betekent dit dat het geconstateerde verschil tussen slechte en goede lezers deels toevallig is. Ook als de onafhankelijke variabele geen effect heeft, zal de groep 'goede' lezers bij de tweede leestoets gemiddeld slechter presteren, en zal de groep 'slechte' lezers bij de tweede leestoets gemiddeld beter presteren. Met andere woorden: het verschil tussen de twee groepen is bij de nameting minder groot dan bij de voormeting, als gevolg van toevallige variatie: regressie naar het gemiddelde. Het zal duidelijk zijn dat onderzoeksresultaten getroebleerd kunnen worden door dit verschijnsel. Zoals we hierboven zagen kan een experimenteel effect afgezwakt worden of verdwijnen als gevolg van regressie naar het gemiddelde; omgekeerd kan regressie naar het gemiddelde ten onrechte aangezien worden als een experimenteel effect (Retraction Watch, 2018).

In het algemeen kan regressie naar het gemiddelde optreden als er een classificatie gemaakt wordt op basis van een voormeting, waarvan de scores samenhang vertonen met de scores van de nameting (zie Hoofdstuk 11). Als er geen enkele correlatie is tussen voormeting en nameting, dan speelt regressie naar het gemiddelde zelfs de hoofdrol: een verschil tussen voormeting en nameting is dan alleen het gevolg van regressie naar het gemiddelde. Als er perfecte correlatie is, dan speelt regressie naar het gemiddelde geen enkele rol, maar dan is ook de voormeting niet informatief, want immers geheel (achteraf) te voorspellen uit de nameting.

Regressie naar het gemiddelde kan een alternatieve verklaring bieden voor de vermeende grote toename van scores tussen voormeting en nameting voor een lage prestatiegroep (bv. slechte lezers), ten opzichte van een kleinere toename voor een hoge prestatiegroep (bv. goede lezers). Omgekeerd kan het ook een alternatieve verklaring bieden voor de vermeende afname van scores tussen voormeting en nameting voor een hoge prestatiegroep (bv. goede lezers), ten opzichte van een lage prestatiegroep (bv. slechte lezers).

Het is beter om de groepen *niet* samen te stellen op basis van een van de uitkomsten van een van de metingen (voormeting of nameting), maar op basis van een ander, onafhankelijk criterium. De proefpersonen van beide groepen zullen dan zullen bij de voormeting ongeveer gemiddeld scoren, en het effect van regressie naar het gemiddelde is dan klein. In alle groepen zullen dan ongeveer evenveel proefpersonen zitten met een door het toeval iets te hoge als met een iets te lage uitgevallen score, zowel bij de voormeting als bij de nameting.

5. Een vijfde bedreiging van de interne validiteit is **selectie**. Hiermee doelen we (voornamelijk) op een zodanige verdeling van proefpersonen over verschillende condities dat deze bij aanvang van het onderzoek niet gelijkwaardig zijn. Wanneer bijvoorbeeld in de experimentele conditie alle slimme proefpersonen zitten, terwijl in de controleconditie alleen de domme leerlingen terecht gekomen zijn, dan kan een effect niet zonder meer aan de manipulatie van de onafhankelijke variabele toegeschreven worden. Het verschil in aanvangsniveau (hier: in intelligentie) levert dan een plausibele alternatieve verklaring die de interne validiteit bedreigt.

Voorbeeld 5.5: Voor een eerlijke vergelijking tussen scholen van hetzelfde schooltype (VMBO, HAVO, VWO, etc) moeten we rekening houden met verschillen tussen scholen in hun ingangsniveau van de leerlingen. Stel dat school A leerlingen heeft met ingangsnivo 50, en eindexamennivo 100 (op een willekeurige schaal). School B heeft leerlingen met ingangsnivo 30, en eindexamennivo 90 (op dezelfde schaal). Is school B slechter dan A (want lager eindnivo), of is school B beter dan A (want kleiner verschil in eindnivo)?

In veel onderwijskundig onderzoek is het onmogelijk om leerlingen van verschillende klassen op basis van het toeval aan condities toe te wijzen — dit wordt wel aselecte toewijzing genoemd. Dit kan namelijk onoverkomelijke organisatorische problemen met zich meebrengen. Deze organisatorische problemen omvatten meer dan alleen het (aselect) splitsen van de klas, hoewel dit vaak al lastig te realiseren is. Ook moet de onderzoeker rekenschap afleggen van mogelijke overdrachtseffecten tussen de condities: de leerlingen praten met elkaar, leren elkaar misschien zelfs wel de essentialia van de experimentele conditie(s). Het uitblijven van een effect zou dan op tenminste één alternatieve manier verklaard kunnen worden. Vanwege de geschetste problematiek worden vaak complete schoolklassen toegewezen aan een van de condities. Maar klassen bestaan uit een aantal leerlingen van dezelfde school. Bij de keuze van leerlingen, en hun ouders, voor een school treedt zelf-selectie op (in het Nederlandse onderwijssysteem), waardoor er verschillen zijn in uitgangspositie tussen condities (d.w.z. tussen klassen binnen condities). Eventuele gevonden verschillen tussen condities zouden dus ook door zelfselectie van leerlingen naar scholen veroorzaakt kunnen zijn.

Hierboven is al de meest eenvoudige manier aangegeven om verschillende condities een gelijk aanvangsniveau te geven: wijs de leerlingen aselect, volgens toeval, ‘at random’, toe aan de condities. Deze methode staat bekend als *randomisatie* (Shadish et al., 2002, p.294 ff). We kunnen bijvoorbeeld randomiseren door leerlingen een willekeurig (random) nummer te geven (zie Appendix A) en daarna de ‘even leerlingen’ aan de ene conditie en de ‘oneven leerlingen’ aan de andere conditie toe te wijzen. Bij aselecte toewijzing van proefpersonen aan condities berusten alle verschillen tussen de proefpersonen in de verschillende condities op toeval, en worden die verschillen dus uitgemiddeld. Naar alle waarschijnlijkheid zijn er dan geen systematische verschillen tussen de onderscheiden groepen of condities. Dit geldt echter alleen indien de groepen groot genoeg zijn.

Randomisatie, de aselecte toewijzing van proefpersonen aan condities, moet onderscheiden worden van de aselecte steekproeftrekking uit een populatie (zie §7.3). Bij aselecte steekproeftrekking gaat het om de willekeurige selectie van proefpersonen uit de populatie van mogelijke proefpersonen naar de steekproef; we streven er dan naar dat de steekproef of steekproeven lijken op de populatie waaruit die getrokken is/zijn. Bij randomisatie gaat het om de willekeurige toewijzing van de proefpersonen uit de steekproef aan de verschillende condities van het onderzoek; we streven er dan naar dat de steekproeven lijken op elkaar.

Een tweede methode om twee gelijke groepen te creëren is *matching*. Bij matching worden proefpersonen eerst gemeten op een aantal relevante variabelen. Daarna worden koppels gevormd die een gelijke score op deze variabelen hebben. Van deze koppels wordt er één aan de ene conditie en één aan de andere conditie toegewezen. Matching heeft echter verschillende bezwaren. Ten eerste kan regressie naar het gemiddelde een rol gaan spelen. Ten tweede is matching, wanneer de proefpersonen op meerdere variabelen gematcht moeten worden, zeer bewerkelijk, en is een grote groep potentiële proefpersonen vereist. Ten derde wordt bij matching alleen rekening gehouden met variabelen die de onderzoeker relevant acht, en niet met andere onbekende variabelen. Bij randomisatie wordt niet alleen gerandomiseerd naar die relevante variabelen, maar ook naar andere eigenschappen die mogelijk een rol zouden kunnen spelen zonder dat de onderzoeker zich dat realiseert. Kortom, de relatief eenvoudige randomisatie is verre te prefereren boven matching.

6. **Uitval** van respondenten is de laatste bedreiging van interne validiteit. In sommige gevallen begint een onderzoeker met veel proefpersonen. Gedurende het onderzoek vallen echter proefpersonen uit. Zolang het percentage uitvallers beperkt blijft, is er geen probleem. Maar er ontstaat wel een probleem, als de uitval selectief is voor één van de onderscheiden condities. Is dat laatste wel het geval, dan kan er over die conditie niet veel meer gezegd worden. Het probleem van uitval speelt vooral een rol bij longitudinaal onderzoek. Dit is onderzoek waarbij een beperkte groep respondenten gedurende een langere periode gevolgd wordt. Men heeft daarbij echter te maken met mensen die verhuizen, of overlijden gedurende het experiment, of participanten die niet meer willen meewerken, enz. Dit kan een enorme reductie van het aantal respondenten teweeg brengen.

Hierboven hebben we een aantal veel voorkomende problemen besproken die de interne validiteit van een onderzoek kunnen bedreigen. De lijst is echter niet uitputtend! Elk type onderzoek heeft zo z'n eigen problemen, en het is de taak van de onderzoeker om alert te zijn op mogelijke bedreigingen van de interne validiteit. Probeer daartoe plausibele verklaringen te bedenken die een eventueel effect ook, of zelfs beter zouden kunnen verklaren dan de te onderzoeken oorzaak. De onderzoeker moet dus denken als zijn eigen scepticus, die geenszins overtuigd is dat de onderzochte factor werkelijk de oorzaak is van het gevonden effect. Welke mogelijke alternatieve verklaringen zijn er volgens die scepticus, en hoe zou de onderzoeker die bedreigingen voor de validiteit kunnen wegnemen door de opzet van het onderzoek? Dat vereist goed inzicht in de logische relaties tussen de onderzoeksvragen, de onderzochte variabelen, de resultaten, en de conclusie.

5.5 Constructvaliditeit

In een experimenteel onderzoek wordt een onafhankelijke variabele gemanipuleerd. Dit kan, afhankelijk van de vraagstelling, op vele manieren. Evenzo kan de wijze waarop de afhankelijke variabele(n) gemeten wordt op verschillende manieren vorm gegeven worden. De manier waarop de onafhankelijke en de afhankelijke variabelen vorm gegeven worden noemen we de *operationalisatie* van deze variabelen. De leesvaardigheid van leerlingen kan bijvoorbeeld geoperationaliseerd worden als (a) hun score op een tekstbegriptoets met open vragen; (b) hun score op een tekstbegriptoets met meerkeuzevragen; (c) hun score op een zgn. cloze-toets (ontbrekend woord invullen); of (d) als de mate waarin geschreven instructies uitgevoerd kunnen worden. Meestal zijn er heel veel manieren om een variabele te operationaliseren, en zelden volgt uit een theorie één dwingende beschrijving voor de wijze van operationalisatie van de onafhankelijke of de afhankelijke variabelen. *Constructvaliditeit*, of *begripsvaliditeit*, heeft betrekking op de mate waarin de operationalisatie van zowel de afhankelijke variabele(n) als de onafhankelijke variabele(n) een adequate afspiegeling is (zijn) van de theoretische constructen waar het onderzoek zich op richt. Met andere woorden: zijn de onafhankelijke en de afhankelijke variabelen goed gerelateerd aan de theoretische concepten waar het onderzoek op gericht is?

Voorbeeld 5.6: De *taalontwikkeling* van babies en peuters is lastig te observeren, en al helemaal als het gaat om de auditieve en perceptieve ontwikkeling van deze proefpersonen die nog niet of nauwelijks zelf spreken. Een veel gebruikte methode is het Head Turn Preference Paradigm (Johnson and Zamuner, 2010). Bij deze methode kijkt de baby eerst naar een groen knipperend licht recht voor zich. Als de aandacht van het kind zo is gevangen, dooft vervolgens het groene licht en begint een rood licht te knipperen, aan de linker of rechter zijde van de proefpersoon. Het kind draait dan zijn of haar hoofd om het knipperende licht te zien. Vervolgens wordt er een spraakgeluidsbestand afgespeeld, via een luidspreker vlak bij het knipperende licht aan de zijkant. De afhankelijke variabele is de periode waarin het kind zijwaarts blijft kijken (met minder dan 2 s onderbreking). Daarna begint een nieuwe aanbiedingscyclus. De kijktijd wordt opgevat als een indicatie voor de mate van voorkeur van het kind voor de gesproken stimulus.

De interpretatie van de verkregen kijktijden is echter lastig, omdat kinderen nu eens voorkeur hebben voor nieuwe geluidsstimuli (bv zinnen in een onbekende taal), en dan weer juist aan bekende stimuli (bv grammaticale vs ongrammaticale zinnen). Zelfs als de stimuli nauwkeurig zijn afgestemd op het ontwikkelingsniveau van de proefpersoon, is het lastig om de afhankelijke variabele (kijktijd) goed te relateren aan het bedoelde theoretische construct (voorkeur van kind).

Voorbeeld 5.7: Zoals hierboven aangegeven kan het begrip *leesvaardigheid* op allerlei manieren worden geoperationaliseerd. Volgens sommigen kan leesvaardigheid niet goed gemeten worden met behulp van meerkeuzevragen (Houtman 1986, Shohamy 1984). Bij meerkeuzevragen worden de antwoorden zeer sterk beïnvloed door andere zaken zoals algemene ontwikkeling, gokvaardigheid, ervaring met eerdere toetsen, en door de vraagstelling zelf, zoals geïllustreerd in deze vraag:

Wie van de volgende personen heeft de afgelopen jaren een autobiografie gepubliceerd?
a. Jeanne d'Arc (algemene ontwikkeling)
b. mijn buurvrouw (vraagstelling, ervaring)
c. Malala Yousafzai
d. Alexander Graham Bell (algemene ontwikkeling)**

Deze vraag is duidelijk niet construct-valide voor het meten van kennis over autobiografieën.

Uiteraard gelden bovengenoemde problemen met de constructvaliditeit niet alleen voor schriftelijke vragen of meerkeuzevragen, maar ook voor mondelinge vragen aan proefpersonen.

Voorbeeld 5.8: Als we ouders mondeling de vraag stellen *Hoe vaak leest U uw kind eigenlijk voor?* dan wekken we met die vraag al de suggestie dat voorlezen wenselijk is. De ouders zouden hun voorleesgedrag wel eens kunnen overschatten. We meten dus niet alleen het construct 'voorleesgedrag', maar ook het construct 'neiging tot sociaal wenselijke antwoorden' (zie hierna).

Een notoir lastig construct om te operationaliseren is *schrijfvaardigheid*. Wat is een goed en wat is een slecht schrijfproduct? En wat is dan eigenlijk schrijfvaardigheid? Kan schrijfvaardigheid gemeten worden door een telling van relevante inhoudselementen in een tekst, moeten er zinnen of woorden geteld worden, of misschien vooral connectieven (*dus, want, omdat, hoewel*, enz), moeten er oordelen van *lezers* verzameld worden over de geschreven tekst (t.a.v. doelgerichtheid, publiekgerichtheid, stijl), of moet er één oordeel van lezers verzameld worden over de globale kwaliteit, moeten er spelfouten geteld worden, etc? De problemen bij de operationalisatie komen voort uit een gebrek aan theorie over schrijfvaardigheid, waaruit een definitie voor de kwaliteit van schrijfproducten afgeleid zou kunnen worden (Van den Bergh and Meuffels, 1993). Kritiek op onderzoek naar schrijfvaardigheid is daarom makkelijk, maar alternatieve operationalisaties van het construct zijn moeilijk.

Een ander lastig construct is de *verstaanbaarheid* van gesproken zinnen. Verstaanbaarheid ('intelligibility') kan op diverse manieren worden geoperationaliseerd. De eerste mogelijkheid is dat de onderzoeker de woorden of zinnen uitspreekt en dat de proefpersoon die naspreekt, waarbij fouten in de reproductie geteld worden; een nadeel hierbij is dat er nauwelijks controle is over de model-uitspraak van de onderzoeker. Een tweede mogelijkheid is dat de woorden of zinnen vooraf worden opgenomen en verder dezelfde procedure wordt gevolgd; een nadeel blijft dat de responsies worden beïnvloed door kennis van de wereld, grammaticale verwachtingen, bekendheid met de spreker of zijn taalgebruik, enz. De meest betrouwbare methode is die van de zgn. 'speech reception threshold' (Plomp and Mimpen, 1979) beschreven in het volgende voorbeeld. Deze methode heeft echter als nadeel dat ze tijdrovend is, niet goed automatisch afgenomen kan worden, en dat er veel stimulusmateriaal (spraakopnamen) nodig is (zijn) voor een enkele meting.

Voorbeeld 5.19: We laten een lijst van 13 gesproken zinnen horen, gemaskeerd met ruisgeluid. De verhouding tussen spraak en ruis (speech-to-noise ratio, SNR) wordt uitgedrukt in dB. Bij 0 dB SNR zijn spraak en ruis even luid, bij +3 dB SNR is de spraak 3 dB luider dan de ruis, bij -2 dB SNR is de spraak 2 dB *zachter* dan de ruis, etc. Na iedere zin moet de luisteraar de aangeboden zin naspreken. Als dat foutloos gebeurt, dan wordt voor de volgende zin de SNR met 2 dB verlaagd (minder spraak of meer ruis); als de responsie fout was, dan wordt voor de volgende zin de SNR met 2 dB verhoogd (meer spraak of minder ruis). Na een paar zinnen is er weinig variatie meer in SNR, en schommelt de SNR rond een optimum. De gemiddelde SNR over de laatste 10 aangeboden zinnen vormt de 'speech reception threshold' (SRT). Deze SRT is ook op te vatten als de SNR waarbij de helft van de zinnen goed wordt verstaan.

Tot nog toe hebben we het gehad over problemen met betrekking tot de constructvaliditeit van de afhankelijke variabelen. Maar ook de operationalisatie van de *on*afhankelijke variabele staat vaak ter discussie. De onderzoeker heeft immers vele keuzes moeten maken tijdens de operationalisering van zijn onafhankelijke variabele (zie §2.6), en de gemaakte keuzes zijn vaak wel aanvechtbaar.

Een onderzoek is niet constructvalide, of niet begripsvalide, als de operationalisaties van de afhankelijke variabelen de toets der kritiek niet kunnen doorstaan. Een onderzoek is ook niet constructvalide, als de onafhankelijke variabele niet een valide operationalisatie is van het-theoretische-begrip-zoals-bedoeld. Als die operationalisatie niet valide is, dan wordt er dus eigenlijk iets anders gemanipuleerd dan de bedoeling was. In dat geval is de relatie tussen de afhankelijke variabele en de gemanipuleerde onafhankelijke variabele zoals bedoeld niet eenduidig meer. Eventuele geobserveerde verschillen in de afhankelijke variabele hoeven niet alleen veroorzaakt te worden door de onafhankelijke variabele zoals bedoeld, maar kunnen ook beïnvloed zijn door andere factoren. Een bekend effect in dit opzicht is het zogenaamde Hawthorne-effect.

> *Voorbeeld 5.10*: De directie van de Hawthorne Works Factory (Western Electric Company) in Cicero (Illinois), USA, was gealarmeerd door slechte bedrijfsresultaten. Een team onderzoekers nam de gang van zaken onder de loep, waarbij ongeveer alles werd onderzocht: werktijden, beloning, pauzes, verlichting, verwarming, werkoverleg, management, enz. De resultaten van dat onderzoek (uit 1927) wezen uit dat de productiviteit enorm was gestegen – maar dat er geen verband was met een van de onafhankelijke variabelen. De toename van productiviteit werd uiteindelijk toegeschreven aan de grotere aandacht voor de werknemers.

Het Hawthorne-effect houdt dus in dat een verandering in gedrag niet samenhangt met de manipulatie van enige onafhankelijke variabele, maar dat die verandering van gedrag het gevolg is van een psychologisch verschijnsel: proefpersonen die weten dat ze worden geobserveerd, doen meer hun best om gewenst gedrag te vertonen.

> *Voorbeeld 5.11*: (Richardson et al., 1978) vergeleken de effectiviteit van twee methoden ter verbetering van de leesvaardigheid van slechte lezers. De leerlingen werden geselecteerd op basis van hun scores op drie toetsen. De 72 geselecteerde leerlingen werden aselect toegewezen aan één van de twee methode-condities (gestructureerd leesonderwijs versus geprogrammeerde instructie). In de eerste conditie werd het gestructureerde leesonderwijs verzorgd door vier docenten, die aan een klein groepje (van vier leerlingen) les gaven. In feite is de leerling-docent-ratio dus 1 : 1. In de tweede conditie (geprogrammeerde instructie) bemoeiden de docenten zich zo min mogelijk met de leerlingen. Het experiment nam 75 sessies van 45 minuten in beslag. Na de tweede observatie bleek dat de leerlingen die volgens de eerste (gestructureerde) methode les gekregen hadden, beter vooruit waren gegaan dan de leerlingen die met behulp van de tweede methode (geprogrammeerde instructie) les gekregen hadden.
>
> Tot zover is er geen probleem met dit onderzoek. Er ontstaat pas een probleem als we zouden concluderen dat de gestructureerde methode beter is dan de geprogrammeerde instructie. Een alternatieve verklaring, die in dit onderzoek niet uitgesloten kan worden, is dat het gevonden effect niet (alleen) het gevolg is van de methode, maar (ook) een gevolg is van de grotere individuele aandacht in de eerste conditie (gestructureerd leesonderwijs).

Net zoals bij de interne validiteit kan ook bij de construct- of begripsvaliditeit een aantal validiteitbedreigende factoren genoemd worden.

1. Een eerste bedreiging van de begripsvaliditeit is *mono-operationalisatie*. In veel onderzoeken wordt de afhankelijke variabele slechts op één manier geoperationaliseerd. De proefpersonen hoeven slechts één taak uit te voeren, bv. één auditieve taak met reactietijdmetingen (over meerdere aanbiedingen), of één vragenlijst (met meerdere vragen). Het onderzoek staat of valt dan met deze specifieke operationalisatie van de afhankelijke variabele. Over de validiteit van deze specifieke operationalisatie zijn dan geen verdere gegevens voorhanden. De onderzoeker laat in zo'n geval ruimte voor twijfel. Strikt genomen moeten we de onderzoeker immers op zijn woord geloven omtrent de validiteit van zijn operationalisering. Dergelijk onderzoek kan veel beter worden uitgevoerd. De onderzoeker moet dan het te meten construct op verschillende manieren operationaliseren, bv. door meerdere auditieve taken te laten uitvoeren, met niet alleen reactietijdmetingen maar ook met tellingen van foutieve responsies. Of de onderzoeker laat niet alleen een vragenlijst invullen, maar observeert

het bedoelde construct ook d.m.v. andere taken en observatiemethoden. Wanneer de prestaties op de verschillende typen responsies in hoge mate samenhangen, kan daarmee aangetoond worden dat al deze toetsen hetzelfde construct vertegenwoordigen. We noemen dit *convergente validiteit*. Er is sprake van convergente validiteit als de prestaties op instrumenten die hetzelfde theoretische construct vertegenwoordigen, in hoge mate samenhangen (convergeren).

Het is echter niet voldoende om te laten zien dat toetsen die hetzelfde concept of construct beogen te meten, inderdaad convergent valide zijn. Daarmee is immers nog niet aangetoond wat dit construct is, en evenmin of het gemeten construct wel het bedoelde construct is. Hebben we wel echt 'vloeiendheid' van de spreker gemeten, met meerdere methoden, of hebben we eigenlijk steeds het construct 'aandacht' of 'spreeksnelheid' gemeten? En hebben we wel echt 'mate van tekstbegrip' gemeten, met verschillende convergente methoden, of hebben we eigenlijk steeds het construct 'faalangst' gemeten? Om de construct-validiteit te waarborgen moet eigenlijk ook worden aangetoond dat de operationalisaties *divergent valide* zijn ten opzichte van operationalisaties die een ánder aspect of een ándere (verwante) vaardigheid beogen te meten. Kortom de onderzoeker moet kunnen aantonen dat de prestaties op instrumenten (operationalisaties) die één vaardigheid (construct) vertegenwoordigen in hoge mate samenhangen (convergeren), terwijl de prestaties op instrumenten die verschillende vaardigheden vertegenwoordigen juist lage samenhang vertonen (divergeren). Pas dan heeft de onderzoeker aannemelijk gemaakt dat de specifieke operationalisaties inderdaad constructvalide zijn.

2. Ook de verwachtingen van de onderzoeker — die zich uiten in bewust èn onbewust gedrag — kunnen de constructvaliditeit van een onderzoek bedreigen. De onderzoeker is ook een mens, en is dus niet immuun voor de invloed van zijn of haar eigen verwachtingen op de uitkomsten van het onderzoek. Na afloop van het experiment is de invloed van de onderzoeker helaas moeilijk te achterhalen.

Voorbeeld 5.12:Kluger Hans was een paard dat kon rekenen. Als aan Kluger Hans gevraagd werd *hoeveel is* $4+4$*?*, dan stampte het paard 8 maal met zijn rechter voorhoef, als gevraagd werd *hoeveel is* $3-1$*?*, dan stampte Hans twee maal met zijn voorhoef. Kluger Hans baarde veel opzien en werd onderwerp van verschillende studies. Een commissie stelde in 1904 vast dat Kluger Hans inderdaad kon rekenen (en communiceren met mensen). Later constateerde een lid van de onderzoekscommissie, Carl Stumpf, samen met zijn assistent Oskar Pfungst, echter: "...het paard laat verstek gaan, als de oplossing van de gestelde opgave aan geen van de aanwezigen bekend is" (Pfungst, 1907, p.185, vert. HQ), of als het de persoon die de oplossing weet niet kan zien. “Es bedarf also optischer Hilfen” (idem). Na nauwkeurige observaties bleek dat de baas van Kluger Hans (en andere aanwezigen) zich een heel klein beetje ontspande zodra Hans het juiste aantal malen met zijn rechter voorpoot gestampt had. Dit onopzettelijke teken was voor Kluger Hans voldoende aanleiding om het stampen te staken (d.i. om zijn rechter voorhoef op de grond te houden), teneinde daarna zijn beloning van wortels en brood in ontvangst te nemen (Pfungst, 1907) (Watzlawick, 1977, p.38–47).

Een misschien vergelijkbaar, recenter geval is dat van Alex, een papegaai met bijzondere cognitieve gaven, zie o.a. (Boswall, zj) en (Ale, 2015).

Het beroemde voorbeeld van Kluger Hans illustreert hoe subtiel de invloed van een onderzoeker of proefleider op het te onderzoeken object kan zijn. Deze invloed bedreigt natuurlijk de constructvaliditeit. Het is daarom beter als de onderzoeker niet ook zelf fungeert als experimentator[1] of proefleider. Studies waarin de onderzoeker zelf optreedt als behandelaar of docent of beoordelaar, kunnen worden bekritiseerd omdat de (verwachtingen van de) onderzoeker de uitkomsten kunnen beïnvloeden, waardoor de constructvaliditeit van de onafhankelijke variabele wordt bedreigd. Onderzoekers kunnen zich wel verweren tegen deze ‘experimenter bias’. In het Head Turn Preference Paradigm (voorbeeld 5.6), bijvoorbeeld, is het gebruikelijk dat de experimentator niet weet uit welke groep een proefpersoon afkomstig is, en dat de experimentator niet hoort welk geluidsbestand wordt aangeboden (Johnson and Zamuner, 2010, p.74).

3. Een derde bedreiging van de constructvaliditeit kan samengevat worden onder de term *motivatie*. Aan de bedreiging van de validiteit door motivatie zitten tenminste twee kanten. Als (ten minste) één van de condities in een onderzoek erg belastend of vervelend is, dan kunnen de proefpersonen gedemotiveerd raken en zich minder inspannen bij hun taken. Ze presteren dan minder, maar dit is een effect van (gebrek aan) motivatie, en niet een direct effect van de onafhankelijke variabele (hier: conditie). Het effect hoeft dan niet veroorzaakt te worden door de manipulatie van het bedoelde construct, maar door de onbedoelde manipulatie van de *motivatie* van de proefpersonen. Ook het omgekeerde kan natuurlijk een bedreiging van de constructvaliditeit vormen. Indien van één van de condities een extra motiverende werking op de proefpersonen heeft, dan kan een eventueel effect toegeschreven worden aan motivationele aspecten. Ook dan kan er sprake zijn van een effect van een onbedoeld gemanipuleerde variabele.

[1] De experimentator is degene die een experiment afneemt bij een proefpersoon. De experimentator kan een andere persoon zijn dan de onderzoekers die de onderzoekshypothesen hebben opgesteld en/of proefpersonen hebben gerecruteerd.

4. Een vierde bedreiging van de validiteit heeft te maken met de keuze uit de vele mogelijke waarden van een onafhankelijke variabele, d.w.z. de *'dosering'* ervan. Als de onafhankelijke variabele is 'het aantal keren dat een gedicht ter voorbereiding mag worden doorgelezen', moet de onderzoeker bepalen hoeveel keer de proefpersonen het gedicht mogen doorlezen: één, twee, drie of meer keren? Als de onafhankelijke variabele is 'de tijd die de proefpersonen mogen studeren', dan moet de onderzoeker kiezen hoe lang de proefpersonen mogen leren: vijf minuten, een kwartier, twee uur? De onderzoeker maakt een keuze uit de dosering van de onafhankelijke variabele 'leertijd'. Op grond van deze dosering kan de onderzoeker concluderen dat de afhankelijke variabele niet beïnvloed wordt door de onafhankelijke variabele. In feite moet de onderzoeker echter concluderen dat er geen verband lijkt tussen de *gekozen dosering van* de onafhankelijke variabele, en de afhankelijke variabele. Een mogelijk effect wordt verhuld door de keuze van de dosering (waarden) van de onafhankelijke variabele.

Voorbeeld 5.13: Als een personenauto en een voetganger botsen, loopt de voetganger een risico te overlijden. Dat overlijdensrisico is relatief gering (kleiner dan 20%) bij botsingssnelheden tot ca 50 km/u. Als we ons onderzoek naar het verband tussen botsingssnelheid en overlijdensrisico zouden beperken tot deze lage 'doseringen' van botsingssnelheden, dan zouden we wellicht concluderen dat de botsingssnelheid géén invloed heeft op het overlijdensrisico voor de voetganger. Dat zou een foutieve conclusie zijn (van welk type?), want bij hogere botsingssnelheden neemt het overlijdensrisico voor de voetganger toe tot bijna 100% (Rosén et al., 2011; SWOV, 2012).

---

5. Een vijfde bedreiging van de constructvaliditeit wordt veroorzaakt door de *sturende werking van de voormeting.* In veel studies wordt de afhankelijke variabele herhaaldelijk gemeten, zowel voor als na manipulatie van de afhankelijke variabele: de zgn. voormeting en nameting. De aard en inhoud van de voormeting kunnen echter sporen nalaten bij de proefpersoon. Zo kan de proefpersoon zijn onbevangenheid verliezen, waardoor het effect van de onafhankelijke variabele (bv. behandeling) wordt verkleind. Een eventueel verschil in scores tussen de experimentele condities kan dus op meerdere manieren worden verklaard. De verklaring kan immers liggen in een effect van alleen de onafhankelijke variabele, maar kan ook liggen in een effect van *de combinatie van voormeting en onafhankelijke variabele*. Bovendien kan de afwezigheid van een effect soms worden verklaard door het feit dat een voormeting is verricht (zie het Solomon vier-groepen-ontwerp, in Hoofdstuk 6, voor een onderzoeksontwerp dat hiermee rekening houdt).

Voorbeeld 5.14: We kunnen de effecten van twee behandelingen vergelijken in een experiment waarin de deelnemers volgens het toeval in twee groepen worden ingedeeld. De eerste groep (E) krijgt eerst een voormeting, dan een behandeling, en dan een nameting. De tweede groep (C) krijgt geen voormeting, en ook geen behandeling, maar alleen een nameting, die voor deze groep de enige meting is.

Als we bij de nameting een verschil vinden tussen de twee groepen, dan is dat niet zonder meer toe te schrijven aan het verschil in behandeling. Het verschil zou ook, of mede, veroorzaakt kunnen zijn door de sturende werking van de voormeting, bv als gevolg van de sturende woordkeuze of zinsbouw van de vragen of opdrachten in de voormeting. Misschien hebben de deelnemers in groep E iets geleerd in de voormeting, d.w.z. *niet* in de behandeling, waardoor ze beter of anders presteren in de nameting dan de deelnemers in groep C.

---

6. Een ander probleem dat van invloed kan zijn op de constructvaliditeit is *sociaal wenselijk antwoorden*. Dat is niets anders dan dat mensen geneigd zijn een antwoord geven, dat in de gegeven sociale situatie wenselijk is, en dat hen dus niet in de problemen brengt of tot gezichtsverlies leidt. Een voorbeeld kan dit verduidelijken.

Voorbeeld 5.15: Bij peilingen voor verkiezingen zijn respondenten geneigd om sociaal wenselijk te antwoorden, en dat geldt ook voor de vraag of de respondent überhaupt zal gaan stemmen (Karp and Brockington, 2005). De neiging tot het sociaal wenselijke antwoord ("ja, ik ga stemmen") is sterker naarmate respondenten hoger zijn opgeleid, en dus is de overschatting van het opkomst-percentage groter voor hoger-opgeleiden dan voor lager-opgeleiden. Dat heeft weer gevolgen voor de uitslagen van de peilingen van de verschillende partijen, omdat de populariteit van de politieke partijen verschillend is voor kiezers van verschillend opleidingsniveau.

Dit effect heeft mede gezorgd voor de overschatting van het aantal Clinton-stemmers, en onderschatting van het aantal Trump-stemmers, bij de peilingen voorafgaand aan de Amerikaanse presidentsverkiezing in 2016.

7. Een laatste probleem met betrekking tot de constructvaliditeit kan aangeduid worden als: een *beperkte generaliseerbaarheid* over constructen. Bij de presentatie van onderzoeksresultaten worden regelmatig opmerkingen gemaakt als: 'Ja, ik ben het eens met uw conclusie dat X van invloed is op Y, maar hoe zit het met...'. Op de puntjes kan dan van alles ingevuld worden: de toepasbaarheid bij andere doelgroepen, of in andere genres, of in andere talen, etc. Deze aspecten zijn weliswaar van belang, maar spelen in het onderzoek zelf niet direct een rol: we hebben het onderzoek immers uitgevoerd met een bepaalde selectie van doelgroep, genre, talen, etc.

Toch bevelen we wel aan om zulke vragen over generaliseerbaarheid onder ogen te zien. Zijn de conclusies eveneens van toepassing op een andere doelgroep of taal? Waarom wel of niet? Welke andere factoren zouden de generalisatie kunnen beïnvloeden? Zou een gunstig effect voor de ene groep of taal ook kunnen uitpakken als een ongunstig effect voor een andere groep of taal die buiten het onderzoek is gevallen?

5.6 Externe validiteit

Op basis van de gegevens die zijn verzameld kan een onderzoeker — als het goed is — de conclusie trekken: *in dit onderzoek geldt dat...*. Het is echter zelden de bedoeling van een onderzoeker om conclusies te trekken die alleen gelden voor één onderzoek. Een onderzoeker wil niet aantonen dat tweetaligheid een gunstige invloed heeft op de taalontwikkeling *van de steekproef van onderzochte kinderen*. Een onderzoeker wil conclusies trekken als: tweetaligheid heeft een gunstige invloed op de taalontwikkeling *van kinderen*. De onderzoeker wil generaliseren. In het dagelijks leven doen we hetzelfde: we proeven één hapje soep uit een hele pan, en op grond daarvan doen we een uitspraak over die hele pan soep. We gaan er van uit dat onze bevindingen op basis van dat ene hapje gegeneraliseerd mogen worden naar de hele pan, en dat het niet nodig is om de hele pan leeg te eten voordat we er een uitspraak over kunnen doen.

De vraag of een onderzoeker de resultaten kan en mag generaliseren is de vraag naar de *externe validiteit* van een onderzoek (Shadish et al., 2002). Generalisatie heeft betrekking op o.a.

- eenheden: zijn de resultaten ook geldig voor andere elementen (bv. scholen, personen, teksten) uit de populatie, die niet aan het onderzoek deelnamen?
- behandelingen: zijn de resultaten ook geldig voor andere behandelingen die lijken op de specifieke condities in dit onderzoek?
- situaties: zijn de resultaten ook geldig buiten de specifieke context van dit onderzoek?

- tijden: zijn de resultaten van dit onderzoek ook geldig op andere tijdstippen?

Bij externe validiteit maken we een onderscheid tussen (1) de generalisatie *naar* een beoogde specifieke doelgroep, situatie en tijd, en (2) de generalisatie *over* andere doelgroepen, situaties en tijden. Het generaliseren *naar* en *over* zijn twee aspecten van de externe validiteit die goed uit elkaar gehouden moeten worden. Het generaliseren *naar* een doelgroep of populatie, van personen en vaak ook van taalmateriaal, heeft te maken met de representativiteit van de gebruikte steekproef; in hoeverre is de steekproef een goede afspiegeling van de populatie (van personen, van woorden, van relevante mogelijke zinnen)? Het generaliseren *naar* is dus direct verbonden met het onderzoeksdoel; pas als er gegeneraliseerd kan worden naar gedefinieerde populaties kan een onderzoeksdoel bereikt zijn. Het generaliseren *over* doelgroepen heeft te maken met de mate waarin de geformuleerde conclusies geldig zijn voor te onderscheiden deelpopulaties. We illustreren dit met een voorbeeld.

Voorbeeld 5.16: (Lev-Ari and Keysar, 2010) onderzochten of luisteraars minder geloof hechten aan sprekers met een vreemd buitenlands accent in de uitspraak van het Engels. Voor de stimuli lieten ze zinnen uitspreken (bv. *A giraffe can hold more water than a camel*) door verschillende sprekers zonder enig accent, met licht accent, of met sterk accent. Luisteraars (moedertaal-sprekers van het Engels) gaven aan in welke mate ze dachten dat de gesproken zin waar was. De resultaten lieten zien dat de luisteraars de zinnen beoordeelden als minder waar, als de zin was gesproken door een spreker met een vreemd buitenlands accent.

We mogen aannemen dat deze uitkomst gegeneraliseerd kan worden *naar* de beoogde doelgroep, nl. alle moedertaal-luisteraars van het Amerikaans Engels. Deze generalisatie kan worden gemaakt ondanks de mogelijkheid dat verschillende luisteraars misschien in verschillende mate beïnvloed werden door het buitenlandse accent van de spreker.

Wellicht zou een latere analyse kunnen laten zien dat er verschil is tussen vrouwelijke en mannelijke luisteraars. Het is denkbaar dat vrouwen en mannen verschillen in hun gevoeligheid voor het accent van de spreker. Zo'n (denkbeeldige) uitkomst zou laten zien dat er niet gegeneraliseerd mag worden *over* deel-populaties binnen de doelgroep, hoewel er wel gegeneraliseerd kon worden *naar* de doelgroep.

In het (toegepast) taalwetenschappelijk onderzoek proberen onderzoekers doorgaans om *tegelijkertijd* te generaliseren naar *twee* populaties van eenheden, nl. van personen (c.q. scholen of families) *en stimuli* (woorden, zinnen, teksten, enz). We willen aannemelijk maken dat de resultaten niet alleen geldig zijn voor de onderzochte taalgebruikers, maar ook voor andere taalgebruikers. Tegelijkertijd willen we ook aannemelijk maken dat de resultaten niet alleen geldig zijn voor de onderzochte stimuli, maar ook voor andere vergelijkbaar taalmateriaal waaruit de steekproef van stimuli is getrokken. Die gelijktijdige generalisatie vereist een complex onderzoeksontwerp, doordat er herhaalde observaties zijn binnen proefpersonen (meerdere oordelen van eenzelfde proefpersoon) en binnen stimuli (meerdere oordelen over dezelfde stimulus). Stimuli, proefpersonen en condities worden vervolgens slim gecombineerd om de interne validiteit zo goed mogelijk te beschermen. Uiteraard vereist de generalisatie naar ander taalmateriaal wel, dat de stimuli willekeurig zijn geselecteerd uit de (soms oneindig grote) populatie van al het mogelijke taalmateriaal (zie Hoofdstuk 7).

Chapter 6

Ontwerp

6.1 Inleiding

Veel van de problemen met validiteit, die we bespraken in Hoofdstuk 5, kunnen voorkomen worden door goede gegevens op een goede manier te verzamelen. Het *ontwerp* (Eng. “design”) van een onderzoek geeft aan volgens welk schema of plan de gegevens verzameld zullen worden. Als we een goed en sterk ontwerp gebruiken, dan kunnen we daarmee al veel mogelijke bedreigingen voor de validiteit neutraliseren. Dat maakt ons onderzoek sterker. Het is dus raadzaam om een onderzoeksontwerp vooraf heel goed te doordenken! Uiteraard moet het ontwerp nauw aansluiten bij de vraagstelling: de gegevens uit het onderzoek moeten de onderzoeker immers in staat stellen om een valide antwoord te geven op de onderzoeksvraag.

De onderzoeksontwerpen die we in dit hoofdstuk bespreken vormen slechts een beperkte selectie uit de mogelijke ontwerpen. Sommige ontwerpen bespreken we vooral om aan te geven wat er mis kan gaan bij een “zwak” ontwerp; andere ontwerpen zijn juist populair omdat ze relatief “sterk” onderzoek mogelijk maken.

Een onderzoeksontwerp is opgebouwd uit verschillende elementen:

- *tijd*, meestal afgebeeld als verstrijkend in de leesrichting. De tijdsvolgorde is van belang om een causaal verband vast te stellen: eerst de oorzaak, daarna het gevolg (§5.2). De tijdsvolgorde is echter een noodzakelijke voorwaarde, maar niet een voldoende voorwaarde om een causaal verband vast te stellen. Anders gezegd, ook als het gevolg (bv. herstel) inderdaad optreedt na de oorzaak (bv. behandeling), dan houdt dat *niet* in dat de behandeling ook inderdaad het herstel heeft veroorzaakt. Misschien is het herstel wel spontaan opgetreden, of is het herstel het gevolg van een andere oorzaak waar het onderzoek niet op gericht was.

Voorbeeld 6.1: Stel je Gus voor: als iemand last heeft van brandnetel-uitslag, of een insectenbeet, of eczeem, of een blauwe plek, dan spuit Gus er wat Glassex op — en na een paar dagen is de aandoening verdwenen. Gus is ervan overtuigd dat zijn Glassex-behandeling de oorzaak is van de genezing. Maar dit is een misvatting die bekend staat als "post hoc ergo propter hoc" (na iets dus als gevolg van iets). De aandoening zou hoogstwaarschijnlijk ook goed zijn genezen zonder de Glassex-behandeling. De genezing bewijst dus niet dat de Glassex-behandeling noodzakelijk is. (Dit voorbeeld is ontleend aan de speelfilm *My Big Fat Greek Wedding*, 2004).

- *groepen* van eenheden (bv. proefpersonen), doorgaans correspondeert een groep met een regel in het ontwerp.
- *behandeling*, meestal afgebeeld als `X`. Een behandeling kan ook bestaan uit het ontbreken van een behandeling ("control"), of uit het aanbieden van de niet-experimentele, gebruikelijke behandeling ("usual care").
- *observatie*, meestal afgebeeld als `O`.
- de *toewijzing van proefpersonen* aan groepen of behandelcondities kan op verschillende manieren gebeuren. Meestal doen we dat aselect (willekeurig, at random, hieronder aangegeven met `R`), omdat daarmee de validiteit meestal het beste beschermd wordt.

6.2 Tussen of binnen ?

Voor het onderzoeksontwerp is het van groot belang of een onafhankelijke variabele gevarieerd wordt *tussen proefpersonen* of *binnen proefpersonen*. Voor veel taalkundig onderzoek, waarbij meerdere teksten of zinnen of woorden worden aangeboden als stimuli, geldt hetzelfde voor het onderscheid *tussen stimuli* of *binnen stimuli*.

Individuele variabelen van de proefpersonen, zoals diens geslacht (man, vrouw) of meertaligheid, kunnen normaliter alleen variëren tussen proefpersonen: eenzelfde proefpersoon kan niet meedoen aan beide geslachts-groepen van een onderzoek, en ééntalige proefpersonen kunnen niet meedoen in de groep van meertalige proefpersonen. Maar bij andere variabelen, die betrekking hebben op de wijze waarop stimuli worden verwerkt, is dat wel mogelijk. Dezelfde proefpersoon kan schrijven met zijn linkerhand en met zijn rechterhand, of kan geobserveerd worden voorafgaand aan en volgend op een behandeling. De onderzoeker moet dan in het onderzoeksontwerp kiezen op welke wijze de behandelingen en observaties worden gecombineerd. We komen daarop terug in §6.9.

6.3 Het one-shot single-case-ontwerp

Dit is een zwak ontwerp, waarbij er slechts éénmaal observaties worden gedaan, na een behandeling. Dit onderzoeksontwerp heeft het volgende schema:

```
X  O
```

We zouden bijvoorbeeld kunnen tellen, voor alle eindwerkstukken van studenten van een bepaalde opleiding van een bepaald cohort, hoeveel fouten (van een bepaald type) er in die eindwerkstukken voorkomen. Dat is wel een beetje interessant, maar wetenschappelijk zijn deze gegevens echter van weinig waarde. Er kan geen enkele vergelijking gemaakt worden met andere gegevens (van andere studenten, en/of andere werkstukken van dezelfde studenten). Het is niet mogelijk om een valide conclusie te trekken over mogelijke effecten van de "behandeling" (studie, `X`) op de observaties (aantal fouten, `O`).

Soms worden de gegevens uit een one-shot-single-case-onderzoek geforceerd vergeleken met andere gegevens, bijvoorbeeld met norm-resultaten voor een grote controlegroep. Stel je voor dat we willen onderzoeken of een nieuwe methode van taalonderwijs leidt tot betere taalvaardigheid in de doeltaal. Na een cursus met de nieuwe lesmethode meten we de taalvaardigheid, en vergelijken die met de eerder gepubliceerde resultaten van een controlegroep die de traditionele lesmethode heeft gebruikt. Deze aanpak wordt veelvuldig toegepast, maar er zijn desalniettemin diverse factoren die de validiteit bedreigen (zie §5.4): o.a. geschiedenis (de nieuwe proefpersonen hebben een andere geschiedenis en levensloop gehad dan de controlegroep uit het verleden), rijping (de nieuwe proefpersonen zijn misschien verder of minder ver ontwikkeld dan de controlegroep), instrumentatie (de toets is mogelijk niet even geschikt voor personen onderwezen met de nieuwe lesmethode als met de traditionele methode), en uitval (de uitval van proefpersonen voorafgaand aan de observatie is niet bekend, noch voor de traditionele methode noch voor de nieuwe methode).

Voorbeeld 6.2: Een interviewer kan zgn. 'gesloten' vragen stellen met slechts enkele mogelijke antwoorden (*welk van de drie groentesoorten vind je het lekkerst, doperwtjes of sperziebonen of broccoli?*), of 'open' vragen waarin de mogelijke antwoorden niet worden beperkt door de vraagstelling (*welke groente vind je het lekkerst?*). Er is ook een derde categorie, nl. open vragen met voorbeeld-antwoorden (*welke groente vind je het lekkerst, bijvoorbeeld doperwtjes of sperziebonen of...?*). Het is echter niet duidelijk of deze voorbeeld-antwoorden wel of niet een sturend effect hebben, d.w.z. of ze meer vergelijkbaar zijn met gesloten of met open vragen. (Houtkoop-Steenstra, 1991)

> bestudeerde opgenomen gesprekken tussen artsen en hun patiënten. De artsen stelden regelmatig open vragen met voorbeeldantwoorden. Meestal bleken de patiënten zo'n vraag *niet* als sturend op te vatten; zij vatten de vraag vooral op als een verzoek om te vertellen.
>
> Dit onderzoek is te beschouwen als een one-shot-single-case-ontwerp, zonder vergelijking met gegevens uit andere condities. De conclusies zijn weliswaar gebaseerd op empirische observaties, maar we weten niet wat de geïnterviewde geantwoord zou hebben als de vraag anders gesteld zou zijn.

Ondanks al deze bezwaren kan een one-shot-case onderzoek wel van nut zijn in de observatiefase van de empirische cyclus, wanneer het gaat om het opdoen van ideeën en het formuleren van (globale) hypothesen, die later goed getoetst kunnen worden.

6.4 Het één-groep-voormeting-nameting-ontwerp

Bij het één-groep-voormeting-nameting-ontwerp worden gegevens verzameld van één groep. Op het eerste tijdstip (meestal aangeduid als `T1`, maar soms als `T0`) wordt een eerste meting uitgevoerd (voormeting, `O1`), vervolgens wordt de groep aan de experimentele behandeling blootgesteld, en tenslotte wordt op een later tijdstip (`T2`) een tweede meting uitgevoerd (nameting, `O2`). In schema ziet een één-groep-voormeting-nameting-ontwerp er als volgt uit:

```
O1    X    O2
```

De behandeling `X` varieert dus niet: iedereen krijgt dezelfde behandeling, want er is slechts één groep. Het tijdstip van de meting, meestal aangeduid als voormeting `T0` (`O1`) en nameting `T1` (`O`), varieert binnen proefpersonen.

Dit ontwerp is over het algemeen beter beter dan het vorige one-shot-case-ontwerp én beter dan helemaal geen gegevens. Toch beschouwen wij het als een zwak onderzoeksontwerp, omdat diverse bedreigingen van de validiteit niet goed ondervangen worden (zie §5.4). Een eventueel verschil tussen `O2` en `O1` kan niet uitsluitend toegeschreven worden aan de tussenliggende behandeling `X`: dit effect kan ook het gevolg zijn van rijping (de verbetering is het gevolg van rijping van de proefpersonen) of van geschiedenis (de verbetering is het gevolg van een of meerdere gebeurtenissen anders dan `X` die zijn opgetreden tussen de tijdstippen van `O1` en `O2`). Als de behandeling `X` of de nameting `O2` afhankelijk is van de score op de voormeting `O1`, dan kan ook de regressie naar het gemiddelde de validiteit bedreigen. Kortom, aan dit onderzoeksontwerp kleven diverse bezwaren, omdat de hypothese over het effect van de onafhankelijke variabele niet zonder meer op valide wijze beantwoord kan worden.

6.5 Het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp

De bovengenoemde problemen kunnen voor een deel ondervangen worden door een controlegroep toe te voegen aan het ontwerp; we krijgen dan een voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp. Er zijn dan dus twee groepen van elementen (proefpersonen). In schema wordt dat weergegeven door twee regels. Dit onderwerp wordt zeer vaak gebruikt. Waar mogelijk proberen onderzoekers de twee groepen zo vergelijkbaar mogelijk te maken, door de proefpersonen aselect (at random, willekeurig, volgens toeval) toe te wijzen aan de twee groepen. In schema ziet dit model er als volgt uit (de `R` staat voor random toewijzing aan de twee groepen):

```
R   O1   X   O2
R   O3       O4
```

Dit onderzoeksontwerp is populair, omdat het veel mogelijke bedreigingen van de interne validiteit kan ondervangen (zie §5.4). Het effect van de manipulatie of behandeling (`X`) wordt geëvalueerd door een vergelijking van de twee verschillen `(O2-O1)` en `(O4-O3)`. Dit onderzoeksontwerp heeft eigenlijk niet één maar twee onafhankelijke variabelen, die van invloed kunnen zijn op de metingen: (1) de manipulatie of behandeling, `X` of niet-`X`, variërend tussen proefpersonen, en (2) het tijdstip van de meting, meestal aangeduid als voormeting `T0` en nameting `T1`, variërend binnen proefpersonen.

In dit ontwerp wordt wel rekening gehouden met de effecten van geschiedenis, althans voor zover die effecten voor beide groepen in gelijke mate zijn opgetreden. Er wordt geen rekening gehouden met gebeurtenissen die slechts één van de groepen (condities) hebben beïnvloed. Als er wel zo'n gebeurtenis is geweest voor de ene groep en niet voor de andere groep, dan kan dat verschil in geschiedenis dus ook verantwoordelijk zijn voor een ongelijk verschil tussen voormeting en nameting in de ene groep ten opzichte van de andere groep.

De bedreiging van de interne validiteit door rijping kan in dit onderzoeksontwerp makkelijk opgevangen worden. Een effect van rijping komt immers naar verwachting in beide groepen in gelijke mate tot uiting, en kan daarom niet van invloed zijn op het verschil tussen `(O2-O1)` en `(O4-O3)`. Natuurlijk gaan we er hierbij vanuit dat de voormetingen voor de twee groepen resp. de nametingen voor de twee groepen op hetzelfde tijdstip zijn afgenomen.

Ook een storend effect van instrumentatie wordt geneutraliseerd, als aan de eisen voor vergelijkbare afnamecondities voldaan wordt, en als gemeten wordt met hetzelfde instrument, zoals hetzelfde apparaat of computerprogramma of gedrukte toets. Wanneer echter observatoren of beoordelaars ingeschakeld moeten worden, zoals bij onderzoek naar de schrijfvaardigheid, dan wordt de instrumentatie een moeilijker factor. Het is dan van groot belang dat deze beoordelaars *niet* weten door welke proefpersonen of onder welke conditie de te beoordelen producten of responsies tot stand zijn gekomen. Anders zouden hun verwachtingen (onbewust en onbedoeld) een rol kunnen spelen bij het tot stand komen van hun oordeel. In dat geval zou niet een effect van de onafhankelijke variabele aangetoond worden, maar een effect van de vooringenomenheid van beoordelaars.

Ook het probleem van regressie naar het gemiddelde speelt in dit ontwerp een kleinere rol. Indien de proefpersonen aselect zijn toegewezen aan de twee groepen, én de gegevens van alle proefpersonen gelijktijdig in een analyse betrokken worden, dan speelt regressie naar het gemiddelde geen enkele rol. In beide groepen treedt immers regressie naar het gemiddelde op, en naar verwachting in gelijke mate, waardoor dat niet van invloed is op de analyse van het verschil tussen `(O2-O1)` en `(O4-O3)`.

Selectie van proefpersonen wordt in dit onderzoeksontwerp uitgesloten door de steekproef van proefpersonen aselect te kiezen uit de populatie, en door daarna de proefpersonen wederom aselect toe te wijzen aan de twee groepen of condities. Natuurlijk geldt hier de wet van de grote getallen: als een grotere steekproef aselect wordt gesplitst in twee groepen, dan is ook de kans groter dat de twee groepen gelijkwaardig zijn, ten opzichte van een kleinere steekproef.

Uitval kan wel degelijk een oorzaak zijn voor een verschil tussen `(O2-O1)` en `(O4-O3)`. Deze voor de validiteit bedreigende factor is moeilijk te beheersen. We kunnen proefpersonen immers niet dwingen om aan een onderzoek te blijven meewerken, of om niet te verhuizen, of niet te overlijden. Uitval kan dus een probleem zijn, zeker wanneer er een verschil in uitval is tussen de twee groepen of condities. Het is goed gebruik om de uitval te melden in het onderzoeksverslag, en de mogelijke gevolgen ervan te bespreken.

Met dit voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp kunnen de verschillende factoren die de interne validiteit bedreigen dus redelijk goed beheerst worden. Maar hoe zit het met de constructvaliditeit (zie §5.5)? Deze bedreigingen hebben we niet eerder aangeroerd bij het one-shot-case-ontwerp en het één-groep-voormeting-nameting-ontwerp, omdat bij deze onderzoeksontwerpen de interne validiteit al twijfelachtig was.

Niet alle aspecten van de constructvaliditeit hebben echter repercussies op het onderzoeksontwerp. Sommige aspecten met betrekking tot de wijze van operationalisatie, zoals convergente en divergente validiteit, zijn niet relevant voor de keuze van het onderzoeksontwerp. Maar andere aspecten zijn wel relevant: de verwachtingen van de onderzoeker, aandacht, motivatie, en de sturende werking van de voormeting.

Het voormeting-nameting-controlegroep-onderzoeksontwerp biedt voor geen van deze vier bedreigingen van de constructvaliditeit adequate waarborgen. De *verwachtingen van de onderzoeker* kunnen in zowel de experimentele als de controle-conditie een (verschillende) rol spelen, omdat in beide condities op twee tijdstippen gemeten wordt. Bovendien kan een eventueel verschil tussen

(O2-O1) en (O4-O3) ook te wijten zijn aan de (extra) *aandacht* die aan de experimentele conditie besteed is: het zgn. Hawthorne-effect (zie Voorbeeld 5.10 in Hoofdstuk 5). Dit effect speelt vooral een rol als de proefpersonen in de ene conditie (groep) meer aandacht krijgen dan in de andere, zoals in het onderstaande voorbeeld.

Een derde bedreiging van de constructvaliditeit van een onderzoek is de *motivatie*. Soms kan één van de condities zo demotiverend werken dat de proefpersonen in deze conditie niet meer serieus aan het onderzoek meewerken. Net als bij aandacht gaat het niet zozeer om de aantrekkelijkheid van één van de condities, maar om de verschillen in aantrekkelijkheid tussen de onderzoekscondities.

In het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp kan de constructvaliditeit tevens bedreigd worden door de *sturende werking van de voormeting*. Door een voormeting (O1 en O3) kunnen de proefpersonen zich van bepaalde aspecten van het onderzoek (meer) bewust worden, waardoor zij zich daarna niet meer als naïeve proefpersonen gedragen. De voormeting kan dan als een soort manipulatie beschouwd worden (zie Voorbeeld 6.3 hieronder).

6.6 Het Solomon-vier-groepen-ontwerp

Het Solomon-vier-groepen-ontwerp wordt veel minder vaak gebruikt dan het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp. Toch verdient dit ontwerp duidelijk de voorkeur boven het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp. Met name bedreigingen van de constructvaliditeit worden in dit ontwerp beter onder controle gehouden.

In het Solomon-vier-groepen-ontwerp worden vier condities onderscheiden. De proefpersonen worden aselect toegewezen aan een van deze vier condities. In de eerste twee condities wordt eerst een voormeting gehouden, waarna één van de groepen aan de experimentele behandeling blootgesteld wordt. Daarna volgt voor beide groepen een nameting. Tot zover is het Solomon-vier-groepen-ontwerp dus exact gelijk aan het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp. In de derde en vierde conditie wordt echter géén voormeting gehouden. In de ene conditie worden de proefpersonen wel aan de experimentele behandeling blootgesteld, maar in de andere conditie niet. Tot slot maken deze beide groepen weer een nameting. Schematisch kan het Solomon-vier-groepen-ontwerp als volgt weergegeven worden:

```
O1   X   O2
O3       O4
     X   O5
         O6
```

Het Solomon-vier-groepen-ontwerp is dus een uitbreiding van het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp met twee groepen, die niet meedoen met de voormeting. Door de twee extra condities zonder voormeting kan rekening gehouden worden met de sturende werking van de voormeting: die sturende werking is immers niet aanwezig in de derde en vierde groep. Bovendien wordt het effect van de manipulatie van de onafhankelijke variabele `X` verschillende malen getoetst, in de vier vergelijkingen van `O2` en `O1`, `O2` en `O4`, `O5` en `O6`, en `(O2-O1)` en `(O4-O3)`. Het effect van de mogelijk sturende voormeting wordt getoetst in de twee vergelijkingen van `O2` en `O5`, en `O4` en `O6`. We kunnen dus in één onderzoek zowel een effect van de behandeling als van de voormeting aantonen. Daarvoor moeten we echter wel twee extra groepen proefpersonen inzetten (ten opzichte van het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp).

Voorbeeld 6.3: In een onderzoek (Ayres et al., 2000) werd het effect onderzocht van een gewenningstraining (`X`) op de angst om in het openbaar te spreken. Spreekangst werd gemeten door de proefpersoon eerst een toespraak te laten houden, en daarna twee vragenlijsten over spreekangst te laten invullen. Bij elkaar vormt dat één meting. De gewenningstraining voor de ene groep bestond uit het bekijken van een trainingsvideo van ca 20 minuten; de tweede groep kreeg in plaats daarvan een pauze van dezelfde duur. Het onderzoek gebruikte een Solomon-vier-groepen-ontwerp om een mogelijk sturende werking van de voormeting te kunnen onderzoeken. Het is immers mogelijk dat de voormeting (waarvan een spreekbeurt deel uitmaakt) zelf al een training vormt voor de proefpersonen, zodat de gunstige effecten na de "behandeling" `X` (gewenningstraining) niet toegeschreven kunnen worden aan die behandeling, maar (mede) aan die voormeting. De resultaten lieten echter zien dat de gewenningstraining inderdaad een sterk (gunstig) effect had op de spreekangst, en dat de voormeting alleen (dus zonder behandeling) geen enkel effect had op de mate van spreekangst bij de proefpersonen.

6.7 Het nameting-controlegroep-ontwerp

In heel veel onderzoekingen wordt een voormeting uitgevoerd, omdat de onderzoekers willen onderbouwen dat de twee (of meer) onderzoeksgroepen niet van elkaar verschillen bij de aanvang van het onderzoek. Toch is die voormeting niet een essentieel onderdeel van een adequaat onderzoeksontwerp. Als de groepen voldoende groot zijn, en als de proefpersonen (of andere onderzoekseenheden) geheel volgens het toeval zijn toegewezen aan de groepen, dan zijn de twee groepen op statistische gronden al goed vergelijkbaar. Als we bijvoorbeeld 100 proefpersonen geheel volgens het toeval verdelen over 2 groepen, dan is de kans buitengewoon klein dat de twee groepen zouden verschillen in de voormeting. In veel van dit soort gevallen kan dan ook volstaan worden met een nameting-controlegroep-ontwerp, schematisch weergegeven als volgt:

```
X   O5
    O6
```

Dit ontwerp is echter alleen adequaat indien de groepen voldoende groot zijn, en indien de proefpersonen aselect zijn toegewezen aan de condities. Als dat niet mogelijk is, dan voldoet dit ontwerp ook niet.

> *Voorbeeld 6.4*: In vervolg op het onderzoek van (Houtkoop-Steenstra, 1991) (Voorbeeld 6.2) onderzochten (Wijffels et al., 1992) in hoeverre vragen met danwel zonder voorbeeldantwoorden in een mondeling (telefonisch) vraaggesprek als sturend werden opgevat. Hiertoe werden vijf vragen geconstrueerd over criminaliteit. Van elke vraag werden twee versies geconstrueerd: één met en één zonder voorbeeldantwoorden. Aan elke respondent (van een steekproef van 50) werden twee of drie vragen gesteld met voorbeeldantwoorden, en twee of drie vragen zonder voorbeeldantwoorden. De toedeling van vragen met en zonder voorbeeldantwoorden was gerandomiseerd, en daardoor mogen we aannemen dat de groep respondenten die een bepaalde vraag met voorbeeldantwoorden kreeg niet verschilt van de groep respondenten die dezelfde vraag zonder voorbeeldantwoorden kreeg. Als beide groepen dezelfde (soort) antwoorden geven, dan hebben de voorbeeldantwoorden blijkbaar geen sturend effect, maar indien de respondenten vaak antwoorden met de gegeven voorbeeldantwoorden dan hebben de voorbeelden blijkbaar wel een sturend effect. Bij analyse bleek dat voor vier van de vijf vragen een dergelijk sturend effect inderdaad optrad.

De twee onderzoeken van (Houtkoop-Steenstra, 1991) en (Wijffels et al., 1992) illustreren hoe wetenschappelijke kennis zich ontwikkelt. (Houtkoop-Steenstra, 1991) constateert dat de vakliteratuur zich voornamelijk bezig heeft gehouden met schriftelijke interviews, en vraagt zich af of de effecten bij mondelinge 'face-to-face'-interviews hetzelfde zijn. Zij concludeert dat voorbeeldantwoorden niet sturend werken in deze 'face-to-face'-gesprekken. (Wijffels et al., 1992) onderzoeken dezelfde hypothese in een experiment, met mondelinge interviews per telefoon, en zij concluderen dat voorbeeldantwoorden wel degelijk sturend werken in deze telefonische gesprekken.

6.8 Factoriële ontwerpen

Tot nog toe hebben we het gehad over experimentele onderzoeksontwerpen waarbij één onafhankelijke variabele gemanipuleerd wordt. Veel onderzoekers zijn echter (ook) geïnteresseerd in de effecten van de gelijktijdige manipulatie van meerdere onafhankelijke variabelen. Ontwerpen waarin meerdere factoren gelijktijdig variëren noemen we factoriële ontwerpen. We kwamen deze al tegen bij het voormeting-nameting-controlegroep-ontwerp (§6.5 waar zowel de tijd als de behandeling varieert.

Voorbeeld 6.5: Drake and Ben El Heni (2003) onderzochten de waarneming van muzikale structuur. Die waarneming kan indirect gemeten worden door de luisteraar te vragen om mee te tikken met de muziek. Als een luisteraar de muzikale structuur niet begrijpt of herkent, is hij geneigd mee te tikken met iedere tel (analytisch luisteren). Naarmate een luisteraar de muzikale structuur beter begrijpt en herkent, is hij meer geneigd om mee te tikken met hogere nivo's (synthetisch of voorspellend luisteren): hij tikt dan niet bij iedere tel, maar bv 1× per maat of per muzikale frase. De tijdsafstand ('inter-onset-interval', IOI) tussen de tikken vormt aldus een indicatie van de waargenomen muzikale structuur. Aan het onderzoek van deden twee groepen luisteraars mee, in Frankrijk en in Tunesië[1]. Alle proefpersonen luisterden naar 12 muziekstukken, waarvan 6 afkomstig uit de Franse en 6 uit de Tunesische muzikale culturen (de muziekstukken waren verschillend qua maatsoorten, tempi, en mate van bekendheid). De resultaten zijn grafisch samengevat in Figuur 6.1.

Uit deze resultaten blijkt dat er géén verschil optreedt tussen de groepen (Franse vs Tunesische luisteraars; de twee groepen hebben gemiddeld dezelfde IOI), en dat er ook géén verschil optreedt tussen de muzieksoorten (Franse vs Tunesische muziekstukken; de twee muzieksoorten resulteren in gemiddeld dezelfde IOI). Hebben de twee onafhankelijke variabelen dan geen enkel effect? Toch wel! De Franse luisteraars bleken langere IOI's tussen tikken te produceren als ze naar Franse muziek luisterden, terwijl de Tunesische luisteraars daarentegen langere IOI's produceerden als ze naar Tunesische muziek luisterden. Alle luisteraars blijken dus langere IOI's te produceren als ze luisteren naar een muzieksoort die voor hen bekend is, en kortere IOI's als ze luisteren naar een onbekende muzieksoort.

[1] Merk op dat proefpersonen niet aselect zijn toegewezen aan een van deze groepen, en dat dit dus strikt genomen een quasi-experimenteel onderzoek is (zie Hoofdstuk 1).

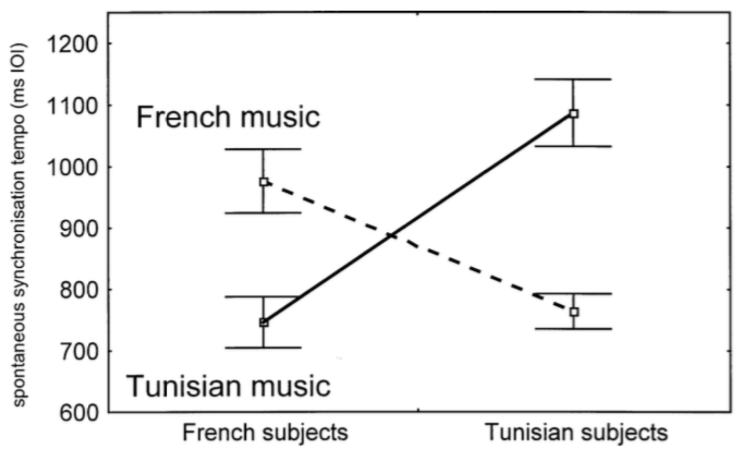


Figure 6.1: Gemiddelde tijdsafstand tussen tikken (IOI, in ms) voor twee groepen luisteraars en twee muzieksoorten (ontleend aan Drake and Ben El Heni, 2003, Fig.2).

> Drake and Ben El Heni (2003) concluderen dat de luisteraars beter in staat zijn om muzikale structuur te herkennen en te begrijpen in muziek van hun eigen muzikale cultuur dan in die van een andere cultuur. Dit patroon van resultaten is een klassiek kruislings interactie-effect, waarbij het effect van de ene onafhankelijke variabele precies tegengesteld is in de verschillende condities van de andere onafhankelijke variabele.

Als er een interactie-effect blijkt op te treden, dan is het zinloos om een eventueel hoofdeffect te interpreteren. Dat werd al geïllustreerd in Voorbeeld 6.5 hierboven: we kunnen niet concluderen dat er géén verschil is tussen de muzieksoorten. Maar de grootte (en richting) van het verschil is afhankelijk van de andere onafhankelijke variabele(n), nl. van de groep/nationaliteit van de luisteraars. Veel onderzoek is er juist op gericht om interactie-effecten aan te tonen; niet de hoofdeffecten maar hun interactie vormt het onderwerp van onderzoek, net als in het bovenstaande voorbeeld 6.5.

Een factorieel onderzoeksontwerp is lastig om schematisch weer te geven, omdat er meerdere onafhankelijke variabelen (met elk weer meerdere niveaus) in voorkomen. We zouden deze schematisch kunnen representeren door de manipulatie, die we voorheen aangeduid hebben met een `X`, te indiceren. De eerste index (subscript) geeft dan het niveau aan voor de eerste onafhankelijke variabele of factor, en de tweede index geeft het niveau aan van de tweede factor. Het ontwerp van voorbeeld 6.5 wordt dan als volgt schematisch weergegeven:

```
R    X_{1,1}   O1
R    X_{1,2}   O2
R    X_{2,1}   O3
R    X_{2,2}   O4
```

Het is vaak verleidelijk om meerdere factoren te combineren in één groot factorieel onderzoeksontwerp, zodat we kunnen onderzoeken hoe al die factoren op elkaar inwerken (interageren). Toch is het verstandig om dat *niet* te doen, en om het aantal factoren beperkt te houden. Ten eerste, zoals we later zullen zien, moet het aantal observaties ongeveer gelijke tred houden met het aantal verschillende combinaties van factoren. Als je meer combinaties van factoren toevoegt, dan zijn er daardoor ook veel meer proefpersonen nodig (of andere eenheden). Ten tweede is het moeilijker te garanderen dat alle combinaties van factoren perfect vergelijkbaar zijn (Shadish et al., 2002, p.266): zijn Tunesische deelnemers die in Tunesië luisteren naar Tunesische muziek wel goed vergelijkbaar met Franse deelnemers die in Frankrijk luisteren naar Franse muziek? De vergelijkbaarheid van combinaties wordt lastiger, naarmate er meer combinaties van factoren in het onderzoek voorkomen. Ten derde zijn interacties notoir moeilijk te interpreteren, en dat wordt eveneens lastiger naarmate de interacties complexer zijn, en meer factoren omvatten. Om al deze redenen is het beter om effecten van meerdere factoren te bestuderen in verschillende afzonderlijke onderzoeken (Quené, 2010).

We zullen later terugkomen op de analyse en interpretatie van gegevens uit factoriële onderzoeksontwerpen (Hoofdstuk 15). Voorlopig concentreren we ons op ontwerpen met slechts één onafhankelijke variabele.

6.9 Afhankelijke- en onafhankelijke-groepen-ontwerp

In het begin van dit hoofdstuk hebben we gesproken over de manipulatie van een onafhankelijke variabele tussen danwel binnen proefpersonen (). In de meeste van de voorafgaande onderzoeksontwerpen werd voor elke waarde van de onafhankelijke variabele(n) een afzonderlijke groep geformeerd; we noemen dat een onafhankelijke-groepen-ontwerp. De onafhankelijke variabele varieert tussen proefpersonen.

Sommige onafhankelijke variabelen kunnen echter ook gevarieerd worden binnen proefpersonen. We meten dan herhaaldelijk bij (binnen) dezelfde proefpersonen uit dezelfde groep, onder verschillende condities van de onafhankelijke variabele. In het onderstaande voorbeeld wordt de onafhankelijke variabele ‘taal’ (moedertaal of vreemde taal) gevarieerd binnen proefpersonen. We noemen dat een afhankelijke-groepen-ontwerp.

> *Voorbeeld 6.6*: (De Jong et al., 2015) onderzochten de vloeiendheid van de spraak van proefpersonen in hun moedertaal (Turks) en in een vreemde taal (Nederlands). De proefpersonen voerden eerst een aantal spreektaken uit in hun moedertaal, en enkele weken later in het Nederlands. Eén van de afhankelijke variabelen was het aantal gevulde pauzes (bijv. *eh, ehm*) per seconde spraak: hoe meer pauzes, hoe minder vloeiend. De sprekers bleken meer pauzes te produceren (d.w.z. minder vloeiend te spreken) in de vreemde taal dan in hun moedertaal, zoals ook te verwachten is. Eén van de doelen van het onderzoek was overigens om te onderzoeken in hoeverre individuele verschillen in vloeiendheid in de vreemde taal te herleiden zijn naar individuele verschillen in vloeiendheid in de moedertaal. De samenhang tussen de twee metingen bleek hoog (correlatie $r = 0.73$, meer hierover in Hoofdstuk 11. Sprekers die veel pauzeren in de vreemde taal, doen dat vaak ook in hun moedertaal. De onderzoekers bepleiten dat met deze correlatie rekening gehouden moet worden bij het aanleren en toetsen van spreekvaardigheid in een vreemde taal.

Het hier beschreven onderzoeksontwerp ziet er in schema als volgt uit:

```
X1   O1   X2   O2
```

Ondanks de vele mogelijke bedreigingen van de interne validiteit (o.a. geschiedenis, rijping, sturende werking van de voormeting) is zo'n ontwerp in veel gevallen nuttig. In het bovenstaande voorbeeld is het essentieel dat *dezelfde* proefpersonen spreektaken uitvoeren in beide talen (condities) — de onderzoeksvragen zijn niet met een andere methode te beantwoorden.

6.10 Onderzoek ontwerpen

Een onderzoeker die een onderzoek wil uitvoeren, moet bepalen op welke wijze hij zijn gegevens gaat verzamelen: hij moet een keuze maken voor een bepaald onderzoeksontwerp. Soms kan een standaard-ontwerp gekozen worden, zoals een van de hierboven behandelde ontwerpen. In andere gevallen zal de onderzoeker zelf het ontwerp moeten opstellen. Het ontwerp moet uiteraard goed aansluiten bij de onderzoeksvraag (Levin, 1999), en het moet zoveel mogelijk storende variabelen uitsluiten die de validiteit zouden kunnen bedreigen. Het ontwerpen van onderzoek is een vak dat onderzoekers al doende leren. In het onderstaande voorbeeld proberen we weer te geven welke redenering en argumenten een rol spelen bij de ontwikkeling van een onderzoeksontwerp.

Stel je voor dat we willen onderzoeken of de vorm waarin toetsvragen gesteld worden, als open vs. gesloten vragen, van invloed is op de scores op die toets. In een eenvoudig ontwerp nemen we eerst een toets af met open vragen, en daarna een vergelijkbare toets met gesloten vragen, bij dezelfde respondenten. Als de samenhang tussen de scores hoog genoeg is, dan wordt geconcludeerd dat beide toetsen hetzelfde meten, en dat de prestatie niet wezenlijk beïnvloed wordt door de vorm waarin de vragen worden gesteld. Schematisch is dit ontwerp als volgt weer te geven:

```
Open   O1   Gesloten   O2
```

Dit onderzoeksontwerp heeft echter diverse zwakke punten. Ten eerste is het onverstandig om eerst alle toetsen met open vragen op het eerste tijdstip af te nemen, en vervolgens alle toetsen met gesloten vragen op het tweede tijdstip. De prestaties op de tweede toets worden immers altijd beïnvloed door volgorde-effecten (transfer): de respondenten hebben iets onthouden en dus geleerd van de eerste meting. Deze transfer werkt nu altijd dezelfde kant op, met daardoor (vermoedelijk) relatief hogere prestaties bij de toets met gesloten vragen (op het tweede tijdstip). Het is dus beter om de toetsen met open en gesloten vragen at random te verdelen over het eerste en tweede tijdstip van afname.

Ten tweede kunnen alle respondenten beïnvloed zijn door eventuele gebeurtenissen tussen de twee tijdstippen (geschiedenis), bijvoorbeeld door een relevante instructie over het onderwerp van de toets. Omdat er geen controle-groep is, kan met zo'n effect geen rekening worden gehouden.

Een derde probleem is gelegen in de wijze waarop van bevindingen naar conclusie wordt geredeneerd. Zoals gezegd, houdt die redenering in dat, als de samenhang tussen de scores hoog genoeg is, dan beide toetsen hetzelfde meten. Als je daarover nadenkt, dan ben je het misschien met ons eens dat dat een vreemde redenering is. De onderzoeksvraag is eigenlijk, of de samenhang in prestaties op verschillende toetsen met verschillende vraagvormen even hoog is als de samenhang in prestaties op verschillende toetsen met dezelfde vraagvormen, waarvan we immers aannemen dat die hetzelfde meten. Daarmee hebben we in feite een controle-groep gedefinieerd, nl. respondenten die op beide tijdstippen toetsen maken met dezelfde vraagvorm. Voor alle zekerheid voegen we niet één maar twee controle-groepen toe, met open resp. gesloten toetsvragen op beide tijdstippen.

We hebben het ontwerp zo in tenminste twee opzichten verbeterd: (1) de toetsen zijn gerandomiseerd over de opname-tijdstippen, en (2) er zijn relevante controle-groepen toegevoegd. Schematisch ziet het onderzoeksontwerp er nu als volgt uit:

Exp. groep 1	Open	O1	Gesloten	O2
Exp. groep 2	Gesloten	O3	Open	O4
Controlegroep 1	Open	O5	Open	O5
Controlegroep 2	Gesloten	O7	Gesloten	O6

Voor alle vier de groepen kan nu de samenhang tussen de prestaties op het eerste en tweede tijdstip bepaald worden. Vervolgens kunnen we deze samenhang-resultaten uit de vier groepen vergelijken, en daarmee de onderzoeksvraag beantwoorden. Dit voorbeeld laat goed zien dat de conclusies die je uit de onderzoeksresultaten kunt trekken, direct afhankelijk zijn van het gekozen ontwerp (Levin, 1999). In het eerste ontwerp leidt een lage gevonden samenhang tot de conclusie dat de twee onderzochte toetsvormen *niet* een beroep doen op dezelfde intellectuele vaardigheden bij de respondenten. In het tweede ontwerp hoeft dezelfde lage samenhang in de derde groep (experimentele groep 1) echter niet tot dezelfde uitkomst te leiden! De conclusie hangt immers mede af van de mate van samenhang gevonden in de andere groepen.

6.11 Tenslotte

Ondanks alle beschikbare boeken, handleidingen, websites, en ander instructiemateriaal komen wij nog te vaak onderzoek tegen waar methodologisch iets mis is in de onderzoeksvragen, operationalisatie, onderzoeksopzet, steekproeftrekking, en/of dataverwerking. Die problemen veroorzaken niet alleen een verspilling van tijd, geld en energie, maar ze resulteren ook in kennis die minder betrouwbaar, valide en robuust is dan mogelijk. De onderstaande 'checklist' voor goed onderzoek (deels ontleend aan https://www.linkedin.com/groups/4292855/4292855-6093149378770464768) kan veel ellende in latere stadia van een onderzoek voorkomen.

1. Denk goed na over je onderzoeksvragen, en formuleer ze helemaal uit. Als de vragen niet helder geformuleerd zijn, of als er veel deelvragen zijn, denk dan verder na.

2. Prioriteer de onderzoeksvragen. Dit helpt bij het maken van keuzes in onderzoeksontwerp, steekproeftrekking, operationalisatie, e.d.

3. Denk goed na over het ontwerp van het onderzoek. Volgens de overlevering levert ieder uur nadenken over je onderzoeksontwerp een toekomstige besparing van ongeveer 10 uren tijdens de data-analyse en interpretatie. Anders gezegd: een uur minder nadenken over je ontwerp kost je later 10 uur extra werk.

4. Bedenk ook alternatieve onderzoeksontwerpen, en denk na over de voordelen en nadelen van de diverse mogelijke ontwerpen.

5. Stel je de toekomst voor: je hebt het onderzoek uitgevoerd, de gegevens zijn geanalyseerd, en je hebt het verslag of de scriptie of het artikel geschreven. Welke boodschap wil je overbrengen op de lezers van dat verslag? Hoe draagt het onderzoeksontwerp bij aan die boodschap? Wat zou je kunnen veranderen in je ontwerp om die boodschap nog duidelijker te maken? Bedenk waar je naar toe wilt, niet alleen waar je nu staat.

6. Schrijf een onderzoeksplan, waarin je de verschillende methodologische aspecten beschrijft. Beargumenteer en expliciteer je onderzoeksvragen, onderzoeksontwerp, steekproef, meetmethode, data-verzameling, meetinstrumenten (bv. vragenlijst, software), andere benodigdheden (bv. laboratorium, vervoer), en statistische verwerking. Onderdelen van dit onderzoeksplan zijn later herbruikbaar in het onderzoeksverslag. Maak daarbij ook een tijdsplanning: wanneer zullen welke mijlpalen zijn bereikt?

7. Schrijf uit hoe je de verzamelde gegevens statistisch zult analyseren, nog voordat je begint met de eigenlijke data-verzameling. Wees daarbij weer zo expliciet mogelijk (in een script, stappenplan, o.i.d.). Maak een mini-dataverzameling van een redelijk aantal fictieve observaties of werkelijke observaties uit de pilot-fase van het onderzoek, en analyseer deze gegevens alsof het de definitieve data-verzameling betreft. Maak eventueel aanpassingen in je onderzoeksplan.

8. Als je eenmaal doende bent gegevens te verzamelen, maak dan *geen* wijzigingen meer in het onderzoeksplan. Houd je aan dat plan en aan de bijbehorende tijdsplanning. Analyseer de gegevens op de wijze zoals vastgelegd in het (aangepaste) onderzoeksplan. Bespreek eventuele problemen die tijdens het onderzoek optraden wel in het onderzoeksverslag. Als er grote problemen optreden, breek dan het onderzoek af, en overweeg een verbeterde versie van je onderzoek.

Chapter 7

Steekproeven

Voor de generalisatie van de uitkomsten van een onderzoek naar de doelgroep of de steekproef, is de kwaliteit van de steekproef bepalend. Is de steekproef een adequate afspiegeling van de populatie? Om een extreem voorbeeld te geven: als een steekproef bestaat uit meisjes in de groep 8 van het basisonderwijs, dan kunnen de resultaten niet goed gegeneraliseerd worden naar de populatie van alle basisschoolleerlingen, want deze steekproef vormt geen goede afspiegeling van de populatie basisschoolleerlingen (die immers bestaat uit jongens en meisjes van alle groepen).

Afhankelijk van de methode die de onderzoekers gebruiken om de proefpersonen te selecteren, kunnen er vele soorten steekproeven onderscheiden worden. In dit hoofdstuk maken we een grove indeling in: (1) gelegenheidssteekproeven, (2) systematisch getrokken steekproeven, en (3) aselect of willekeurig ('at random') getrokken steekproeven. Voor een verdere verdieping in de wijze waarop steekproeven getrokken kunnen worden en de problemen die daarbij een rol spelen verwijzen we naar standaardwerken hierover (Cochran, 1977; Thompson, 2012).

7.1 Gelegenheidssteekproeven

In veel sociaalwetenschappelijk onderzoek wordt gewerkt met steekproeven die zich nu eenmaal aandienen, zogenaamde *gelegenheidssteekproeven*. De onderzoeker voert het experiment uit met personen die hem min of meer toevallig ter beschikking staan. Voor sommige onderzoeken wordt gebruik gemaakt van al dan niet betaalde vrijwilligers. In andere onderzoeken worden studenten ingezet, die in het kader van hun studie verplicht zijn een aantal uren als proefpersoon aan onderzoek mee te werken, of soms moeten de studenten van een collega van de onderzoeker deelnemen aan het onderzoek. Een dergelijke steekproef is niet zonder gevaren. De onderzoeker heeft de mate van generaliseerbaarheid naar de populatie op geen enkele manier meer in de hand. Natuurlijk heeft de onderzoeker wel een populatie op het oog, en zal hij proefpersonen uit het onderzoek weren die geen deel uit maken van de beoogde populatie (zoals niet-moedertaal-sprekers), maar de onderzoeker kan geen uitspraken doen over de representativiteit van de steekproef.

Met name in de psychologie heeft deze wijze van gelegenheidssteekproeftrekking ('convenience sampling') aanleiding gegeven tot verhitte discussies. Uit een telling bleek bijvoorbeeld dat 67% van de steekproeven uit gepubliceerde Amerikaanse psychologische studies uitsluitend bestond uit bachelor-studenten uit cursussen Psychologie aan Amerikaanse universiteiten (Henrich et al., 2010). Dergelijke steekproeven zijn natuurlijk verre van representatief. Gevolg daarvan is dat de op deze gegevens gebaseerde theorieën slechts een beperkte geldigheid hebben: de theorieën zouden vooral gelden voor het type personen (westers, jong, hoog opgeleid, blank) dat ook in de steekproeven sterk vertegenwoordigd is (Henrich et al., 2010). Ook in taalwetenschappelijk onderzoek is de steekproef van proefpersonen meestal een gelegenheidssteekproef. Kinderen die deelnemen als proefpersoon hebben vaak hoogopgeleide ouders (niet zelden zelf taalkundig geschoold, dus vermoedelijk bovengemiddeld verbaal begaafd), en volwassen proefpersonen zijn vaak studenten uit de omgeving van de onderzoekers, en dus ook bovengemiddeld hoog opgeleid en verbaal begaafd.

Ondanks de steekhoudende bezwaren die tegen dit type steekproef naar voren gebracht worden, dwingen de praktische omstandigheden vaak tot het gebruik van een zich aandienende gelegenheidssteekproef. Wij bevelen dan aan om na te gaan in hoeverre deze gelegenheidssteekproef zich onderscheidt van de populatie waarover de onderzoeker wil generaliseren. Tot slot van deze bespreking van zich aandienende steekproeven een voorbeeld over de gevaren van dit type steekproef.

Voorbeeld 7.1: Enige tijd geleden was er op televisie een wedstrijd te zien over wie van een negental kandidaten het beste kon zingen. De kijkers mochten hun voorkeur telefonisch kenbaar maken. Voor alle negen kandidaten was een aparte telefoonlijn geopend. Voor elke beller kreeg een kandidaat één punt. Degene die de meeste punten binnen een bepaalde tijdlimiet verzameld had was de winnaar. De reactie van het publiek was overweldigend: in grote delen van Nederland was het telefoonnet volledig overbezet. Al snel bleek één van de kandidaten een flinke voorsprong te hebben. In de loop van de avond werd deze voorsprong echter steeds kleiner. Uiteindelijk scheelde het nog maar enkele bellers met nummer twee. Opvallend was overigens dat naarmate de avond vorderde de verschillen tussen de deelnemers (relatief) steeds kleiner werden.

We kunnen deze stemprocedure beschouwen als een trekking van een steekproef van bellers c.q. stemmers. Deze steekproef is echter verre van representatief. Als veel kiezers willen stemmen op één kandidaat, dan zal de telefoonlijn voor die kandidaat overbezet raken. Dus: de zangers die veel bellers trekken, zullen relatief minder stemmen krijgen dan zangers die weinig bellers trekken, omdat de telefoonlijnen van de laatsten niet overbezet zullen zijn. Juist bij de populairste kandidaten is de kans het grootst dat een kiezer zijn stem *niet* kan laten gelden. In werkelijkheid zal er dus een veel groter verschil zijn in aantal stemmen per kandidaat, dan de organisator gemeten heeft. De organisator heeft deze systematische vertekening (bias) van de resultaten helaas zelf veroorzaakt, door voor elk van de negen kandidaten een eigen telefoonlijn te openen. De gegevens hadden veel representatiever kunnen zijn, als de organisator negen telefoonlijnen had geopend, met één gemeenschappelijk toegangsnummer. De steekproef van bellers die hun stem kunnen uitbrengen is dan representatief voor de populatie van alle bellers, en dat was nu niet het geval.

7.2 Systematische steekproeven

Wanneer de elementen in de *steekproefruimte* (d.i. de verzameling van mogelijke elementen in een steekproef) op de een of andere manier systematisch geordend zijn, dan kan met behulp van een *systematische trekkingsprocedure* van steekproefelementen een redelijk representatieve steekproef verkregen worden. Een ordening kan zijn bijvoorbeeld een namenlijst.

> *Voorbeeld 7.2*:Laten we even aannemen dat we een onderzoek willen doen naar de taalvaardigheid van derdeklassers in het voortgezet onderwijs. De gehele populatie van derdeklassers is echter veel te groot om van alle derdeklassers de taalvaardigheid te meten (lezen, schrijven, spreken, en luisteren). In de derde klas zitten namelijk ongeveer 200.000 leerlingen. Er moet dus een steekproef genomen worden. Op het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen is een registratiesysteem beschikbaar waarin een lijst met de namen van alle scholen met derde klassen is opgenomen. Een voor de hand liggende werkwijze is nu deze lijst te nemen en elke 100ste school van die lijst in de steekproef op te nemen. Deze werkwijze resulteert vermoedelijk in een tamelijk representatieve steekproef.

Twee factoren kunnen echter roet in het eten gooien bij zo'n systematische steekproef: ten eerste de *responsiegraad*. Als een aanzienlijk deel van de aangeschreven scholen geen medewerking verleent, dan hebben we in feite te maken met zelf-selectie (zie §5.4 punt 5) en dus met een zichzelf aandienende gelegenheidssteekproef (zie §7.1). Dat is een ongewenste situatie, want de scholen die wel meewerken hebben vermoedelijk een grotere 'plichtsgetrouwheid' dan de weigerende scholen of dan de gemiddelde school. Bovendien kunnen de leerlingen op de responderende en niet-responderende scholen van elkaar verschillen (zie §5.4 punt 5). De uiteindelijke steekproef is dan misschien niet meer representatief voor de populatie van alle derdeklassers. Het gevolg daarvan is weer dat de gemeten resultaten slecht generaliseerbaar zijn naar andere derdeklassers van andere scholen.

De tweede factor die de representativiteit van een systematische steekproef kan beïnvloeden is de *storende trendwerking*. Er is sprake van een storende trendwerking wanneer populatie-elementen met een bepaald relevant kenmerk meer kans hebben in de steekproef terecht te komen dan populatie-elementen die dit kenmerk niet hebben. In ons voorbeeld van de meting van de taalvaardigheid van derdeklassers hebben we met de storende trendwerking te maken. Niet alle leerlingen hebben namelijk een gelijke kans om in de steekproef te komen. Immers, elke individuele *school* (niet: leerling) heeft dezelfde kans als elke andere school om in de steekproef terecht te komen. Het gevolg is dat er relatief meer derdeklassers in de steekproef zullen komen van kleine scholen met relatief weinig leerlingen, en omgekeerd relatief minder derdeklassers van grote scholen met relatief veel leerlingen. Derdeklassers van grote scholen zijn ondervertegenwoordigd. Is dat erg? Misschien wel, want de taalvaardigheid (afhankelijke variabele) wordt deels beïnvoed door de vorm van onderwijs, en die onderwijsvorm wordt weer beïnvloed door de grootte van de school. De hierboven beschreven steekproef is dus niet representatief voor de populatie van derdeklassers. Wederom is het gevolg dat de gemeten resultaten slecht generaliseerbaar zijn naar andere derdeklassers van andere scholen.

7.3 Aselecte steekproeven

De hierboven beschreven storende trendwerking kunnen we voorkomen door random of *aselecte steekproeftrekking*. Aselecte steekproeftrekking kan op diverse manieren gebeuren, waarvan we er hier drie bespreken.

De eerste vorm is *simple random sampling*: hierbij krijgen alle elementen van de populatie een gelijke kans om getrokken te worden. Dit kan bijvoorbeeld gerealiseerd worden door alle elementen van een *random* nummer te voorzien en dan, afhankelijk van de gewenste steekproefgrootte, steeds het n-de element te selecteren. Voor de selectie van getallen staan de onderzoeker tabellen met toevalsgetallen ter beschikking (zie Appendix A). Ook rekenmachines, computers, spreadsheet-programma's e.d. kunnen random getallen genereren (zie secties hieronder). Het verdient aanbeveling om zulke random getallen te gebruiken, want een door mensen geconstrueerde "random" volgorde is niet werkelijk "random". Een voorwaarde voor de toepassing van deze methode is echter wel dat de elementen van de populatie (steekproefruimte) vooraf geregistreerd zijn (of worden), zodat ze op enigerlei wijze van een nummer voorzien kunnen worden.

Voorbeeld 7.3: We willen een steekproef trekken van $n = 400$ basisscholen. Dit is ongeveer 4% van de populatie van basisscholen. We vragen daarom bij het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen een lijst met alle 9000 basisscholen op; deze lijst vormt de steekproefruimte. Vervolgens voorzien we alle basisscholen van een volgnummer $(1, 2, 3, \ldots, 9000)$. Tenslotte selecteren we alle basisscholen waarvan de laatste twee cijfers *toevallig* 36 of 43 of 59 of 70 zijn (zie Appendix A, eerste kolom, laatste twee cijfers). Met deze procedure selecteren we volgens het toeval 4 van de 100 mogelijke laatste-twee-cijfer-combinaties, ofwel 4% van de scholen.

De tweede vorm van aselecte steekproeftrekking is *stratified random sampling.* Daarvan is sprake als we van elk populatie-element de waarde van een kenmerk weten (bv. religieuze denominatie), en als we zorgen dat in de steekproef de elementen evenredig verdeeld zijn volgens dit kenmerk. We verdelen de steekproef daarvoor in zogenaamde 'strata' of lagen (Lat. *stratum*, 'bedekking, laag', verwant aan Ned. *straat*, 'verharde weg'). Terug naar de basisschool om het een en ander te verhelderen. Om welke reden dan ook zijn we er nu in geïnteresseerd de steekproef (nog steeds 4% van de populatie van basisscholen) zo te maken dat openbare, katholieke en protestante scholen in gelijke mate vertegenwoordigd zijn. We stellen daarom drie lijsten op: voor alle drie de schooltype een aparte lijst. Binnen iedere lijst gaan we net zo te werk als bij simple random sampling. Uiteindelijk worden de drie deel-steekproeven van de drie strata gecombineerd.

Met *quota sampling* gaan we nog een stapje verder dan bij 'stratified random sampling': we verdisconteren nu ook het feit dat we weten wat de verdeling is van een bepaald kenmerk (bv denominatie) in de populatie. Uit de lijst met basisscholen zou hebben kunnen blijken dat 35% van de scholen openbaar is, 31% katholiek, 31% protestant en dat 3% een andere signatuur heeft. We trekken uit de steekproefruimte nu meerdere aselecte 'stratified' steekproeven, en wel zo dat de verhouding van scholen in de strata een juiste afspiegeling vormt van de verhoudingen van dit kenmerk in de steekproefruimte $(35 : 31 : 31 : 3)$.

7.3.1 SPSS

Voor het aanmaken van een kolom met random getallen:

```
Transform > Compute...
```

Selecteer een bestaande variabele (sleep naar Variable(s) paneel) of geef de naam voor een nieuwe variabele. Uit het paneel "Function Group", kies "Random Numbers" en daarna `RV.UNIFORM`. Deze functie kiest aselect (**r**andom) waarden (**v**alues) uit een vlakke (**uniform**e) kansverdeling, d.w.z. dat elk getal tussen de ondergrens en bovengrens een gelijke kans heeft om getrokken te worden. Kies als ondergrens `0` en als bovengrens `9999`, of andere grenzen naar behoefte. Bevestig met `OK`.
Dit resulteert in een (nieuwe, of overschreven bestaande) kolom met random getallen.

Als je random getallen wilt genereren volgens een normale kansverdeling (zie Hoofdstuk 10), gebruik dan de functie `RV.NORMAL(mean,stdev)`.

We kunnen een eigen beginwaarde meegeven aan de "random number generator", om zo reproduceerbare analyses te kunnen maken:

```
Transform > Random Number Generators...
```

Vink in het paneel "Active Generator Initialization" de optie `Set Starting Point` aan, en vul een eigen beginwaarde in, bijvoorbeeld je lievelingsgetal. Bevestig met `OK`.

Je kunt deze random getallen gebruiken om op aselecte wijze eenheden (bijv. proefpersonen) te kiezen voor een steekproef, maar uiteraard ook om op aselecte wijze de geselecteerde eenheden toe te wijzen aan condities, enzovoort.

7.3.2 R

In R kunnen we random getallen genereren met de functie `runif`. Deze functie kiest aselect (**r**andom) waarden uit een vlakke (**unif**orme) kansverdeling, d.w.z. dat elk getal tussen de ondergrens en bovengrens een gelijke kans heeft om getrokken te worden. De standaard grenzen zijn $(0, 1)$. De waarden kunnen we afronden tot gehele getallen, zoals gedaan is voor Appendix A.

Als je random getallen wilt genereren volgens een normale kansverdeling (zie Hoofdstuk 10), gebruik dan de functie `rnorm(n,mean,sd)`.

Met de opdracht `set.seed` geven we een eigen beginwaarde mee aan de "random number generator", om zo reproduceerbare analyses (en demonstraties) te kunnen maken.

```r
set.seed(20200912) # reproduceerbaar voorbeeld (bijv datum als getal)
round ( runif( n=5, min=0, max=9999 ) )
```

```
## [1] 8193 7482 4206 1684 5653
```

Je kunt deze random getallen gebruiken om op aselecte wijze eenheden (bijv. proefpersonen) te kiezen voor een steekproef, maar uiteraard ook om op aselecte wijze de geselecteerde eenheden toe te wijzen aan condities, enzovoort.

7.4 Steekproefgrootte

Als je verschillende onderzoeksartikelen leest, dan is één van de eerste zaken die opvalt de enorme variatie in aantallen respondenten. In sommige onderzoeken worden enkele duizenden proefpersonen betrokken en in andere slechts enkele tientallen of soms nog minder. We zullen hier twee aspecten bespreken die van invloed zijn op de vereiste grootte van de steekproef: de homogeniteit van de populatie, en de aard van de steekproeftrekking. In volgende hoofdstukken zullen we nog twee andere aspecten bespreken die eveneens van invloed zijn op de gewenste steekproefgrootte, nl. de gewenste precisie (effectgrootte, §13.8) en de gewenste kans om een effect aan te tonen als dat in de populatie ook daadwerkelijk aanwezig is (power, §14.2).

> *Voorbeeld 7.4*: Wanneer auto's getest worden (in een tijdschrift of op televisie), dan wordt van een type auto slechts één exemplaar getest. De resultaten van dit testexemplaar worden zonder voorbehoud gegeneraliseerd naar alle auto's van hetzelfde type en merk. Dit is mogelijk omdat de populatie auto's waarnaar gegeneraliseerd wordt bijzonder homogeen is: de fabrikant streeft er immers naar om de verschillende exemplaren zo gelijk mogelijk op de markt te brengen.

De vereiste steekproefgrootte hangt ten eerste af van de homogeniteit van de populatie. Als een populatie *homogeen* is, zoals de auto's in voorbeeld 7.4 hierboven, dan kunnen we met een kleine steekproef volstaan. Anders is het wanneer we bijvoorbeeld de conversatiepatronen van kleuters willen analyseren. In de conversatiepatronen van kleuters treffen we grote verschillen aan; er is een zeer grote variatie in conversatiepatronen. (Sommige kinderen praten voluit, en andere zwijgen vooral. Bovendien zijn er grote individuele verschillen in taalontwikkeling tussen kinderen.) Om een goed beeld te krijgen van de taalontwikkeling van kleuters, hebben we daarom een veel grotere steekproef nodig. De grootte van de benodigde steekproef neemt dus toe naarmate de populatie waarna gegeneraliseerd moet worden minder homogeen (heterogener) is.

Ten tweede hangt de vereiste steekproefgrootte ook af van de aard van de steekproef. Als er in een populatie duidelijke strata aanwezig zijn, maar we passen – om welke reden dan ook – geen 'stratified' of 'quota sampling' toe, dan hebben we een grotere steekproef nodig dan wanneer we dit wel zouden doen. Immers, bij deze laatste twee methoden zorgt de onderzoeker zelf voor een gelijke dan wel evenredige vertegenwoordiging van strata in de steekproef, maar bij 'simple random sampling' wordt dat aan het toeval overgelaten. We doen dan dus een beroep op de "wet van de grote getallen" om te zorgen dat er voldoende elementen uit de verschillende strata in de steekproef terecht komen, om generalisatie van de resultaten naar die verschillende strata te rechtvaardigen. Uiteraard werkt die wet alleen bij een voldoende grote steekproef! Bij een kleine steekproef weten we allerminst zeker dat de verschillende strata in voldoende mate in de steekproef vertegenwoordigd zijn.

Als we, om naar het basisschool-voorbeeld terug te keren, drie basisscholen zouden selecteren volgens 'simple random sampling', dan bestaat natuurlijk een kans dat dit precies één openbare, één katholieke en één protestante school oplevert in deze steekproef. Maar ook andere uitkomsten zijn zeer reëel, en zelfs meer waarschijnlijk. Bij 'stratified' en 'quota sampling' hebben we gegarandeerd van elke denominatie één element (school) in onze steekproef. Onze basis voor generalisatie is beter, en de externe validiteit is dus sterker.

Na al deze behartenswaardige aanbevelingen wordt het tijd om te bespreken hoe we onderzoeksgegevens goed kunnen beschrijven en analyseren om onze onderzoeksvragen te beantwoorden. Dat gebeurt in het volgende deel van dit boek.

Deel II: Beschrijvende statistiek

Chapter 8

Frequenties

8.1 Inleiding

Bij de analyse van gegevens wordt vaak een onderscheid gemaakt tussen kwalitatieve danwel kwantitatieve methoden. Bij de eerste methode worden waarnemingen (bijv. antwoorden in interviews) gerepresenteerd in woorden, en bij de tweede methode worden waarnemingen (bijv. spreekpauzes in interviews) gerepresenteerd in getallen. Naar onze mening bestaat het verschil tussen kwalitatieve en kwantitatieve methoden dus uit de aard van de representatie van de observaties, en daarmee uit de wijze van argumentatie op grond van die observaties. Soms is het ook mogelijk om dezelfde gegevens (bijv. interviews) zowel kwalitatief als kwantitatief te analyseren. De kwantitatieve methode heeft als grote voordelen dat de gegevens relatief eenvoudig samengevat kunnen worden (daarover gaat dit deel van de syllabus), en dat het relatief makkelijk is om zinvolle conclusies te trekken op basis van de observaties.

8.2 Frequenties

Kwantitatieve gegevens kunnen op allerlei manieren gerapporteerd worden. De eenvoudigste manier zou zijn om de ruwe gegevens te rapporteren, bij voorkeur gesorteerd naar de waarde van de geobserveerde variabele. Nadeel daarvan is dat een eventueel patroon in de observaties niet goed zichtbaar wordt.

Voorbeeld 8.1: Studenten ($N = 50$) in een eerstejaars cursus rapporteerden de volgende waarden voor hun schoenmaat, een variabele van het interval-meetniveau:

Table 8.1: Frequentieverdeling van fonologische klasse van spraakklanken in het *Corpus Gesproken Nederlands* (C=consonant=medeklinker, V=vocaal=klinker).

hoofdklasse	onderklasse	aantal
C	plos	585999
C	fric	426097
C	liq	249275
C	nas	361742
C	glide	146344
V	lang	365887
V	kort	428832
V	schwa	341260
V	diph	61638
V	rest	1146

36, 36, 37, 37, 37, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 40, 40, 40, 40, 40, 40, 41, 41, 41, 41, 41, 42, 42, 43, 43, 44, ??.
Eén van de studenten heeft geen antwoord opgegeven; dit ontbrekende antwoord is hier aangegeven als ??.

Meestal is het inzichtelijker en efficiënter om de observaties samen te vatten en te rapporteren in de vorm van de *frequentie* van elke waarde. Die frequentie geeft het *aantal* observaties met een bepaalde waarde, of met een waarde in een bepaald interval of klasse. Om de frequentie te verkrijgen *tellen* we dus het aantal observaties met een bepaalde waarde, of het aantal observaties in een bepaald interval. Deze frequenties worden gerapporteerd in een tabel. Zo'n tabel wordt een frequentieverdeling genoemd (frequency distribution).

Tabel 8.1 geeft als eerste voorbeeld een frequentieverdeling van een discrete variabele van *nominaal* meetniveau, nl. de fonologische klasse van spraakklanken in het Nederlands (Luyckx et al., 2007).

Tabel 8.2 geeft als tweede voorbeeld een frequentieverdeling van een continue variabele van *interval* meetniveau, nl. de al eerder genoemde schoenmaat van eerstejaars studenten (Voorbeeld 8.1).

Table 8.2: Frequentieverdeling van zelfgerapporteerde schoenmaten van $N = 50$ studenten in een eerstejaars cursus (zie Voorbeeld 8.1 hierboven).

Schoenmaat	36	37	38	39	40	41	42	43	44	??
Aantal	2	6	6	19	6	5	2	2	1	1

Als een numerieke variabele heel veel verschillende waarden kan aannemen, dan wordt de frequentieverdeling op deze manier toch groot en onoverzichtelijk. We voegen dan waarden in een bepaald interval bij elkaar, en maken daarna een frequentieverdeling over dat geringere aantal intervallen of klassen.

Voorbeeld 8.2: Toen Koningin Beatrix voor het laatst de Troonrede voorlas, op 18 september 2012, pauzeerde ze daarbij 305×. De frequentieverdeling van de duur van de pauze (gemeten in seconden) is weergegeven in Tabel 8.3.

Table 8.3: Frequentieverdeling van de duren van spreekpauzes (in seconden) in de Troonrede van 18 september 2012, voorgelezen door Koningin Beatrix ($N = 305$).

Interval	Aantal
4.50–4.99	1
4.00–4.49	0
3.50–3.99	2
3.00–3.49	7
2.50–2.99	4
2.00–2.49	25
1.50–1.99	32
1.00–1.49	16
0.50–0.99	67
0.00–0.49	151

8.2.1 Intervallen

Voor een variabele van nominaal en ordinaal meetniveau gebruiken we doorgaans de oorspronkelijke categorieën om de frequentieverdeling te maken (zie Tabel

8.1), al is het wel mogelijk om categorieën samen te voegen. Voor een variabele van interval- of ratio-meetniveau kan een onderzoeker zelf het aantal intervallen in de frequentieverdeling kiezen. Soms is dat niet nodig, bijvoorbeeld omdat de variabele een overzichtelijk aantal verschillende discrete waarden heeft (zie Tabel 8.2). Maar soms sta je als onderzoeker voor de keuze hoeveel intervallen te onderscheiden, en hoe de grenzen van die intervallen te bepalen (zie Tabel 8.3). Daarbij gelden dan de volgende aanbevelingen (Ferguson and Takane, 1989, Ch.2):

- Zorg dat alle observaties (d.w.z. het gehele bereik) vallen binnen ruwweg 10 tot 20 intervallen.
- Zorg dat alle intervallen even breed zijn.
- Laat de ondergrens van het eerste of tweede interval samenvallen met de breedte van de intervallen (zie Tabel 8.3: ieder interval is 0.50 s breed, en de ondergrens van het tweede interval is ook 0.50).
- Orden de intervallen in een frequentieverdeling van beneden naar boven in toenemende volgorde (d.i. van boven naar beneden in afnemende volgorde, Eng. descending), zie Tabel 8.3).

Naarmate we de intervallen breder maken, verliezen we meer informatie over de precieze verdeling binnen elk interval.

8.2.2 SPSS

`Analyze > Descriptive Statistics > Frequencies...`

Selecteer variabele (sleep naar paneel “Variable(s)”).
Vink aan: `Display frequency tables`.
Kies `Format`, kies: `Order by: Descending values`.
Bevestig met `OK`.

8.2.3 R

```
enq2011 <- read.table(
    file=url("http://www.hugoquene.nl/R/enq2011.txt"),
    header=TRUE )
table( enq2011$schoen, useNA="ifany" )
```

De uitvoer van bovenstaande `table` commando is weergegeven in Tabel 8.2. De code `NA` (Not Available) wordt in R gebruikt om ontbrekende gegevens aan te duiden.

```
table( cut( troon2012, breaks=seq(from=0,to=5,by=0.5) ) )
```

Ontleed deze opdracht van de binnenste haakjes naar buiten: (i) `seq`: maak een reeks (sequence) van 0 tot 5 (eenheden, hier: seconden) in stappen van 0.5 seconden, (ii) `cut`: hak de afhankelijke variabele `dur` op in intervallen op basis van deze reeks, (iii) `table`: maak een frequentieverdeling van deze intervallen.

De uitvoer van deze opdracht is weergegeven (in aangepaste vorm) in Tabel 8.3.

8.3 Staafdiagrammen

Een staafdiagram (Eng. 'bar chart') is de grafische weergave van de frequentieverdeling van een discrete, categorische variabele (van nominaal of ordinaal meetniveau). Een staafdiagram is opgebouwd uit rechthoeken. Alle rechthoeken zijn even breed, en de hoogte van de rechthoek correspondeert met de frequentie van die categorie. De oppervlakte van iedere rechthoek correspondeert dus ook met de frequentie van die categorie. In tegenstelling tot een histogram sluiten de rechthoeken *niet* op elkaar aan langs de horizontale as, om aan te geven dat we te maken hebben met discrete categorieën.

Een staafdiagram helpt ons om in één oogopslag de belangrijkste kenmerken te bepalen van de verdeling van een discrete variabele: de meest kenmerkende (meest voorkomende) waarde, en de spreiding over categorieën. Voor de klankfrequenties in het Nederlands (Figuur 8.1) zien we dat bij de medeklinkers de plosieven het meeste voorkomen, dat bij de klinkers de korte klinkers het meeste voorkomen, dat tweeklanken weinig gebruikt worden (zgn. diphthongs, de klinkers in *ei, ui, au*), en dat er meer medeklinkers dan klinkers gesproken worden.

Tip: Vermijd schaduwen en andere 3D-effecten in een staafdiagram! De breedte en hoogte van een rechthoek wordt daardoor minder goed leesbaar, en de zichtbare oppervlakte van een beschaduwde rechthoek of van een balk correspondeert niet meer goed met de frequentie.

8.4 Histogrammen

Een histogram is de grafische weergave van een frequentieverdeling van een continue, numerieke variabele (van interval- of ratio-meetniveau). Een histogram is opgebouwd uit rechthoeken. De breedte van elke rechthoek correspondeert met de intervalbreedte (een rechthoek kan ook 1 eenheid breed zijn) en de hoogte correspondeert met de frequentie van dat interval of van die waarde.

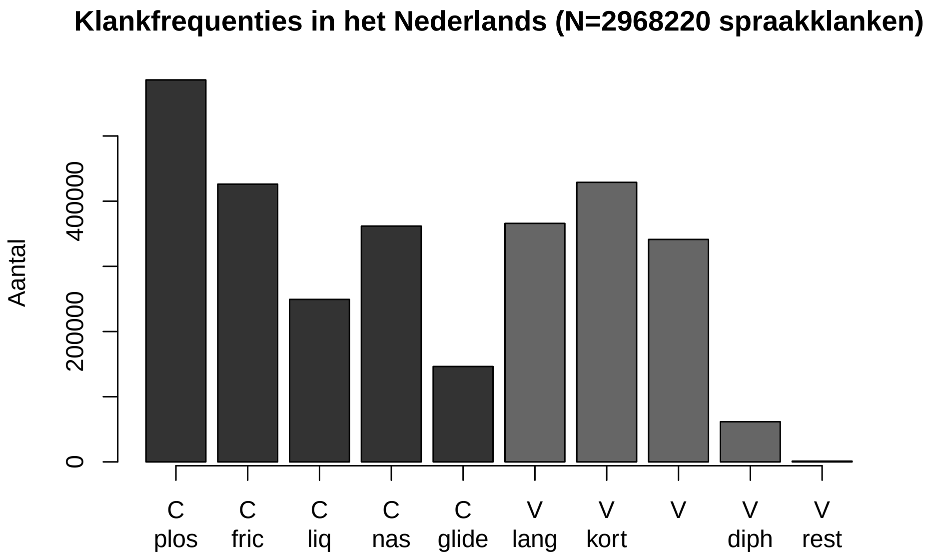


Figure 8.1: Staafdiagram van de frequentieverdeling van fonologische klasse van spraakklanken in het Corpus Gesproken Nederlands (C=consonant=medeklinker, V=vocaal=klinker).

De oppervlakte van iedere rechthoek correspondeert dus met de frequentie. In tegenstelling tot een staafdiagram sluiten de rechthoeken op elkaar aan langs de horizontale as.

Een histogram helpt ons om in één oogopslag de belangrijkste kenmerken te bepalen van de verdeling van een continue variabele: de meest kenmerkende (meest voorkomende) waarde, de mate van spreiding, het aantal pieken in de frequentieverdeling, de ligging van die pieken, en eventuele uitbijters (zie §9.4.2). Voor de pauzes in de Troonrede van 2012 (Figuur 8.2) zien we dat de meeste pauzes tussen 0.25 en 0.75 s duren (vermoedelijk zijn dat adempauzes), dat er twee pieken zijn in de verdeling (de tweede piek ligt bij 2 s), en dat er één extreem lange pauze is (met een duur van bijna 5 s).

Tip: Vermijd schaduwen en andere 3D-effecten in een histogram! De breedte en hoogte van een rechthoek wordt daardoor minder goed leesbaar, en de zichtbare oppervlakte van een beschaduwde rechthoek of van een balk correspondeert niet meer goed met de frequentie.

8.4.1 SPSS

```
Analyze > Descriptive Statistics > Frequencies...
```

Selecteer variabele (sleep naar paneel "Variable(s)").

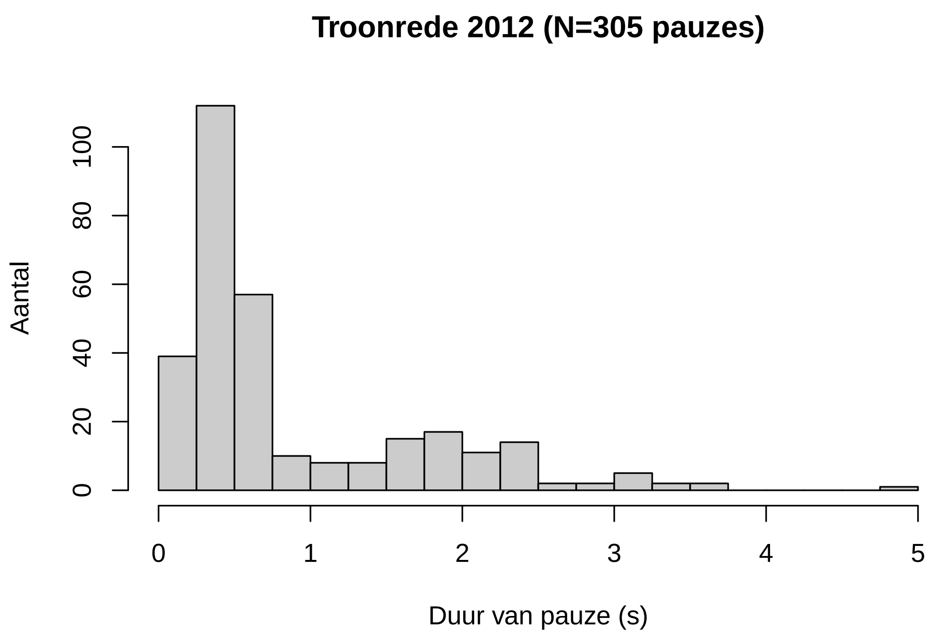


Figure 8.2: Histogram van de duren van spreekpauzes (in seconden) in de Troonrede van 18 september 2012, voorgelezen door Koningin Beatrix (N=305).

Kies `Charts`, kies daarna `Chart type: Bar chart` voor een staafdiagram of `Chart type: Histogram` voor een histogram (zie bovenstaande tekst voor het verschil tussen deze opties).
Bevestig met `OK`.

8.4.2 R

Een staafdiagram zoals Figuur 8.1 maak je in R met de volgende commando's:

```
# lees data
klankfreq <- read.table( file="data/klankfreq.txt", header=T )
# maak barplot van kolom `aantal` in dataset `klankfreq`
with( klankfreq, barplot( aantal, beside=T,
                          ylab="Aantal",
                          main="Klankfrequenties in het Nederlands (N=2968220)",
                          col=ifelse(klankfreq[,1]=="V","grey40","grey20") ) ) -> klankfreq_barpl
# maak labels langs onderste horizontale as
axis(side=1, at=klankfreq_barplot, labels=klankfreq$hoofdklasse)
axis(side=1, at=klankfreq_barplot, tick=F, line=1, labels=klankfreq$onderklasse )
# of eenvoudiger: with(klankfreq, barplot(aantal) ) # alle defaults
```

Een histogram zoals in Figuur 8.2 maak je in R met de volgende commando's:

```
# lees dataset
load(file="data/pauses6.Rda")
# haal daaruit pauzeduren (kolom 12) voor jaar 2012, in aparte dataset `troon2012`
troon2012 <- pauses6[ pauses6$jaar==2012, 12 ] # save col_12 as single vector
# maak histogram
hist( troon2012,
      breaks=seq(0, 5, by=0.25),
      col="grey80",
      xlab="Duur van pauze (s)", ylab="Aantal",
      main="Troonrede 2012 (N=305 pauzes)" ) -> troonrede2012pauzes_hist
```

Chapter 9

Centrum en spreiding

9.1 Inleiding

In het vorige hoofdstuk hebben we geleerd om observaties te tellen en te classificeren. Daarmee kunnen we de observaties van een variabele samenvatten, bijvoorbeeld in een tabel, een frequentieverdeling, of in een histogram. Vaak kunnen we de observaties nog verder samenvatten, in kenmerken die aangeven op welke wijze de observaties verdeeld zijn. In dit hoofdstuk maken we kennis met een aantal van dergelijke kenmerken. Sommige van die kenmerken zijn van toepassing op variabelen van alle meetniveau's (bv. modus), andere alleen op variabelen van interval- of ratio-niveau (bv. gemiddelde). Na een inleiding over het gebruik van symbolen bespreken we eerst hoe we het centrum van een verdeling kunnen beschrijven, en hoe we de spreiding kunnen beschrijven.

9.2 Symbolen

In de beschrijvende statistiek wordt veel gewerkt met symbolen. Die symbolen zijn verkorte aanduidingen voor een reeks van handelingen. Sommige van die symbolen zijn je reeds bekend: de exponent ^{2} in de uitdrukking x^2 is een symbool met de betekenis "vermenigvuldig x met zichzelf", ofwel $x^2 = x \times x$ (waarin ook $\times$ weer een symbool is).

Vaak wordt een hoofdletter gebruikt om een variabele aan te duiden (X), en een kleine letter om een afzonderlijke score van die variabele aan te duiden (x). Als we de afzonderlijke scores willen onderscheiden, dan doen we dat met een subscript index: x_1 is de eerste observatie, x_2 is de tweede observatie, enz. Op deze manier geeft x_i de i'de score aan, of de score van proefpersoon nummer i, van variabele X. Als we willen generaliseren over alle scores, dan kunnen we de index weglaten, maar we kunnen ook een punt gebruiken als "lege" index: in de uitdrukking $x_.$ staat de punt-index voor iedere willekeurige index.

Het aantal observaties in een bepaalde groep geven we aan met kleine letter n, en het totaal aantal observaties van een variabele met de hoofdletter N. Als er maar één groep is, zoals in de voorbeelden in dit hoofdstuk, dan geldt dat $n = N$.

In de beschrijvende statistiek wordt veel opgeteld, en daarvoor is dan ook een apart symbool, $\sum$, de griekse hoofdletter Sigma, waarmee een sommering of optelling wordt aangeduid. We zouden kunnen zeggen "tel alle geobserveerde waarden van variabele X bij elkaar op", maar dat doen we doorgaans korter:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i, \text{of korter} \sum x$$

Op deze wijze wordt aangegeven dat alle scores x_i bij elkaar moeten worden opgeteld (gesommeerd), voor alle waarden van i (vanaf $i = 1$, tenzij anders aangegeven) tot $i = n$. Alle n scores van de variabele x moeten dus worden opgeteld.

Als er haakjes gebruikt worden, let dan goed op: handelingen beschreven binnen een paar haakjes hebben voorrang, die moet je dus eerst uitvoeren. Ook als dat niet strikt nodig is, zullen we vaak haakjes gebruiken ter verduidelijking, zoals in $(2 \times 3) + 4 = 10$.

9.3 Centrummaten

9.3.1 gemiddelde

De meest bekende maat voor het centrum van een verdeling is wel het gemiddelde. Het gemiddelde is eenvoudig uit te rekenen door alle scores bij elkaar op te tellen, en vervolgens die som weer te delen door het aantal observaties. In symbolen:

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i}^{n} x_i \tag{9.1}$$

We maken hier meteen kennis met een nieuw symbool, $\overline{x}$, vaak "x-bar" genoemd, waarmee het gemiddelde van x wordt aangeduid. Het gemiddelde wordt ook vaak aangeduid met het symbool M (Eng. mean), o.a. in artikelen in de APA-stijl.

Voorbeeld 9.1: In een winkel wordt bijgehouden hoe lang klanten moeten wachten bij de kassa, voordat ze aan de beurt zijn. Voor $N = 10$ klanten worden de volgende wachttijden geobserveerd, in minuten:
1, 2, 5, 2, 2, 2, 3, 1, 1, 3.
De gemiddelde wachttijd is $(\sum X)/N = 22/10 = 2.2$ minuten.

Het gemiddelde van X wordt meestal uitgedrukt met één decimaalcijfer meer dan de scores van X (zie ook §9.6.1 hieronder over het aantal decimaalcijfers waarmee het gemiddelde wordt weergegeven).

Het gemiddelde is op te vatten als het "balanspunt" van een verdeling: de observaties aan weerszijden houden elkaar "in evenwicht", zoals geïllustreerd in Figuur 9.1, waar de "blokken" van het histogram precies "in evenwicht" zijn op het "balanspunt" bij het gemiddelde van 2.2. Het gemiddelde is ook de waarde ten opzichte waarvan de N observaties tezamen het minste verschillen, en het vormt dus een goed kenmerk voor het centrum van een kansverdeling.

Het gemiddelde is alleen bruikbaar bij variabelen van het interval- of ratio-meetniveau.

9.3.2 mediaan

De mediaan (symbool Md of $\tilde{x}$) is de observatie in het midden van de rangorde van observaties [1]. Als we de scores van X rangschikken van klein naar groot, dan is de mediaan het middenpunt van die gerangschikte reeks. De helft van de observaties is kleiner dan de mediaan, en de andere helft is groter dan de mediaan.

Bij een oneven aantal observaties is de middelste observatie de mediaan. Bij een even aantal observaties wordt de mediaan gevormd door het gemiddelde van de middelste twee observaties.

Voorbeeld 9.2: De wachttijden uit Voorbeeld 9.1 worden als volgt gerangschikt:
1, 1, 1, 2, *2*, *2*, 2, 3, 3, 5.
De mediaan is het gemiddelde van de middelste twee (cursieve) observaties, dus 2 minuten.

[1] In het Engels wordt de streep in het midden van een weg aangeduid als de "median"; deze streep verdeelt de weg in twee even brede helften.

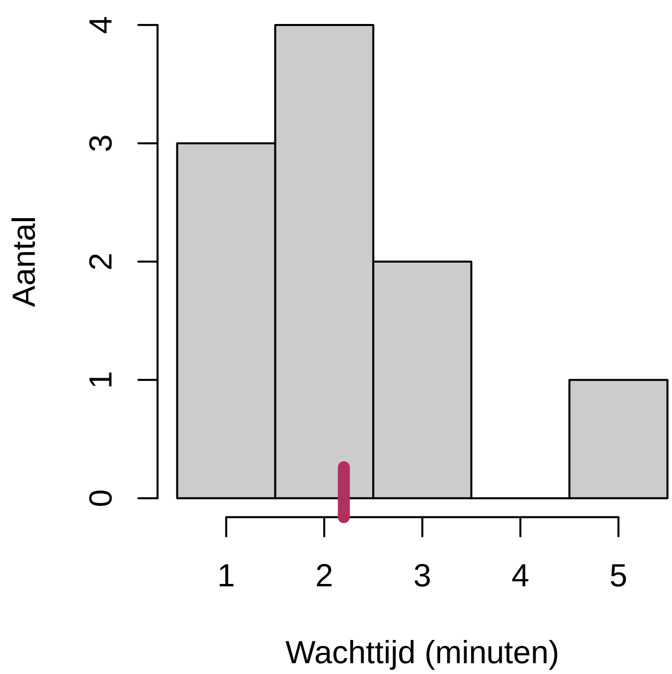


Figure 9.1: Histogram van N=10 wachttijden, met markering van het gemiddelde.

De mediaan is minder gevoelig dan het gemiddelde voor extreme waarden van x. In het bovenstaande voorbeeld is de extreme wachttijd van 5 minuten van aanzienlijke invloed op het gemiddelde. Als we die waarde zouden verwijderen, dan verandert het gemiddelde van 2.2 naar 1.9, maar de mediaan blijft nog steeds 2. Extreme waarden hebben dus een minder grote invloed op de mediaan dan op het gemiddelde. Pas als de rangschikking van de observaties verandert, kan ook de mediaan veranderen.

De mediaan is bruikbaar bij variabelen van het ordinale, interval- of ratiometniveau.

9.3.3 modus

De modus (bijv.nw. 'modaal') is de waarde of score van X die het meeste voorkomt.

> *Voorbeeld 9.3*: Bij de wachttijden uit Voorbeeld 9.1 komt de score 2 het meeste voor (4×); dit is de modus.

> *Voorbeeld 9.4*: In 2014 was het gemiddelde inkomen per huishouden in Nederland €34200. Het modale inkomen (per huishouden) lag tussen €18000 en €20000[2]. In 2014 vielen de meeste huishoudens in Nederland dus in deze inkomens-klasse.

De modus is nog minder gevoelig dan de mediaan voor extreme waarden van x. In het bovenstaande voorbeeld 9.2 maakt het niet uit wat de waarde van de langste wachttijd is: ook al zou die observatie de waarde 10 of 1000 hebben, de modus blijft onveranderlijk 2 (ga dat zelf na).

De modus is bruikbaar bij variabelen van alle meetniveau's.

[2] http://www.cbs.nl/nl-NL/menu/themas/inkomen-bestedingen/cijfers/extra/inkomensverdeling.htm

9.3.4 harmonisch gemiddelde

Als de afhankelijke variabele een breuk of verhouding of ratio voorstelt, zoals de snelheid waarmee een taak verricht wordt, dan vormt het (rekenkundig) gemiddelde van formule (9.1) eigenlijk niet een goede aanduiding voor de meest kenmerkende of centrale waarde. In dat geval kan je beter het harmonisch gemiddelde gebruiken:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_i^n \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum_i^n \frac{1}{x_i}} \tag{9.2}$$

Voorbeeld 9.5: Een student schrijft $n = 3$ teksten. Over de eerste tekst (500 woorden) doet hij 2.5 uur, over de tweede tekst (1000 woorden) doet hij 4 uur, en over de derde tekst (300 woorden) doet hij 0.6 uur. Wat is de gemiddelde schrijfsnelheid van deze student? De schrijfsnelheden zijn resp. 200, 250, en 500 woorden per uur, en het "normale" (rekenkundig) gemiddelde daarvan is 317 woorden per uur. Het "eigenlijke" gemiddelde is echter $(500+1000+300)/(2.5+4+0.6) = 1800/7.1 = 254$ woorden per uur. De hoge schrijfsnelheid van de korte tekst telt voor $1/n$ deel mee in het rekenkundig gemiddelde, hoewel die tekst slechts $300/1800 = 1/6$ van het totaal aantal woorden bevat.

Omdat de afhankelijke variabele een breuk is (snelheid, woorden/uur), vormt het harmonische gemiddelde hier een betere centrummaat. Eerst rekenen we de snelheid (woorden per tijdseenheid) om naar de inverse daarvan (zie (9.2), in noemer, binnen somteken), d.w.z. naar *tijd* per woord: 0.005, 0.004, en 0.002 (tijdseenheden per woord, zie voetnoot[3]). Ten tweede middelen we deze tijden, tot gemiddeld 0.00366 uur per woord, en tenslotte nemen we daarvan wederom de inverse. De harmonisch gemiddelde schrijfsnelheid is dan $1/0.00366 = 273$ woorden per uur, dichter bij het "eigenlijke" gemiddelde van 254 woorden per uur.

---

[3] Dit is vergelijkbaar met sporten als roeien, zwemmen, wielrennen, schaatsen, e.d., waar ook de tijd over een afgesproken afstand gemeten en vergeleken wordt, en niet de snelheid over een afgesproken tijd.

9.3.5 gewinsoriseerde gemiddelde

De grote gevoeligheid van het gewone (rekenkundige) gemiddelde voor uitbijters kan ingeperkt worden, door de meest extreme observaties te wijzigen naar de minder extreme, meer centrale observaties. Het gemiddelde van deze (deels gewijzigde) observaties wordt het *gewinsoriseerde* gemiddelde genoemd ("winsorized mean";).

Voorbeeld 9.6: De wachttijden uit Voorbeeld 9.1 worden als volgt gerangschikt:
1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 5.
Voor het 10% gewinsoriseerde gemiddelde worden (na rangordening) de 10% kleinste observaties gelijk gesteld aan de eerstvolgende grotere waarde, en de 10% grootste observaties worden gelijk gesteld aan de laatst voorafgaande kleinere waarde (gewijzigde waarden zijn hier cursief):
1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, *3*.
Het winsorized gemiddelde over deze gewijzigde waarden is $\overline{x}_w = 2$ minuten.

9.3.6 getrimde gemiddelde

Een nog drastischer ingreep is om de meest extreme observaties geheel te verwijderen. Het gemiddelde van de overblijvende observaties wordt het *getrimde* gemiddelde genoemd ("trimmed mean"). Bij een 10% trim verwijderen we de onderste 10% *en* de bovenste 10% van de observaties; er resteren dan dus nog slechts $(1 - (2 \times (10/100)) \times n$ observaties (Wilcox, 2012).

Voorbeeld 9.7: De wachttijden uit Voorbeeld 9.1 worden weer als volgt gerangschikt:
1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 5.
Voor het 10% getrimde gemiddelde worden (na rangordening) de 10% kleinste observaties verwijderd, en de 10% grootste observaties worden eveneens verwijderd:
1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3.
Het getrimde gemiddelde over deze $10 - (.2)(10) = 8$ resterende waarden is hier $\overline{x}_t = 2$ minuten.

9.3.7 vergelijking van centrummaten

Figuur 9.2 illustreert de verschillen tussen de diverse centrummaten, voor asymmetrisch verdeelde observaties.

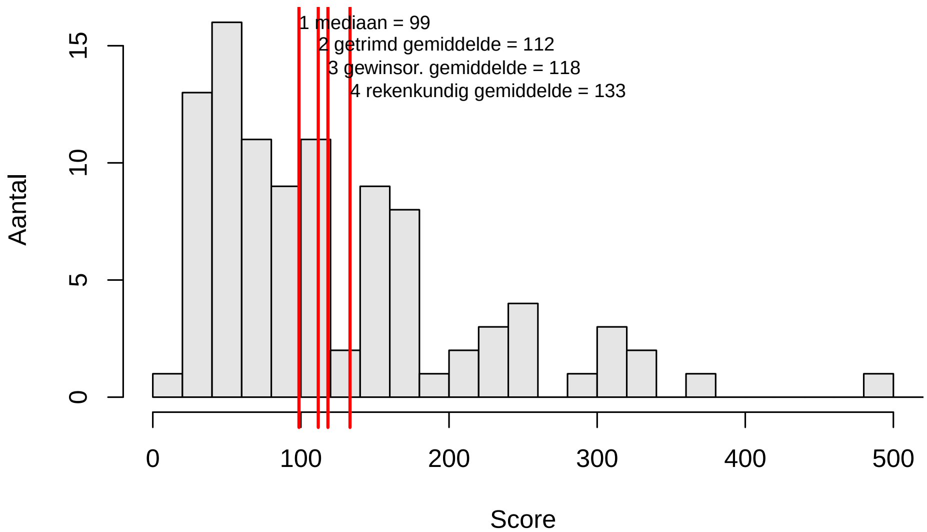


Figure 9.2: Histogram van een variabele met positief scheve (asymmetrische) frequentieverdeling, met daarin aangegeven (1) de mediaan, (2) het 10% getrimde gemiddelde, (3) het 10% gewinsoriseerde gemiddelde, en (4) het rekenkundig gemiddelde. De geobserveerde scores zijn gemarkeerd langs de horizontale as.

Het rekenkundig gemiddelde is het meest gevoelig voor extreme waarden: de extreme waarden "trekken" erg hard aan het gemiddelde. Deze invloed van extreme waarden wordt getemperd in het gewinsoriseerde gemiddelde, en wordt nog meer getemperd in het getrimde gemiddelde. Naarmate de trimfactor (het percentage van de observaties dat wordt gewijzigd of verwijderd) toeneemt, gaan de gewinsoriseerde en getrimde gemiddelden meer lijken op de mediaan. Immers, bij een trimfactor van 50% resteert er van alle observaties nog maar één (ongewijzigde) observatie, en dat is de mediaan (ga dat zelf na). In §9.7 gaan we verder in op de keuze voor een passende maat voor het centrum van een verdeling.

9.4 Kwartielen en boxplots

De verdeling van een variabele wordt niet alleen gekenmerkt door het centrum van die verdeling, maar ook door de mate van spreiding rondom het centrum, d.w.z. hoe groot het verschil is van de observaties t.o.v. het gemiddelde. We willen bijvoorbeeld niet alleen weten wat het gemiddelde inkomen is, maar ook hoe groot de *verschillen* in inkomen zijn.

9.4.1 Kwartielen

Een eenvoudige en bruikbare maat daarvoor zijn de kwartielen (Tukey, 1977). We delen de gerangschikte observaties in twee helften op; de grens daartussen is de mediaan. Vervolgens halveren we weer elke helft, tot kwarten. De kwartielen worden gevormd door de grenzen tussen deze kwarten; er zijn dus drie kwartielen. Het eerste kwartiel Q_1 is de mediaan van de onderste helft, Q_2 is de mediaan van alle n observaties, en het derde kwartiel Q_3 is de mediaan van de bovenste helft. De helft van de observaties (nl. het tweede en derde kwart) ligt tussen Q_1 en Q_3. De afstand tussen Q_1 en Q_3 wordt de "interquartile range" genoemd (IQR). Deze IQR vormt een eerste bruikbare maat voor de spreiding van observaties ten opzichte van hun centrale waarde.

Voor de uitleg maken we gebruik van de fictieve scores op een leestoets, gegeven in Tabel 9.1.

Table 9.1: Scores van N=10 leerlingen op drie onderdelen van de CITO-toets, afgenomen in groep 8 van het basisonderwijs.

Leerling	Lezen	Rekenen	Wereldoriëntatie
1	18	22	55
2	32	36	55
3	45	34	38
4	25	25	40
5	27	29	48
6	23	20	44
7	29	27	49
8	26	25	42
9	20	25	57
10	25	27	47
$\sum x$	270	270	475
$\overline{x}$	27.0	27.0	47.5

Voorbeeld 9.8: De scores bij het onderdeel Lezen in Tabel 9.1 zijn als volgt gerangschikt:
18, 20, 23, 25, 25, 26, 27, 29, 32, 45.
De mediaan is $Q_2 = 25.5$ (tussen de 5e en 6e observatie in deze ranglijst). De mediaan van de onderste helft is $Q_1 = 23$ en die van de bovenste helft is $Q_3 = 29$. De interquartile range is IQR $= 29 - 23 = 6$.

9.4.2 Uitbijters

In de leesscores in Tabel 9.1 treffen we een extreme waarde aan, nl. de score 45, die opvallend veel verschilt van het gemiddelde. Zo'n opvallende waarde wordt aangeduid als een "uitbijter" (in het Engels als "outlier"). De grens voor wat we beschouwen als een uitbijter ligt doorgaans bij $1.5 \times \text{IQR}$. Als een waarde meer dan $1.5 \times \text{IQR}$ boven Q_3 of onder Q_1 ligt, dan beschouwen we die observatie als een uitbijter. Controleer deze observaties nog eens (denk aan het principe van zorgvuldigheid, zie §3.1).

> Voorbeeld 9.9: Voor de eerder genoemde leesscores in Tabel 9.1 vonden we $Q_1 = 23$, $Q_3 = 29$, en $\text{IQR} = Q_3 - Q_1 = 29 - 23 = 6$. De bovenste grenswaarde voor uitbijters is $Q_3 + 1.5 \times \text{IQR} = 29 + 1.5 \times 6 = 29 + 9 = 38$. De observatie met score 45 ligt boven deze grenswaarde, en wordt daarom beschouwd als uitbijter.

9.4.3 Boxplots

De frequentieverdeling van een variabele kunnen we nu weergeven met vijf kenmerken, de zgn. "five-number summary", nl. de kleinste waarde, Q_1, mediaan, Q_3, en grootste waarde. Deze vijf kenmerken worden grafisch weergegeven in een zgn. "boxplot", zie Figuur 9.3 voor een voorbeeld (Tukey, 1977, §2C).

De box omspant het gebied van (bij benadering) Q_1 tot Q_3, en omspant dus de centrale helft van de observaties. De dikkere lijn in de box markeert de mediaan. De lijnen strekken zich uit naar de kleinste en grootste waarden *die géén uitbijters zijn* [4]. De afzonderlijke uitbijters worden hier met een apart symbool aangeduid.

9.5 Spreidingsmaten

9.5.1 variantie

Een andere manier om de spreiding van de observaties aan te geven, zou zijn om te kijken naar de afwijking van iedere observatie ten opzichte van het gemiddelde, dus $(x_i - \overline{x})$. Maar als we al die afwijkingen optellen, dan is de som

[4] In een klassieke boxplot strekken de lijnen zich uit naar het minimum en maximum (Tukey, 1977) en worden uitbijters niet apart aangeduid.

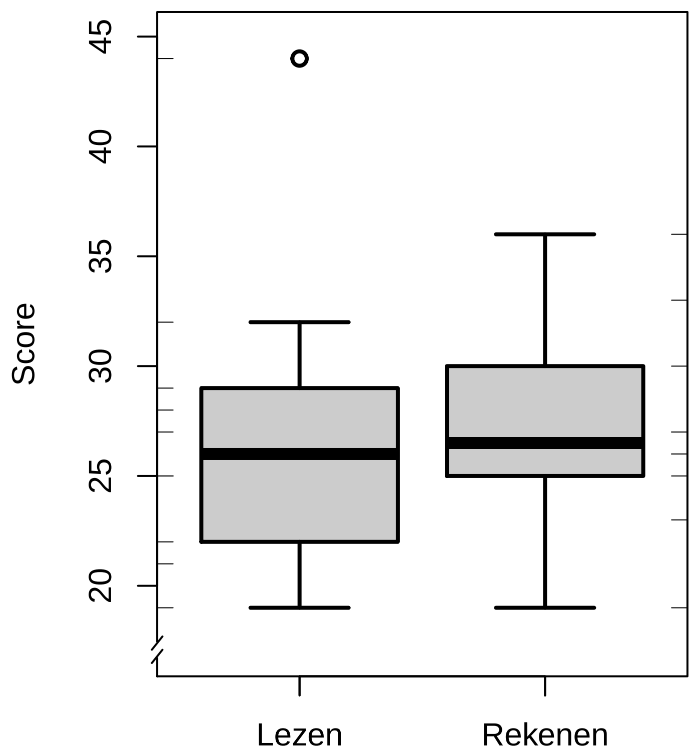


Figure 9.3: Boxplots van scores van $N = 10$ leerlingen op de onderdelen Lezen en Rekenen van de CITO-toets (zie Tabel 9.1), met uitbijters als open cirkels gemarkeerd. De geobserveerde scores zijn gemarkeerd langs de verticale assen.

daarvan altijd nul! De positieve en negatieve afwijkingen heffen elkaar immers op (ga dat zelf na in Tabel @#ref(tab:cito)). Daarom middelen we niet de afwijkingen zelf, maar de kwadraten van die afwijkingen. Zowel de positieve als de negatieve afwijkingen resulteren in positieve gekwadrateerde-afwijkingen. Van al die gekwadrateerde-afwijkingen berekenen we het gemiddelde, d.w.z. we tellen ze op en delen door $(n-1)$, zie voetnoot[5]. Het resultaat noemen we de *variantie*, aangeduid met symbool s^2:

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n-1} \tag{9.3}$$

De teller van deze breuk wordt wel aangeduid als de "sum of squared deviations" of "sum of squares" (SS) en de noemer wordt wel aangeduid als het aantal vrijheidsgraden of "degrees of freedom" van de teller (d.f.; zie §13.2.1).

De variantie rekenen we tegenwoordig altijd uit met een rekenmachine of computer.

9.5.2 standaarddeviatie

Om de bovenstaande variantie te berekenen, hebben we de afwijkingen van de observaties gekwadrateerd. De variantie is dus een grootheid die niet wordt uitgedrukt in de oorspronkelijke eenheden (bijv. seconden, cm, score), maar in gekwadrateerde eenheden (bijv. s^2, cm^2, score^2). Teneinde weer terug te keren naar de oorspronkelijke eenheden, nemen we de wortel uit de variantie. Het resultaat noemen we de *standaarddeviatie*, aangeduid met symbool s:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{9.4}$$

> Voorbeeld 9.10: Het gemiddelde van de eerder genoemde leesscores in Tabel 9.1 is 27.0, en de afwijkingen zijn als volgt:
> -9, 5, 18, -2, 0, -4, 2, -1, -7, -2.
> De gekwadrateerde afwijkingen zijn 81, 25, 324, 4, 0, 16, 4, 1, 49, 4.
> De som van deze gekwadrateerde afwijkingen is 508, en de variantie is dan $s^2 = 508/9 = 56.44$. De standaarddeviatie is de wortel van de variantie, dus $s = \sqrt{508/9} = 7.5$.

---

[5] We delen door $n-1$ en niet door n, om een betere schatting te krijgen van de spreiding in de *populatie*. Op deze manier houden we rekening met het feit dat we één kenmerk van de steekproef (nl. het gemiddelde) gebruiken om de spreiding te bepalen. Als je alleen geïnteresseerd bent in de spreiding in je *steekproef* van observaties, en niet in de populatie, deel dan door n.

De variantie en standaarddeviatie zijn alleen bruikbaar bij variabelen van het interval- of ratio-meetniveau. Ook de variantie en standaarddeviatie kunnen weer gebaseerd zijn op de gewinsoriseerde of getrimde verzameling van observaties.

De standaarddeviatie hebben we nodig (a) als we de ruwe observaties willen omzetten naar standaardscores (zie §9.8 hieronder), (b) als we een variabele willen beschrijven die normaal verdeeld is (zie §10.3, en (c) als we hypotheses willen toetsen met behulp van een normaal verdeelde variabele (zie §@ref(sec:ttoets.onesample) e.v.).

9.5.3 MAD

Behalve de standaarddeviatie is er ook een robuuste tegenhanger daarvan, die niet gebruik maakt van het gemiddelde. Deze maat is daarom minder gevoelig voor uitbijters (robuuster), wat soms handig is.

We kijken hiervoor naar de afwijking van iedere observatie ten opzichte van de mediaan (niet t.o.v. het gemiddelde). Van deze afwijkingen nemen we de absolute waarde[6] (niet het kwadraat). Van deze absolute afwijkingen bepalen we tenslotte weer de mediaan (niet het gemiddelde). Het resultaat noemen we de "median absolute deviation" (MAD):

$$\text{MAD} = k \quad Md(|x_i - Md(x)|) \tag{9.5}$$

Hierbij gebruiken we meestal $k = 1.4826$ als constante; door deze schaalfactor komt de MAD ruwweg overeen met de standaarddeviatie s indien x normaal verdeeld zou zijn (§10.3).

Voorbeeld 9.11: De mediaan van de eerder genoemde leesscores in Tabel 9.1 is 25.5, en de afwijkingen van die mediaan zijn als volgt:
-7.5, 6.5, 19.5, -0.5, 1.5, -2.5, 3.5, 0.5, -5.5, -0.5.
De gerangschikte, absolute afwijkingen zijn
0.5, 0.5, 0.5, 1.5, *2.5, 3.5*, 5.5, 6.5, 7.5, 19.5.
De mediaan van deze 10 absolute afwijkingen is 3, en MAD = $1.4826 \times 3 = 4.4478$. Merk op dat de MAD kleiner is dan de standaarddeviatie, o.a. omdat de MAD minder gevoelig is voor de extreme waarde $x_3 = 45$.

---

[6] Positieve afwijkingen blijven ongewijzigd, van negatieve afwijkingen wordt het teken omgekeerd.

9.6 Over significante cijfers

9.6.1 Gemiddelde en standaarddeviatie

Een gemiddelde uitkomst wordt weergegeven in een beperkt aantal significante cijfers, d.i. een beperkt aantal cijfers, van links naar rechts geteld, zonder acht te slaan op het decimaalteken. Het aantal significante cijfers van een gemiddelde uitkomst moet gelijk zijn aan het aantal significante cijfers van het *aantal observaties* waarover is gemiddeld. (Overige cijfers in de gemiddelde uitkomst zijn niet nauwkeurig bepaald.) De gemiddelde uitkomst moet eerst afgerond worden tot het gepaste aantal significante cijfers, voordat de uitkomst verder geïnterpreteerd wordt, zie Tabel 9.2.

Table 9.2: Het aantal significante cijfers in het gerapporteerde gemiddelde is gelijk aan het aantal significante cijfers van het aantal observaties.

aant.obs.	aant.signif.cijfers	voorbeeld gemiddelde	rapporteer als
1 ... 9	1	21/8 = 2.625	3
10 ... 99	2	57/21 = 2.714286	2.7
100 ... 999	3	317/120 = 2.641667	2.64
1000 ... 9999	4	3179/1234 = 2.576175	2.576

Het aantal significante cijfers in de gerapporteerde standaarddeviatie is hetzelfde als in het gemiddelde, volgens Tabel 9.2.

9.6.1.1 Achtergrond

Laten we aannemen dat ik de afstand van mijn huis naar mijn werk langs een vaste route een aantal keren heb gemeten. Het gemiddelde van die metingen bedraagt zogenaamd 2.954321 km. Door het gemiddelde te rapporteren met 7 cijfers suggereer ik hier dat ik precies weet dat de afstand 2954321 millimeter is, en ten hoogste 1 mm meer of minder: het laatste cijfer is geschat of afgerond. Het aantal significante cijfers (in dit voorbeeld 7) geeft de mate van nauwkeurigheid aan. In dit voorbeeld is de gesuggereerde nauwkeurigheid van 1 mm duidelijk onjuist, o.a. omdat beginpunt en eindpunt niet tot op de millimeter bepaald zijn. Het is daarom gebruikelijk om de gemiddelde gemeten afstand te rapporteren met een aantal significante cijfers dat de nauwkeurigheid van die metingen en van het gemiddelde aangeeft, bijv. 3.0 km (per auto of fiets) of 2.95 km (te voet).

Dezelfde gedachtengang is van toepassing bij de meting van een kenmerk door middel van een enquête-vraag. Met $n = 15$ respondenten zou de gemiddelde score $43/15 \approx 2.86667$ kunnen zijn. Maar de nauwkeurigheid is in dit voorbeeld niet zo goed als dit decimale getal suggereert. In feite zorgt hier één afwijkend antwoord al voor een afwijking van ± 0.06667 in het gemiddelde. Bovendien is een gemiddelde score altijd het resultaat van een deling, en "(bij) delen en vermenigvuldigen geldt de regel dat de uitkomst evenveel significante cijfers bevat als de meetwaarde met het kleinste aantal significante cijfers."[7] In dit voorbeeld bestaan de teller (43) en de noemer (15) van het gemiddelde beide uit 2 significante cijfers, en dient de uitkomst dus ook uit 2 significante cijfers te bestaan. De gemiddelde score dient gerapporteerd te worden als 2.9 punten, met slechts één cijfer achter het decimaalteken.

9.6.2 Percentages

Een percentage is een verhouding of breuk, vermenigvuldigd met 100. Gebruik en rapporteer een afgerond percentage (d.i. twee significante cijfers) alleen indien de noemer van de verhouding of breuk groter is dan 100. Deze noemer geeft het aantal waarnemingen of gevallen. Als de noemer kleiner is dan 100 (waarnemingen, gevallen), dan zijn percentages misleidend, zie Tabel 9.3.

Table 9.3: Het aantal significante cijfers in de gerapporteerde proportie (of percentage) hangt samen met het aantal significante cijfers van het aantal observaties in de noemer van de breuk.

aant.obs.(noemer)	aant.signif.cijfers	voorbeeld breuk	rapporteer als
1 ... 9	1	$3/8 = 0.4$	3/8
10 ... 99	2	$21/57 = 0.36$	21/57
100 ... 999	3	$120/317 = 0.378$	38%
1000 ... 9999	4	$1234/3179 = 0.3882$	38.8%

9.6.2.1 Achtergrond

De regels voor percentages vloeien voort uit die in §9.6.1 toegepast op delingen. Als de noemer groter is dan 100 is het percentage (met twee significante cijfers) het gevolg van een schaalverandering "naar beneden" (van een noemer groter dan 100 naar een noemer van precies 100 percentagepunten). De percentageschaal is minder nauwkeurig dan de oorspronkelijke verhouding; de percentages zijn afgerond tot op twee significante cijfers; het laatste significante cijfer van het percentage is dus geborgd.

Als de noemer echter kleiner is dan 100 dan is het percentage (met twee significante cijfers) het gevolg van een "oprekking naar boven" (van een noemer kleiner dan 100 naar een noemer van precies 100 percentagepunten). De percentageschaal suggereert dan een pseudo-nauwkeurigheid die er niet was in de

[7] https://nl.wikipedia.org/wiki/Significant_cijfer

oorspronkelijke verhouding, en de nauwkeurigheid van de percentageschaal is vals. Als de noemer kleiner is dan 100, zijn percentages dus misleidend.

Voorbeeld 9.12: In een cursus van 29 studenten zijn er 23 studenten geslaagd. We spreken dan vaak van een cursusrendement van $23/29 = 79\%$. Toch is zo'n weergave als percentage in dit geval misleidend. Laten we daarvoor eens kijken naar de 6 gezakten. Je kunt beredeneren dat het aantal van 6 gezakten een eigen afrondingsfout heeft van 1/2 student; bij omzetting naar de percentageschaal wordt ook deze afrondingsfout mee vergroot, zodat de percentages minder nauwkeurig zijn dan de hele percentages (2 significante cijfers) suggereren. Of anders gezegd: het aantal van 6 gezakten (d.i. een getal met één significant cijfer) noopt ons om ook de verhouding weer te geven met slechts één significant cijfer, en dus niet als percentage. Rapporteer bij voorkeur de verhouding zelf (23/29), of eventueel de "odds" $(23/6 = 4)$ afgerond tot het juiste aantal significante cijfers[8].

Op grond van dezelfde overwegingen is een percentage met een decimaal cijfer (d.i. met drie significante cijfers, bv. "36.1%") alleen zinnig als de noemer van de verhouding of breuk groter is dan 1000.

Voorbeeld 9.13: In 2013 startten 154 studenten met een tweejarige research master. Na 2 jaar waren 69 daarvan afgestudeerd. Het nominaal rendement voor dit cohort is dan $69/154 = 0.448052$, af te ronden en te rapporteren als 44% (niet als 44.81%).

9.7 Keuzemoment

De verdeling van een variabele kun je op verschillende manieren beschrijven. Als variabele X gemeten is op het interval- of ratio-meetniveau, begin dan altijd met een histogram (§8.4) en een boxplot (§9.4.3).

De centrummaten en spreidingsmaten zijn te ordenen zoals in Tabel 9.4.

[8] Deze "odds" geeft aan dat er 23 geslaagden zijn op 6 gezakten, d.i. afgerond 4 geslaagden voor iedere gezakte.

Table 9.4: Overzicht van besproken centrummaten en spreidingsmaten.

Verdeling	Centrummaat	Spreidingsmaat
alle	mediaan	kwartielen, IQR, MAD
…	getrimde of gewins.gemidd.	getrimde of gewins.std.dev.
(a & b & c)	gemiddelde	standaarddeviatie

De meest **robuuste** maten staan bovenin (mediaan, kwartielen, IQR, MAD). Deze maten zijn robuust: ze zijn weinig gevoelig voor uitbijters of voor eventuele *a*symmetrie in de frequentieverdeling, zoals de voorbeelden in dit hoofdstuk laten zien.

De meest **efficiënte** maten staan onderin in Tabel 9.4: gemiddelde en standaarddeviatie. Deze maten zijn efficiënt: ze geven het centrum en de spreiding het beste weer, ze hebben zelf de kleinste standaarddeviatie, en ze hebben daarvoor relatief het kleinste aantal observaties nodig. De andere maten nemen een tussenpositie in: de getrimde maten zijn wat robuuster, en de gewinsoriseerde maten wat efficiënter.

De meest efficiënte maten vereisen echter ook de meest vèrgaande assumpties (en de meest robuuste maten vereisen de minste assumpties). Deze efficiënte maten zijn alleen zinnig, indien de verdeling van X voldoet aan drie assumpties: (a) de verdeling is min of meer symmetrisch, d.w.z. de linker- en rechter-helft van het histogram resp. de bovenste en onderste helft van de boxplot lijken elkaars spiegelbeeld, (b) de verdeling is unimodaal, d.w.z. de verdeling heeft één modus, en (c) de verdeling bevat geen of nauwelijks uitbijters. Inspecteer deze assumpties in het histogram en de boxplot van X. Als aan één van deze assumpties niet is voldaan, dan doe je er beter aan om meer robuuste maten te gebruiken om de verdeling te beschrijven.

9.8 Standaardscores

Soms kan het handig zijn om scores te vergelijken die gemeten zijn op verschillende schalen. Bijvoorbeeld: Jan had een 8 als eindcijfer voor wiskunde op het VWO, en zijn IQ is 136. Is de afwijking van Jan ten opzichte van het gemiddelde even groot op beide schalen? Om zo'n vraag te beantwoorden moeten we de scores van de twee variabelen uitdrukken op dezelfde meetschaal. Dat doen we door de ruwe scores om te rekenen naar standaard-scores, of z-scores. Hiervoor nemen we de afwijking van iedere score ten opzichte van het gemiddelde, en we delen die afwijking door de standaarddeviatie:

$$z_i = \frac{(x_i - \overline{x})}{s_x} \tag{9.6}$$

De standaardscore of z-score representeert dus de afstand van de i'de observatie tot het gemiddelde van x, uitgedrukt in eenheden standaarddeviatie. Bij een standaardscore van $z = -1$ is de geobserveerde score precies $1 \times s$ beneden het gemiddelde $\overline{x}$. Bij een standaardscore van $z = +2$ dan is de geobserveerde score precies $2 \times s$ boven het gemiddelde[9].

De z-scores zijn ook handig om twee variabelen te vergelijken die weliswaar op dezelfde schaal gemeten zijn (bijvoorbeeld een schaal van $1 \ldots 100$), maar die toch verschillende gemiddelden en/of verschillende standaarddeviaties hebben, zoals de scores in Tabel 9.1. In Hoofdstuk 10 zullen we verder werken met z-scores.

De standaardscore of z-score heeft twee handige eigenschappen die je moet onthouden. Ten eerste is het gemiddelde altijd gelijk aan nul: $\overline{z} = 0$, en ten tweede is de standaarddeviatie gelijk aan 1: $s_z = 1$. (Deze eigenschappen volgen uit de definitie in formule (9.6); het wiskundige bewijs laten we hier achterwege.) Dus de transformatie van een verzameling observaties naar standaardscores of z-scores levert altijd een verdeling op met een gemiddelde van nul en een standaarddeviatie van één. Bedenk wel dat deze transformatie naar standaardscores alleen zinnig is, indien en voor zover het gemiddelde en de standaarddeviatie ook zinnige maten zijn om de verdeling van x te beschrijven (zie §9.7).

9.9 SPSS

Voor **histogram, percentielen en boxplot**:

```
Analyze > Descriptive Statistics > Explore...
```

Selecteer variabele (sleep naar Variable(s) paneel)
Kies `Plots`, vink aan: `Histogram`, en bevestig met `Continue`
Kies `Options`, vink aan: `Percentiles`, en bevestig met `Continue` en daarna met `OK`.
De uitvoer bevat zowel beschrijvende statistiek als histogram en boxplot.

Voor **kenmerkende getallen**:

```
Analyze > Descriptive Statistics > Descriptives...
```

Selecteer variabele (sleep naar Variable(s) paneel)
Kies `Options`; vink aan: `Mean, Sum, Std.deviation, Variance, Minimum, Maximum`, en bevestig met `Continue` en daarna met `OK`.
De uitvoer bevat de gevraagde statistische kenmerken van de verdeling van de

[9] Check: $z = +2 = \frac{(x_i - \overline{x})}{s_x}$, dus $2s = (x_i - \overline{x})$, dus $x_i = \overline{x} + 2s$.

variabele.

Voor **mediaan**:

```
Analyze > Compare Means > Means...
```

Selecteer variabele (sleep naar Variable(s) paneel)
Kies `Options`; vink aan: `Mean, Number of cases, Standard deviation, Variance, Minimum, Maximum` en ook `Median`, en bevestig met `Continue` en daarna met `OK`.
De uitvoer bevat de gevraagde statistische kenmerken van de verdeling van de variabele.

Standaardscores uitrekenen en bewaren in nieuwe kolom:

```
Analyze > Descriptive Statistics > Descriptives...
```

Selecteer variabele (sleep naar Variable(s) paneel)
Vink aan: `Save standardized values as variables` en bevestig met `OK`.
De nieuwe variabele(n) met z-scores worden toegevoegd als nieuwe kolom(men) aan het databestand.

9.10 R

Voor **kwartielen en boxplot** zoals Figuur 9.3 gebruiken we de commando's `fivenum`, `quantile`, en `boxplot`:

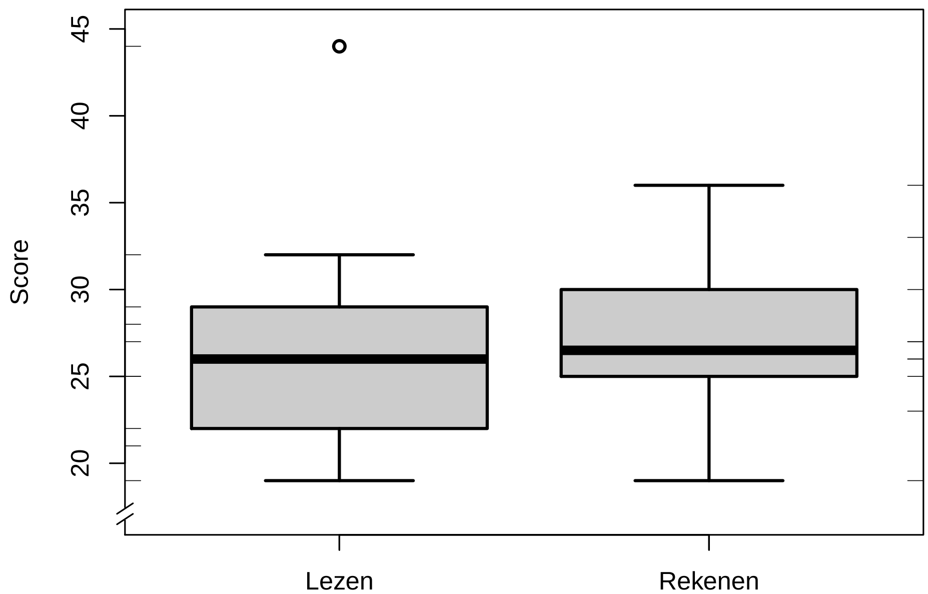
```r
require(foreign) # for foreign::read.spss
cito <- read.spss("data/cito.sav")
fivenum(cito$Lezen) # minimum, Q1, mediaan, Q3, maximum
```

```
## [1] 19 22 26 29 44
```

```r
quantile(cito$Lezen, c( 1/4, 3/4 ) ) # Q1 en Q3, anders berekend
```

```
##   25%   75%
## 22.75 28.75
```

```
op <- par(mar=c(4,4,1,2)+0.1) # smaller margins
with(cito,
  boxplot(Lezen, Rekenen, col="grey80", lwd=2, lty=1, ylab="Score", ylim=c(17,45) )
)
axis(side=1, at=c(1,2), labels=c("Lezen","Rekenen") )
plotrix::axis.break(axis=2) # break in linker Y-as
rug(cito$Lezen, side=2) # markeringen linker Y-as
rug(cito$Rekenen, side=4) # markeringen rechter Y-as
```



Veel **centrummaten** zijn als functie in R voorgeprogrammeerd:

```
mean(cito$Lezen) # gemiddelde
```

```
## [1] 27.2
```

```
psych::winsor.mean(cito$Lezen, trim=.1) # gewinsoriseerde gemiddelde, uit psych packag
```

```
## [1] 26.3
```

```
mean(cito$Lezen, trim=.1) # getrimde gemiddelde
```

```
## [1] 26.125
```

```r
median(cito$Lezen)   # mediaan
```

```
## [1] 26
```

Ook diverse **spreidingsmaten** zijn voorgeprogrammeerd:

```r
var(cito$Lezen)  # variantie
```

```
## [1] 50.17778
```

```r
sd(cito$Lezen)   # standaarddeviatie, sd(x) = sqrt(var(x))
```

```
## [1] 7.083627
```

```r
mad(cito$Lezen)  # MAD
```

```
## [1] 5.1891
```

Daarentegen moeten we **standaardscores** zelf uitrekenen, en zelf bewaren als nieuwe variabele, hier `zLezen` genoemd (let op de haakjes in de eerste regel):

```r
zLezen <- (cito$Lezen-mean(cito$Lezen)) / sd(cito$Lezen) # z-scores
head(zLezen) # eerste paar observaties van variabele zLezen
```

```
## [1] -1.1575990  0.6776189  2.3716662 -0.3105753  0.1129365 -0.7340872
```

Chapter 10

Kansverdelingen

10.1 Kansen

Bellen achter het stuur vergroot de kans op een ongeluk (Bhargava and Pathania, 2013). De gemiddelde kans op neerslag in Nederland is 7%. Mijn bestelling heeft 10% kans om een dag later dan beloofd afgeleverd te worden. Kansen en waarschijnlijkheden spelen een belangrijke rol in ons dagelijks leven, en ook in het wetenschappelijk onderzoek. Immers, veel hypothesen zijn probabilistisch van aard (zie Hoofdstuk 2): de hypothesen doen uitspraken over een verschil in *kansen* van uitkomsten. Om conclusies te kunnen trekken ten aanzien van die probabilistische hypothesen hebben we enige kennis nodig over waarschijnlijkheden, kansberekening, en kansverdelingen. Daarover gaat dit hoofdstuk.

Laten we ter inleiding eens kijken naar een Nederlands *Scrabble*-spel. Het spel bevat een zakje met daarin 102 fiches, met op elke fiche een letter[1]. Van de 102 fiches zijn er 6 met de letter A. Als ik uit een vol en goed gemengd zakje één fiche neem, wat is dan de kans dat ik de letter A tref? Die kans-op-uitkomst-A wordt aangeduid als $P(\text{A})$, met de P van *Probabilitas* (Lat. "kans, waarschijnlijkheid"), en is te bepalen als

$$P(\text{A}) = \frac{\text{aantal A's}}{\text{totaal aantal fiches}} = \frac{6}{102} = 0.0588 \tag{10.1}$$

De kans op een gebeurtenis wordt uitgedrukt als een proportie, een getal tussen 0 en 1, of als een percentage, d.w.z. een proportie in eenheden van 1/100. Een kans kan dus nooit kleiner zijn dan 0 en kan nooit groter zijn dan 1: de kans is immers de verhouding tussen (teller) aantal specifieke uitkomsten en (noemer) totaal aantal mogelijke uitkomsten (zie formule (10.1)), waarbij deze teller nooit groter kan zijn dan deze noemer (Schuurman and De Kluiver, 2001).

[1] Twee van de fiches zijn echter zonder letter; later in deze paragraaf zullen we deze blanco fiches verwijderen uit het zakje.

Als twee uitkomsten elkaar wederzijds uitsluiten, zoals bij de uitkomsten A of B in ons Scrabble-voorbeeld, dan mogen we de kansen van die uitkomsten *optellen* (somregel). De kans op uitkomst A *of* uitkomst B (waarbij de uitkomsten A en B elkaar uitsluiten), is de *som* van $P(\text{A})$ en $P(\text{B})$:

$$P(\text{A of B}) = P(\text{A}) + P(\text{B}) \tag{10.2}$$

Voorbeeld 10.1: In ons Scrabble-voorbeeld is $P(\text{A}) = \frac{6}{102}$ en $P(\text{B}) = \frac{2}{102}$. De kans op uitkomst A-of-B is dan $P(\text{A of B}) = P(\text{A}) + P(\text{B}) = 6/102 + 2/102 = 8/102 = .0784$.

Als ik uit een vol en goed gemengd zakje één fiche neem, dan zijn er twee complementaire uitkomsten mogelijk: ik tref een A, of ik tref *niet* een A. De uitkomsten sluiten elkaar weer wederzijds uit, dus ook de kansen op deze uitkomsten mogen we optellen. Bovendien zijn de uitkomsten complementair, d.w.z. de uitkomst kan alleen maar één van deze twee mogelijke uitkomsten zijn. De respectievelijke kansen op deze complementaire gebeurtenissen zijn dan ook complementair, d.w.z. deze respectievelijke kansen tellen op tot precies 1 =100% (complementregel). Er is immers 100% kans dat de uitkomst één van de twee mogelijke uitkomsten van de trekking is. Als we $P(\text{A})$ al kennen kunnen we de kans op de complementaire uitkomst makkelijk uitrekenen:

$$P(\text{A}) + P(\text{niet-A}) = 1 \tag{10.3}$$
$$P(\text{A}) = 1 - P(\text{niet-A}) \tag{10.4}$$
$$P(\text{niet-A}) = 1 - P(\text{A}) \tag{10.5}$$

Voorbeeld 10.2: In ons Scrabble-voorbeeld is $P(\text{A}) = \frac{6}{102}$. De kans op uitkomst niet-A is dan $P(\text{niet-A}) = 1 - P(\text{A}) = 1 - \frac{6}{102} = \frac{96}{102} = .9412$.

Laten we als gedachten-experiment nu een tweede Scrabble-spel pakken, en daaruit een tweede zakje met fiches pakken, eveneens vol en goed gemengd. Uit elk zakje nemen we nu blind één letterfiche. Er zijn nu twee gebeurtenissen of uitkomsten, nl. de uitkomst van de eerste trekking (uit het eerste zakje), en de uitkomst van de tweede trekking (uit het tweede zakje). Deze twee uitkomsten sluiten elkaar niet wederzijds uit, want de twee uitkomsten hebben geen wederzijdse invloed op elkaar. De uitkomst uit het tweede zakje wordt immers niet beïnvloed door de uitkomst van het eerste zakje, of omgekeerd. We zeggen dan dat deze uitkomsten *onafhankelijk* van elkaar zijn. Als de uitkomsten inderdaad onafhankelijk van elkaar zijn, dan berekenen we de kans op een combinatie van uitkomsten door de kansen te *vermenigvuldigen* (productregel). De kans op de combinatie van uitkomst A *en* uitkomst B (waarbij de uitkomsten A en B onafhankelijk van elkaar zijn), is het *product* van $P(\mathrm{A})$ en $P(\mathrm{B})$:

$$P(\mathrm{A}\ \mathrm{en}\ \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \times P(\mathrm{B}) \tag{10.6}$$

Voorbeeld 10.3: In ons Scrabble-voorbeeld is $P(\mathrm{A}) = \frac{6}{102}$ en $P(\mathrm{B}) = \frac{2}{102}$. De kans op uitkomst A bij het eerste zakje *en* B bij het tweede zakje is dan $P(\mathrm{A}\ \mathrm{en}\ \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \times P(\mathrm{B}) = \frac{6}{102} \times \frac{2}{102} = .0012$.

Voorbeeld 10.4: In ons Scrabble-voorbeeld is $P(\text{klinker}) = \frac{38}{102}$. De kans om een klinker (A, E, I, O, U, Y) te trekken uit het eerste zakje *en* een klinker uit het tweede zakje is dan $P(\text{klinker-en-klinker}) = P(\text{eerste klinker}) \times P(\text{tweede klinker}) = \frac{38}{102} \times \frac{38}{102} = (\frac{38}{102})^2 = .1388$.

10.2 Binomiale kansverdeling

Voor het vervolg van dit hoofdstuk brengen we twee wijzigingen aan in het Scrabble-spel. Ten eerste verwijderen we de 2 blanco fiches zonder letter uit het zakje. Er blijven dan precies 100 fiches over, waarvan 38 met een klinker (vocaal, V) en 62 met een medeklinker (consonant, C). Er blijven dus slechts twee mogelijke categorieën van uitkomsten over, die elkaar wederzijds uitsluiten. Zo'n variabele van het nominale meetnivo, met precies twee categorieën, noemen we bi-nomiaal ('twee-namig'). We beschouwen de klinkers als treffers, en de medeklinkers als missers. Deze twee mogelijke uitkomsten zijn complementair: $P(V) = .38$ (afgekort als p) en $P(C) = .62$ (afgekort als $q = 1 - p$).

Ten tweede leggen we het getrokken letterfiche voortaan terug in het zakje, nadat we de getrokken letter genoteerd hebben. Op die manier hebben we niet tientallen complete letterzakjes nodig, maar slechts één letterzakje dat na elke teruglegging weer compleet en goed gemengd is. We beschouwen de uitkomsten van opeenvolgende trekkingen als onafhankelijk.

Terzijde: De uitkomst van een bepaalde trekking is dus onafhankelijk van de uitkomst van vorige trekkingen. Als er zojuist 100× achtereen een klinker getrokken is, dan heeft dat geen enkele invloed op (de uitkomst van) de eerstvolgende trekking uit het letterzakje. Het letterzakje, of de hand van de trekker, heeft immers geen geheugen. Bij *elke* trekking is de kans op een treffer $p = .38$, ook als er zojuist 100× of 1000× een klinker is getrokken. Hetzelfde geldt voor de opeenvolgende uitkomsten bij roulette: bij elke ronde is de kans op een treffer 1/37, ook als het balletje zojuist 100× op eenzelfde getal terecht is gekomen[2].

Laten we met bovengenoemde wijzigingen nu $n = 3$ trekkingen uitvoeren (met teruglegging, zie boven), en voor elke mogelijke uitkomst de kans op die uitkomst bepalen, zie Tabel 10.1.

Table 10.1: Kansen van mogelijke uitkomsten van $n = 3$ trekkingen van klinkers, $p = .38$, met teruglegging (zie tekst).

uitkomst	aantal klinkers	kans
CCC	0	$qqq = q^3$
VCC	1	$pqq = pq^2$
CVC	1	$qpq = pq^2$
CCV	1	$qqp = pq^2$
VVC	2	$ppq = p^2q$
VCV	2	$pqp = p^2q$
CVV	2	$qpp = p^2q$
VVV	3	$ppp = p^3$

Het aantal treffers (klinkers) in de $n = 3$ trekkingen heeft de *kansverdeling* zoals samengevat in Tabel 10.2 (eerste en laatste kolom) en Figuur 10.1 (horizontale en verticale as). In zo'n kansverdeling zien we voor elke mogelijke uitkomst van x (hier: aantal klinkers) hoe groot de kans op die uitkomst is.

Table 10.2: Kansverdeling van een binomiale variabele met $n = 3$ en $p = .38$.

aantal klinkers	kans	kans
0	$1q^3$	$= .2383$
1	$3pq^2$	$= .4383$
2	$3p^2q$	$= .2686$
3	$1p^3$	$= .0549$
som	$(p+q)^3$	$= 1.0000$

De kansverdeling van een binomiale variabele noemen we de binomiale kansverdeling, ook aangeduid als binomiale verdeling of binomiaalverdeling. De

[2]Roulettespelers kunnen gokken op 36 van de 37 mogelijke uitkomsten, dus op de lange termijn ontvangt het casino 1/37 deel van alle inzetten.

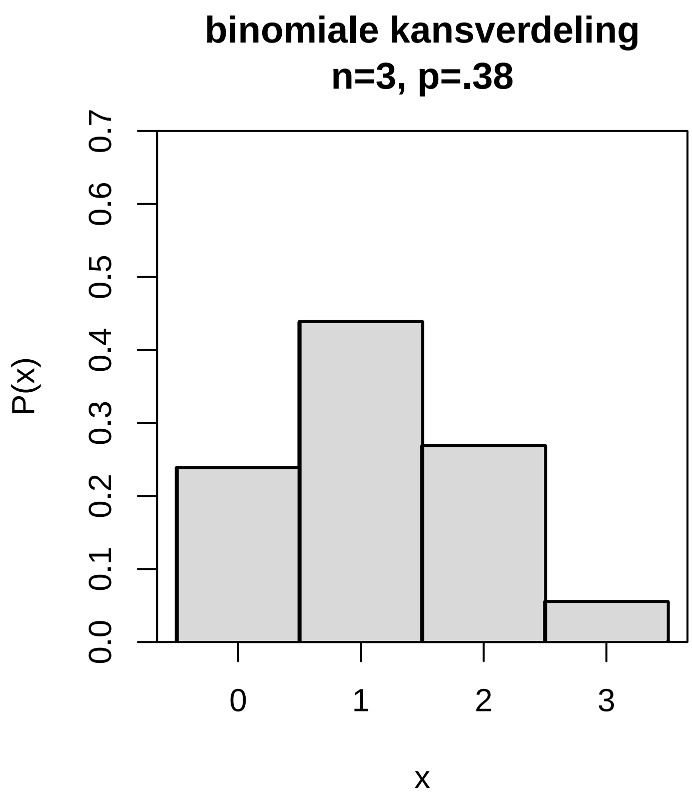


Figure 10.1: Kansverdeling van een binomiale variabele x met n=3 en p=.38.

exacte kansen van de binomiale kansverdeling kan je uitrekenen met formule (10.7) hieronder.

10.2.1 formules

De kans op een x aantal treffers in n trekkingen is gegeven als

$$P(x\,\text{treffers}) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \tag{10.7}$$

waarbij n is het aantal trekkingen of pogingen, x is het aantal treffers (tussen 0 en n), en p is de kans op een treffer.

De coëfficient $\binom{n}{x}$ geeft het aantal verschillende ordeningen aan waarin we een combinatie (greep) van x elementen uit n kunnen kiezen. Bij $x = 1$ klinker uit $n = 3$ trekkingen zijn er drie mogelijkheden: de ene klinker zou getrokken kunnen zijn in de eerste trekking, of de tweede trekking, of de derde trekking, zie Tabel 10.1. Het aantal verschillende mogelijke ordeningen is gegeven als

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} \tag{10.8}$$

waarbij $x! = x(x-1)(x-2)\cdots \times 2 \times 1$, dus $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Voorbeeld 10.5: Er staan 4 stoelen voor 2 personen. Op een stoel mag maximaal 1 persoon plaatsnemen. Hoeveel verschillende ordeningen van $x = 2$ personen over $n = 4$ stoelen zijn er mogelijk?

Antwoord: Er zijn $\binom{4}{2} = \frac{4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1} = \frac{24}{4} = 6$ mogelijke ordeningen, namelijk 1100, 1010, 1001, 0110, 0101, en 0011.

Deze binomiaal-coëfficienten, die het aantal verschillende mogelijke ordeningen aangeven, zijn snel terug te vinden in de zogenaamde Driehoek van Pascal, afgebeeld in Tabel 10.3. Het aantal verschillende ordeningen van $x = 2$ personen over $n = 4$ stoelen vinden we in rij $n = 4$. De bovenste rij is die voor $n = 0$. De vijfde rij is die voor $n = 4$ en we zien daar achtereenvolgens de binomiaal-coëfficienten voor $x = 0, 1, 2, 3, 4$. Voor $\binom{4}{2}$ vinden we daar de binomiaalcoëfficient 6. Iedere coefficiënt is de som van de twee bovenliggende coëfficienten[3], en iedere coëfficient is op te vatten als het aantal mogelijke wegen afdalend van de top van de driehoek naar die cel.

[3] Dus $\binom{n}{x} = \binom{n-1}{x} + \binom{n-1}{x-1}$, (Weisstein, 2015).

Table 10.3: Driehoek van Pascal: binomiaalcoëfficienten voor het aantal mogelijke ordeningen voor een combinatie van x elementen uit n (zie tekst).

$n=0$:								1								
$n=1$:							1		1							
$n=2$:						1		2		1						
$n=3$:					1		3		3		1					
$n=4$:				1		4		6		4		1				
$n=5$:			1		5		10		10		5		1			
$n=6$:		1		6		15		20		15		6		1		
$n=7$:	1		7		21		35		35		21		7		1	

Het gemiddelde en de standaarddeviatie van de binomiale kansverdeling zijn

$$\begin{aligned} \mu = & \quad np \\ \sigma = & \quad \sqrt{np(1-p)} \end{aligned}$$

Voorbeeld 10.6: De binomiale kansverdeling voor x treffers uit $n=3$ trekkingen met $p=.38$ kans op een treffer is afgebeeld in Figuur 10.1. Deze binomiale kansverdeling heeft een gemiddelde $\mu = n \times p = 3 \times .38 = 1.14$, en een standaarddeviatie $\sigma = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{3 \times .38 \times .62} = 0.84$.

10.2.2 R

```r
dbinom( 0:3, size=3, prob=.38 )
```

```
## [1] 0.238328 0.438216 0.268584 0.054872
```

De uitvoer is weergegeven in Tabel 10.2 hierboven.

```r
matrixcalc::pascal.matrix( 10 ) # links onder diagonaal is Driehoek van Pascal
```

```
##       [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,10]
##  [1,]    1    0    0    0    0    0    0    0    0     0
##  [2,]    1    1    0    0    0    0    0    0    0     0
```

```
##  [3,]    1    2    1    0    0    0    0    0    0     0
##  [4,]    1    3    3    1    0    0    0    0    0     0
##  [5,]    1    4    6    4    1    0    0    0    0     0
##  [6,]    1    5   10   10    5    1    0    0    0     0
##  [7,]    1    6   15   20   15    6    1    0    0     0
##  [8,]    1    7   21   35   35   21    7    1    0     0
##  [9,]    1    8   28   56   70   56   28    8    1     0
## [10,]    1    9   36   84  126  126   84   36    9     1
```

De driehoek van Pascal is te vinden links onder de diagonaal van deze matrix.

10.3 Normale kansverdeling

Naarmate de steekproefgrootte n toeneemt, gaat de binomiale kansverdeling minder trapsgewijs verspringen, en wordt de kansverdeling meer vloeiend, zoals te zien in Figuur 10.2.

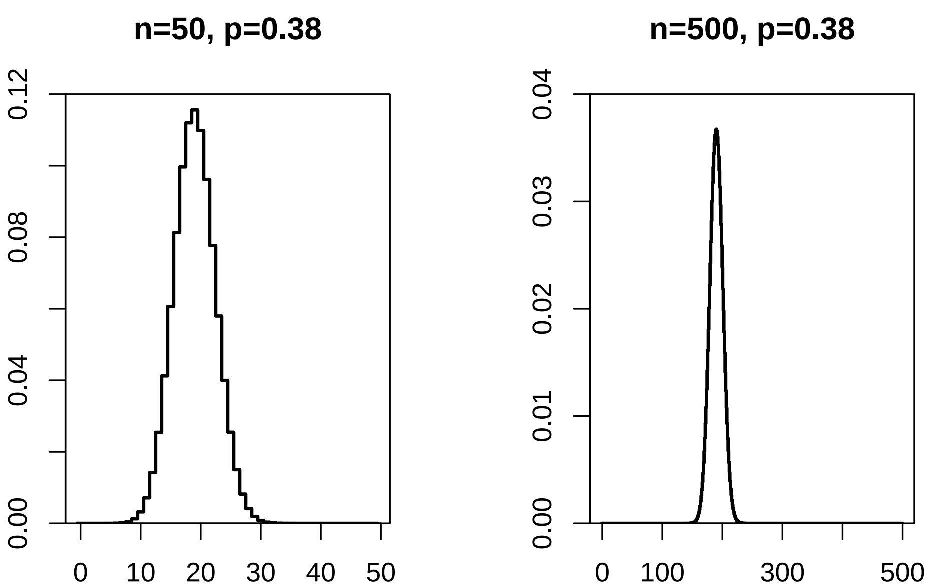


Figure 10.2: Kansverdeling van een binomiale variabele x met n=50 (links) en n=500 (rechts) en p=.38.

Bij een nog grotere steekproef wordt de kansverdeling een vloeiende lijn. Deze kansverdeling komt zo vaak voor, dat dit de *normale kansverdeling* of 'normale verdeling' wordt genoemd. De verdeling wordt ook wel aangeduid als de Gaussische verdeling (vernoemd naar de wiskundige Carl Friedrich Gauss, 1777–1855), of de 'bell curve' (naar de vorm). Heel veel variabelen volgen bij benadering deze kansverdeling: geboortegewicht, lichaamslengte, omvang van woordenschat, IQ, inhoud van een pak melk van 1 liter €, duur van een telefoongesprek, enz enz. Voor al deze variabelen hebben observaties dicht bij het gemiddelde een hoge kans om voor te komen, en observaties die sterk afwijken van het gemiddelde zijn relatief zeldzaam (lage kans).

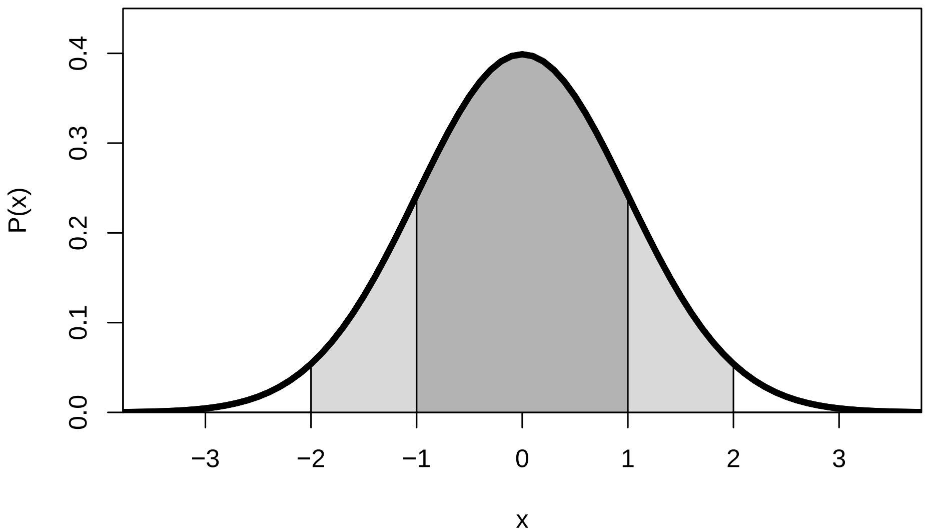


Figure 10.3: Normale kansverdeling van een variabele x met gemiddelde 0 en standaarddeviatie 1.

De normale kansverdeling van variabele X met gemiddelde μ en standaarddeviatie σ heeft de volgende kenmerken (zie Figuur 10.3):

- de verdeling is symmetrisch rond het gemiddelde μ,
- de verdeling is asymptotisch, d.w.z. de staarten lopen eindeloos door,
- het gemiddelde, de mediaan en de modus vallen samen,
- de totale oppervlakte onder de curve, d.i. de totale kans op één van de mogelijke uitkomsten, is gelijk aan 1,
- de oppervlakte onder de curve geeft de kans aan op een waarde van X binnen een bepaald interval,
- de buigpunten van de curve (van hol naar bol en v.v.) liggen bij $X = \mu - \sigma$ en $X = \mu + \sigma$,
- ongeveer 2/3 van de observaties ligt tussen $X = \mu - \sigma$ en $X = \mu + \sigma$ (donkergrijs gebied; $P(-1 < x/\sigma < 1) = .6827$ of 68%) en ongeveer 95% van de observaties ligt tussen -2σ en $+2\sigma$ (donkergrijs plus lichtgrijze

gebieden; $P(-2 < x/\sigma < 2) = .9546$), dit staat bekend als de Empirical Rule.

Een normale kansverdeling met $\mu = 0$ en $\sigma = 1$ wordt aangeduid als de standaard-normale kansverdeling. Zoals we al eerder zagen (§9.8) kunnen we een normaal-verdeelde variabele x standaardiseren, d.w.z. de observaties transformeren naar een standaardscore of z-score: $z = (x - \overline{x})/s$. De kansverdeling in Figuur 10.3 is die van de standaard-normale kansverdeling van Z, oftewel de kansverdeling van $(X - \mu)/\sigma$.

De kansverdeling van een normaal verdeelde variabele X zou je zelf kunnen uitrekenen met behulp van formule (10.10) hieronder. Maar het is handiger om daarvoor een tabel te gebruiken; die staat in Bijlage B. In grafische vorm uitgelegd geven die tabellen je, voor verschillende oppervlakten ofwel kansen p aan de rechter zijde onder de curve, de positieve waarde van Z^* die de linkergrens vormt van die oppervlakte. Dat betekent dus dat je precies de kans p hebt om een waarde te vinden van Z die even groot als of groter dan deze ondergrens Z^* is (mits de variabele inderdaad normaal verdeeld is).

Voorbeeld 10.7: Aan de rechterzijde van Figuur 10.3 zien we een klein wit oppervlak onder de curve. Dit oppervlak geeft de kans weer dat $Z > 2$. Het oppervlak heeft een omvang van 0.0228. De kans om een waarde van $Z > 2$ te vinden is dus 0.0228 ofwel iets minder dan 2.5%. (Tip: relateer deze kans aan de bovengenoemde Empirical Rule).

In Bijlage B vind je gemakshalve niet een maar twee tabellen, elk bestaande uit meerdere kolom-aanduidingen en één rij van cellen. De eerste tabel geeft je, voor verschillende 'afgeronde' kansen p (kolommen), de kritieke waarde Z^* (cellen) waarvoor geldt dat de kans p om een waarde van Z te vinden die even groot als of groter dan deze kritieke waarde Z^* is, precies gelijk is aan de waarde p bovenaan de kolom. De tweede tabel werkt net zo, maar dan voor 'afgeronde' waarden van Z^* in de cellen, en precieze kansen p in de kolom-aanduidingen.

Wat is de kans p dat $Z > 1$? In de tweede deeltabel, tweede kolom, vinden we $p = 0.1587$. We weten daarmee ook dat $P(Z < 1)$ wel $1 - 0.1587 = 0.8413$ moet zijn. Bovendien weten we dat de verdeling symmetrisch is (zie hierboven), dus weten we dat $P(Z < -1)$ ook .1587 moet zijn. Wat is de kans p dat $Z > 3$ is? In de tweede deeltabel vinden we voor grenswaarde $Z^* = 3$ de overschrijdingskans $p = 0.0013$. Voor een normaal verdeelde variabele Z is er dus een overschrijdingskans $p = 0.0013$ om een waarde van Z te vinden die tenminste drie standaarddeviaties boven het gemiddelde ligt.

Vaak willen we het omgekeerde weten: als we een bepaalde overschrijdingskans kiezen, welke grenswaarde Z^* hoort daar dan bij? Welke grenswaarde onderscheidt de hoogste 5% van de observaties van de onderste 95% ($p = 0.05$)? In de eerste deeltabel vinden we voor overschrijdingskans $p = 0.05$ de grenswaarde $Z^* = 1.645$. Deze grenswaarde, teruggerekend naar de oorspronkelijke variabele, wordt dan vaak aangeduid als het 95e percentiel of 'P95' van de verdeling. Wie tenminste deze score heeft behaald, behoort bij de beste 5% en heeft het dus beter gedaan dan 95% van de deelnemers.

Voorbeeld 10.8: Extreme waarden komen bij een normaal-verdeelde variabele per definitie weinig voor. Maar wat is de grens voor een extreme waarde? Laten we aannemen dat we niet meer dan 5% van alle observaties als extreem willen beschouwen. De normale kansverdeling is symmetrisch, dus van die 5% is te verwachten dat de ene helft (2.5%) ligt aan het linker uiteinde van de verdeling, en de andere 2.5% aan de rechterzijde. Welke grenswaarde Z^* correspondeert met deze overschrijdingskans $p = 0.025$?

In Bijlage B nemen we de eerste deeltabel. In de kolom voor overschrijdingskans $p = 0.025$, vinden we grenswaarde $Z^* = 1.960$. Als we een observatie vinden met $Z \geq 1.960$ of met $Z \leq -1.960$ dan beschouwen we dat als een extreme, zeldzame observatie.

Voorbeeld 10.9: Intelligentie wordt uitgedrukt als een IQ-score, een variabele met een normale kansverdeling met $\mu = 100$ en $\sigma = 15$. "Membership of Mensa is open to persons who have attained a score within the upper two percent of the general population on an approved intelligence test that has been properly administered and supervised" (www.mensa.org). Welke IQ-score moet je tenminste behalen om lid te kunnen worden?

Antwoord: Het 98e percentiel van een standaard-normaal verdeelde variabele ligt bij $Z^* = +2.0537$, en dus met $x = \overline{x} + 2.0537s = 100 + 30.8 = 130.8$. Naar boven afgerond moet je dus een IQ-score behalen van 131 punten of hoger.

Voorbeeld 10.10: Verifieer de bovengenoemde Empirical Rule met behulp van Bijlage B.

10.3.1 formules

Als variabele X een normale kansverdeling heeft, met gemiddelde μ en standaarddeviatie σ, dan wordt dat aangegeven als

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma) \tag{10.9}$$

De normale kansverdeling van variabele X met gemiddelde μ en standaarddeviatie σ is

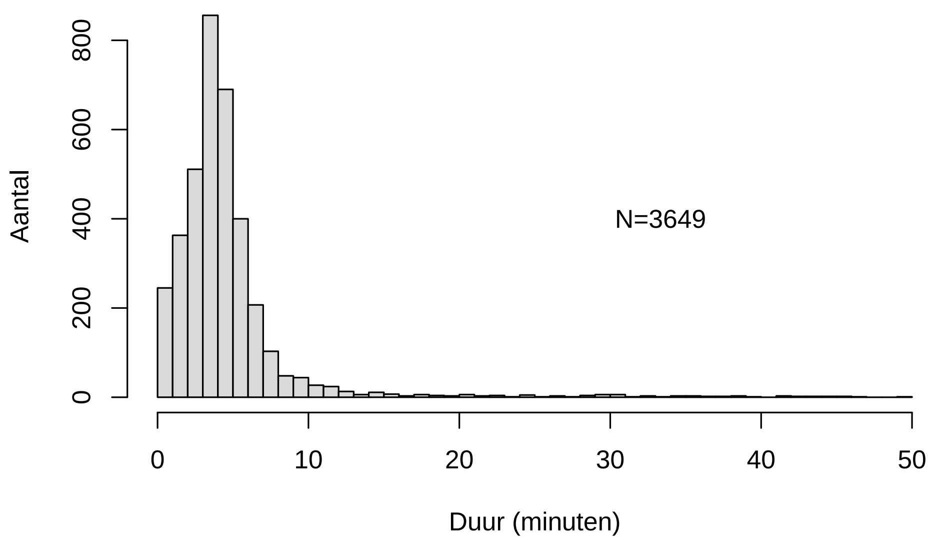
$$P(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{\frac{-(X-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \tag{10.10}$$

De standaard-normale kansverdeling van variabele Z met gemiddelde $\mu = 0$ en standaarddeviatie $\sigma = 1$ is

$$P(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{\frac{-Z^2}{2}} \tag{10.11}$$

10.4 Heeft mijn variabele een normale kansverdeling?

Het langste nummer in mijn digitale muziekbibliotheek duurt ongeveer 50 minuten (dat is een klassiek-indiaas muziekstuk, een 'morning raga'). Een histogram van de duren van alle muzieknummers zie je in Figuur **??**.



Dit histogram laat zien dat deze duren duidelijk *niet* een normale kansverdeling volgen: de verdeling is niet symmetrisch, en de onderste staart loopt niet eindeloos door (er zijn geen muzieknummers met negatieve duren).

Ook het gemiddelde $\bar{x} = 4.698$ en standaarddeviatie $s = 5.11$ wijzen op een niet-normale kansverdeling: bij een normale verdeling verwachten we dat slechts $(68/2) + 50 = 84\%$ van de duren langer duurt dan $\bar{x} - s \approx 0$ minuten, maar in werkelijkheid duurt 100% (dus een groter deel dan verwacht) langer dan 0 minuten.

Een veel gebruikte manier om te inspecteren of een variabele X een normale kansverdeling heeft, is om een grafiek te maken met de geobserveerde waarden langs de ene as (hier de horizontale), en de corresponderende z-scores langs de andere as. Zo'n figuur wordt een quantile-quantile-plot of QQ-plot genoemd; de QQ-plot voor de duren in mijn muziekbibliotheek zie je in Figuur 10.4.

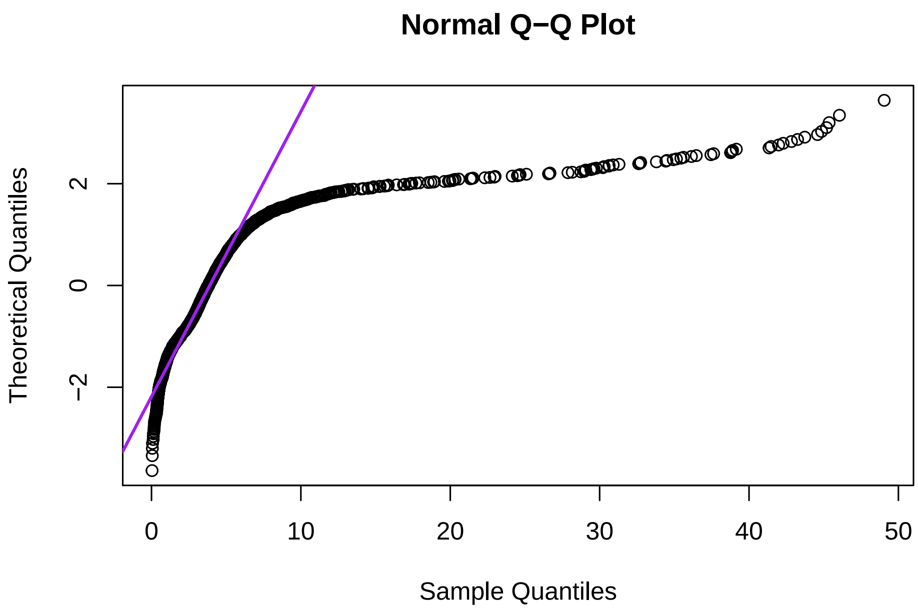


Figure 10.4: Quantile-quantile-plot van de duren van muzieknummers in mijn digitale muziekbibliotheek.

Als de duren een normale kansverdeling zouden hebben (normaal zouden zijn verdeeld), dan zouden er een aantal negatieve duren moeten zijn, en er zouden dan veel meer duren tussen 8 en 14 minuten moeten zijn (i.p.v. tussen 8 en 50 minuten). De afwijkingen van de rechte lijn in Figuur 10.4 geven dus aan dat de geobserveerde duren niet een normale kansverdeling volgen, zoals we al zagen in het histogram (Figuur **??**).

Er zijn ook verschillende statistische toetsen om te onderzoeken of een variabele een normale kansverdeling heeft. De twee meest gebruikte zijn de Shapiro-Wilk-toets (met toetsingsgrootheid W) voor normaliteit, en de Kolmogorov-Smirnov-toets (met toetsingsgrootheid D) voor normaliteit. Beide toetsen onderzoeken de H0:$X \sim \mathcal{N}(\bar{X}, s)$ (zie formule (10.9)).

10.4.1 SPSS

```
Analyze > Descriptive Statistics > Explore...
```

Selecteer variabele Time (sleep naar Dependent List paneel).
Kies knop `Plots`, en vink aan `Normality plots with tests`, dat betekent 'als je een QQ-plot oftewel Normality plot maakt, voer dan ook toetsen op normaliteit uit'. Bevestig met `Continue` en daarna met `OK`. De uitvoer bevat eerst de resultaten van de Shapiro-Wilks-toets en de Kolmogorov-Smirnov toets. Volgens beide toetsen is de kans om deze verdeling te vinden, als H0 waar is, bijna nul — zie echter de waarschuwing in §@ref(#sec:pgroterdannul)! We verwerpen daarom H0 en concluderen dat de duren van muzieknummers niet normaal verdeeld zijn. Na deze toetsresultaten volgt o.a. een QQ-plot.

10.4.2 R

```
itunes <- read.table( file="data/itunestimes20120511.txt", header=TRUE )
# Size in bytes, Time in ms
qqnorm(itunes$Time/60000, datax=T, plot.it=FALSE) # normally we'd use plot.it=TRUE
# qqline(itunes$Time/60000, datax=T, col="purple", lwd=T) # see QQ-plot above
```

```
shapiro.test(itunes$Time/60000)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  itunes$Time/60000
## W = 0.50711, p-value < 2.2e-16
```

Volgens deze toets is de kans om deze verdeling te vinden, als H0 waar is, bijna nul, nl. kleiner dan 2.2×10^{-16} (d.i. kleiner dan het kleinste getal dat het analysepakket hier kan weergeven). We verwerpen daarom H0 en concluderen dat de duren van muzieknummers niet normaal verdeeld zijn.

10.5 Wat als mijn variabele niet normaal verdeeld is?

In Deel III zullen we diverse statistische toetsen bespreken. De toetsen die we bespreken in hoofdstukken 13 en 14 en 15 vereisen echter dat de afhankelijke variabele een normale kansverdeling heeft. Als een variabele *niet* een (ongeveer) normale kansverdeling heeft, dan kan die variabele dus niet zomaar gebruikt worden voor statistische toetsing met de daar behandelde statistische toetsen, of exacter gezegd, de conclusies uit zo'n statistische toetsing zijn dan niet valide. Wat te doen? Er zijn dan twee mogelijkheden.

Ten eerste is het mogelijk om de afhankelijke variabele y te transformeren, d.w.z. dat we er een rekenkundige bewerking op loslaten. Als het goed is, resulteert dat in een variabele y' die wèl bij benadering normaal verdeeld is. Veel gebruikte transformaties zijn: logaritmiseren ($y' = \log y$), worteltrekken ($y' = \sqrt{y}$), of inverteren ($y' = 1/y$). Vervolgens wordt de getransformeerde afhankelijke variabele y' gebruikt voor de statistische toetsing. Uiteraard moet je wel controleren of de nieuwe afhankelijke variabele y' inderdaad (bij benadering) normaal verdeeld is. Ook moet je bij de interpretatie van de resultaten van de analyse rekening houden met de uitgevoerde transformatie!

Ten tweede is het soms mogelijk om een andere statistische toets te gebruiken, die niet vereist dat de afhankelijke variabele normaal verdeeld is. Dat worden non-parametrische toetsen genoemd. We gaan er nader op in in de hoofdstukken 16 en 17. Die toetsen hebben wel als nadeel dat ze minder statistische power hebben (voor een bespreking van power, zie hoofdstuk 14): ze zijn minder gevoelig, en vereisen dus grotere steekproeven om een effect vast te stellen.

10.6 Kansverdeling van gemiddelde

In deze paragraaf beschouwen we de muzieknummers in mijn digitale muziekbibliotheek als een *populatie*. We nemen nu een willekeurige steekproef van $n = 50$ nummers, en bepalen de gemiddelde duur over deze 50 muzieknummers in de steekproef: stel $\bar{x} = 4.401$ minuten. Opvallend genoeg ligt dit gemiddelde van de steekproef dicht bij het gemiddelde van de populatie ($\mu = 4.615$ minuten, zie hierboven). Deze operatie herhalen we 250×: we krijgen zo 250 steekproefgemiddelden. De frequentieverdeling van die 250 steekproefgemiddelden zie je in Figuur 10.5.

Opvallend genoeg vertonen deze *gemiddelden* van (de afhankelijke variabele X in) de steekproeven *wel* een min of meer normale kansverdeling, of de variabele X in de populatie nu wel of niet normaal verdeeld is. Anders gezegd, de kansverdeling van een steekproefgemiddelde benadert *altijd* de normale kansverdeling, ongeacht de kansverdeling van de betreffende variabele in de populatie, indien tenminste de steekproef voldoende groot was. (Dit staat bekend als het Centraal Limiet Theorema). Lees de bovenstaande zinnen nog eens aandachtig door. Als vuistregel geldt dat de omvang van de steekproef, n, tenminste 30 moet zijn. Naarmate de steekproef groter is, wijkt de kansverdeling van de steekproefgemiddelden minder af van de normaalverdeling.

De normale kansverdeling van de steekproefgemiddelden heeft een eigen gemid-

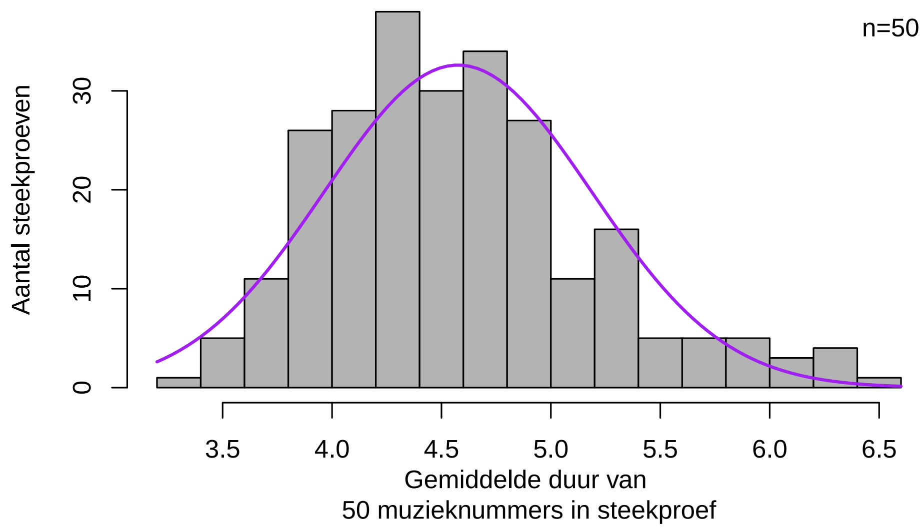


Figure 10.5: Frequentieverdeling van 250 gemiddelden, elk over een willekeurige steekproef van $n = 50$ muzieknummers (de afhankelijke variabele is de duur van een muzieknummer, in minuten). De bijpassende normaalverdeling is aangegeven als een vloeiende curve.

delde, $\mu_{\bar{X}}$, en een eigen standaarddeviatie, $s_{\bar{X}}$. Hiervoor geldt:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu_X \tag{10.12}$$

en

$$s_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{10.13}$$

De standaarddeviatie van het gemiddelde, $s_{\bar{X}}$, staat ook bekend als de 'standard error of the mean'. De steekproefgemiddelden $\bar{X}$ hebben minder spreiding dan de afzonderlijke observaties X, en de gemiddelden variëren ook minder naarmate er gemiddeld is over een grotere steekproef, zoals ook blijkt uit formule (10.13). Je kunt deze standard error of the mean goed beschouwen als de 'foutmarge' bij de schatting van het populatiegemiddelde uit het steekproefgemiddelde.

Het bijzondere is nu, dat we niet 250 herhaalde willekeurige steekproeven hoeven te trekken en te analyseren. We weten immers dat de steekproefgemiddelden een normale kansverdeling hebben met $\mu_{\bar{X}} = \mu_X$ en $s_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$. De kansverdeling van het gemiddelde kunnen we dus afleiden uit slechts één steekproef van n observaties, met één steekproefgemiddelde $\bar{X}$ en één standaarddeviatie s (Cumming, 2012). Lees ook deze alinea nog eens aandachtig door.

10.7 Betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde

Zoals hierboven uitgelegd, kunnen we het gemiddelde van de steekproef, $\bar{X}$, gebruiken als een goede schatting van het onbekende gemiddelde in de populatie, μ. Op grond van het Centraal Limiet Theorema (§10.6) weten we ook dat de gemiddelden van herhaalde steekproeven (van n observaties) een normale verdeling volgen: $\mu_{\bar{X}} \sim \mathcal{N}(\mu_X, \sigma/\sqrt{n})$, en dus dat 95% van deze herhaalde steekproefgemiddelden zullen liggen tussen $\mu_X - 1.96\sigma/\sqrt{n}$ en $\mu_X + 1.96\sigma/\sqrt{n}$. Dit interval wordt het 95%-betrouwbaarheidsinterval genoemd. We weten met 95% betrouwbaarheid dat het populatiegemiddelde μ in dit interval ligt — mits n voldoende groot is, en mits de standaarddeviatie, σ, in de populatie bekend is.

Aan die laatste voorwaarde wordt in de praktijk echter zelden of nooit voldaan. De standaarddeviatie in de populatie is doorgaans niet bekend, en deze σ wordt daarom ook geschat uit de steekproef. We gebruiken de steekproef van n observaties dus niet alleen om μ_X te schatten, maar ook om σ_X te schatten. We mogen dan het betrouwbaarheidsinterval niet meer bepalen op grond van de standaardnormale kansverdeling. In plaats daarvan gebruiken we een aangepaste versie daarvan, de zgn. t-verdeling (Figuur 10.6). Deze kansverdeling van t is iets breder, d.w.z. met een iets lagere top en met iets dikkere staarten, dan de standaard-normale kansverdeling van Z in Figuur 10.3. De gedachte daarbij is dat de schatting van μ wat onzekerder is (dus de kansverdeling is breder) omdat niet alleen μ maar ook de standard error of the mean $(s/\sqrt{n})$ geschat wordt op grond van de steekproef. In allebei de schattingen kunnen afwijkingen zitten, waardoor iets meer kans is om een steekproefgemiddelde te vinden dat afwijkt van het populatiegemiddelde. Zoals we al zagen wordt de schatting van μ beter naarmate n groter is: de t-verdeling benadert dan de standaard-normale kansverdeling.

Voor de t-verdeling moeten we dus weten hoe groot de steekproef was; deze n bepaalt immers de precieze kansverdeling van t, en daarmee de kritieke waarde $t*$. We gaan daar nader op in in §13.2.1. We volstaan hier met een uitgewerkt voorbeeld.

Voorbeeld 10.11: Soms wil een onderzoeker weten hoe snel het Nederlands eigenlijk gesproken wordt, en hoe groot de variatie tussen sprekers is in deze spreeksnelheid. Deze variabele, spreeksnelheid, wordt uitgedrukt als het aantal seconden dat een lettergreep duurt (meestal < 1 seconde). Hoewel (Quené, 2008) schat dat $\mu = 0.220$ s en $\sigma = 0.0225$ s, doen we alsof we deze populatieparameters niet kennen — net als echte onderzoekers, die deze populatieparameters meestal ook niet kennen.

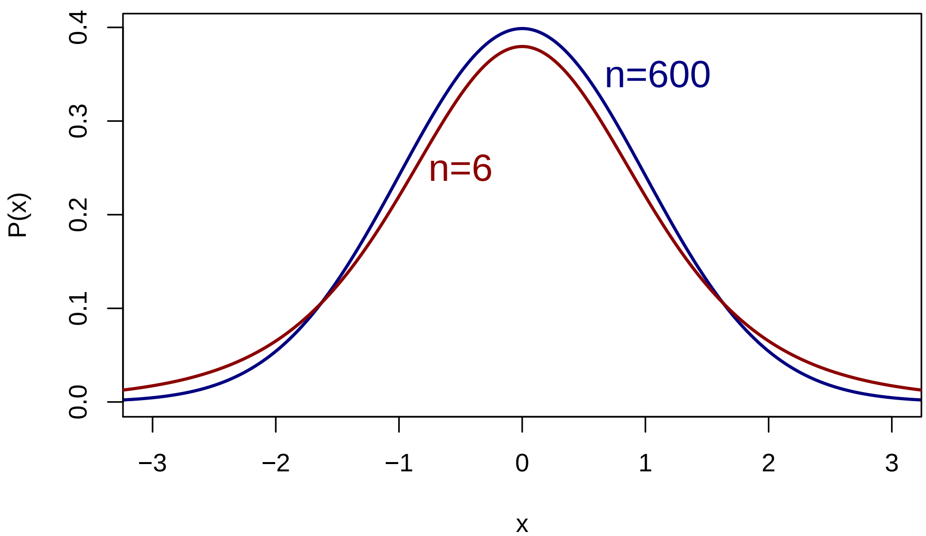


Figure 10.6: Kansverdeling volgens de t-verdeling van een variabele x met gemiddelde 0 en standaarddeviatie 1, voor n=600 en n=6.

> Voor een steekproef van $n = 30$ sprekers vinden we $\bar{x} = 0.215$ en $s = 0.0203$ seconden. Daaruit schatten[4] we $\hat{\mu} = 0.215$ en $\hat{\sigma} = 0.0203$. Omdat σ niet bekend is, gebruiken we de t-verdeling om het betrouwbaarheidsinterval te bepalen. We gebruiken de t-verdeling voor $n = 30$ en vinden een kritieke waarde $t^* = 2.05$ (zie Bijlage C, voor $B = 95\%$). Volgens formule (13.2) weten we dan met 95% betrouwbaarheid dat het onbekende populatiegemiddelde μ ligt tussen $\bar{x} - 2.05 \times s_{\bar{x}}$ en $\bar{x} + 2.05 \times s_{\bar{x}}$, oftewel tussen $0.215 - 2.05 \times 0.0037$ en $0.215 + 2.05 \times 0.0037$, oftewel tussen 0.208 en 0.223 seconde.

In Figuur 10.7 zie je de resultaten van een computer-simulatie om dit te illustreren. We hebben 100× denkbeeldige steekproeven getrokken van $n = 30$ moedertaalsprekers van het Standaard Nederlands, en de spreeksnelheid vastgesteld van deze sprekers. Voor elke steekproef hebben we het 95% betrouwbaarheidsinterval getekend. Voor 95 van de 100 steekproeven valt het populatiegemiddelde $\mu = 0.220$ inderdaad binnen het interval, maar voor 5 van de 100 steekproeven ten onrechte niet (deze zijn gemarkeerd langs de rechterkant).

[4] Schattingen van parameters worden aangegeven met een "dakje" erboven.

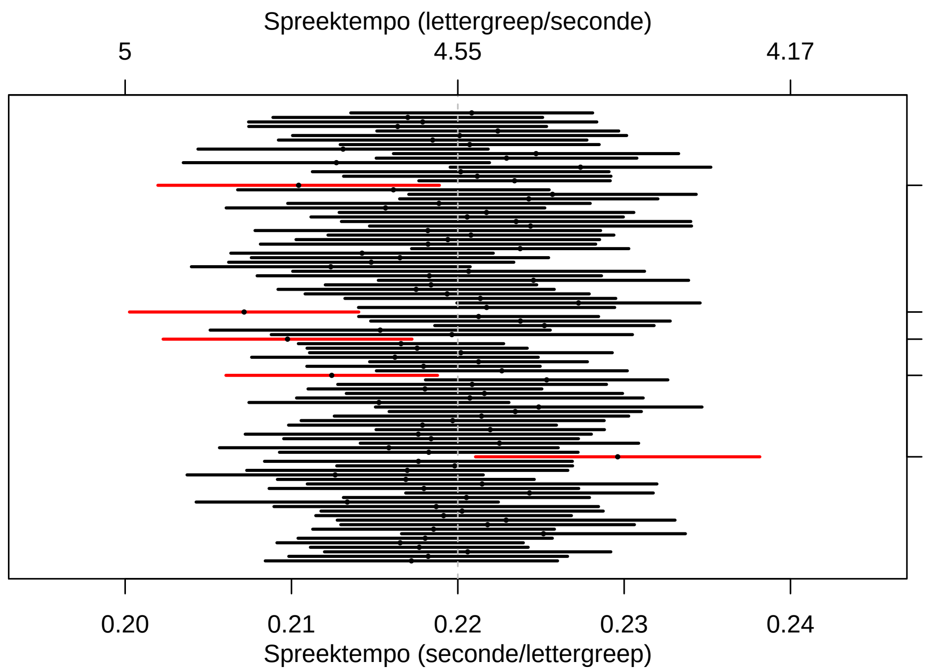


Figure 10.7: 95%-Betrouwbaarheidsintervallen en steekproefgemiddelden, over 100 gesimuleerde steekproeven (n=30) uit een populatie met gemiddelde 0.220 en s.d. 0.0225; zie tekst.

10.7.1 formules

Het tweezijdige $B\%$ betrouwbaarheidsinterval voor het populatie-gemiddelde is

$$\bar{X} \pm t^*_{n-1} \times \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{10.14}$$

waarbij t^* met $n-1$ vrijheidsgraden gevonden wordt met behulp van Bijlage C, zie §13.2.1 voor meer uitleg hierover.

Chapter 11

Samenhang

11.1 Inleiding

Het meeste empirische onderzoek is gericht op het vaststellen van samenhang tussen variabelen. In experimenteel onderzoek gaat het dan primair om de samenhang tussen onafhankelijke en afhankelijke variabelen. In het volgende deel gaan we nader in op diverse manieren om vast te stellen of er een "significant" (beduidend, betekenisvol, niet toevallig) verband bestaat tussen de onafhankelijke en afhankelijke variabele. Daarnaast kan de onderzoeker geïnteresseerd zijn in de onderlinge samenhang tussen meerdere afhankelijke variabelen, bijvoorbeeld de samenhang tussen de oordelen van meerdere beoordelaars (zie ook Hoofdstuk 12).

In quasi-experimenteel onderzoek is het onderscheid tussen onafhankelijke en afhankelijke variabelen doorgaans minder duidelijk. Er worden meerdere variabelen geobserveerd, en de onderzoeker is vooral geïnteresseerd in de onderlinge samenhang tussen die geobserveerde variabelen. Wat is bijvoorbeeld de samenhang tussen de scores voor lezen, rekenen, en wereldoriëntatie in het CITO-onderzoek (zie Tabel 9.1)? In dit hoofdstuk gaan we nader in op de manieren om die samenhang of correlatie uit te drukken in een getal: een correlatie-coëfficient. Afhankelijk van de meetniveau's van de variabelen zijn er verschillende correlatie-coëfficiënten, die we verder in dit hoofdstuk zullen behandelen.

Het is raadzaam om altijd eerst een grafische weergave te maken van de samenhang tussen de variabelen, in de vorm van een zgn. *spreidingsdiagram* (ook vaak aangeduid als scattergram of scatterplot), zoals in Figuur 11.1. Ieder punt in dit spreidingsdiagram correspondeert met een leerling (of algemener, met een eenheid van de steekproef). De positie van ieder punt (leerling) wordt bepaald door de geobserveerde waarden van twee variabelen (hier is X score bij leestoets, Y is score bij rekentoets). Zo'n spreidingsdiagram helpt om een eventueel verband te interpreteren, en om te inspecteren of de observaties wel voldoen aan de randvoorwaarden om een correlatie te berekenen uit die observaties. Kijk in ieder geval naar (a) de aanwezigheid van een eventueel verband, (b) de vorm van dat verband (lineair, exponentieel, ...), (c) eventuele uitbijters (extreme observaties, zie §9.4.2), en (d) de verdeling van de twee variabelen, zie §9.7.

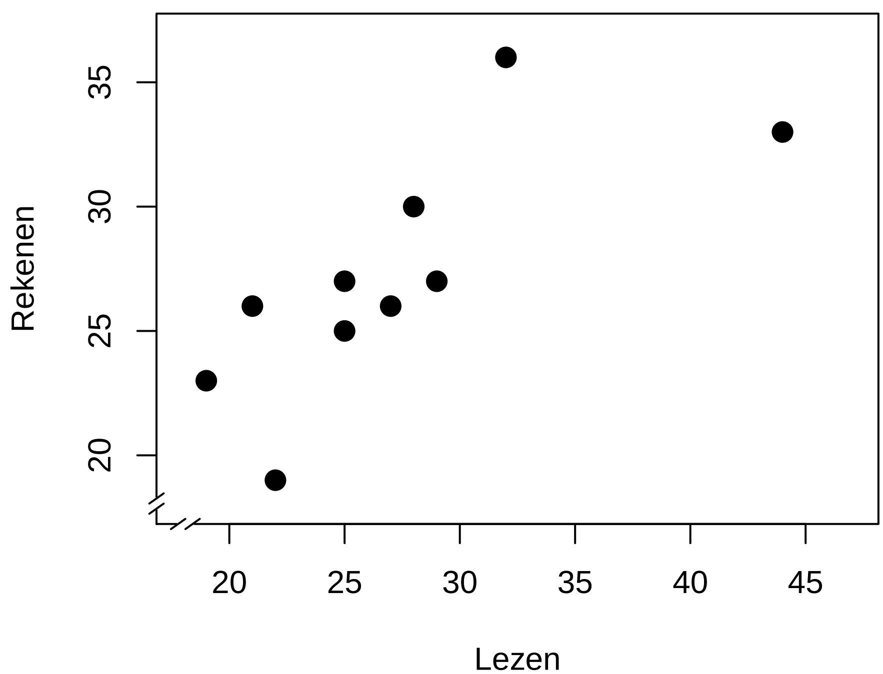


Figure 11.1: Spreidingsdiagram van de scores van een leestoets en een rekentoets; zie tekst.

Dit spreidingsdiagram laat zien (a) dat er een verband bestaat tussen de scores bij lezen en bij rekenen. Het verband is (b) bij benadering lineair, d.w.z. te beschrijven als een rechte lijn; we komen daar op terug in §11.3. Het verband helpt ons ook om de spreiding in de twee variabelen te verklaren. Immers, de spreiding in de rekenscores is voor een deel te begrijpen of te verklaren uit de spreiding in de leestoets: leerlingen die een relatief goede score behalen bij lezen, doen dat ook bij rekenen. De observaties van de twee variabelen verschaffen dus niet alleen informatie over die twee variabelen zelf, maar bovendien over de samenhang tussen die variabelen. In dit spreidingsdiagram zien we overigens ook (c) dat de hoogste leesscore een uitbijter vormt (zie ook Fig.9.3); zulke uitbijters kunnen onevenredig grote invloed hebben op het gevonden verband.

11.2 Pearson product-moment-correlatie

De Pearson product-moment-correlatiecoëfficiënt wordt aangeduid met symbool r (in het geval van twee variabelen). Deze coëfficiënt is te gebruiken als beide variabelen geobserveerd zijn op het interval-meetniveau (§4.4), en als beide variabelen bij benadering normaal-verdeeld zijn (§10.3). De berekening doen we tegenwoordig per computer.

Voor de observaties in het spreidingsdiagram in Fig.11.1 vinden we een correlatie van $r = +.79$. De correlatie-coëfficiënt is een getal dat per definitie ligt tussen -1 en $+1$. Een positieve correlatiecoëfficient wijst op een positief verband: een grotere waarde van X correspondeert met een grotere waarde van Y. Een negatieve coëfficiënt wijst op een negatief verband: een grotere waarde van X correspondeert met een kleinere waarde van Y. Een waarde van r dicht bij nul wijst op een zwak of afwezig verband: de spreiding in X heeft niets te maken met de spreiding in Y; er is geen of alleen zwakke correlatie. Een correlatie van $.4 < r < .6$ (of $-.6 < r < -.4$) noemen we middelmatig. Een correlatie van $r > .6$ (of $r < -.6$) wijst op een sterke samenhang. Als $r = 1$ (of $r = -1$) dan liggen alle observaties precies op een rechte lijn. Figuur 11.2 toont meerdere spreidingsdiagrammen met de bijbehorende correlatiecoëfficiënten.

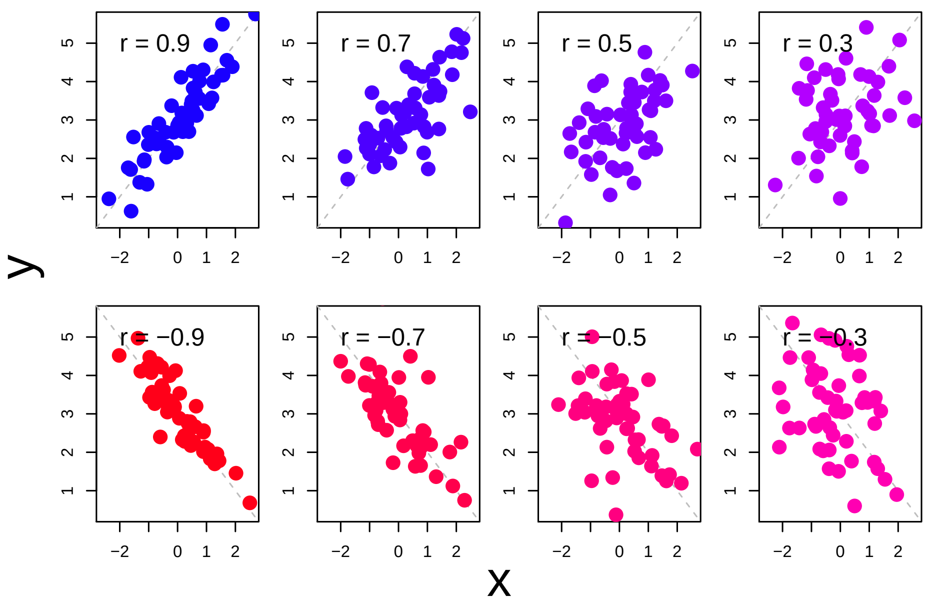


Figure 11.2: Meerdere spreidingsdiagrammen van observaties met bijbehorende correlatiecoëfficiënten.

De correlatie die we zien tussen de scores van de twee variabelen (zoals $r = .79$ tussen scores bij leestoets en rekentoets, Fig.11.1) zou ook het gevolg kunnen zijn van toevallige variaties in de observaties. Het is immers mogelijk dat de leerlingen met een goede score op de leestoets, zuiver door toeval, ook een goede score op de rekentoets hebben behaald — ook als er in de populatie eigenlijk *niet* samenhang is tussen de twee variabelen. De onbekende correlatie in de populatie duiden we aan met de griekse letter ρ ("rho"); het is dus ook mogelijk dat $\rho = 0$. Ook als $\rho = 0$ is het mogelijk om $n = 10$ leerlingen in de steekproef te hebben die hoge scores op het ene onderdeel *toevallig* combineren met hoge scores op het andere onderdeel (en om toevallig niet leerlingen in de steekproef te hebben die hoge scores op het ene onderdeel combineren met lage scores op het andere onderdeel). We kunnen schatten wat de kans p is om deze correlatie van $r = 0.79$ of sterker te vinden in een steekproef van $n = 10$ leerlingen, indien de samenhang in de populatie eigenlijk nihil is (d.i. indien $\rho = 0$). Deze kans p noemen we de *significantie* van de correlatiecoëfficiënt; we komen in Hoofdstuk 13 uitgebreider terug op dit begrip 'significantie'. Daarop vooruitlopend: als deze kans p kleiner is dan .05, dan nemen we aan dat de gevonden correlatie r *niet toevallig*, d.i. *significant* is. Vaak zien we een kleine kans p bij een sterke correlatie r. De correlatiecoëfficiënt r geeft de richting en sterkte van het verband aan, en de significantie p geeft de kans aan om dit verband bij toeval te vinden als $\rho = 0$ in de populatie. We rapporteren deze bevindingen als volgt[1]:

> *Voorbeeld 11.1:* De scores van de $n = 10$ leerlingen op de deeltoetsen van de CITO-toets in Tabel 9.1 laten een sterke correlatie zien tussen de scores bij de onderdelen Lezen en Rekenen: Pearson $r = 0.79, p = .007$. Leerlingen met een relatief hoge score bij het ene onderdeel behalen in het algemeen ook een relatief hoge score bij het andere onderdeel.

In veel onderzoeken zijn we geïnteresseerd in de correlaties tussen meer dan twee variabelen. Die correlaties tussen variabelen worden dan vaak gerapporteerd in een zgn. correlatiematrix zoals Tabel 11.1, dat is een tabel waar de correlaties vermeld worden van alle paren van correlaties (Eng. 'pairwise correlation matrix').

[1] Als de gevonden correlatie r *niet* significant is, dan kan die dus ook toevallig zijn, en dan laten we een interpretatie van de samenhang dus achterwege. We vermelden in ons verslag dan wel de gevonden correlatiecoëfficiënt en de gevonden significantie daarvan.

Table 11.1: Correlaties tussen de drie onderdelen van de CITO-toets, zoals samengevat in Tabel 9.1, met bijbehorende significantie-niveau tussen haakjes.

	Lezen	Rekenen	Wereldoriëntatie
Lezen	1.00		
Rekenen	0.79 (.007)	1.00	
Wereldoriëntatie	-0.51 (.131)	-0.01 (.970)	1.00

In deze matrix is alleen de onderste (linker) helft van de volledige matrix weergegeven. Dat is ook voldoende, want de cellen zijn gespiegeld rond de diagonaal: de correlatie tussen Lezen (kolom 1) en Rekenen (rij 2) is immers hetzelfde als de correlatie tussen Rekenen (rij 2) en Lezen (rij 1). De correlatiematrix bevat in de cellen op de diagonaal altijd de waarde 1.00, omdat een variabele altijd perfect met zichzelf correleert. We rapporteren deze bevindingen als volgt:

Voorbeeld 11.2: De paarsgewijze correlaties tussen scores van de $n = 10$ leerlingen op de drie deeltoetsen van de CITO-toets zijn samengevat in Tabel 11.1. We zien een sterke correlatie tussen de scores bij de onderdelen Lezen en Rekenen: leerlingen met een relatief hoge score bij het onderdeel Lezen behalen in het algemeen ook een relatief hoge score bij het onderdeel Rekenen. De overige correlaties waren niet significant.

11.2.1 Formules

De eenvoudigste formule voor de Pearson product-moment-correlatiecoëfficiënt r maakt gebruik van de standaard-normaal-scores die we al eerder gebruikt hebben (§9.8):

$$r_{XY} = \frac{\sum z_X z_Y}{n-1} \tag{11.1}$$

Net als bij het berekenen van de variantie (formule (9.3)) delen we weer door $(n-1)$ om een schatting te maken van de samenhang in de populatie.

11.2.2 SPSS

Voor Pearson's product-moment-correlatiecoëfficiënt:

`Analyze > Correlate > Bivariate...`

Kies `Pearsons` correlatiecoëfficiënt, vink aan: `Flag significant correlations`. Bevestig met `OK`. De resulterende uitvoer (tabel) voldoet niet aan de stijl-eisen; je moet de gegevens dus overnemen in of omzetten naar een eigen tabel die daar wel aan voldoet.

11.2.3 R

```
cito <- read.table(file="data/cito.txt", header=TRUE)
cor( cito[,2:4] ) # correlatie-matrix van kolommen 2,3,4
```

```
##                      Lezen    Rekenen Wereldoriëntatie
## Lezen            1.0000000 0.74921033      -0.50881738
## Rekenen          0.7492103 1.00000000       0.06351024
## Wereldoriëntatie -0.5088174 0.06351024       1.00000000
```

```
with( cito, cor.test( Lezen, Rekenen ) )
```

```
##
##  Pearson's product-moment correlation
##
## data:  Lezen and Rekenen
## t = 3.1994, df = 8, p-value = 0.01262
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.2263659 0.9368863
## sample estimates:
##       cor
## 0.7492103
```

11.3 Regressie

Het meest eenvoudige verband dat we kunnen onderscheiden en beschrijven is een lineair verband, d.w.z. een rechte lijn in het spreidingsdiagram (zie Fig.11.2). Deze rechte lijn geeft aan welke waarde van Y_i voorspeld wordt, op basis van de waarde van X_i. Deze voorspelde waarde van Y_i wordt genoteerd als $\widehat{Y_i}$ ("Y-hat"). De beste voorspelling $\widehat{Y_i}$ is gebaseerd op de waarde van X_i èn op het lineaire verband tussen X en Y:

$$\widehat{Y_i} = a + bX_i \tag{11.2}$$

De rechte lijn wordt beschreven met twee parameters, nl. het begingetal a (Eng. 'intercept') en de hellingscoëfficiënt b (Eng. 'slope')[2]. De rechte lijn die het lineaire verband beschrijft wordt ook aangeduid als de "regressielijn"; we proberen immers om de geobserveerde waarden van Y te herleiden tot deze lineaire functie van de waarden van X.

Het verschil tussen de geobserveerde waarde Y en de voorspelde waarde $\widehat{Y}$ $(Y - \widehat{Y})$ wordt het *residu* genoemd (symbool e). Anders gezegd, de geobserveerde waarde wordt beschouwd als de optelsom van twee componenten, nl. de voorspelde waarde en het residu:

$$\begin{aligned} Y &= \widehat{Y} + e & (11.3) \\ &= a + bX + e & (11.4) \end{aligned}$$

Bovenstaande gedachtengang wordt geïllusteerd in het spreidingsdiagram in Figuur 11.3. De stippellijn geeft het lineaire verband aan tussen de twee toetsen:

$$\widehat{\text{Rekenen}} = 12.97 + 0.52 \times \text{Lezen} \tag{11.5}$$

Deze stippellijn geeft dus aan wat de voorspelde waarde $\widehat{Y}$ is voor iedere waarde van X. Voor de tweede leerling met $X_2 = 32$ voorspellen we zo $\widehat{Y_2} = 12.97 + (0.52)(32) = 29.61$ (voorspelde waarde, groene lijnstuk). Voor alle observaties die niet precies op deze regressielijn liggen (stippellijn), is er een afwijking tussen de voorspelde score $\widehat{Y}$ en de geobserveerde score Y (residu, rode lijnstuk). Voor de tweede leerling is deze afwijking $e_2 = (Y_2 - \widehat{Y_2}) = (36 - 29.61) = 6.49$ (residu, rode lijnstuk).

Zoals gezegd worden de geobserveerde waarden van Y beschouwd als de optelsom van twee componenten, de voorspelde waarde $\widehat{Y}$ (groen) en het residu e (rood). Op dezelfde wijze kan ook de totale *variantie* van Y beschouwd worden als de optelsom van de twee *varianties* van deze componenten:

$$s^2_Y = s^2_{\widehat{Y}} + s^2_e \tag{11.6}$$

Van de totale variantie s^2_Y van Y is dus het ene deel $(s^2_{\widehat{Y}})$ te herleiden tot c.q. te verklaren uit de variantie van X, via het lineaire verband beschreven

[2]In schoolboeken wordt deze vergelijking ook wel beschreven als $Y = aX + b$, met a als hellingscoëfficiënt en b als begingetal; we houden ons hier echter aan de internationaal gangbare notatie.

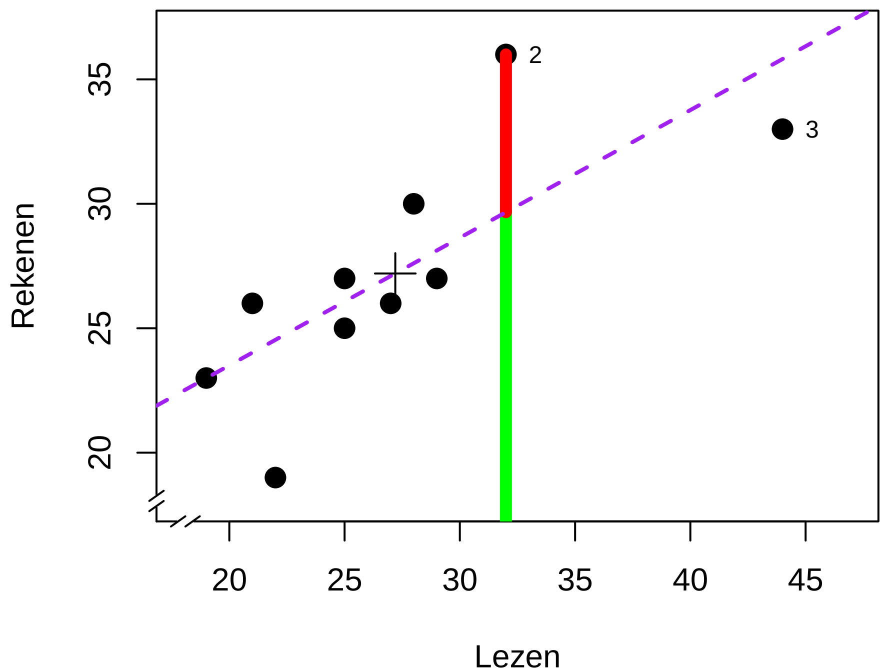


Figure 11.3: Spreidingsdiagram van de scores van een leestoets en een rekentoets. In het diagram is tevens aangegeven de regressielijn (stippellijn), de voorspelde waarde (groen) en residu (rood) van de rekentoets voor leerling 2, de gemiddelden (plus-symbool), en markeringen voor leerling 2 en 3; zie tekst.

met parameters a en b (zie formule (11.2)), en het andere deel (s_e^2) is niet te herleiden of te verklaren. Dat tweede deel, de niet-voorspelde variantie van de residuen, wordt ook wel de 'residuele variantie' of 'ruis' genoemd.

Als we Y goed kunnen voorspellen uit X, d.w.z. als de Pearson product-moment-correlatiecoëfficiënt r hoog is (Fig. 11.2, links), dan zijn de residuen e dus relatief klein, de observaties liggen dicht rond de regressielijn in het spreidingsdiagram, en dan is dus ook de residuele variantie s_e^2 relatief gering. Omgekeerd, als we Y *niet* goed kunnen voorspellen uit X, d.w.z. als de correlatiecoëfficiënt r relatief laag is (Fig. 11.2, rechts), dan zijn de residuen e dus relatief groot, de observaties liggen wijd verspreid rond de regressielijn in het spreidingsdiagram, en dan is dus ook de residuele variantie s_e^2 relatief groot. Het kwadraat van de Pearson product-moment-correlatiecoëfficiënt r geeft aan wat de relatieve omvang is van de twee variantie-componenten, ten opzichte van de totale variantie:

$$r^2 = \frac{s_{\widehat{Y}}^2}{s_Y^2} \tag{11.7}$$

$$= 1 - \frac{s_e^2}{s_Y^2} \tag{11.8}$$

Deze grootheid r^2 wordt ook wel aangeduid als de "proportie verklaarde variantie" of als de "determinatie-coëfficiënt".

De waarden van de lineaire parameters a en b in formule (11.2) worden zo gekozen dat de verzamelde residuen zo klein mogelijk zijn, d.w.z. dat de residuele variantie s_e^2 zo klein mogelijk is ("least squares fit"), en dus r^2 zo groot mogelijk (zie §11.3.1). Op die manier vinden we een rechte lijn die het beste past bij de observaties van X en Y.

Een lineaire regressie kan worden gerapporteerd als volgt:

Voorbeeld 11.3: Uit een lineaire-regressie-analyse blijkt dat de score bij Rekenen samenhangt met die bij Lezen: $b = 0.51, r = .79, p_r = .007$, over $n = 10$ leerlingen. Dit lineaire regressiemodel verklaart $r^2 = .51$ van de totale variantie in de rekenscores (de residuele standaarddeviatie is $s_e = \sqrt{82.803/(n-1-1)} = 3.217$).

11.3.1 Formules

Bij lineaire regressie van y op x proberen we de coëfficiënten a en b zodanig te schatten dat (het kwadraat van) de afwijking tussen de voorspelde waarde $\hat{y}$ en de geobserveerde waarde y zo klein mogelijk is, m.a.w. dat het kwadraat van de residuen $(y - \hat{y})$ zo klein mogelijk is. Dit wordt de "least squares" methode genoemd (zie http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmd/section4/pmd431.htm).

De beste schatting voor b is

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

De beste schatting voor a is

$$a = \overline{y} - b\overline{x}$$

11.3.2 SPSS

Voor lineaire regressie:

```
Analyze > Regression > Linear...
```

Kies `Dependent variable: Rekenen` en kies `Independent variable: Lezen`.
Onder de knop `Statistics`, vink aan `Model fit`, vink aan `R squared change`, kies `Estimates`, en daarna `Continue`.
Onder de knop `Plot`, vink aan `Histogram` en vink ook aan `Normal probability plot`; deze keuzes zijn vereist om een numerieke(!) samenvatting te krijgen over de residuals.
Onder de knop `Options`, kies `Include constant` om ook de constante coëfficiënt a te laten berekenen. Bevestig alle keuzes met `OK`.

De resulterende uitvoer omvat meerdere tabellen en figuren; deze kan je niet rechtstreeks overnemen in je verslag. De tabel getiteld *Model Summary* bevat de correlatie-coëfficiënt, hier aangeduid met hoofdletter $R = .749$.
De tabel getiteld *Coefficients* bevat de regressie-coëfficienten. De regel met aanduiding `(Constant)` vermeldt coëfficient $a = 13.25$; de regel getiteld `Lezen` vermeldt coëfficient $b = 0.51$.
De tabel getiteld *Residual Statistics* geeft informatie over zowel de voorspelde waarden als de residuen. Controleer of het gemiddelde van de residuen inderdaad nul is. In deze tabel zien we ook (regel 2, kolom 4) dat de standaarddeviatie van de residuen 3.212 is.

11.3.3 R

```r
summary( m1 <- lm( Rekenen~Lezen, data=cito ) )
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Rekenen ~ Lezen, data = cito)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -5.5332 -1.1167 -0.5332  1.7168  6.3384
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  13.2507     4.4910   2.950   0.0184 *
## Lezen         0.5128     0.1603   3.199   0.0126 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 3.406 on 8 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.5613, Adjusted R-squared:  0.5065
## F-statistic: 10.24 on 1 and 8 DF,  p-value: 0.01262
```

Het command `lm` specificeert een lineair regressiemodel, met `Rekenen` als afhankelijke variabele en `Lezen` als predictor. Dit model wordt bewaard als een object genaamd `m1`, en dat wordt meteen weer gebruikt als argument (invoer) om te rapporteren. In die rapportage van model `m1` wordt de constante coëfficient a aangeduid als `Intercept`.

```
sd( resid( m1 ) ) # s.d. van residuen volgens `m1`
```

```
## [1] 3.211533
```

11.4 Invloedrijke observaties

In de vorige paragraaf zagen we dat in een correlatie-analyse of een regressie-analyse gestreefd wordt naar een minimale residuele variantie. Eerder zagen we al ook dat uitbijters of extreme observaties, per definitie, relatief veel bijdragen aan de variantie. Bij elkaar leidt dat ertoe, dat uitbijters of extreme observatie grote invloed kunnen hebben op de hoogte van de correlatie, of op de gevonden regressie (het gevonden lineaire verband). Dat is ook te zien in Fig.11.3. Leerling 3 heeft een extreem hoge score bij Lezen (zie ook Fig.9.3). Als we deze leerling 3 buiten beschouwing laten dan zou er niet veel veranderen aan de correlatie ($r_{-3} = .79$) maar wel aan de helling van de regressielijn ($b = 0.84$, ruim anderhalf keer zo groot als mèt leerling 3). Deze observatie "trekt" dus hard aan de regressielijn, juist omdat deze observatie een extreme waarde heeft voor X en daardoor veel invloed heeft.

Ook niet-extreme observaties kunnen toch van grote invloed zijn op de correlatie en regressie, als ze ver verwijderd zijn van de regressielijn en dus een grote bijdrage leveren aan de residuele variantie. Ook dat is te zien in Fig.11.3. Leerling 2 heeft geen extreme scores, maar heeft wel het grootste residu. Als we deze leerling 2 buiten beschouwing laten dan zou de correlatie aanzienlijk hoger zijn ($r_{-2} = .86$) maar de helling van de regressielijn zou slechts weinig veranderen ($b = 0.45$).

Bij een correlatie-analyse of regressie-analyse moet je daarom altijd een spreidingsdiagram maken en bestuderen, om te kijken in hoeverre de resultaten beïnvloed zijn door een of enkele observaties. Let daarbij speciaal op observaties die ver verwijderd zijn van het gemiddelde, voor elk van beide variabelen, en op observaties die ver verwijderd zijn van de regressielijn.

11.5 Spearmans rangorde-correlatie

De beide variabelen waarvan we de correlatie willen onderzoeken, zijn niet altijd uitgedrukt op het interval-meetniveau (§4.4), of de onderzoekers willen of kunnen niet aannemen dat de beide variabelen bij benadering normaal-verdeeld zijn (§10.3). In dat geval is de product-moment-correlatie minder geschikt om de samenhang te kwantificeren. Indien de gegevens wel op ordinaal meetniveau zijn uitgedrukt, dan kunnen we wel andere correlatiecoëfficiënten gebruiken om de samenhang uit te drukken: Spearmans rangorde-correlatiecoëfficiënt (r_s) en Kendalls τ (de griekse letter "tau"). Deze beide coëfficiënten zijn gebaseerd op de rangordening van de observaties; deze correlaties kunnen we dus altijd uitrekenen als we de observaties kunnen ordenen. Ook deze berekening doen we tegenwoordig per computer. In dit hoofdstuk bespreken we alleen de Spearmans rangorde-correlatiecoëfficiënt.

De Spearman rangorde-correlatiecoëfficiënt is gelijk aan de Pearson product-moment-correlatiecoëfficiënt toegepast op de *rangnummers* van de observaties. We zetten iedere observatie van een variabele om naar het volgorde-nummer, van de kleinste geobserveerde waarde (volgnummer 1) naar de grootste geobserveerde waarde (volgnummer n). Als twee of meer observaties dezelfde waarde hebben, dan krijgen ze ook hetzelfde (gemiddelde) rangnummer. In Tabel 11.2 zie je de rangnummers van de scores voor Lezen en Rekenen, hier geordend volgens de rangnummers voor Lezen.

Table 11.2: Rangnummers van de scores van 10 leerlingen op onderdelen van een toets, zoals samengevat in Tabel 9.1, met verschil v_i tussen de twee rangnummers per leerling.

Leerling	1	9	6	4	10	8	5	7	2	3
Lezen	1	2	3	4.5	4.5	6	7	8	9	10
Rekenen	2	4	1	4	6.5	4	8	6.5	10	9

Leerling	1	9	6	4	10	8	5	7	2	3
verschil v_i	-1	-2	1	0.5	-2	2	-1	1.5	-1	1

De ordening in Tabel 11.2 maakt in één oogopslag duidelijk dat de drie leerlingen met de laagste score voor Lezen (nrs. 1, 9, 6) ook bijna de laagste scores voor Rekenen behaalden. Dat wijst op een positief verband. De twee beste lezers (nrs. 2 en 3) zijn ook de twee beste rekenaars. Ook dat wijst op een positief verband. Er is echter geen sprake van een perfect positief verband (dus hier $r_s < 1$), want dan zouden de beide rangordeningen perfect overeen komen.

Bedenk zelf hoe Tabel 11.2 er uit zou zien, als er een perfect negatief verband zou zijn ($r_s = -1$) tussen de scores bij Lezen en Rekenen, en hoe de tabel er uit zou zien als er geen enkel verband zou zijn ($r_s = 0$) tussen deze scores.

11.5.1 Formules

De samenhang tussen de rangnummers van twee variabelen wordt uitgedrukt in de Spearman rangorde-correlatiecoëfficiënt:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum v_i^2}{n(n^2 - 1)} \tag{11.9}$$

waarin v_i staat voor het verschil in rangnummers op beide variabelen voor respondent i. De breuk in deze formule wordt groter, en r_s wordt dus kleiner, naarmate de verschillen tussen de rangnummers groter zijn. Deze formule is echter alleen bruikbaar als er geen "ties" (gedeelde rangnummers) zijn in de variabelen; voor de gegevens in Tabel 11.2 met "ties" in beide variabelen moeten we een andere formule gebruiken.

Zoals blijkt is de Spearmans rangorde-correlatie r_s niet gelijk aan de Pearson product-momentcorrelatie r bij deze geobserveerde scores. Indien voldaan wordt aan de voorwaarden voor de Pearson coëfficient, dan geeft deze Pearson product-moment-correlatiecoëfficiënt een betere schatting van de samenhang dan de Spearman rangorde-correlatiecoëfficiënt. Maar als er *niet* aan die voorwaarden voldaan wordt, dan is de Spearman coëfficiënt weer te prefereren. De Spearman coëfficiënt is onder andere minder gevoelig voor invloedrijke extreme observaties — dergelijke uitschieters leggen immers minder gewicht in de schaal, nadat we de ruwe scores vervangen hebben door de rangnummers.

11.5.2 SPSS

Voor Spearmans rangorde-correlatiecoëfficiënt:

```
Analyze > Correlate > Bivariate...
```

Kies `Spearman` rangorde-correlatiecoëfficiënt, vink aan: `Flag significant correlations`. Bevestig met `OK`. De resulterende uitvoer (tabel) voldoet niet aan de stijl-eisen; je moet de gegevens dus overnemen in of omzetten naar een eigen tabel die daar wel aan voldoet, en rapporteren volgens de gebruikelijke conventies voor correlatie-analyse.

11.5.3 R

```
with(cito, cor.test( Lezen,Rekenen, method="spearman" ) )
```

```
## Warning in cor.test.default(Lezen, Rekenen, method = "spearman"): Cannot
## compute exact p-value with ties
```

```
##
##  Spearman's rank correlation rho
##
## data:  Lezen and Rekenen
## S = 25.229, p-value = 0.00198
## alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
## sample estimates:
##       rho
## 0.8470988
```

11.6 Phi

De beide variabelen waarvan we de samenhang willen onderzoeken, zijn zelfs niet altijd uitgedrukt op het ordinale meetniveau (Hoofdstuk 4). Zelfs als beide variabelen alleen op nominaal niveau gemeten zijn, dan kan er nog een correlatie berekend worden, nl. de phi-correlatiecoëfficiënt (symbool r_Φ, met griekse letter “Phi”). Deze correlatiecoëfficiënt is ook bruikbaar als één van de twee variabelen op nominaal niveau gemeten is, en de andere op ordinaal niveau.

Laten we bij ons voorbeeld met de CITO-toets aannemen dat de eerste vijf leerlingen uit een grote stad komen, en de laatste vijf van het platteland. De herkomst van de leerling vormt een nominale variabele, met 2 categorieën, hier willekeurig aangeduid als `1` resp. `0` (zie §4.2; een nominale variabele met precies 2 categorieën wordt ook een binomiale of dichotome variabele genoemd). We vragen ons nu af of er enige samenhang is tussen de herkomst van een leerling en de score bij het onderdeel Rekenen van de CITO-toets. De tweede variabele is van interval-niveau. We zetten deze om naar een nominaal meetniveau. Dat kan op vele manieren, en het is aan de onderzoeker om daarbij een verstandige keuze te maken. Wij kiezen hier voor de vaak gebruikte ‘mean split’: de ene categorie (laag, code `0`) bestaat uit scores kleiner dan of gelijk aan het gemiddelde (§9.3.1), en de andere categorie uit scores groter dan het gemiddelde (hoog, code `1`). De aantallen leerlingen in elk van de 2×2 categorieën vatten we samen in een kruistabel (Tabel 11.3).

Table 11.3: Kruistabel van $n = 10$ leerlingen, onderverdeeld naar herkomst (stad=1, platteland=0) en naar categorie van score bij het onderdeel Rekenen van een CITO-toets ('mean split', laag=0, hoog=1), met letter-aanduiding voor de aantallen observaties; zie tekst.

herkomst	laag (0)	hoog (1)	totaal
platteland (0)	5 (A)	0 (B)	5 (A+B)
stad (1)	2 (C)	3 (D)	5 (C+D)
totaal	7 (A+C)	3 (B+D)	10 (A+B+C+D)

De nominale correlatiecoëfficiënt r_Φ is gelijk aan de Pearson product-moment-correlatiecoëfficiënt als we die zouden toepassen op de binomiale codes (`0` en `1`) van de observaties. Alle 5 de leerlingen van het platteland hebben een score bij Rekenen gelijk aan of lager dan gemiddeld ($\overline{y} = 27.2$); van de leerlingen uit de stad hebben er 2 een score (gelijk aan of) lager dan gemiddeld. Er is dus samenhang tussen de binomiale codes van de rijen (herkomst) en die van de kolommen (score-categorieën) in Tabel 11.3. Die samenhang wordt gekwantificeerd in de correlatiecoëfficiënt $r_\Phi = 0.65$ voor deze gegevens.

11.6.1 Formules

De nominale correlatiecoëfficiënt r_Φ wordt berekend als volgt, waarbij de letters verwijzen naar de aantallen in de cellen van een kruistabel (zie Tabel 11.3):

$$r_\Phi = \frac{(AD - BC)}{\sqrt{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}} \tag{11.10}$$

Voor het hierboven besproken voorbeeld vinden we dan

$$r_\Phi = \frac{(15-0)}{\sqrt{(5)(5)(7)(3)}} = \frac{15}{22.91} = 0.65$$

11.6.2 SPSS

De dataset `cito` bevat al een variabele `StadPlat` die de herkomst van de leerlingen aangeeft. Maar volledigheidshalve leggen we toch uit hoe je zo'n variabele zelf kunt construeren.

```
Transform > Recode into different variables...
```

Kies `Leerling` als oude variabele en vul als nieuwe naam `StadPlat2` in voor de nieuwe variabele. Geef aan dat de oude waarden in `Range` van 1 t/m 5 (oud) omgezet moeten worden naar de nieuwe waarde 1, en evenzo dat leerlingen 6 t/m 10 de nieuwe waarde 0 moeten krijgen voor de nieuwe variabele `StadPlat`.

Voor `Rekenen` is het wat ingewikkelder. Je moet eerst je eerdere omzettingsregels verwijderen (die betrekking hadden op `StadPlat`). Maak dan op dezelfde wijze weer een nieuwe variabele, genaamd `Rekenen2`. Alle waarden vanaf de laagste waarde tot het gemiddelde (27.2) worden omgezet naar nieuwe waarde 0 voor die nieuwe variabele. Alle waarden vanaf het gemiddelde (27.2) tot de hoogste waarde worden omgezet naar nieuwe waarde 1.

Na dit voorbereidend werk kunnen we eindelijk r_Φ gaan berekenen.

```
Analyze > Descriptives > Crosstabs...
```

Selecteer de variabelen `StadPlat2` (in "Rows" paneel) en `Reken2` (in "Columns" paneel) voor kruistabel 11.3.
Kies `Statistics…` en vink optie `Phi and Cramer's` Vaan!
Bevestig eerst met `Continue` en daarna nogmaals met `OK`.

11.6.3 R

De dataset `cito` bevat al een variabele StadPlat die de herkomst van de leerlingen aangeeft. Maar volledigheidshalve laten we toch zien hoe je zo'n variabele zelf kunt construeren.

```
StadPlat2 <- ifelse( cito$Leerling<6, 1, 0) # 1=stad, 0=plat
Reken2 <- ifelse( cito$Rekenen>mean(cito$Rekenen), 1, 0 ) # 1=hoog, 0=laag
```

Maak een nieuwe variabele `Reken2`, met de waarde 1 indien de score voor Rekenen groter is dan het gemiddelde, en anders de waarde 0.

Ook in R maken we eerst een kruistabel (Tabel 11.3) en daarna berekenen we de r_Φ over die kruistabel.

```
print( table(StadPlat2,Reken2) -> citokruistabel ) # maak en bewaar en toon kruistabel
```

```
##          Reken2
## StadPlat2 0 1
##         0 5 0
##         1 2 3
```

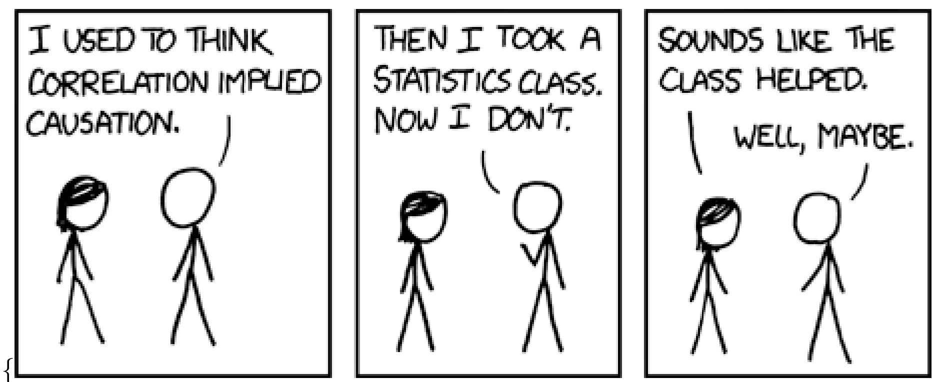
```r
if (require(psych)) { # voor psych::phi
  phi(citokruistabel) # eerder gemaakte kruistabel is hier invoer!
}
```

```
## [1] 0.65
```

11.7 Tenslotte

Bij het einde van dit hoofdstuk willen we nog eens benadrukken dat een samenhang of correlatie tussen twee variabelen niet noodzakelijkerwijs betekent dat er ook een causaal verband is tussen de variabelen, m.a.w. een samenhang betekent niet dat de ene variabele (bijv. behandeling) de oorzaak is en de andere variabele (bijv. genezing) het gevolg daarvan. De gangbare zegswijze daarvoor is "correlation does not imply causation," zie ook Voorbeeld 6.1 (Hoofdstuk 6) en bijgaande Figuur 11.7.

\begin{figure}

{

}

\caption{*Correlation does not imply causation*, ontleend met toestemming aan http://xkcd.com/552.} \end{figure}

Chapter 12

Betrouwbaarheid

12.1 Inleiding

In Hoofdstuk 5 hebben we het onder andere gehad over construct-validiteit, de afstand tussen het bedoelde (theoretische) concept of construct enerzijds, en de onafhankelijke of afhankelijke variabele anderzijds. In dit hoofdstuk gaan we in op een ander zeer belangrijk aspect van de afhankelijke variabele, nl. de *betrouwbaarheid*. Deze betrouwbaarheid kan worden geschat op basis van de samenhang of correlatie tussen observaties van hetzelfde construct. We zullen ook ingaan op de relaties tussen betrouwbaarheid en constructvaliditeit.

Vaak worden validiteit en betrouwbaarheid in één adem genoemd, en in opeenvolgende hoofdstukken besproken. Daar is wat voor te zeggen, want beide begrippen gaan over hoe je je variabelen definieert en operationaliseert. Toch hebben we hier gekozen voor een andere volgorde. Betrouwbaarheid komt pas aan bod nadat we samenhang besproken hebben (Hoofdstuk 11), omdat betrouwbaarheid gebaseerd is op de samenhang of correlatie tussen observaties.

12.2 Wat is betrouwbaarheid?

Een betrouwbaar persoon is stabiel en voorspelbaar: wat hij of zij vandaag doet is consistent met wat hij of zij vorige week deed, je kunt op deze persoon vertrouwen — in tegenstelling tot een onbetrouwbaar persoon, die instabiel is en zich onvoorspelbaar gedraagt. Volgens *Van Dale* is *betrouwbaarheid* "…de mate waarin iets of iem. te betrouwen of geloofwaardig is". Betrouwbare metingen kunnen de basis vormen voor een "justified true belief" (zie §2.4); onbetrouwbare metingen daarentegen zijn per definitie niet waard om geloof aan te hechten.

Metingen vertonen altijd enige mate van fluctuatie of variatie of inconsistentie. Die variabiliteit kan ten dele worden toegeschreven aan de variatie in het gedrag dat gemeten wordt. Immers, zelfs als we hetzelfde construct meten bij dezelfde persoon, dan nog zien we variatie ten gevolge van de momentane mentale of fysieke toestand van de proefpersoon, die nu eenmaal fluctueert. Bovendien is er variatie in het gebruikte meet-instrument (thermometer, vragenlijst, sensor), en zijn er wellicht inconsistenties in de wijze waarop wordt gemeten of beoordeeld. Met de kwantificering van zulke consistenties en inconsistenties betreden we het terrein van de betrouwbaarheidsanalyse.

Het begrip 'betrouwbaarheid' heeft in wetenschappelijk onderzoek eigenlijk twee betekenissen, die we afzonderlijk behandelen. Ten eerste wordt met betrouwbaarheid de *precisie* of *nauwkeurigheid* van een meting bedoeld. Dit aspect heeft betrekking op de vraag in hoeverre de meting beïnvloed wordt door toevallige factoren (waardoor de meting niet uitsluitend het onderzochte construct weergeeft). Als we *niet* nauwkeurig meten, dan weten we ook niet wat de verkregen meetwaarden eigenlijk weergeven — misschien het onderzochte construct, maar misschien ook niet. Als we wel nauwkeurig meten, dan verwachten we, als we dezelfde meting nogmaals zouden uitvoeren, dat we dan dezelfde uitkomst zouden meten. Naarmate een meting minder precies is, zal er meer variatie of inconsistentie zijn tussen de eerste meting en de herhaalde meting, en zijn de metingen dus minder betrouwbaar.

Voorbeeld 12.1: Als we de leesvaardigheid van leerlingen in het eindexamen willen meten, dan leggen we hen een tekstbegriptoets met een bijbehorend aantal vragen voor. De mate waarin de verschillende vragen *hetzelfde* construct meten, hier het construct 'leesvaardigheid', wordt de betrouwbaarheid, precisie of homogeniteit genoemd.

In het vervolg zullen we, om verwarring te voorkomen, deze vorm van betrouwbaarheid dan ook aanduiden met de term *homogeniteit* (vs. heterogeniteit). Bij een heterogene (niet-homogene) toets kan de totaal-score moeilijk geïnterpreteerd worden. Bij een perfect homogene test hebben mensen met dezelfde totaalscore ook dezelfde vragen correct beantwoord. Maar als we menselijk (taal)gedrag meten, komen zulke perfect homogene toetsen eigenlijk nooit voor: respondenten die wel dezelfde totaalscore behalen, hebben toch niet allen dezelfde vragen correct beantwoord (bv. in de leesvaardigheidstoets van het eindexamen, voorbeeld 12.1). Dit houdt in dat de vragen niet exact hetzelfde gemeten hebben. Dat is ook zo: de ene vraag betrof een parafrase van een alinea, terwijl een andere vraag betrekking had op een verwijswoord-antecedent-relatie. De vragen of items waren dus niet perfect homogeen!

Ten tweede wordt met betrouwbaarheid de *stabiliteit* van een meting bedoeld. Om je gewicht te meten ga je op een weegschaal staan. Die meting is stabiel: vijf minuten later zal dezelfde weegschaal met dezelfde persoon onder dezelfde omstandigheden ook (bijna) dezelfde meetwaarde opleveren. De stabiliteit wordt veelal uitgedrukt in een zogenaamde correlatiecoëfficiënt (een maat voor samenhang, zie Hoofdstuk 11). Deze correlatiecoëfficiënt kan alle waarden aannemen tussen $+1$ en -1. Hoe meer de eerste en tweede meting gelijk zijn, des te hoger de samenhang, en des te hoger de correlatie tussen eerste en tweede meting. Omgekeerd, hoe lager de samenhang tussen eerste en tweede meting, des te lager ook de correlatie.

Stabiele metingen komen echter zelden voor in onderzoek naar (taal)gedrag. Als een toets tweemaal afgenomen wordt, dan is er vaak een aanzienlijk verschil in scores op het eerste meetmoment en scores op het tweede meetmoment.

Voorbeeld 12.2: Bij het eindexamen Nederlands moeten leerlingen een opstel schrijven, dat wordt beoordeeld door twee beoordelaars. De beoordelaars zijn stabiel, als zij na enige tijd dezelfde oordelen toekennen aan dezelfde opstellen. Dus: als beoordelaar A eerst een 8 geeft aan een opstel, en bij een tweede beoordeling enige tijd later ook een 8 geeft voor hetzelfde opstel, dan is deze beoordelaar (zeer) stabiel. Als dezelfde beoordelaar A bij de tweede beoordeling echter een 4 geeft aan ditzelfde opstel, dan is de beoordelaar niet stabiel in zijn oordelen.

Nu is het beoordelen van opstellen een lastige taak: de criteria zijn niet scherp beschreven en er is relatief veel ruimte voor interpretatieverschillen. De stabiliteit van de oordelen is dan ook laag; in het verleden is zelfs een stabiliteitscoëfficiënt van 0.40 gerapporteerd.

Om de stabiliteit van een toets te berekenen, moet dezelfde toets tweemaal worden afgenomen; de mate van samenhang tussen de eerste en tweede meting wordt de *toets-hertoets-betrouwbaarheid* genoemd. Zo'n herhaalde afname van een toets gebeurt in de praktijk zelden, vanwege de relatief hoge kosten en relatief geringe opbrengst.

Voorbeeld 12.3: (Lata-Caneda et al., 2009) ontwikkelden een Spaanstalige vragenlijst van 39 vragen, bedoeld voor afasiepatiënten om de kwaliteit van hun leven te bepalen. De kwaliteit van leven wordt omschreven als "the patient perception about, either the effects of a given disease, or the application of a certain treatment on different aspects of life, especially regarding its consequences on the physical, emotional and social welfare" (Lata-Caneda et al., 2009, p.379). De nieuwe vragenlijst werd tweemaal afgenomen bij een steekproef van 23 Spaanstalige patiënten met afasie t.g.v. hersenbloeding. De gerapporteerde test-hertest-stabiliteit voor deze vragenlijst was 0.95.

Zowel de homogeniteit als stabiliteit wordt uitgedrukt als een coëfficient met een waarde tussen 0 en 1 (negatieve coëfficienten komen in de praktijk niet voor). Hoe moeten we de gerapporteerde coëfficienten nu interpreteren? In het algemeen geldt natuurlijk: hoe hoger de coëfficient, hoe hoger (beter) de betrouwbaarheid. Maar hoe groot moet de betrouwbaarheid minimaal zijn voordat we een toets "betrouwbaar" mogen noemen? Daar zijn geen eenduidige regels voor. Als er afwegingen over personen gemaakt moeten worden, dan moet de toets een betrouwbaarheid van minimaal 0.90 hebben, volgens het Nederlands Instituut van Psychologen (NIP). Dat geldt bijvoorbeeld voor toetsen die worden gebruikt om te bepalen of een kind wel of niet in aanmerking komt voor een zgn. dyslexie-verklaring. Voor onderzoeksdoeleinden hoeft niet zo'n strenge eis aan de betrouwbaarheid van een toets te worden gesteld. Vaak wordt als ondergrens voor de betrouwbaarheidscoëfficient de waarde 0.70 gehanteerd.

12.3 Testtheorie

De klassieke testtheorie heeft betrekking op de meting van variabele x bij het i-de element van een steekproef van willekeurige leden uit een populatie. De testtheorie poneert dat elke meting x_i samengesteld is uit twee componenten, nl een ware score t_i ('true score') en een foutscore of afwijking e_i ('error score'):

$$x_i = t_i + e_i \tag{12.1}$$

Stel dat je "in het echt" $t = 72.0\,\text{kg}$ weegt, en stel dat je gemeten gewicht $x = 71.6\,\text{kg}$ is, dan bedraagt de foutscore $e = -0.4\,\text{kg}$.

Een eerste belangrijke aanname in de klassieke testtheorie is dat de afwijkingen e_i elkaar neutraliseren of opheffen (d.w.z. gemiddeld nul zijn, en dus niet systematisch afwijken van de ware score t), en dat grotere afwijkingen naar boven of beneden minder vaker voorkomen dan kleinere afwijkingen. Dat houdt in dat wordt aangenomen dat de afwijkingen normaal verdeeld zijn (zie §10.3), met $\mu_e = 0$ als gemiddelde:

$$e_i \sim \mathcal{N}(0, s_e^2) \tag{12.2}$$

Een tweede belangrijke aanname in de klassieke testtheorie is dat er geen verband is tussen de ware scores t_i en de foutscores e_i. Omdat de component e_i geheel door het toeval wordt bepaald, dus zonder enig verband met x_i, is de correlatie tussen de ware score en de foutscore nul:

$$r_{(t,e)} = 0 \tag{12.3}$$

De totale variantie van x is daarom[1] gelijk aan som van de variantie van de ware scores en de variantie van de foutscores:

$$s_x^2 = s_t^2 + s_e^2 \tag{12.4}$$

Als de geobserveerde variantie s_x^2 verhoudingsgewijs veel fout-variantie bevat (d.i. variantie van afwijkingen), dan zijn de geobserveerde scores goeddeels bepaald door toevallige afwijkingen. Dat is natuurlijk geen wenselijke zaak. We zeggen dan dat de geobserveerde scores niet betrouwbaar zijn; er zit veel "ruis" in de geobserveerde scores. Als de fout-variantie daarentegen relatief gering is, dan geven de geobserveerde scores goed weer wat de ware scores zijn, en dan zijn de geobserveerde verschillen wel goed betrouwbaar, d.w.z. ze worden weinig bepaald door toevallige afwijkingen.

We kunnen de betrouwbaarheid (symbool ρ) dan ook definiëren als de verhouding tussen ware-score-variantie en totale variantie:

$$\rho_{xx} = \frac{s_t^2}{s_x^2} \tag{12.5}$$

We kunnen deze formule (12.5) echter in de praktijk niet gebruiken om de betrouwbaarheid vast te stellen, omdat we s_t^2 niet kennen. We moeten dus eerst schatten wat de ware-score-variantie is — of wat de fout-variantie is, die is immers het complement van de ware-score-variantie (zie formule (12.4))[2].

De tweede aanname (in formule (12.3)) dat er geen verband is tussen de ware score en de fout-score, is in de praktijk niet altijd gerechtvaardigd. Dat wordt misschien inzichtelijk als we kijken naar de uitslagen van een toets, op een schaal van 1.0 tot 10.0. De studenten met scores van 9 of 10 hebben ook een hoge ware score (zij beheersen de stof zeer goed) en dus doorgaans een geringe fout-score. De studenten met scores van 1 of 2 hebben ook een lage ware score

[1] $s^2_{(t+e)} = s_t^2 + s_e^2 + 2r_{(t,e)}s_t s_e$, met hier $r_{(t,e)} = 0$ volgens formule (12.3).

[2] Een uitzondering hierop vormt de situatie indien $s_x^2 = 0$, en dus $s_t^2 = 0$, ergo betrouwbaarheid $\rho = 0$; de afhankelijke variabele x is dan niet goed geoperationaliseerd.

(zij beheersen de stof zeer slecht) en dus ook doorgaans een geringe fout-score. Voor de studenten met scores van 5 of 6 ligt de situatie anders: misschien beheersen ze de stof redelijk goed maar hebben ze net een fout antwoord gegeven, of ze beheersen de stof niet goed maar ze hebben toevallig een goed antwoord gegeven. Voor deze studenten met een geobserveerde score in het midden van de schaal zijn de fout-scores relatief groter dan voor de studenten met een score bij de uiteinden van de schaal. In andere domeinen, bv bij reactietijden, zien we andere verbanden, bv dat de foutscore min of meer evenredig toeneemt met de score zelf; er is dan een positief verband tussen de ware score en de foutscore ($\rho_{(t,e)} > 0$). Desalniettemin zijn de voordelen van de klassieke testtheorie zo groot dat we deze theorie handhaven als uitgangspunt.

Uit de formules (12.4) en (12.5) hierboven volgt ook dat de standaard meetfout ('standard error of measurement',) gerelateerd is aan de standaarddeviatie en aan de betrouwbaarheid:

$$s_e = s_x \sqrt{1 - r_{xx}} \tag{12.6}$$

Deze standaard meetfout is op te vatten als de standaarddeviatie van de foutscores e_i, nog steeds aannemende dat de foutscores normaal verdeeld zijn (formule (12.2)).

Voorbeeld 12.4: Externe inspecteurs betwijfelen of docenten de eindwerkstukken van hun studenten wel goed beoordelen. Als een student een 6 heeft gekregen, zou dat werkstuk dan misschien eigenlijk als onvoldoende beoordeeld moeten worden?

Laten we aannemen dat de gegeven oordelen een standaarddeviatie $s_x = 0.75$ vertonen, en laten we eveneens aannemen dat een analyse van de betrouwbaarheid heeft laten zien dat $r_{xx} = 0.9$. De standaard meetfout bedraagt dan $s_e = 0.24$ punt (naar boven afgerond). De kans dat de ware score t_i kleiner of gelijk is aan 5.4 (onvoldoende), bij een geobserveerde score van $x_i = 6.0$ en $s_e = 0.24$, is slechts $p = 0.006$ (voor uitleg, zie §13.5 hierna). De voldoende beoordeling van het eindwerkstuk is met grote waarschijnlijkheid juist.

12.4 Interpretaties

Voordat we ingaan op verschillende berekeningswijzen van de betrouwbaarheid is het zinvol om stil te staan bij verschillende interpretaties van betrouwbaarheidsschattingen.

Ten eerste kan de betrouwbaarheid geïnterpreteerd worden als de proportie ware-score-variantie (zie formule @ref (eq:rho-betrouwbaarheid)), oftewel als de proportie van variantie die "systematisch" is. Dit is vanzelfsprekend nog lang niet hetzelfde als de proportie variantie ten gevolge van het begrip-zoals-bedoeld, de "valide" variantie (zie Hoofdstuk 5). De variantie ten gevolge van het begrip-zoals-bedoeld maakt deel uit van de proportie ware-score-variantie. Echter, tal van andere factoren kunnen op systematische wijze van invloed zijn op de scores van de respondenten, zoals verschillen in toets-ervaring. Indien twee studenten i en j een concept (zeg: taalvaardigheid) in dezelfde mate bezitten, dan nog kan de ene student beter scoren omdat hij of zij vaker taalvaardigheidstoetsen heeft afgelegd dan de andere student. Er is dan geen verschil in het begrip zoals bedoeld (taalvaardigheid $T_i = T_j$), maar wel in een andere factor (ervaring), en daardoor ontstaat een verschil tussen de studenten in hun 'ware' scores ($t_i \neq t_j$) die we meten met een valide en betrouwbare taalvaardigheidsmeting. Bij die meting treden afwijkingen en meetfouten op (e_i en e_j), waardoor de geobserveerde verschillen tussen de studenten ($x_i - x_j$) groter of kleiner kunnen zijn dan hun verschillen in 'ware' score ($t_i - t_j$). Vandaar dat een betrouwbaarheidsschatting altijd de bovengrens vormt van de validiteit.

Een tweede interpretatie van de betrouwbaarheid (formule (12.5)) is die van de theoretisch te verwachten correlatie (zie §11.2) tussen de metingen, bij vele herhalingen van die metingen. Gemakshalve nemen we aan dat geheugen- en vermoeidheidseffecten geen enkel effect hebben bij de tweede en latere metingen. Als we dezelfde personen met hetzelfde instrument driemaal zouden meten, zonder effecten van geheugen of vermoeidheid, dan zouden de scores van de eerste en tweede meting, en van de eerste en derde meting, en van de tweede en derde meting, steeds dezelfde correlatie ρ vertonen. Die correlatie geeft dus aan in hoeverre de herhaalde metingen consistent zijn, d.w.z. dezelfde onbekende ware score representeren.

In deze interpretatie drukt de betrouwbaarheid dus de verwachte samenhang uit tussen scores bij herhaalde afname van dezelfde toets. De betrouwbaarheidscoëfficiënt ρ interpreteren we dan als de correlatie tussen twee metingen met hetzelfde instrument.

Ten derde kan de betrouwbaarheid geïnterpreteerd worden als het verlies van efficiëntie in het schatten van de gemiddelde score $\overline{X}$ (Ferguson and Takane, 1989, p.474). Stel dat we de gemiddelde score van een groep van $n = 50$ proefpersonen willen vaststellen, en we gebruiken daarbij een meetinstrument met betrouwbaarheid $\rho_{xx} = 0.8$. Er is dan onzekerheid in de schatting, deels afkomstig van variatie in de ware scores t_i van de proefpersonen, maar ook deels afkomstig van de toevallige afwijkingen e_i bij de metingen. Als het meetinstrument perfect betrouwbaar zou zijn ($\rho = 1$) dan zouden we slechts $\rho_{xx} \times n = 0.8 \times 50 = 40$ proefpersonen nodig hebben gehad voor dezelfde nauwkeurigheid van de schatting van $\overline{X}$ (Ferguson and Takane, 1989, p.474). We hebben dus als het ware 10 proefpersonen verspeeld om te compenseren voor de onbetrouwbaarheid van het meetinstrument.

Hierboven hebben we gesproken over metingen met behulp van meet-instrumenten, en hieronder zullen we spreken over beoordelingen gedaan door beoordelaars. De benadering van de notie ‘betrouwbaarheid’ is in deze situaties steeds gelijk. Betrouwbaarheid speelt een rol in alle situaties waarin elementen uit een steekproef worden gemeten of beoordeeld door meerdere beoordelaars of instrumenten. Ook tentamina en vragenlijsten kunnen zulke meetinstrumenten zijn: een tentamen of een vragenlijst is goed te beschouwen als een samengesteld instrument waarmee we een abstracte eigenschap of construct van de deelnemers proberen te meten. Iedere vraag is dan te beschouwen als een “meetinstrument” of “beoordelaar” van de eigenschap of gesteldheid van de respondent. Alle bovenvermelde inzichten en interpretaties aangaande testtheorie, meetfout en betrouwbaarheid zijn daarbij evengoed van toepassing.

12.5 Methoden om betrouwbaarheid te schatten

De betrouwbaarheid van een meting kan op verschillende manieren worden bepaald. De belangrijkste zijn de volgende:

- De *toets-hertoets-methode*
  We voeren alle metingen tweemaal uit, en berekenen daarna de correlatie tussen de eerste en de tweede meting. Naarmate de metingen minder meetfouten en afwijkingen bevatten, is de correlatie hoger en dus ook de betrouwbaarheid hoger. Deze methode is tijdrovend, maar kan ook worden toegepast op een kleine portie van de metingen. In spraak-onderzoek wordt deze methode wel gebruikt om de betrouwbaarheid van fonetische transcripties vast te stellen: een deel van de spraak-opnamen wordt door een tweede beoordelaar getranscribeerd, en vervolgens worden de beide transcripties vergeleken.

- De *parallelle-toetsvorm-methode*
  We hebben een grote verzameling meet-instrumenten die goed vergelijkbaar zijn en hetzelfde construct meten. We voeren alle metingen herhaaldelijk uit, de eerste keer door de metingen van enkele willekeurig getrokken meet-instrumenten te combineren (zeg A en B en C) en tweede keer met gebruik van andere willekeurige instrumenten (zeg D en E en F). Omdat de meetinstrumenten ‘parallel’ zijn en hetzelfde construct worden geacht te meten, is de correlatie tussen de eerste en de tweede meting een indicatie voor de betrouwbaarheid van de meting.

- De *split-half-methode*

Deze methode lijkt op de parallelle-toetsvorm-methode. De k vragen of instrumenten worden in twee helften verdeeld, waarna de score bepaald wordt binnen elke helft. Uit de correlatie r_{hh} tussen de scores op de twee halve toetsen kan de betrouwbaarheid van de gehele toets afgeleid worden, $r_{xx} = \frac{2r_{hh}}{1+r_{hh}}$.

12.6 Betrouwbaarheid tussen beoordelaars

Laten we als voorbeeld eens kijken naar metingen van de spreekvaardigheid van studenten in een vreemde taal. Dit construct 'spreekvaardigheid' wordt in dit voorbeeld gemeten door middel van twee beoordelaars, die onafhankelijk van elkaar elk een cijfer tussen 1 en 100 geven aan de student (hoger is beter). Bij de beoordeling treden echter ook meetfouten op, waardoor de oordelen niet alleen de onderliggende ware score weergeven, maar ook een afwijking daarvan, met alle hierboven genoemde aannames. Laten we eerst alleen kijken naar de oordelen door de eerste en tweede beoordelaar (zie Tabel 12.1). Het eindoordeel over een student is vooralsnog het gemiddelde van de oordelen van de eerste en tweede beoordelaar.

Table 12.1: Oordelen over spreekvaardigheid van $n = 10$ studenten (rijen) door $k = 3$ beoordelaars (kolommen).

student	B1	B2	B3
1	67	64	70
2	72	75	74
3	83	89	73
4	68	72	61
5	75	72	77
6	73	73	78
7	73	76	72
8	65	73	72
9	64	68	71
10	70	82	69
$\overline{x_i}$	71.0	74.4	71.7
s_i	5.6	7.0	4.7

De oordelen van alleen de eerste en de tweede beoordelaar vertonen een onderlinge correlatie van $r_{1,2} = .75$. Dit houdt in (volgens formule (12.5)) dat 75% van de totale variantie in de oordelen van deze twee beoordelaars toe te schrijven is aan verschillen tussen de beoordeelde studenten, en dus 25% aan meetfouten (we hebben immers aangenomen dat er geen systematische verschillen zijn tussen beoordelaars). Het aandeel van de meetfouten lijkt nogal hoog. We mogen echter wel hoop putten uit één van onze eerdere aannames, nl dat de meetfouten van de beoordelaars niet gecorreleerd zijn. De *combinatie* van de twee beoordelaars — de gemiddelde score per student over de twee beoordelaars — geeft dus beter betrouwbare metingen dan elk van de beoordelaars afzonderlijk kunnen doen. Immers, de meetfouten van de twee beoordelaars hebben de neiging om elkaar op te heffen (zie formule (12.2)). Lees de laatste twee zinnen nog eens aandachtig door.

De betrouwbaarheid wordt vaak uitgedrukt als *Cronbach's Alpha* (Cortina, 1993). Dat getal is een maat voor de consistentie of homogeniteit van de metingen, en het geeft dus ook de mate aan waarin de twee beoordelaars hetzelfde construct hebben beoordeeld. De eenvoudigste definitie is gebaseerd op $\overline{r}$, de gemiddelde correlatie tussen metingen van k verschillende beoordelaars[3].

$$\alpha = \frac{k\overline{r}}{1 + (k-1)\overline{r}} \tag{12.7}$$

Invullen van $k = 2$ beoordelaars en $\overline{r} = 0.75$ geeft $\alpha = 0.86$ (SPSS en R gebruiken hiervoor een wat complexere formule, en rapporteren $\alpha = 0.84$). Deze maat voor betrouwbaarheid wordt niet alleen aangeduid als Cronbach's Alpha, maar ook als de Spearman-Brown-formule of als Kuder-Richardson-formule 20 (KR20)[4].

De gevonden waarde van Cronbach's Alpha is wat lastig te evalueren, omdat die mede afhankelijk is van het aantal instrumenten of beoordelaars of vragen in de toets (Cortina, 1993; Gliner et al., 2001). Voor wetenschappelijk onderzoek wordt vaak een ondergrens van 0.75 of 0.80 gehanteerd. Indien de uitslag van de toets of meting van groot belang is voor de betrokkene, zoals bij medische of psychische diagnostiek van patiënten, of bij werving en selectie van personeel, dan wordt een nog hogere betrouwbaarheid van $\alpha = .9$ aanbevolen (Gliner et al., 2001).

Als we de betrouwbaarheid willen verhogen naar $\alpha = 0.9$ of hoger, dan kunnen we dat op twee manieren bereiken. De eerste manier is door het aantal beoordelaars uit te breiden. Als we meer beoordelaars combineren in de totale score, dan heffen de meetfouten van die beoordelaars elkaar ook beter op, en dan wordt de totale score dus betrouwbaarder. Met behulp van formule (12.7) kunnen we onderzoeken hoeveel beoordelaars nodig zouden zijn, om de betrouwbaarheid te verbeteren naar $\alpha = 0.90$ of beter. We vullen $\alpha = 0.90$ in en wederom $\overline{r} = 0.75$, en vinden dan een uitkomst van minimaal $k = 3$ beoordelaars. De *toename* in de betrouwbaarheid vlakt af naarmate er al meer beoordelaars meedoen: als $k = 2$ dan $\alpha = .84$, als $k = 3$ dan $\alpha = .84 + .06 = .90$, als $k = 6$ dan $\alpha = .90 + .05 = .95$, als $k = 9$ dan $\alpha = .95 + .01 = .96$, enz. Immers, als er al 6 beoordelaars zijn, die elkaars

[3]In ons voorbeeld zijn er slechts $k = 2$ beoordelaars, dus is er slechts één correlatie, en $\overline{r} = r_{1,2} = 0.75$.

[4]De zgn. 'intra-class correlation coefficient' (ICC) voor k vaste beoordelaars of items is eveneens identiek aan de Cronbach's Alpha.

meetfouten al goed opheffen, dan voegen 3 extra beoordelaars weinig meer toe aan de betrouwbaarheid.

De tweede manier om de betrouwbaarheid te verhogen is om de meetfout te verkleinen. Dat kunnen we proberen, bijvoorbeeld, door de beoordelaars zo goed mogelijk te instrueren over hoe ze de spreekvaardigheid van de studenten dienen te beoordelen. Een beoordelingsprotocol en/of instructie kan de afwijkingen tussen en binnen beoordelaars doen verkleinen. Kleinere afwijkingen betekenen kleinere meetfouten, en dat betekent weer hogere correlaties tussen de beoordelaars. Bij een $\overline{r} = 0.8$ bereiken we al bijna de gewenste betrouwbaarheid, met slechts $k = 2$ beoordelaars.

Een derde manier om de betrouwbaarheid te verhogen vereist een nadere analyse van de afzonderlijke beoordelaars. Om dit uit te leggen, betrekken we nu ook de derde beoordelaar in onze beschouwingen (zie Tabel 12.1). De oordelen van deze derde beoordelaar vertonen echter lage correlaties met die van de eerste en tweede beoordelaar: $r_{1,3} = 0.41$ en $r_{2,3} = 0.09$. Dat leidt ertoe dat de gemiddelde correlatie tussen beoordelaars nu lager is, $\overline{r} = 0.42$. Door deze derde beoordelaar op te nemen, is de betrouwbaarheid niet gestegen maar daarentegen juist gedaald naar $\alpha = \frac{3 \times 0.42}{1+2 \times 0.42} = 0.68$. We doen er dus misschien beter aan om de metingen van de derde beoordelaar te negeren. Ook als we de betrouwbaarheid van een tentamen of toets of vragenlijst onderzoeken, kan blijken dat de betrouwbaarheid van de gehele toets *toeneemt* als we sommige “slechte” vragen verwijderen. Blijkbaar hebben die “slechte” vragen een construct gemeten dat verschilt van wat de resterende vragen gemeten hebben.

12.7 Betrouwbaarheid en constructvaliditeit

Als een meting betrouwbaar is, dan is er “iets” betrouwbaar gemeten. Maar let op: dat toont nog niet aan *wat* er gemeten is! Er is wel een relatie tussen de betrouwbaarheid (hoe is gemeten) en de construct-validiteit (wat is gemeten, zie Hoofdstuk 5), maar die twee begrippen zijn niet identiek. Een voldoende betrouwbaarheid is een noodzakelijke, maar geen voldoende voorwaarde voor validiteit. Anders gezegd: een toets die niet betrouwbaar is kan ook niet valide zijn (want deze toets meet ook ruis), maar een toets die wel betrouwbaar is hoeft nog niet valide te zijn. Misschien meet de gebruikte toets wel heel betrouwbaar een ander construct dan wat de bedoeling was.

Een instrument is construct-valide als het gemeten concept overeenkomt met het bedoelde concept of construct. In voorbeeld 12.3: de vragenlijst is valide als score uit de vragenlijst overeenkomt met de kwaliteit van leven (wat dat dan ook moge zijn) van de afasie-patiënten. Pas nadat aangetoond is dat een instrument betrouwbaar is, heeft het zin om over de constructvaliditeit van een meting te spreken. De betrouwbaarheid is een noodzakelijke maar niet voldoende voorwaarde voor constructvaliditeit. Een onbetrouwbaar instrument kan dus niet valide zijn, maar een betrouwbaar instrument hoeft niet noodzakelijk valide te zijn.

Om de schrijfvaardigheid te meten, laten we de leerlingen een opstel schrijven. We tellen het aantal letters *e* in elk opstel. Dat is een zeer betrouwbare meting: verschillende beoordelaars komen tot hetzelfde aantal *e*'s (beoordelaars zijn homogeen) en dezelfde beoordelaar levert bij hetzelfde opstel ook steeds dezelfde uitkomst (beoordelaars zijn stabiel). Het grote bezwaar hier is dat het aantal *e*'s in een opstel niet of niet noodzakelijk overeenkomt met het concept schrijfvaardigheid. Een leerling die meer *e*'s in zijn opstel verwerkt is niet noodzakelijk een betere schrijver.

Onderzoekers weten weliswaar dat betrouwbaarheid een noodzakelijke maar niet voldoende voorwaarde is voor de validiteit. Maar toch springen ze niet altijd even zorgvuldig om met die begrippen. In vele onderzoeken wordt er stilzwijgend van uit gegaan dat als de betrouwbaarheid voldoende is, de validiteit dan ook gewaarborgd is. Ook in voorbeeld 12.3 wordt het onderscheid niet duidelijk gemaakt, en bespreken de onderzoekers de construct-validiteit van hun nieuwe vragenlijst niet expliciet.

12.8 SPSS

Voor een betrouwbaarheidsanalyse van de $k = 3$ oordelen over spreekvaardigheid in Tabel 12.1:

```
Analyze > Scale > Reliability Analysis...
```

Selecteer de variabelen die geacht worden hetzelfde construct te meten; hier zijn dat de drie beoordelaars. We beschouwen deze $k = 3$ beoordelaars als "items" die de eigenschap "spreekvaardigheid" meten van 10 studenten. Sleep deze variabelen naar het Variable(s) paneel.
Vul als Scale label in een aanduiding van het construct, bijv. `Spreekvaardigheid`.
Kies als Method: `Alpha` voor Cronbach's Alpha (zie formule (12.7))
Kies `Statistics…`, vink aan: Descriptives for `Item, Scale, Scale if item deleted`, Inter-Item `Correlations`, Summaries `Means, Variances`, en bevestig met `Continue` en daarna nogmaals met `OK`.

De uitvoer bevat Cronbach's Alpha, de gevraagde inter-item-correlaties (vooral hoog tussen beoordelaars 1 en 2), en (in tabel Item-Total Statistics) de betrouwbaarheid indien we een bepaalde beoordelaar zouden verwijderen. Deze laatste uitvoer leert ons dat beoordelaars 1 en 2 van groter belang zijn dan beoordelaar 3. Als we beoordelaar 1 of 2 zouden verwijderen dan stort de betrouwbaarheid in, maar als we beoordelaar 3 zouden verwijderen dan neemt de betrouwbaarheid zelfs toe (van 0.68 naar 0.84). Vermoedelijk heeft deze beoordelaar een ander construct beoordeeld dan de anderen.

12.9 R

Voor een betrouwbaarheidsanalyse van de $k = 3$ oordelen over spreekvaardigheid in Tabel 12.1:

```
beoordelaars <- read.table(file="data/beoordelaars.txt", header=TRUE)
if (require(psych)) { # voor psych::alpha
  alpha( beoordelaars[,2:4] ) # kolommen 2 t/m 4
}
```

```
##
## Reliability analysis
## Call: alpha(x = beoordelaars[, 2:4])
##
##   raw_alpha std.alpha G6(smc) average_r S/N  ase mean  sd median_r
##       0.68      0.68    0.74      0.41 2.1 0.17   72 4.6     0.41
##
##  lower alpha upper     95% confidence boundaries
## 0.35 0.68 1.01
##
##  Reliability if an item is dropped:
##    raw_alpha std.alpha G6(smc) average_r  S/N alpha se var.r med.r
## B1      0.15      0.16   0.088     0.088 0.19    0.497    NA 0.088
## B2      0.58      0.58   0.410     0.410 1.39    0.264    NA 0.410
## B3      0.84      0.85   0.745     0.745 5.84    0.095    NA 0.745
##
##  Item statistics
##     n raw.r std.r r.cor r.drop mean  sd
## B1 10  0.93  0.92  0.91   0.81   71 5.6
## B2 10  0.84  0.78  0.72   0.53   74 7.0
## B3 10  0.56  0.64  0.38   0.25   72 4.7
```

Deze uitvoer bevat Cronbach's Alpha (`raw_alpha 0.68`), en de betrouwbaarheid indien we een bepaalde beoordelaar zouden verwijderen. Als we beoordelaar 3 zouden verwijderen dan neemt de betrouwbaarheid zelfs toe (van 0.68 naar 0.84). Over alle drie de beoordelaars is `average_r=0.41`.

Correlaties tussen de k beoordelaars of items worden niet expliciet meegeleverd (al zijn ze wel af te leiden uit bovenstaande uitvoer), dus vragen we die nog op:

```
cor( beoordelaars[ ,c("B1","B2","B3") ] ) # expliciete kolomnamen
```

```
##           B1         B2         B3
## B1 1.0000000 0.74494845 0.40979738
## B2 0.7449484 1.00000000 0.08845909
## B3 0.4097974 0.08845909 1.00000000
```

Deel III: Toetsende statistiek

Chapter 13

Toetsing

13.1 Inleiding

Vanaf dit hoofdstuk houden we ons bezig met het toetsen van onderzoekshypothesen, en in het bijzonder met toetsen van *nul*-hypotheses (null hypothesis significance testing, NHST), zoals uitgelegd in Hoofdstuk 2.

Voor dergelijke toetsingen is in de loop der jaren een groot aantal technieken ontwikkeld. De toetsen die we behandelen zijn de meest gebruikte en kunnen we indelen in parametrische en non-parametrische toetsen. Parametrische toetsen veronderstellen dat de afhankelijke variabele (tenminste) gemeten is op intervalniveau (zie hoofdstuk 4), en dat de gemeten uitkomsten of scores normaal verdeeld zijn (zie §10.3 en §10.5). Bij non-parametrische toetsen worden, afhankelijk van de techniek, minder aannamen gemaakt over het meetniveau, danwel over de verdeling van de geobserveerde scores; het zijn zogenaamde verdelingsvrije toetsen. Het gevolg is dat de toetsing iets minder 'gevoelig' is, onder verder gelijke omstandigheden, d.w.z. dat de nulhypothese onder verder gelijke omstandigheden minder vaak verworpen kan worden. Deze toetsen hebben derhalve minder power (zie Hoofdstuk 14). Onderzoekers geven daarom meestal de voorkeur aan parametrische toetsen.

Het algemene principe van toetsing hebben we al kort besproken in §2.4 en §2.5. We leggen het hier nogmaals uit aan de hand van een voorbeeld. We onderzoeken de bewering H1: 'studenten Taalwetenschap beheersen de traditionele zinsgrammatica *beter* dan de gemiddelde talen-student'. Als meet-instrument gebruiken we de zgn. "grammaticatoets"[1] die verplicht is voor de meeste studenten in het talen-domein van de Universiteit Utrecht. Op grond van eerdere studiejaren verwachten we een gemiddelde score van 73 op deze toets; dit is het gemiddeld aantal goede antwoorden uit 100 vragen. We

[1] Wij danken Els Rose voor het beschikbaar stellen van deze gegevens.

operationaliseren dus eerst H1: $\mu > 73$, en daaruit leiden we de bijbehorende nulhypothese af die daadwerkelijk getoetst wordt: $\mu = 73$. (In §@ref(sec:ttoets.eenzijdigtweezijdig) hieronder gaan we nader in op het al dan niet noemen van de *richting* van het verschil in H1).

Voor de eerstejaars studenten Taalwetenschap ($n = 34$) van een bepaald studiejaar vinden we een gemiddelde score van 84.4. Dat is inderdaad ver boven de referentie-waarde van 73, maar dat zou ook toeval kunnen zijn. Misschien is H0 waar, en zitten er geheel toevallig veel grammaticale bollebozen in onze steekproef (uit de populatie van mogelijke eerstejaars studenten Taalwetenschap). We kunnen de kans P op die situatie uitrekenen, d.w.z. de kans P om een gemiddelde score van $\overline{x} = 84.4$ te vinden gegeven een willekeurige steekproef van $n = 34$ personen en gegeven dat H0 in werkelijkheid waar is (d.w.z. $\mu = 73$): dan blijkt $P = .000000001913$. Deze kans P representeert de kans om bij toeval deze gegevens te vinden terwijl H0 waar is: $P(\overline{x} = 84.4|\mathrm{H0}, n = 34)$. In dit geval is die kans P zeer klein.

Voor de argumentatie is het essentieel dat de gegevens valide zijn en betrouwbaar zijn — juist daarom zijn we uitgebreid ingegaan op validiteit (Hoofdstuk 5) en betrouwbaarheid (Hoofdstuk 12). Als we alles goed gedaan hebben, dan mogen we immers vertrouwen hebben in onze verkregen gegevens. De lage waarschijnlijkheid van de gegevens volgens H0 kunnen we dan redelijkerwijs *niet* toeschrijven aan fouten in de operationalisatie, of aan meetfouten, of aan andere afwijkingen in de gegevens. De logische conclusie is dan, dat de onwaarschijnlijke uitkomst erop wijst dat de premisse (H0) waarschijnlijk *niet* waar is: we verwerpen H0; H0 is dus gefalsifieerd. Onze kennis is daarmee toegenomen, omdat we nu op gerechtvaardigde gronden mogen aannemen dat H0 onwaar is (en dus dat H1 waar is).

Indien we H0 verwerpen, op basis van bovenstaande redenering, die weer gebaseerd is op waarschijnlijkheid, dan moeten we wel rekening houden met de kleine kans P dat het verwerpen van H0 een onterechte beslissing is (Type-I-fout; zie §2.5). Er is immers de kans P dat we deze data vinden terwijl H0 toch waar is (in dit voorbeeld: terwijl de taalwetenschappers eigenlijk gemiddeld niet anders scoren dan $\mu = 73$).

Figuur 13.1 toont de kansverdeling van het gemiddelde van de steekproef ($n = 34$) als H0 waar is. We zien dat de waarde 73 de hoogste kans heeft, maar ook 72 of 74 zijn waarschijnlijke gemiddelde scores volgens H0. Een gemiddelde van 84.4 is echter zeer onwaarschijnlijk, de kans P op deze gemiddelde score (hoogte van de curve) is bijna nul volgens H0.

De grenswaarde voor P waarbij we H0 verwerpen, wordt het significantieniveau genoemd, vaak aangeduid met symbool α (zie §2.5). Onderzoekers gebruiken vaak $\alpha = .05$, maar soms worden andere grenswaarden gebruikt. In Figuur 13.1 zie je dat de kans op een gemiddelde score van 77.7 of meer een kans heeft van $P = .05$ of kleiner, volgens H0. Dit is te zien aan de oppervlakte onder de curve. Het gekleurde deel heeft precies een oppervlakte

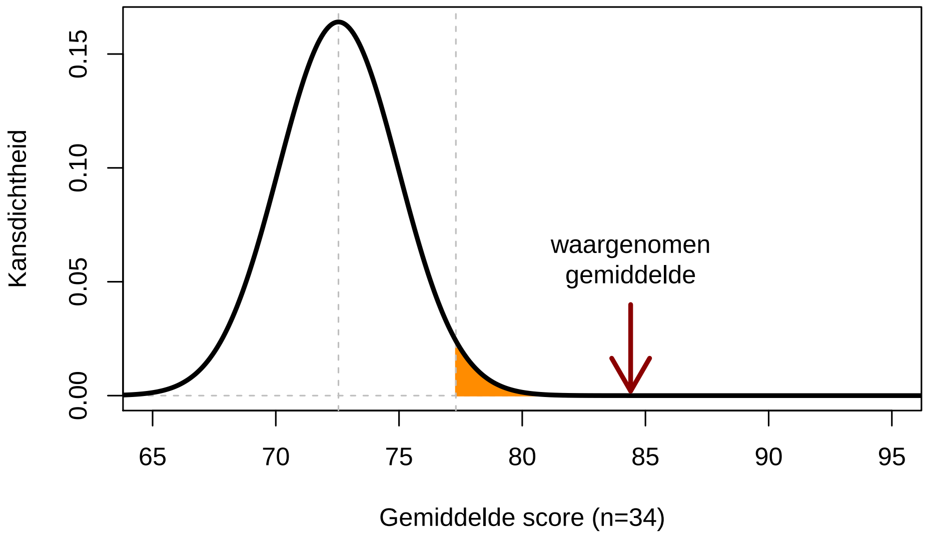


Figure 13.1: Kansverdeling van de gemiddelde score uit een steekproef (n=34) bij populatiegemiddelde 73 en populatie-s.d. 14. Het gekleurde gebied bestrijkt 5% van de totale oppervlakte onder de curve; uitkomsten langs de X-as van dit gebied hebben dus een kans van ten hoogste 5% om op te treden als H0 waar is.

van 0.05 van de totale oppervlakte onder de curve.

De beslissing om H0 wel of niet te verwerpen is gebaseerd op de waarschijnlijkheid P van de uitkomsten, gegeven H0. De beslissing zou dus ook onjuist kunnen zijn. De bevinding dat $P < \alpha$ vormt dus geen *onomstotelijk* bewijs dat H0 onwaar is (en verworpen *moet* worden); het is ook mogelijk dat H0 toch waar is maar dat het gevonden effect een toevalstreffer was (Type-I-fout). Omgekeerd vormt de bevinding dat $P > \alpha$ geen sluitend bewijs dat H0 waar is. Er kunnen allerlei andere, plausibele redenen zijn waarom een wel bestaand effect (H0 is onwaar) toch niet goed geobserveerd wordt. Als ik geen vogels hoor zingen, dan betekent dat niet noodzakelijkerwijs dat er echt geen vogels zingen. Meer algemeen: “absence of evidence is not evidence of absence” (;). Het is daarom goed om ook altijd de grootte van het gevonden effect of verschil te rapporteren (dit wordt nader uitgelegd in §@ref(#sec:ttoets-effectgrootte) hieronder).

Voorbeeld 13.1: Stel H0: ‘vogels zingen niet’. Schrijf tenminste vier redenen op waarom ik geen vogels hoor zingen, zelfs als er wel vogels zingen (H0 is onwaar). Als ik H0 niet verwerp, wat voor type fout maak ik dan?

13.2 t-toets voor enkele steekproef

De Student t-toets wordt toegepast om een verschil te kunnen onderzoeken tussen de gemiddelde score van een steekproef, en een a priori veronderstelde waarde van dat gemiddelde. We gebruiken deze toets als de standaarddeviatie σ in de populatie niet bekend is, en dus geschat moet worden uit de steekproef. De gedachtegang is als volgt.

Op grond van het gemiddelde en de standaarddeviatie in de steekproef, en van het (volgens H0) veronderstelde gemiddelde, bepalen we de toetsingsgrootheid t. Als H0 waar is, dan is de waarde $t = 0$ het meest waarschijnlijk. Naarmate het verschil tussen het geobserveerde steekproefgemiddelde en het veronderstelde steekproefgemiddelde groter wordt, neemt t ook toe. Als de toetsingsgrootheid t groter is dan een bepaalde grenswaarde $t*$, dus als $t > t*$, dan is de kans op deze toetsingsgrootheid, als H0 waar is, erg klein: $P(t|\text{H0}) < \alpha$. De kans om dit resultaat te vinden als H0 waar is, is dan zo gering dat we besluiten H0 te verwerpen (zie §2.5). We spreken dan van een *significant* verschil: de afwijking tussen het geobserveerde en het verwachte gemiddelde is vermoedelijk niet toevallig.

In het eerdere voorbeeld van de grammaticatoets bij studenten Taalwetenschap (§13.1) hebben we al kennis gemaakt met deze vorm van de t-toets. Als $\overline{x} = 84.4, s = 8.4, n = 34$, dan is toetsingsgrootheid $t = 7.9$ volgens formule (13.1) hieronder.

De kansverdeling van toetsingsgrootheid t onder H0 is bekend; je vindt de grenswaarde t^* in Bijlage C. Anders gezegd, als de gevonden toetsingsgrootheid t groter is dan de grenswaarde t^* die in de tabel staat vermeld, dan is $P(t|\text{H0}) < \alpha$. Om de tabel in Bijlage C te kunnen gebruiken moeten we nog een nieuw begrip introduceren, namelijk het aantal vrijheidsgraden. Dat begrip wordt uitgelegd in §13.2.1 hieronder.

Met het aantal vrijheidsgraden kun je in Bijlage C opzoeken welke grenswaarde t^* nodig is om een bepaalde overschrijdingskans p te verkrijgen. Laten we opzoeken wat de overschrijdingskans is voor de gevonden toetsingsgrootheid $t = 7.9$. Eerst zoeken we in de linker kolom het aantal vrijheidsgraden ('d.f.') op. Als het aantal vrijheidsgraden niet in de tabel voorkomt, dan dienen we voorzichtigheidshalve naar beneden af te ronden, hier naar 30 d.f. Dit aantal bepaalt de regel die voor ons van toepassing is. In de derde kolom staat $t^* = 1.697$. Onze gevonden toetsingsgrootheid $t = 7.9$ is groter dan deze $t^* = 1.697$, dus de overschrijdingskans is kleiner dan de $p = .05$ die hoort bij de derde kolom. Als we verder naar rechts gaan op dezelfde regel, zien we dat de vermelde t^* nog toeneemt. Onze gevonden toetsingsgrootheid t is zelfs nog groter dan $t^* = 3.385$ in de laatste kolom. De overschrijdingskans is dus zelfs nog kleiner dan $p = .001$ uit de titel van die laatste kolom. (Doorgaans berekent het statistische analyse-programma ook de overschrijdingskans.) We rapporteren het resultaat als volgt:

De gemiddelde score van de studenten Taalwetenschap (lichting 2013) is 84.4 ($s = 8.4$); dit is significant beter dan het veronderstelde populatie-gemiddelde van 73 ($t(33) = 7.9, p < .001$).

13.2.1 vrijheidsgraden

Om het concept van vrijheidsgraden uit te leggen, beginnen we met een analogie. Stel dat er drie mogelijke routes zijn om van A naar B te reizen: een kustpad, een bergpad, of een autoweg. Een wandelaar die van A naar B wil reizen, heeft weliswaar drie opties, maar er zijn slechts twee vrijheidsgraden voor de wandelaar: hij of zij hoeft slechts 2 keuzes te maken om te kiezen uit de drie opties. Eerst valt de autoweg af (eerste kies-moment), en dan het bergpad (tweede kies-moment), en de gekozen route langs het kustpad blijft als enige over. Er zijn dus twee keuzes 'vrij', om uiteindelijk één van de drie mogelijke routes te kiezen. Als we de twee keuzes weten, dan kunnen we daaruit afleiden welke route gekozen moet zijn.

Nu kijken we naar een student die gemiddeld een $\overline{x} = 7.0$ heeft behaald over de $N = 4$ cursussen van het eerste basispakket van zijn of haar opleiding. Het gemiddelde van 7.0 kan op vele manieren tot stand zijn gekomen, bv. $(8, 7, 7, 6)$ of $(5, 6, 8, 9)$. Maar als we van drie cursussen het resultaat weten, èn we weten dat het gemiddelde een 7.0 bedraagt, dan weten we ook wat de waarde van de vierde observatie moet zijn. Die laatste observatie is dus niet meer 'vrij' maar wordt nu vastgelegd door de eerste drie observaties, in combinatie met het gemiddelde over de $N = 4$ observaties. We zeggen dan dat je $N - 1$ *vrijheidsgraden* hebt om dit kenmerk van de steekproef te bepalen, zoals hier het steekproefgemiddelde, of zoals de toetsingsgrootheid t. De vrijheidsgraden worden in het Engels 'degrees of freedom' genoemd, vaak afgekort tot 'd.f.' (symbool ν, griekse letter "nu") .

In de praktijk is het aantal vrijheidsgraden niet moeilijk te bepalen. We geven namelijk bij elke toets aan hoe je de vrijheidsgraden bepaalt — en het aantal d.f. wordt doorgaans ook berekend door de statistische analyse-programma's die we gebruiken.

Bij de t-toets voor een enkele steekproef is het aantal vrijheidsgraden het aantal observaties $N - 1$. In het hierboven besproken voorbeeld hebben we dus $N - 1 = 34 - 1 = 33$ vrijheidsgraden.

13.2.2 formules

$$t = \frac{\overline{y} - \mu}{s} \times \sqrt{N} \tag{13.1}$$

13.2.3 aannames

De voor een enkele steekproef vereist drie aannames (assumpties) waaraan voldaan moet zijn, om de toets te mogen gebruiken.

- De gegevens moeten gemeten zijn op intervalniveau (zie hoofdstuk 4).
- Alle observaties moeten onafhankelijk van elkaar zijn.
- De scores moeten normaal verdeeld zijn (zie §10.3).

13.2.4 SPSS

De hierboven gegevens zijn te vinden in het bestand `data/grammaticatoets2013.csv`.

Om onze eerdere hypothese te toetsen, moeten we in SPSS eerst de observaties selecteren van de studenten Taalwetenschap.

```
Data > Select cases...
```

Kies `If condition is satisfied` en druk op knop `If...` om de condities voor selectie (inclusie) aan te geven.
Selecteer variabele `opleiding` (sleep naar rechter paneel), kies knop `=`, en type daarna *TW*, zodat de hele conditie luidt `opleiding = TW`.

Daarna kunnen we onze eerdere hypothese toetsen als volgt:

```
Analyze > Compare Means > One-Sample T Test...
```

Selecteer variabele (sleep naar Test variable(s) paneel).
Geef op tegen welke waarde van μ getoetst moet worden: geef op als Test Value `73`. Bevestig met `OK`.

De uitvoer bevat zowel beschrijvende statistiek als de resultaten van een *tweezijdige* t-toets.

Neem bij het overnemen van die uitvoer goede notitie van de waarschuwing in §13.3 hieronder: SPSS rapporteert alsof `p=.000` maar dat is onjuist.

13.2.5 R

Onze hierboven besproken hypothese kan worden getoetst met de volgende opdrachten:

```
gramm2013 <- read.csv( file="data/grammaticatoets2013.csv",header=F)
dimnames(gramm2013)[[2]] <- c("score","opleiding")
with( gramm2013,
      t.test( score[opleiding=="TW"], mu=73, alt="greater" ) )
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  score[opleiding == "TW"]
## t = 7.9288, df = 33, p-value = 1.913e-09
## alternative hypothesis: true mean is greater than 73
## 95 percent confidence interval:
##  81.97599      Inf
## sample estimates:
## mean of x
##  84.41176
```

De notatie `1.913e-09` moet gelezen worden als het getal (1.913×10^{-9}).

13.3 Overschrijdingskans p is altijd groter dan nul

De overschrijdingskans p kan heel klein zijn, maar is altijd groter dan nul! In het bovenstaande voorbeeld van de grammaticatoets vonden we $P = .000000001913$, een heel kleine kans, maar wel groter dan nul. Dat is ook te zien aan de staarten van de bijbehorende kansverdeling, die asymptotisch naderen naar nul (zie Fig.13.1) maar nooit helemaal gelijk aan nul worden. Er is immers altijd een miniem kleine kans dat je een extreme waarde (of een nog extremere waarde) van je toetsingsgrootheid zult vinden in een steekproef — we onderzoeken de steekproef immers juist omdat de uitkomst van de toetsingsgrootheid niet a priori vaststaat.

In SPSS worden de overschrijdingskansen echter afgerond, en kunnen dan in de uitvoer verschijnen als ‘`Sig. .000`’ oftewel $p = .000$. Dit is onjuist. De overschrijdingskans of significantie is immers niet gelijk aan nul, maar is *afgerond tot* nul, en dat is niet hetzelfde. Rapporteer de overschrijdingskans of significantie altijd met de juiste nauwkeurigheid, in dit voorbeeld als $p < .001$ of zelfs $p < .0005$ (rekening houdend met de afronding door SPSS naar drie decimale cijfers).

13.4 Eenzijdige en tweezijdige toetsen

De procedure die we hierboven hebben besproken geldt voor het éénzijdig toetsen. Dat wil zeggen dat de alternatieve hypothese niet alleen stelt dat de gemiddelden zullen verschillen, maar ook in welke richting dat zal zijn: H1: $\mu > 73$, de studenten Taalwetenschap scoren *beter* dan het populatiegemiddelde. Als we een verschil zouden vinden in de tegengestelde richting, zeg $\overline{x} = 68$, dan beginnen we niet eens aan statistische toetsing: de H0 blijft zonder meer in stand. Pas als we een verschil vinden in de veronderstelde richting is het zinvol om te inspecteren of dit verschil significant is. Wanneer je nu kijkt naar de afbeelding bij Bijlage C, dan klopt dit ook. De p-waarde correspondeert met de oppervlakte van het gekleurde gebied.

Indien de alternatieve hypothese H1 de richting van het verschil *niet* specificeert, dan treedt er een complicatie op. Zowel verschillen in de ene richting als in de andere richting zijn dan immers relevant. We spreken dan van tweezijdig toetsen. Om de tweezijdige overschrijdingskans te berekenen moeten we de p-waarde uit Bijlage C vermenigvuldigen met 2 (omdat we nu kijken naar twee gekleurde gebieden, aan beide zijden van de kansverdeling).

Laten we in het voorbeeld van de grammaticatoets nu tweezijdig toetsen. We operationaliseren de alternatieve hypothese dan als H1: $\mu \neq 73$. Wederom is $\overline{x} = 73, t = 7.9$ met 33 d.f. (afgerond naar 30 d.f.). Bij de eenzijdige overschrijdingskans $p = .025$ (vierde kolom) vinden we de kritieke grenswaarde $t^* = 2.042$. De tweezijdige overschrijdingskans voor deze grenswaarde is $2 \times .025 = .05$. Onze gevonden toetsingsgrootheid $t = 7.9$ is groter dan deze $t^* = 2.042$, dus de tweezijdige overschrijdingskans is kleiner dan $p = 2 \times .025 = .05$. Onze gevonden toetsingsgrootheid t is zelfs groter dan $t^* = 3.385$ in de laatste kolom, dus de tweezijdige overschrijdingskans is zelfs kleiner dan $2 \times .001$. We kunnen onze tweezijdige toetsing als volgt rapporteren:

> De gemiddelde score van de studenten Taalwetenschap (lichting 2013) is 84.4 ($s = 8.4$); dit verschilt significant van het veronderstelde populatie-gemiddelde van 73 ($t(33) = 7.9, p < .002$).

In de meeste onderzoeken wordt tweezijdig getoetst; als de richting van de toets niet wordt vermeld dan mag je daarom aannemen dat er tweezijdig is getoetst.

13.5 Betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde

Deze paragraaf gaat dieper in op een onderwerp dat eerder al aan bod kwam in §**??**, en illustreert het betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde met de scores van de grammaticatoets.

Het gemiddelde van de steekproef, $\overline{x}$, kunnen we beschouwen als een goede schatting van het onbekende gemiddelde in de populatie, μ. Daarbij kunnen we de gevonden waarde van t^* ook gebruiken om aan te geven hoe betrouwbaar die schatting is: het betrouwbaarheidsinterval. Daarmee drukken we uit hoe (on)zeker we weten dat het gemiddelde van de steekproef, $\overline{x}$, overeenkomt met het gemiddelde van de populatie (Cumming, 2012). We kennen zulke foutenmarges ook uit verkiezingsuitslagen, waar ze aangeven hoe zeker de uitslag van de steekproef (van respondenten) overeenkomt met de werkelijke verkiezingsuitslag voor de gehele populatie (van kiezers). Een foutenmarge van 2% betekent dat het voor 95% zeker is dat x, het percentage stemmen op een bepaalde partij, zal liggen tussen $(x-2)$% en $(x+2)$%.

In ons voorbeeld met 30 d.f. vinden we $t^* = 2.042$ voor 95% betrouwbaarheid. Via formule (13.2) komen we tot het 95% betrouwbaarheidsinterval $(81.5, 87.3)$. We weten met 95% zekerheid dat de onbekende gemiddelde score op de grammaticatoets, van de populatie van alle mogelijke studenten taalwetenschap groter is dan 81.5 en kleiner dan 87.3. We weten dan dus ook, met 95% zekerheid, dat het *onbekende* populatiegemiddelde μ afwijkt van de veronderstelde waarde 73 (Cumming, 2012). We rapporteren dat als volgt:

> De gemiddelde score van de studenten Taalwetenschap (lichting 2013) is 84.4, met 95% betrouwbaarheidsinterval (81.5, 87.3), 33 d.f.

In Figuur 13.2 zie je de resultaten van een computersimulatie om dit te illustreren. Deze figuur is op dezelfde wijze gemaakt als Figuur 10.7 in Hoofdstuk 10 en illustreert hetzelfde punt. We hebben 100× steekproeven getrokken van scores van studenten Taalwetenschap, met $\mu = 84.4$ en $\sigma = 8.4$ (zie §9.5.2) en $N = 34$. Voor elke steekproef hebben we het 95% betrouwbaarheidsinterval getekend. Voor 95 van de 100 steekproeven valt het populatiegemiddelde $\mu = 84.4$ inderdaad binnen het interval, maar voor 5 van de 100 steekproeven ten onrechte niet (deze zijn gemarkeerd langs de rechterkant).

13.5.1 formules

Het tweezijdige betrouwbaarheidsinterval voor B% betrouwbaarheid voor een populatie-gemiddelde $\overline{y}$ is

$$\overline{y} \pm t^*_{N-1} \times \frac{s}{\sqrt{N}} \tag{13.2}$$

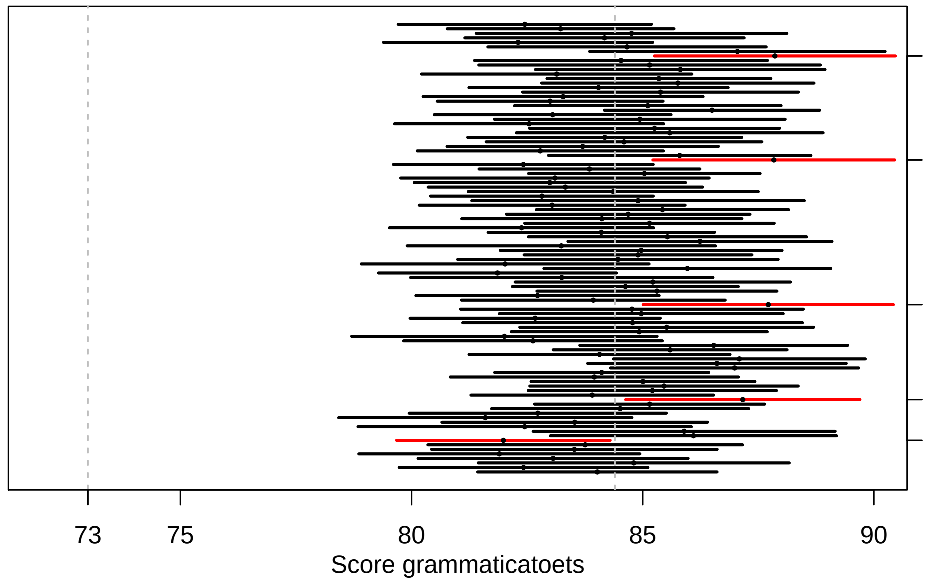


Figure 13.2: 95%-Betrouwbaarheidsintervallen en steekproefgemiddelden, over 100 gesimuleerde steekproeven (n=34) uit een populatie met populatiegemiddelde 84.4, populatie-s.d. 8.4.

13.5.2 SPSS

`Analyze > Descriptive Statistics > Explore...`

Selecteer afhankelijke variabele (sleep naar Dependent List paneel).
Kies knop `Statistics` en vink aan `Descriptives` met Confidence Interval 95%.
Bevestig met `Continue` en met `OK`.
De uitvoer bevat meerdere beschrijvende statistische maten, waaronder nu ook het 95% betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde.

13.5.3 R

R vermeldt het betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde (met een zelf op te geven betrouwbaarheidsniveau) bij een *t*-toets. We voeren dus wederom een *t*-toets uit en vinden het betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde in de uitvoer.

```
with( gramm2013, t.test( score[opleiding=="TW"] ) )
```

```
##
```

```
##  One Sample t-test
##
## data:  score[opleiding == "TW"]
## t = 58.649, df = 33, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  81.48354 87.33999
## sample estimates:
## mean of x
##  84.41176
```

13.6 t-toets voor twee onafhankelijke steekproeven

De Student wordt toegepast om een verschil te kunnen onderzoeken tussen de gemiddelde scores van twee onafhankelijke steekproeven, bv van vergelijkbare jongens en meisjes. Op grond van de gemiddelden en de standaarddeviaties van de twee steekproeven bepalen we de toetsingsgrootheid t. Als H0 waar is, dan is de waarde $t = 0$ het meest waarschijnlijk. Naarmate het verschil tussen de twee gemiddelden groter wordt, neemt t ook toe. Wederom verwerpen we H0 indien $t > t^*$ voor het gekozen significantieniveau α.

Als eerste voorbeeld nemen we een onderzoek naar de omvang van de productieve woordenschat bij Zweedse meisjes en jongens van 18 maanden oud (Andersson et al., 2011). We onderzoeken de veronderstelling dat de woordenschat van meisjes verschilt van die van jongens, d.w.z. H1: $\mu_m \neq \mu_j$. We kunnen niet a priori aannemen dat een eventueel verschil slechts één richting op kan gaan; we toetsen daarom tweezijdig, zoals al blijkt uit H1. De bijbehorende nul-hypothese die we toetsen is H0: $\mu_m = \mu_j$. In dit onderzoek werd de woordenschat geschat op grond van vragenlijsten aan de ouders van de kinderen in de steekproeven. Deelnemers waren (ouders van) $n_1 = 123$ meisjes en $n_2 = 129$ jongens, allen 18 maanden oud. Uit de resultaten blijkt dat de meisjes een gemiddelde woordenschat hebben van $\overline{x_1} = 95$ woorden ($s_1 = 82$), en voor de jongens is dat $\overline{x_2} = 85$ woorden ($s_2 = 98$). Met deze gegevens bepalen we de toetsingsgrootheid t volgens formule @ref, resulterend in $t = 0.88$ met 122 d.f. De bijbehorende kritieke grenswaarde t^* zoeken we wederom op in Bijlage C. In de regel voor 100 d.f. (na afronding naar beneden) vinden we $t^* = 1.984$ in de vierde kolom. Voor tweezijdige toetsing moeten we de overschrijdingskans behorend bij deze kolom verdubbelen (zie §13.4), resulterend in $p = .05$. De gevonden toetsingsgrootheid $t < t^*$, dus $p > .05$. We besluiten om H0 *niet* te verwerpen, en rapporteren dat als volgt:

> De gemiddelde productieve woordenschat van Zweedse kinderen van 18 maanden oud verschilt nauwelijks tussen meisjes en jongens

($t(122) = 0.88, p > .4$). Meisjes produceren gemiddeld 95 verschillende woorden ($s = 82$), en jongens gemiddeld 85 verschillende woorden ($s = 98$).

Als tweede voorbeeld nemen we een onderzoek naar het spreektempo van twee groepen sprekers, nl. afkomstig uit het Westen (eerste groep) en uit het Noorden (tweede groep) van Nederland. De spreeksnelheid wordt hier uitgedrukt als de gemiddelde duur van een gesproken lettergreep, gemiddeld over een interview van ca 15 minuten (zie voorbeeld 15.1). We onderzoeken H0: $\mu_W = \mu_N$ met tweezijdige toetsing. Uit de resultaten blijkt dat de westerlingen ($n = 20$) een gemiddelde lettergreepduur hebben van $\overline{x_W} = 0.235\,\mathrm{s}$ ($s = 0.028$), en voor de noorderlingen (ook $n = 20$) is dat $\overline{x_N} = 0.269\,\mathrm{s}$ ($s = 0.029$). Met deze gegevens bepalen we wederom de toetsingsgrootheid t volgens formule (13.4), resulterend in $t = -3.76$ met 38 d.f. De bijbehorende kritieke grenswaarde t^* zoeken we wederom op in Bijlage C. De juiste d.f. zijn niet in de tabel vermeld, dus ronden we naar beneden af (d.i. in conservatieve richting) naar 30 d.f. In die regel vinden we $t^* = 2.042$ in de vierde kolom. Voor tweezijdige toetsing moeten we de overschrijdingskans behorend bij deze kolom verdubbelen (zie §13.4), resulterend in $p = .05$. De gevonden toetsingsgrootheid $t < t^*$, dus $p < .05$. We besluiten daarom om H0 *wel* te verwerpen, en rapporteren dat als volgt:

> De gemiddelde duur van een lettergreep gesproken door een spreker uit het westen van Nederland is 0.235 seconde ($s = 0.028$). Dit is significant korter dan bij sprekers uit het Noorden van Nederland ($\overline{x} = 0.269\,\mathrm{s}$, $s = 0.029$) ($t(38) = -3.76, p < .05$). In de onderzochte opnames uit 1999 praten de sprekers uit het Westen dus sneller dan die uit het Noorden van Nederland.

13.6.1 aannames

De Student voor twee onafhankelijke steekproeven vereist vier aannames (of assumpties) waaraan voldaan moet zijn, om de toets te mogen gebruiken.

- De gegevens moeten gemeten zijn op intervalniveau (zie §4.4).
- Alle observaties moeten onafhankelijk van elkaar zijn.
- De scores van beide groepen moeten normaal verdeeld zijn (zie §10.4).

De variantie van de scores moet gelijk zijn in beide steekproeven. Schending van deze aanname is ernstiger naarmate de twee steekproeven meer in grootte verschillen. Het is daarom verstandig om te werken met even grote, en liefst niet te kleine steekproeven. Als de steekproeven even groot zijn dan is het schenden van deze aanname van gelijke varianties niet zo ernstig.

13.6.2 formules

13.6.2.1 toetsingsgrootheid

Voor de berekening van de toetsingsgrootheid t zijn verschillende formules in gebruik.

Indien de steekproeven ongeveer gelijke variantie hebben, dan gebruiken we eerst de "pooled standard deviation" s_p als tussenstap. De beide standaarddeviaties van de twee steekproeven worden daarin gewogen naar hun steekproefomvang.

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \tag{13.3}$$

Vervolgens

$$t = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \tag{13.4}$$

Indien de steekproeven *niet* gelijke variantie hebben, en de vierde aanname hierboven dus is geschonden, dan wordt Welch's benadering gebruikt:

$$s_{\mathrm{WS}} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}} \tag{13.5}$$

Vervolgens

$$t = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{s_{\mathrm{WS}}} \tag{13.6}$$

13.6.2.2 vrijheidsgraden

Meestal wordt de uitgevoerd door een computerprogramma. Daarbij wordt dan meestal de volgende benadering gebruikt van de vrijheidsgraden (ν, zie §13.2.1). Eerst worden $g_1 = s_1^2/n_1$ en $g_2 = s_2^2/n_2$ berekend. Het aantal vrijheidsgraden van t is dan

$$\nu_{\mathrm{WS}} = \frac{(g_1+g_2)^2}{g_1^2/(n_1-1) + g_2^2/(n_2-1)} \tag{13.7}$$

Het aantal vrijheidsgraden volgens deze benadering heeft als liberale bovengrens (n_1+n_2-2), en als conservatieve ondergrens de kleinste van (n_1-1) of (n_2-1). Je kunt dus ook altijd deze conservatieve ondergrens gebruiken. Indien de twee groepen ongeveer dezelfde variantie hebben (d.i. $s_1 \approx s_2$), dan kan je ook de liberale bovengrens gebruiken.

Voor het tweede voorbeeld hierboven geeft de benadering van formule (13.7) de schatting van $37.99 \approx 38$ d.f. De conservatieve ondergrens is $n_1 - 1 = n_2 - 1 = 19$. De liberale bovengrens is $n_1 + n_2 - 2 = 38$. (In de tabel met kritische waarden $t*$, in Bijlage C, is het meestal raadzaam om de regel te gebruiken met de eerstvolgende kleinere waarde voor het aantal vrijheidsgraden.)

13.6.3 SPSS

Het tweede bovenstaande voorbeeld wordt hier uitgewerkt.

```
Analyze > Compare Means > Independent-Samples T Test
```

Sleep de afhankelijke variabele `syldur` naar paneel Test Variable(s). Sleep de onafhankelijke variabele `region` naar paneel Grouping Variable. Definieer de twee groepen: waarde W voor regio groep 1 en waarde N voor regrio groep 2. Bevestig met `Continue` en `OK`.

Zoals je hierboven kon zien, is de berekening van de afhankelijk van het antwoord op de vraag of de standaarddeviaties van de twee groepen ongeveer gelijk zijn. SPSS lost dat zeer onhandig op: je krijgt alle relevante uitvoer te zien, en moet daar zelf een keuze uit maken.

13.6.3.1 Test for equality of variances

Met Levene's test wordt onderzocht H0: $s_1^2 = s_2^2$, d.w.z. of de varianties (en daarmee de standaarddeviaties) van de twee groepen gelijk zijn. Als je een kleine waarde vindt voor de toetsingsgrootheid F, en een $p > .05$, dan hoef je deze H0 niet te verwerpen. Je mag dan aannemen dat de varianties gelijk zijn. Als je een grote waarde vindt voor F, met $p < .05$, dan dien je deze H0 wel te verwerpen, en je mag niet aannemen dat de varianties van de twee groepen gelijk zijn.

13.6.3.2 Test for equality of means

Afhankelijk van deze uitkomst van Levene's test moet je de eerste of de tweede regel gebruiken van de uitvoer van de Independent-Samples Test (een toets die onderzoekt of de gemiddelden van de twee groepen gelijk zijn). In dit voorbeeld zijn de varianties ongeveer gelijk, zoals de Levene's test ook aangeeft. We gebruiken dus de eerste regel van de uitvoer, en rapporteren $t(38) = -3.765, p = .001$.

13.6.4

```
require(hqmisc)
data(talkers)
with(talkers, t.test( syldur[region=="W"], syldur[region=="N"],
            paired=F, var.equal=T ) )
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  syldur[region == "W"] and syldur[region == "N"]
## t = -3.7649, df = 38, p-value = 0.0005634
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.0519895 -0.0156305
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##   0.23490   0.26871
```

13.7 t-toets voor gepaarde waarnemingen

De Student t-toets wordt ook toegepast om een verschil te onderzoeken tussen de gemiddelden van twee afhankelijke of gepaarde waarnemingen. Daarvan is sprake als we slechts één steekproef trekken (zie hoofdstuk 7), en van de leden van deze steekproef vervolgens twee observaties verzamelen, nl. één observatie onder elk van beide condities. De twee observaties zijn dan gepaard, d.w.z. aan elkaar gerelateerd, en deze observaties zijn dus niet onafhankelijk (want afkomstig van hetzelfde lid van de steekproef). Eén van de assumpties van de is daarmee geschonden.

Als voorbeeld nemen we een denkbeeldig onderzoek naar het gebruik van *U* of *je* als aanspreekvorm op een website. De onderzoeker maakt twee versies van een webpagina, de ene met *U* en de andere met *je*. Elke respondent moet beide versies beoordelen op een schaal van 1 tot 10. (Om redenen van validiteit wordt de volgorde van de twee versies gevarieerd tussen respondenten; de volgorde waarin de pagina's beoordeeld zijn, kan dus geen invloed hebben op de totaalscore per conditie.) In Tabel 13.1 zijn de oordelen van $N = 10$ respondenten samengevat.

Table 13.1: Fictieve oordelen over een webpagina met *U* of *je* als aanspreekvorm, door $N = 10$ respondenten.

id	conditie *U*	conditie *je*	D
1	8	9	-1
2	5	6	-1
3	6	9	-3
4	6	8	-2
5	5	8	-3
6	4	6	-2
7	4	8	-4
8	7	10	-3
9	7	9	-2
10	6	7	-1
			$\overline{D}$=-2.2

Het paar van observaties voor het i-de lid van de steekproef heeft een verschil-score die we kunnen schrijven als: $D_i = x_{1i} - x_{2i}$ waarbij x_{1i} de score is van de afhankelijke variabele is voor het i-de lid van de steekproef in conditie 1, en x_{2i} de score voor het i-de lid voor conditie 2. Deze verschilscore is ook vermeld in Tabel 13.1.

Deze verschilscore D wordt vervolgens eigenlijk geanalyseerd met de eerder besproken t-toets voor één enkele steekproef (zie §13.2), waarbij H0: $\mu_D = 0$. d.w.z. geen verschil tussen condities. We berekenen het gemiddelde van de verschilscore, $\overline{D}$, en de standaarddeviatie van de verschilscore, s_D, op de gebruikelijke wijze (zie §9.5.2). We gebruiken dit gemiddelde en deze standaarddeviatie om de toetsingsgrootheid t te berekenen, via formule (13.8), met $(N - 1)$ vrijheidsgraden. Tenslotte gebruiken we weer Bijlage C om de grenswaarde t^* te bepalen, en daarmee de overschrijdingskans p voor de gevonden waarde van de steekproefgrootheid t onder H0.

Voor het bovengenoemde voorbeeld met *U* of *je* als aanspreekvorm vinden we aldus $\overline{D} = -2.2$ en $s_D = 1.0$. Als we dit invullen in formule (13.8) vinden we $t = -6.74$ met $N - 1 = 9$ d.f. De bijbehorende kritieke grenswaarde t^* zoeken we wederom op in Bijlage C. Daarbij negeren we het teken van t, omdat de kansverdeling van t immers symmetrisch is. In de regel voor 9 d.f. vinden we $t^* = 4.297$ in de laatste kolom. Voor tweezijdige toetsing moeten we de overschrijdingskans behorend bij deze kolom verdubbelen (zie §13.4), resulterend in $p = .002$. De gevonden toetsingsgrootheid $t > t^*$, dus $p < .002$. We besluiten om H0 *wel* te verwerpen, en rapporteren dat als volgt:

> Het oordeel van $N = 10$ respondenten over de pagina met *U* als aanspreekvorm is gemiddeld 2.2 punten lager dan hun oordeel over de vergelijkbare pagina met *je* als aanspreekvorm; dit is een significant verschil ($t(9) = -6.74, p < .002$).

13.7.1 aannames

De voor gepaarde waarnemingen binnen een enkele steekproef vereist drie aannames (assumpties) waaraan voldaan moet zijn, om deze toets te mogen gebruiken.

- De gegevens moeten gemeten zijn op intervalniveau (zie §4.4).
- Alle *paren* van observaties moeten onafhankelijk van elkaar zijn.
- De *verschilscores* D moeten normaal verdeeld zijn (zie §10.4); als het aantal paren van waarnemingen in de steekproef echter groter is dan ca 30 dan is de doorgaans goed bruikbaar.

13.7.2 formules

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_D}{s_D} \times \sqrt{N} \tag{13.8}$$

13.7.3 SPSS

De gegevens voor het bovenstaande voorbeeld zijn te vinden in bestand `data/ujedata.csv`.

```
Analyze > Compare Means > Paired-Samples T Test
```

Sleep eerste afhankelijke variabele `cond.u` naar paneel Paired Variables onder Variable1, en sleep tweede variabele `cond.je` naar zelfde paneel onder Variable2. Bevestig met `OK`.

13.7.4

De gegevens voor het bovenstaande voorbeeld zijn te vinden in bestand `data/ujedata.csv`.

```
ujedata <- read.table( file="data/ujedata.csv", header=TRUE, sep=";" )
with(ujedata, t.test( cond.u, cond.je, paired=TRUE ) )
```

```
##
##  Paired t-test
##
## data:  cond.u and cond.je
## t = -6.7361, df = 9, p-value = 0.00008498
```

```
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -2.938817 -1.461183
## sample estimates:
## mean of the differences
##                    -2.2
```

13.8 Effectgrootte

Tot nu toe zijn we vooral ingegaan op toetsing als een binaire beslissing om H0 wel of niet te verwerpen, in het licht van de observaties. Maar het is daarnaast ook van groot belang om te weten hoe groot het geobserveerde effect eigenlijk is: de *effectgrootte* (Eng. 'effect size', 'ES') (Cohen, 1988; Thompson, 2002; Nakagawa and Cuthill, 2007).

In formules (13.1) en (13.8) komt tot uiting dat t groter wordt, naarmate het effect groter wordt, d.w.z. bij een groter verschil $(\overline{x} - \mu)$ of $(\overline{x_1} - \overline{x_2})$ of $(\overline{D} - \mu_D)$], *en/of* naarmate de steekproef groter wordt. Kort gezegd (Rosenthal and Rosnow, 2008, p.338, formule 11.10):

$$\text{significance test} = \text{size of effect} \times \text{size of study} \tag{13.9}$$

Dat houdt in dat een klein, en mogelijk triviaal effect, ook statistisch significant kan zijn als de steekproef maar groot genoeg is. Omgekeerd kan een heel groot effect goed vastgesteld worden op basis van een zeer kleine steekproef.

Voorbeeld 13.2: In een onderzoek naar de levensduur van overleden 50+-ers uit Oostenrijk en Denemarken (Doblhammer, 1999) bleek dat de levensduur verschilt met de geboorteweek, vermoedelijk omdat babies uit "zomerzwangerschappen" gemiddeld iets gezonder zijn (of waren) dan die uit "winterzwangerschappen". In dit onderzoek waren de verschillen in levensduur zeer gering (± 0.30 jaar in Oostenrijk, ± 0.15 jaar in Denemarken), maar het aantal observaties was echter zeer groot.

Daarentegen is het verschil in lichaamslengte tussen dwergen (korter dan 1.5 m) en reuzen (langer dan 2.0 m) zo groot dat het goed kan worden vastgesteld op basis van slechts $n = 2$ in elke groep.

In ons onderzoek zijn we vooral geïnteresseerd in belangrijke verschillen, d.w.z. doorgaans grote verschillen. We moeten beseffen dat onderzoek ook kosten met zich meebrengt in termen van geld, tijd, inspanning, privacy, en verlies van onbevangenheid voor ander onderzoek (zie hoofdstuk 3). We willen dus niet nodeloos onderzoek doen naar triviale effecten. Een onderzoeker dient daarom vooraf te bepalen wat het kleinste effect is dat hij/zij wil kunnen opsporen, bv. 1 punt verschil in de score van de grammaticatoets. Verschillen kleiner dan 1 punt worden dan beschouwd als triviaal, en verschillen groter dan 1 punt als potentieel interessant.

Ook is het van belang om de gevonden effectgrootte te vermelden bij de resultaten van een onderzoek, om lezers en latere onderzoekers van dienst te zijn. In sommige wetenschappelijke tijdschriften is het zelfs verplicht om effectgrootte te rapporteren. Dat kan overigens ook in de vorm van een betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde (zie 13.5), omdat we deze betrouwbaarheidsintervallen en effectgroottes in elkaar kunnen omrekenen.

De ruwe effectgrootte is eenvoudigweg het verschil D in gemiddelden tussen twee groepen, of tussen twee condities, uitgedrukt in eenheden van de ruwe score. In §13.6 vonden we zo een verschil in woordenschat van $D = 95 - 85 = 10$ tussen jongens en meisjes.

Meestal gebruiken we echter de gestandaardiseerde effectgrootte (zie formules hieronder), waarbij we rekening houden met de spreiding in de observaties, bijv in de vorm van "pooled standard deviation" s_p [2]. We vinden zo een gestandaardiseerde effectgrootte van

$$d = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{s_p} = \frac{10}{90.5} = 0.11$$

In het eerste voorbeeld hierboven is de gestandaardiseerde effectgrootte van het verschil in woordenschat tussen meisjes en jongens dus 0.11. In dit geval is het verschil tussen de groepen gering ten opzichte van de spreiding binnen de groepen — de kans dat een willekeurig gekozen meisje een grotere woordenschat heeft dan een willekeurig gekozen jongen, is slechts 0.53 (McGraw and Wong, 1992), en dat is nauwelijks beter dan de kans van 0.50 die we verwachten volgens H0. Dat dit zeer kleine effect niet significant is (zie §13.6) wekt dan ook geen verbazing. We zouden de effectgrootte en significantie als volgt kunnen rapporteren:

> De gemiddelde productieve woordenschat van Zweedse kinderen van 18 maanden oud verschilt nauwelijks tussen meisjes en jongens. Meisjes produceren gemiddeld 95 verschillende woorden ($s = 82$), en jongens gemiddeld 85 verschillende woorden ($s = 98$). Het verschil is zeer klein ($d = 0.11$) en niet significant ($t(122) = 0.88, p > .4$).

[2] In dit geval gebruiken we $s_p = \sqrt{\frac{122 \times 82^2 + 128 \times 98^2}{122+128}} = 90.5$, zie formules (13.3) en (13.11).

In het tweede voorbeeld hierboven is de gestandaardiseerde effectgrootte van het verschil in duren van lettergrepen ongeveer $(0.235 - 0.269)/0.029 \approx 1.15$. Dit relatief grote effect kunnen we als volgt rapporteren:

> De gemiddelde duur van een lettergreep gesproken door een spreker uit het westen van Nederland is 0.235 seconde ($s = 0.028$). Dit is aanzienlijk korter dan bij sprekers uit het Noorden van Nederland ($\overline{x} = 0.269\,\mathrm{s}$, $s = 0.029$). Het verschil is ca. 10%; dit verschil is zeer groot ($d = -1.15$) en significant ($t(38) = -3.76, p < .05$). In de onderzochte opnames uit 1999 praten de sprekers uit het Westen dus aanzienlijk sneller dan die uit het Noorden van Nederland.

Als d ligt rond 0.2 spreken we van een klein effect. Een effectgrootte d rond 0.5 noemen we een middelmatig (medium) effect, en een d rond 0.8 of groter noemen we een groot effect (Cohen, 1988; Rosenthal and Rosnow, 2008).

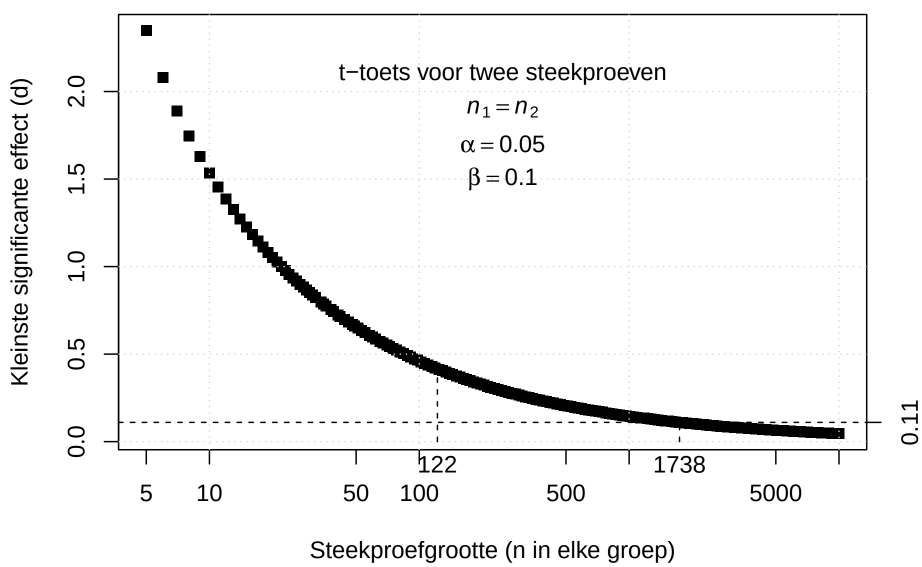


Figure 13.3: Relatie tussen de steekproefgrootte en het kleinste effect (d) dat significant is volgens een voor ongepaarde, onafhankelijke waarnemingen, met foutkansen alpha=.05 en beta=.10.

> *Voorbeeld 13.3:* Kijk nog eens naar formule (13.9) en naar Figuur 13.3 die de relatie tussen steekproefgrootte en effectgrootte illustreert. Met een steekproefgrootte van $n_1 = 122$ kunnen we alleen een effect van $d = 0.42$ of groter opsporen, met voldoende

kleine kansen op fouten van Typen I en II ($\alpha = .05, \beta = .10$). Om het zeer kleine effect van $d = 0.11$ op te sporen, met dezelfde kleine foutkansen α en β, zouden er steekproeven van tenminste 1738 meisjes en 1738 jongens nodig zijn.

We kunnen de effectgrootte ook uitdrukken als de waarschijnlijkheid dat een verschil in de voorspelde richting optreedt, voor een willekeurig gekozen element uit de populatie (formules (13.10) en (13.12)), of (indien van toepassing) voor twee willekeurig en onafhankelijk gekozen elementen uit de twee populaties (formule (13.11)) (McGraw and Wong, 1992). Laten we nog eens terugkeren naar de grammaticatoets van de studenten Taalwetenschap (§13.2). Het effect dat we vonden is niet alleen significant maar ook groot. In termen van waarschijnlijkheid uitgedrukt: de kans dat een willekeurige student Taalwetenschap een score behaalt groter dan $\mu_0 = 73$ is 0.91. (En een willekeurig gekozen student Taalwetenschap heeft dus nog 9% kans om lager te scoren dan het veronderstelde populatie-gemiddelde van 73.)

Voor de fictieve oordelen over de webpagina's met *U* of *je* (zie Tabel 13.1) vinden we een gestandaardiseerde effectgrootte van

$$d = \frac{\overline{D} - \mu_D}{s_D} = \frac{-2.20 - 0}{1.03} = -2.13$$

Dat dit extreem grote effect inderdaad significant is, wekt dan ook geen verbazing. We kunnen dat als volgt rapporteren:

De oordelen van $N = 10$ respondenten over de pagina's met *U* of *je* als aanspreekvorm verschillen significant, met gemiddeld -2.2 punten verschil. Dit verschil heeft een 95% betrouwbaarheidsinterval van -2.9 tot -1.5 en een geschatte gestandaardiseerde effectgrootte $d = -2.13$; de kans dat een willekeurig gekozen respondent de *je*-versie hoger beoordeelt dan de *U*-versie is $p = .98$.

13.8.1 formules

Voor een enkele steekproef:

$$d = \frac{\overline{x} - \mu}{s} \tag{13.10}$$

waarbij s de standaarddeviatie s van de score x voorstelt.

Voor twee onafhankelijke steekproeven (zie formule (13.3)):

$$d = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{s_p} \tag{13.11}$$

Voor gepaarde waarnemingen:

$$d = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{s_D} \tag{13.12}$$

waarbij s_D de standaarddeviatie is van het verschil D volgens formule (13.12).

13.8.2 SPSS

In SPSS kunnen we de effectgrootte meestal het makkelijkste met de hand uitrekenen.

Voor een enkele steekproef (formule (13.10)) kunnen we de effectgrootte eenvoudig uitrekenen uit het gemiddelde en de standaarddeviatie, rekening houdend met de waarde μ waartegen we toetsen.

```
Analyze > Descriptive Statistics > Descriptives...
```

Kies de knop `Options` en zorg dat `Mean` en `Std.deviation` zijn aangevinkt. In de uitvoer staan vervolgens de benodigde gegevens:
$d = (84.41 - 73)/8.392 = 1.36$, een zeer groot effect.

Voor ongepaarde, onafhankelijke waarnemingen kunnen we eveneens de effectgrootte het beste met de hand uitrekenen op basis van de gemiddelden, standaarddeviaties, en omvang van de twee steekproeven, gebruik makend van formules (13.3) en (13.11) hierboven.

Voor een enkele steekproef met twee gepaarde observaties (formule (13.12)) kunnen we de effectgrootte weer eenvoudiger uitrekenen uit het gemiddelde en de standaarddeviatie van het verschil. De gegevens staan in de uitvoer van de paarsgewijze t-toets (§13.7.3), respectievelijk als `Mean` en `Std.Deviation`:
$d = -2.200/1.033 = 2.130$, een super groot effect.

13.8.3 R

In R is het wat makkelijker om de effectgrootte te laten uitrekenen.

Voor een enkele steekproef (formule (13.10)):

```
gramm2013 <- read.csv( file="data/grammaticatoets2013.csv",header=F)
dimnames(gramm2013)[[2]] <- c("score","opleiding")
with(gramm2013, score[opleiding=="TW"]) -> score.TW # hulpvariabele
( mean(score.TW)-73 ) / sd(score.TW)
```

```
## [1] 1.359783
```

De kans op een score groter dan het populatiegemiddelde (de toetswaarde) `73` voor een willekeurige student Taalwetenschap (waarvan we aannemen dat $\mu = 84.4$ en $s = 8.4$):

```
1 - pnorm( 73, mean=84.4, sd=8.4 )
```

```
## [1] 0.9126321
```

Voor ongepaarde, onafhankelijke waarnemingen kunnen we het kleinste significante effect uitrekenen (zie ook Fig. 13.3); daarvoor gebruiken we de functie `power.t.test`. (Deze functie is ook gebruikt om Fig.13.3 te construeren.) Je moet bij die functie de gewenste `power` als argument opgeven (power $= 1 - \beta$; zie §14.1).

```
power.t.test( n=122, sig=.05, power=.90, type="two.sample" )
```

```
##
##      Two-sample t test power calculation
##
##               n = 122
##           delta = 0.4166921
##              sd = 1
##       sig.level = 0.05
##           power = 0.9
##     alternative = two.sided
##
## NOTE: n is number in *each* group
```

In de uitvoer staat bij `delta` het kleinste significante effect aangegeven; zie ook Voorbeeld 13.3 hierboven.

Voor een enkele steekproef met twee gepaarde observaties (formule (13.12)):

```
ujedata <- read.table( file="data/ujedata.csv", header=TRUE, sep=";" )
with( ujedata, mean(cond.u-cond.je) / sd(cond.u-cond.je) )
```

```
## [1] -2.130141
```

13.8.4 Betrouwbaarheidsinterval van de effectgrootte

We hebben al eerder gezien (§10.7 en §13.5) dat we een kenmerk of parameter van de populatie kunnen schatten op basis van een kenmerk van een steekproef. Zo hebben we het onbekende populatiegemiddelde μ geschat op basis van het geobserveerde steekproefgemiddelde $\overline{x}$. Bij die schatting hoort wel een bepaalde mate van onzekerheid of betrouwbaarheid: misschien verschilt de onbekende parameter in de populatie enigszins van het steekproefkenmerk, dat we als schatter gebruiken, ten gevolge van toevallige variaties in de steekproef. De (on)zekerheid of (on)betrouwbaarheid wordt uitgedrukt als een betrouwbaarheidsinterval van het geschatte kenmerk. We weten dan met een bepaalde betrouwbaarheid (meestal 95%) dat de onbekende parameter binnen dat interval zal liggen (§10.7 en §13.5).

Deze redenatie nu geldt niet alleen voor de gemiddelde score, of voor de mediaan of voor de variantie, maar evenzo voor de effectgrootte. Ook de effectgrootte is immers een onbekende parameter uit de populatie, die we proberen te schatten op grond van een beperkte steekproef. Voor de fictieve oordelen over de webpagina's met *U* of *je* (zie Tabel 13.1) vonden we een gestandaardiseerde effectgrootte van $d = -2.13$. Dit is een schatting van de onbekende effectgrootte (d.i. van de sterkte van de voorkeur voor de *je*-variant) in de populatie van beoordelaars, op basis van een steekproef van $n = 10$ beoordelaars. We kunnen ook hier de betrouwbaarheid van deze schatting aangeven, in de vorm van een *betrouwbaarheidsinterval* rondom de geobserveerde effectgrootte $d = -2.13$.

Het betrouwbaarheidsinterval van de effectgrootte is wel wat lastig vast te stellen (Nakagawa and Cuthill, 2007; Chen and Peng, 2015). We illustreren het hier op simpele wijze voor het simpelste geval, nl. dat van de t-toets voor een enkele steekproef, c.q. voor twee gepaarde observaties. We hebben hiervoor twee elementen nodig: ten eerste de effectgrootte uitgedrukt als correlatie (Rosenthal and Rosnow, 2008, p.359, formule 12.1),

$$r = \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + \mathrm{df}}}$$

en ten tweede de standaardfout van de effectgrootte d (Nakagawa and Cuthill, 2007, p.600, formule 18):

$$\mathrm{se}_d = \sqrt{\frac{2(1-r)}{n} + \frac{d^2}{2(n-1)}} \tag{13.13}$$

In ons eerdere voorbeeld van de $n = 10$ gepaarde oordelen over een webpagina met *U* of *je* als aanspreekvorm vonden we $d = -2.13$. We vinden ook dat $r = .9135$. Met deze gegevens vinden we $\mathrm{se}_d = 0.519$ via formule (13.13).

Hiermee bepalen we vervolgens het betrouwbaarheidsinterval voor de effectgrootte:

$$d \pm t^*_{n-1} \times \mathrm{se}_d \tag{13.14}$$

(zie de overeenkomstige formule (13.2)). Na invullen van $t^*_9 = 2.262$ (zie Bijlage C) en $\mathrm{se}_d = 0.519$ vinden we uiteindelijk een

95%-betrouwbaarheidsinterval van $(-3.30, -0.96)$. We weten dus met 95% betrouwbaarheid dat de onbekende effectgrootte in de populatie ergens binnen dit interval ligt, en dus ook dat die kleiner is dan nul. Op grond van die laatste overweging kunnen we H0 verwerpen. Maar: we weten nu niet alleen *dat* de voorkeur afwijkt van nul, maar ook *in welke mate* de (gestandaardiseerde) voorkeur afwijkt van nul, d.w.z. hoe sterk de voorkeur voor de *je*-versie is. Deze nieuwe kennis over de mate of grootte van het effect is vaak nuttiger en interessanter dan de binaire beslissing of er wel of niet een effect is (H0 wel of niet verwerpen) (Cumming, 2012).

Chapter 14

Power

14.1 Inleiding

Bij statistische toetsing van H0 bepalen we de kans P op de geobserveerde verschillen of effecten (of op nog grotere verschillen of effecten dan geobserveerd) indien H0 waar zou zijn, en dus indien het geobserveerde verschil louter aan het toeval toegeschreven moet worden (zie §2.5 en Hoofdstuk 13). Als die kans P zeer klein is, dan hebben we dus resultaten gevonden die zeer onwaarschijnlijk zijn als H0 waar zou zijn. We concluderen dan dat H0 vermoedelijk *niet waar* is en we verwerpen daarom H0. Het gevonden verschil of effect noemen we dan "significant" (Latijn: 'betekenis makend'). Er is echter wel een kans, P, dat het gevonden verschil toch een toevalstreffer was, en dat we door H0 te verwerpen een fout van Type-I maken (d.w.z. H0 ten onrechte verwerpen, zie §13.1). Omdat we een bepaald significantieniveau α hanteren waarmee we P vergelijken, is deze α dus ook de kans dat we een Type-I-fout maken.

Minstens even belangrijk, echter, is de omgekeerde fout om H0 ten onrechte *niet* te verwerpen, een Type-II-fout. Voorbeelden van deze fouten zijn: een verdachte niet veroordelen ook al is hij schuldig, een 'spam' mail-bericht doorlaten naar mijn mailbox, een patiënt onderzoeken en diens ziekte toch niet opmerken, concluderen dat vogels zwijgen hoewel ze toch zingen (voorbeeld 13.1), of ten onrechte concluderen dat twee groepen niet verschillen hoewel er wel een belangrijk verschil bestaat tussen de twee groepen. De kans op een Type-II-fout wordt aangeduid met het symbool β.

Als H0 in werkelijkheid niet waar is (er is een verschil, het bericht is 'spam', de vogels zingen, enz), dan dient H0 dus verworpen te worden, en dient β dus zo klein mogelijk te zijn. De kans om H0 dan *terecht* te verwerpen is dan $(1 - \beta)$ (zie complementregel (10.5)); deze kans $(1 - \beta)$ wordt de *power* genoemd.

Power is op te vatten als **de kans voor de onderzoeker om gelijk te *krijgen*** (H0 wordt verworpen) **als zij ook gelijk *heeft*** (H0 is onwaar).

De kansen op fouten van Type-I en Type-II moeten goed tegen elkaar afgewogen worden. In veel onderzoek worden als overschrijdingskansen gehanteerd $\alpha = .05$ (significantieniveau) en $\beta = .20$ (power=.80). Hiermee wordt een impliciete afweging gemaakt dat een Type-I-fout 4× zo ernstig is als een Type-II-fout. Voor sommige onderzoeken zou dat gerechtvaardigd kunnen zijn, maar het is ook goed denkbaar dat onder bepaalde omstandigheden een Type-II-fout eigenlijk nog ernstiger is dan een Type-I-fout. Als we beide typen fouten min of meer even ernstig vinden, dan zouden we dus moeten streven naar een kleinere β en grotere power (Rosenthal and Rosnow, 2008).

De power van een onderzoek hangt af van drie factoren: (i) de effectgrootte d, die zelf weer afhankelijk is van het gemeten verschil D en van de variatie s in de observaties (formule (13.8)), (ii) de steekproefgrootte N, en (iii) het significantieniveau α. In de volgende paragrafen zullen we deze factoren afzonderlijk bespreken, waarbij we de andere twee factoren zoveel mogelijk constant houden. Bij deze bespreking gebruiken we afbeeldingen van de berekende power (Figuren 14.1 en 14.2). De afgebeelde power-contouren zijn specifiek voor een t-toets voor onafhankelijke steekproeven (§13.6) met tweezijdige toetsing. De hieronder besproken verbanden treden echter ook op bij andere statistische toetsen.

14.2 Verband tussen effectgrootte en power

De twee figuren 14.1 en 14.2 laten zien dat in het algemeen de power toeneemt, naarmate het te toetsen effect groter is (meer naar rechts in elke figuur). Dat is ook niet verwonderlijk: een groter effect heeft een grotere kans om opgespoord te worden in een statistische toets dan een kleiner effect, onder dezelfde omstandigheden. Een middelmatig groot effect van $d = .5$ heeft, bij $n = 30$ observaties in elke groep, slechts een kans van .48 om opgespoord te worden (als $\alpha = .05$, Figuur 14.2). Op basis van een onderzoek met $n = 30$ observaties per groep is het dus eigenlijk een grote gok of een onderzoeker zo'n effect (met $d = .5$) wel zal opsporen, en H0 zal verwerpen. Anders gezegd, de kans op een Type-I-fout is weliswaar veilig laag ($\alpha = .05$) maar de kans op een Type-II-fout is meer dan 10× zo groot, en daarmee gevaarlijk hoog ($\beta = .52$) (Rosenthal and Rosnow, 2008, Ch.12).

Een groter effect heeft een grotere kans om opgespoord te worden. Een groter effect van $d = .8$, bijvoorbeeld, resulteert in een power van .86 bij dezelfde toetsing. De kans op een Type-II-fout $\beta = .14$ is weliswaar ook hier groter dan de kans op een Type-I-fout, maar de verhouding β/α is aanzienlijk minder scheef.

Als onderzoeker hebben we alleen indirect invloed op de effectgrootte. We

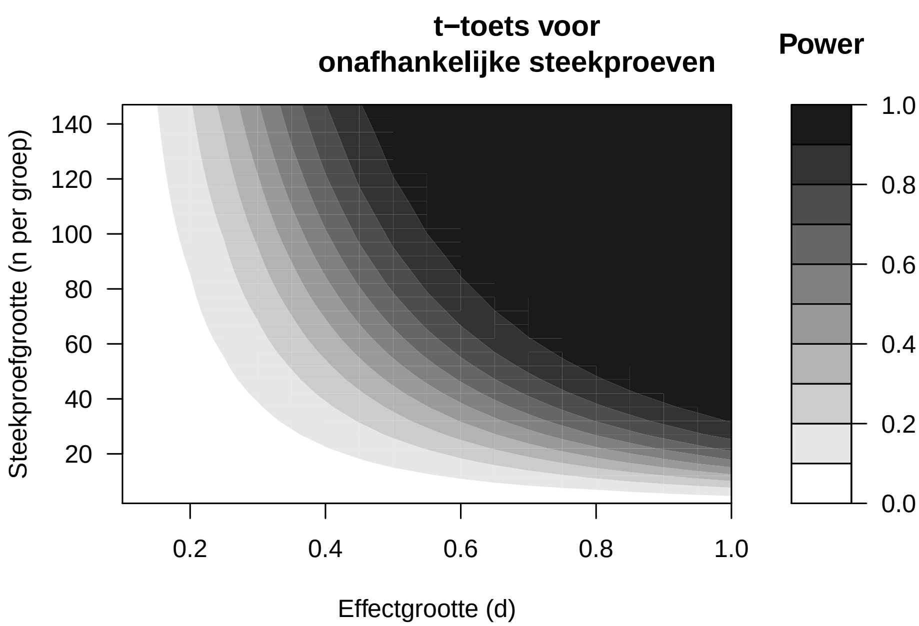


Figure 14.1: Power uitgedrukt in contouren (zie schaalverdeling), afhankelijk van de gestandaardiseerde effectgrootte (d) en de steekproefgrootte (n), volgens een tweezijdige t-toets voor ongepaarde, onafhankelijke waarnemingen, met significantieniveau alpha=.01.

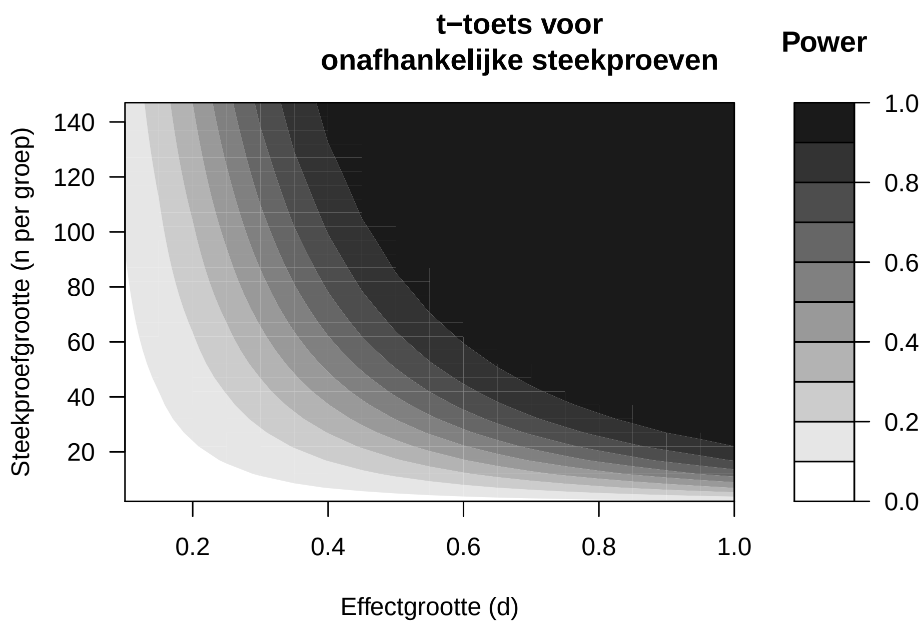


Figure 14.2: Power uitgedrukt in contouren (zie schaalverdeling), afhankelijk van de gestandaardiseerde effectgrootte (d) en de steekproefgrootte (n), volgens een tweezijdige t-toets voor ongepaarde, onafhankelijke waarnemingen, met significantieniveau alpha=.05.

hebben uiteraard geen invloed op het ware ruwe verschil D in de populatie. Voor de power is echter niet dat ruwe verschil D van belang, maar het gestandaardiseerde verschil $d = D/s$ (§13.8). Dus als we zorgen dat de standaarddeviatie s op enige wijze kleiner wordt, dan wordt daarmee d groter, en dan wordt daarmee weer de power groter (figuren 14.1 en 14.2), en dan hebben we dus meer kans om een bestaand effect daadwerkelijk op te sporen! Vanwege dat doel streven onderzoekers er altijd naar om storende invloeden van allerlei andere factoren zoveel mogelijk te neutraliseren. Die storende invloeden zorgen immers voor extra variabiliteit in de observaties, en daarmee voor een lagere power bij de statistische toetsing.

In een goed opgezet onderzoek willen we vooraf al bepalen wat de power zal zijn, en hoe groot de steekproef dient te zijn (zie hierna). Daarvoor hebben we een schatting nodig van de kleinste effectgrootte d die we nog willen opsporen (§13.8) (Quené, 2010). Om de effectgrootte te schatten, is ten eerste een schatting nodig van het ruwe verschil D tussen de groepen of condities. Ten tweede is er een schatting nodig van de variabiliteit s in de observaties. Die schattingen zijn meestal af te leiden uit eerdere publicaties, waarin doorgaans ook de standaarddeviatie s wordt gerapporteerd. Als er geen eerdere onderzoeksrapporten beschikbaar zijn, dan kan s grofweg geschat worden uit enkele informele 'pilot'-observaties. Neem daarvan het verschil tussen de hoogste en de laagste (bereik of 'range'), deel dit bereik door 4, en gebruik de uitkomst daarvan als grove schatting voor s (Peck and Devore, 2008).

14.3 Verband tussen steekproefgrootte en power

Het verband tussen de steekproefgrootte N en de power van een onderzoek wordt geïllustreerd in Figuur 14.1 voor een streng significantieniveau $\alpha = .01$, en in Figuur 14.2 voor het meest gebruikte significantieniveau $\alpha = .05$. De figuren laten zien dat in het algemeen de power toeneemt, naarmate de steekproef groter wordt (meer naar boven). De toename is steiler (power neemt sneller toe) bij grotere effecten (rechterkant) dan bij kleinere effecten (linkerkant). Anders gezegd: bij kleine effecten is de steekproef eigenlijk bijna altijd te klein om deze kleine effecten met voldoende power te kunnen opsporen. We zagen dat al eerder in voorbeeld 13.3 (Hoofdstuk 13).

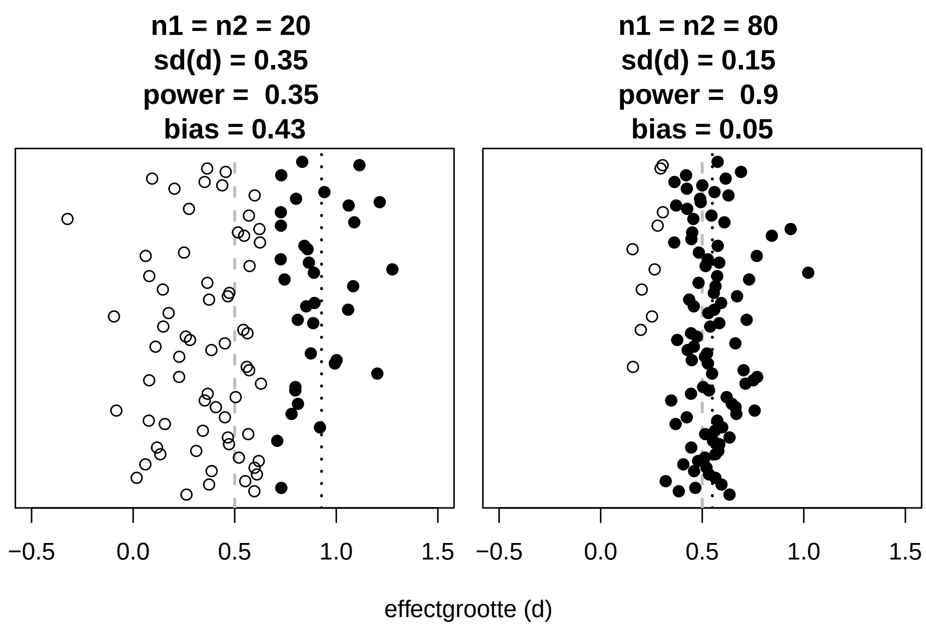
14.4 Verband tussen significantieniveau en power

Het verband tussen het significantieniveau α en de power wordt geïllustreerd door het verschil tussen de twee figuren 14.1 en 14.2. Voor iedere combinatie van effectgrootte en steekproefgrootte is de power lager in Figuur 14.1 voor $\alpha = .01$ dan in Figuur 14.2 voor $\alpha = .05$. Als we het significantieniveau α hoger kiezen, dan neemt de kans toe om H0 te verwerpen, en dus ook de power om H0 terecht te verwerpen als H0 onwaar is (zie Tabel 2.2). Maar helaas neemt met een hoger significantieniveau α ook de kans toe om H0 ten onrechte te verwerpen als H0 waar is (d.w.z. om een Type-I-fout te maken). De onderzoeker moet een afweging maken tussen tussen fouten van Type-I (met kans α) of van Type-II (met kans β); zoals eerder gezegd moet deze afweging afhangen van de ernst van (de consequenties van) deze twee typen van fouten.

14.5 Nadelen van onvoldoende power

Helaas zijn er zeer veel voorbeelden te vinden van 'underpowered' onderzoek in het domein van taal en communicatie. Dit onderzoek heeft een te kleine kans om H0 te verwerpen als het onderzochte effect wel bestaat (H0 is niet waar). Waarom is dat kwalijk (Quené, 2010)?

Ten eerste kan de Type-II-fout die hier optreedt ernstige consequenties hebben: een behandelmethode die eigenlijk beter is, wordt niet als zodanig erkend, een patiënt wordt niet of onjuist gediagnostiseerd, een nuttige innovatie wordt ten onrechte terzijde geschoven. Deze fout belemmert de groei van onze kennis en ons inzicht, en belemmert de wetenschappelijke vooruitgang (zie ook voorbeeld 3.2 in Hoofdstuk 3).



De uitkomsten van gesimuleerde experimenten met verschillende steekproefgrootte, en dus met verschillende power, zijn samengevat in

Figuur **??**. We leggen het tweede nadeel uit aan de hand van deze wat complexe figuur. In het linker paneel van Figuur **??** zien we dat de verschillende (simulaties van) 'underpowered' onderzoeken een gemengd beeld laten zien. Sommige van deze onderzoeken laten wèl een significant effect zien (donkere symbolen), en veel andere onderzoeken niet (lichte symbolen). Dat gemengde beeld leidt dan doorgaans tot vervolgonderzoek, waarin men probeert om uit te zoeken *waarom* het effect wel optrad in sommige onderzoeken, en niet in andere. Zou het verschil in resultaten toe te schrijven zijn aan verschillen in stimuli? proefpersonen? taken? instrumentatie? Al dat vervolg-onderzoek is echter *overbodig*: het gemengde beeld van deze onderzoeken is goed te verklaren door de geringe power van elk onderzoek. Het nodeloze en overbodige vervolg-onderzoek kost veel tijd en geld (en indirecte kosten, zie Hoofdstuk 3), en het gaat ten koste van ander, nuttiger onderzoek (Schmidt, 1996, p.118). Anders gezegd: één goed ontworpen studie met ruim voldoende power kan vele nodeloze vervolg-studies voorkomen.

Het derde nadeel is gebaseerd op de ervaring dat onderzoek waarin wèl een significant effect gevonden wordt (donkere symbolen), een grotere kans heeft om gerapporteerd te worden; dit verschijnsel wordt 'publication bias' of het 'file drawer problem' genoemd. Immers, een positief resultaat wordt vaak wel gepubliceerd en een negatief resultaat verdwijnt vaak in een bureaulade. Bij geringe power leidt dat tot een derde nadeel, nl. een overschatting of 'bias' van de gerapporteerde effectgrootte. In een underpowered studie, immers, moet een gevonden effect tamelijk groot zijn om gevonden te worden. In het meest linkse paneel zien we dat er slechts 31$\times$ een significant effect gevonden wordt. De gemiddelde effectgrootte van deze 31 significante uitkomsten is $\overline{d_{\text{signif}}} = 0.90$ (zwarte stippellijn), d.w.z. een vertekening of 'bias' van 0.40 ten opzichte van de eigenlijke $d = 0.50$ (grijze stippellijn)[1]. In het meest rechtse paneel zien we dat er 91$\times$ een significant effect gevonden wordt (dus de power is hier voldoende). De gemiddelde effectgrootte van deze 91 significante uitkomsten wijkt nauwelijks af van de eigenlijke d. Bovendien is de standaarddeviatie van de gerapporteerde effectgrootten kleiner, en dat is weer van belang voor later onderzoek, meta-studies, en systematische reviews.

Ten vierde brengt het gemengde beeld van de verschillende onderzoeken, met soms wel en soms niet significante uitkomsten, en met grote variatie in de gerapporteerde effectgrootte, het gevaar met zich mee dat deze uitkomsten minder serieus genomen worden door 'afnemers' van wetenschappelijke kennis (behandelaars, zorgverzekeraars, ontwikkelaars, beleidsmakers, e.d.). Deze afnemers krijgen zo de indruk dat de wetenschappelijke evidentie voor dit onderzochte effect niet sterk is, en/of dat de onderzoekers het oneens zijn over of dat effect bestaat en zo ja hoe groot het dan is (Van Kolfschooten, 1993)

[1] Een replicatie-studie die wel voldoende power heeft, vindt dus typisch een kleiner effect dan de originele 'underpowered' studie. Het kleinere effect gevonden in de replicatie-studie is dan typisch ook niet significant. We zeggen dan dat de replicatie-studie "fails to replicate" het effect dat in de originele studie wel significant was – maar dat eigenlijk een spurieuze vondst was.

(Figuur **??**). Ook dat belemmert de wetenschappelijke vooruitgang, en het belemmert het gebruik van wetenschappelijke inzichten in maatschappelijke toepassingen.

Om al deze bezwaren te vermijden moeten onderzoekers al in een vroeg stadium rekening houden met de gewenste power van een onderzoek. Het opzetten en uitvoeren van een onderzoek met onvoldoende power is immers in strijd met de eerder besproken ethische en morele principes van zorgvuldigheid en verantwoordelijkheid (§3.1).

Chapter 15

Variantieanalyse

15.1 Inleiding

Dit hoofdstuk gaat over een veel gebruikte statistische analyse, genaamd *variantie-analyse* (Eng. 'analysis of variance', vaak afgekort als ANOVA). In dit hoofdstuk gebruiken we relatief veel Engelse terminologie, ten eerste omdat de Nederlandse termen nauwelijks gebruikt worden, en daarmee samenhangend om goed aan te sluiten bij de Engelstalige vakliteratuur over variantieanalyse.

Hoe zit dit hoofdstuk in elkaar? We beginnen in paragraaf 15.2 met enkele voorbeelden van onderzoek waarvan de uitkomsten getoetst kunnen worden met variantieanalyse. De bedoeling van de paragraaf is je vertrouwd te maken met de techniek, met de nieuwe terminologie, en met de voorwaarden waaronder van deze techniek gebruik mag worden gemaakt. In §15.3.1 introduceren we de techniek op een intuïtieve wijze door in te gaan op de gedachtegang achter de toets. In §15.3.2 leiden we een formele vorm af voor de belangrijkste toetsingsgrootheid, de F-ratio.

15.2 Enkele voorbeelden

Variantieanalyse is, net als de t-toets, een statistische generalisatietechniek, dat wil zeggen: een instrument dat gebruikt kan worden bij de formulering van uitspraken over de eigenschappen van populaties, op basis van gegevens ontleend aan steekproeven uit die populaties. In het geval van de t-toets en van ANOVA gaan die uitspraken over het al dan niet gelijk zijn van de gemiddelden van (twee of meer) populaties. In deze zin kan variantieanalyse dan ook opgevat worden als een uitgebreide versie van de t-toets: met ANOVA kunnen we gegevens analyseren van meer dan twee steekproeven. Bovendien is het mogelijk om de effecten van meerdere onafhankelijke variabelen simultaan in de analyse te betrekken. Dat komt van pas als we gegevens willen analyseren uit een factorieel ontwerp (§6.8).

Voorbeeld 15.1: In dit voorbeeld onderzoeken we het spreektempo ofwel de spreeksnelheid van vier groepen sprekers, nl. afkomstig uit het Midden, Noorden, Zuiden en Westen van Nederland. De spreeksnelheid is uitgedrukt als de gemiddelde duur van een lettergreep, gemiddeld over een interview van ca 15 minuten met elke spreker (Quené, 2008) (Quené, 2014). Een kortere gemiddelde syllabeduur correspondeert dus met een snellere spreker (vgl. de schaatssport: een kortere rondetijd correspondeert met een snellere schaatser). Er waren 20 sprekers per groep, maar 1 spreker (uit het Zuiden) met een extreem hoge waarde is hier verwijderd uit de steekproef.

De geobserveerde spreeksnelheden per spreker uit bovenstaand voorbeeld 15.1 zijn samengevat in Tabel 15.1 en Figuur 15.1. Hierbij is de regio van herkomst een onafhankelijke categoriale variabele of 'factor'. De waarden van deze factor worden ook aangeduid als 'nivo's' (Eng. 'levels'), of in veel onderzoeken als 'groepen' of 'condities'. Ieder nivo of iedere groep of conditie vormt een 'cel' van het ontwerp, en de observaties uit die cel worden ook 'replicaties' genoemd (bedenk waarom die zo genoemd worden). De spreeksnelheid vormt de afhankelijke variabele. De nulhypothese luidt dat de gemiddelden van de afhankelijke variabele gelijk zijn voor alle groepen, dus H0: $\mu_M = \mu_N = \mu_Z = \mu_W$. Als we H0 verwerpen, dan betekent dat dus *alleen* dat niet alle gemiddelden gelijk zijn, maar het betekent *niet* dat ieder groepsgemiddelde afwijkt van ieder ander groepsgemiddelde. Daarvoor is nader (post-hoc) onderzoek nodig; we komen daar later nog op terug.

Table 15.1: Gemiddelde spreeksnelheden, met standaarddeviatie en aantallen sprekers, verdeeld naar regio van herkomst van de spreker (zie voorbeeld 15.1).

regio	gemiddelde	s.d.	n
Midden	0.253	0.028	20
Noord	0.269	0.029	20
Zuid	0.260	0.030	19
West	0.235	0.028	20

Om nu te onderzoeken of de vier populaties verschillen in hun gemiddelde

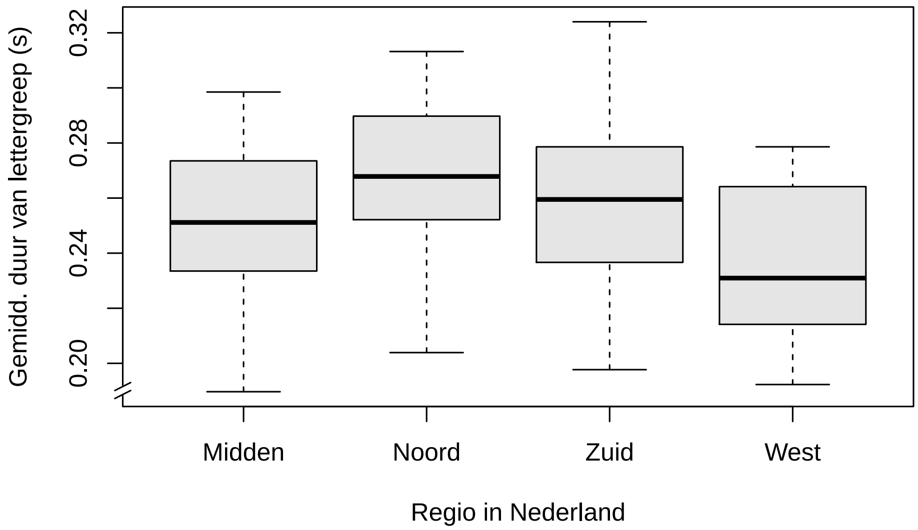


Figure 15.1: Boxplot van de gemiddelde duur van de lettergrepen, opgesplitst naar regio van herkomst van de spreker.

spreeksnelheid, zouden we in eerste instantie en kunnen uitvoeren voor alle paren van nivo's. (Met 4 nivo's zou dat 6 toetsen vereisen, zie vergelijking (10.8) met $n = 4$ en $x = 2$). Er kleven echter verschillende bezwaren aan deze aanpak. Eén daarvan bespreken we hier. Bij iedere gebruiken we een overschrijdingskans van $\alpha = .05$. We hebben dus een kans van .95 op een juiste beslissing zonder Type-I-fout. De kans dat we bij alle 6 toetsen een juiste beslissing nemen is $.95^6 = .731$ (volgens de productregel, vergelijking (10.6)). De gezamenlijke kans op één of meer Type-I-fout(en) in de 6 toetsen is dus niet meer .05, maar is nu opgelopen tot $1 - .731 = .265$, ruim een kwart!

Variantieanalyse nu biedt de mogelijkheid om op grond van één enkele toetsing (dus niet 6 toetsen) de houdbaarheid te onderzoeken van de bovengenoemde nulhypothese. Variantieanalyse kan dus het beste gekenschetst worden als een globale toetsingstechniek, die het meest geschikt is als je a priori geen specifieke voorspellingen kan of wil doen omtrent de verschillen tussen de populaties.

Een variantieanalyse toegepast op de scores samengevat in Tabel 15.1 zal tot verwerping van de nul-hypothese leiden: de 4 regionale gemiddelden zijn niet gelijk. De gevonden verschillen zijn hoogstwaarschijnlijk niet toe te schrijven aan toevallige steekproeffluctuaties, maar aan systematische verschillen tussen de groepen ($\alpha = .05$). Kan nu geconcludeerd worden dat de gevonden verschillen in spreeksnelheid *veroorzaakt* worden door verschil in herkomst van de spreker? Hier is terughoudendheid geboden (zie §5.2). Het is immers niet uit te sluiten dat de vier populaties niet alleen in spreeksnelheid systematisch van elkaar verschillen, maar ook in andere relevante factoren, die niet in het onderzoek opgenomen zijn, zoals gezondheid, welvaart, of onderwijs. Die andere factoren zouden we alleen kunnen uitsluiten als we proefpersonen aselect zouden toewijzen aan de gekozen nivo's van de onafhankelijke variabele. Dat is echter niet mogelijk als het gaat om de regio van herkomst van de spreker: we kunnen een spreker meestal wel (aselect) toewijzen aan een behandelvorm of conditie, maar niet aan een regio van herkomst. In feite is het onderzoek in voorbeeld 15.1 dus quasi-experimenteel.

Voor ons tweede voorbeeld betrekken we een tweede factor in hetzelfde onderzoek naar spreeksnelheid, nl. ook het geslacht van de spreker. ANOVA stelt ons in staat om in één enkele analyse te toetsen of (i) de vier regio's van elkaar verschillen (H0: $\mu_M = \mu_N = \mu_Z = \mu_W$), en of (ii) de twee geslachten van elkaar verschillen (H0: $\mu_{\textrm{vrouw}} = \mu_{\textrm{man}}$), en of (iii) de verschillen tussen de regio's hetzelfde zijn voor beide geslachten (of, anders gezegd, of de verschillen tussen de geslachten hetzelfde zijn voor alle regio's). Dat laatste noemen we de 'interactie' tussen de twee factoren.

Table 15.2: Gemiddelde spreeksnelheden, met standaarddeviatie en aantallen sprekers, verdeeld naar geslacht en regio van herkomst van de spreker (zie voorbeeld 15.1).

geslacht	regio	gemiddelde	s.d.	n
vrouw	Midden	0.271	0.021	10
vrouw	Noord	0.285	0.025	10
vrouw	Zuid	0.269	0.028	9
vrouw	West	0.238	0.028	10
man	Midden	0.235	0.022	10
man	Noord	0.253	0.025	10
man	Zuid	0.252	0.030	10
man	West	0.232	0.028	10

De resultaten in Tabel 15.2 suggereren dat (i) sprekers uit het Westen sneller spreken dan de anderen, en dat (ii) mannen sneller spreken dan vrouwen (!). En (iii) het verschil tussen mannen en vrouwen lijkt kleiner voor sprekers uit het Westen dan voor sprekers uit andere regionen.

15.2.1 aannames

De variantie-analyse vereist vier aannames (of assumpties) waaraan voldaan moet zijn, om deze toets te mogen gebruiken; deze aannames komen overeen met die van de t-toets (§13.2.3).

- De gegevens moeten gemeten zijn op intervalniveau (zie §4.4).
- Alle observaties moeten onafhankelijk van elkaar zijn.

- De scores moeten normaal verdeeld zijn (zie §10.4).
- De variantie van de scores moet (ongeveer) gelijk zijn in de scores van de respectievelijke groepen of condities (zie §9.5.1). Schending van deze aanname is ernstiger naarmate de steekproeven meer in grootte verschillen. Het is daarom verstandig om te werken met even grote, en liefst niet te kleine steekproeven.

Samenvattend: variantieanalyse kan gebruikt worden om meerdere populatiegemiddelden te vergelijken, en om de effecten van meerdere factoren en combinaties van factoren (interacties) te bepalen. Variantieanalyse vereist wel dat de gegevens aan meerdere voorwaarden voldoen.

15.3 Eén-weg-variantieanalyse

15.3.1 Een intuïtieve uitleg

Zoals gezegd gebruiken we variantieanalyse om te onderzoeken of de scores van verschillende groepen, of verzameld onder verschillende condities, van elkaar verschillen. Maar — scores verschillen *altijd* van elkaar, door toevallige fluctuaties tussen de replicaties binnen elke steekproef. In de voorgaande hoofdstukken zijn we al vele voorbeelden tegengekomen van toevalsfluctuaties binnen dezelfde steekproef en binnen dezelfde conditie. De vraag wordt dan, of de scores *tussen* de verschillende groepen (of verzameld onder verschillende condities) méér van elkaar verschillen dan je zou verwachten op grond van toevallige fluctuaties *binnen* elke groep of cel.

De bovengenoemde "verschillen tussen scores" vormen bij elkaar de variantie van die scores (§9.5.1). Bij variantieanalyse verdelen we de totale variantie in twee delen: ten eerste de variantie veroorzaakt door (systematische) verschillen *tussen* groepen, en ten tweede de variantie veroorzaakt door (toevallige) verschillen *binnen* groepen. Als H0 waar is, en als er dus (in de populaties) géén verschillen tussen de groepen zijn, dan verwachten we desalniettemin (in de steekproeven van de groepen) wèl enige verschillen tussen de gemiddelde scores van de groepen, zij het dat de laatstgenoemde verschillen niet groter zullen zijn dan de toevallige verschillen binnen de groepen, als H0 waar is. Lees deze alinea nog eens aandachtig door.

Deze aanpak wordt geïllustreerd in Figuur 15.2, waarin de scores zijn afgebeeld uit drie experimentele groepen (met aselecte toewijzing van proefpersonen aan de groepen): de rode, grijze en blauwe groep. De scores verschillen van elkaar, in ieder geval door toevallige fluctuaties van de scores binnen elke groep. Er zijn misschien ook systematische verschillen tussen (de gemiddelde scores van) de drie groepen. Maar zijn deze systematische verschillen nu relatief groter dan de toevallige verschillen binnen groepen? Zo ja, dan verwerpen we H0.

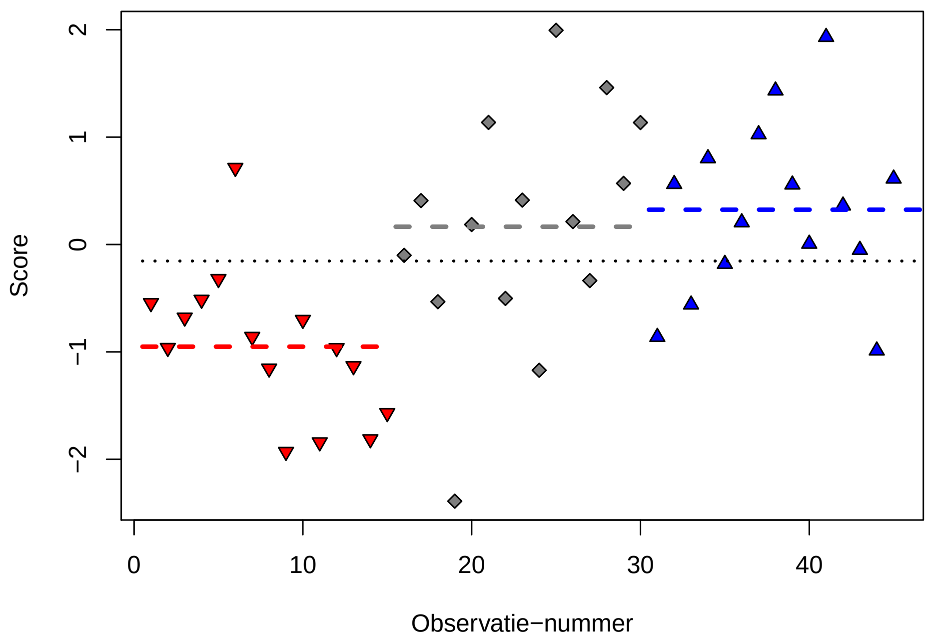


Figure 15.2: Gesimuleerde observaties van drie experimentele groepen: rood (neerwaartse driehoek), grijs (ruit), en blauw (opwaartse driehoek) (n=15 per groep), met het gemiddelde per groep (in streeplijnen), en met het gemiddelde over alle observaties (stippellijn).

De systematische verschillen *tussen* de groepen corresponderen met de verschillen van de rode, grijze en blauwe groepsgemiddelden (streepjeslijnen in Figuur 15.2) ten opzichte van het gemiddelde over alle observaties (stippellijn). Voor de eerste observatie is dat een negatieve afwijking, want de score ligt onder het algemene gemiddelde (stippellijn). De toevallige verschillen *binnen* de groepen corresponderen met de afwijking van iedere observatie ten opzichte van het groepsgemiddelde (voor de eerste observatie is dat dus een positieve afwijking, want de score ligt boven het groepsgemiddelde van de rode groep).

Laten we nu de overstap maken van 'verschillen' naar 'variantie'. We splitsen dan de afwijking van iedere observatie t.o.v. het algemene gemiddelde op in twee afwijkingen: ten eerste de afwijking van groepsgemiddelde t.o.v. algemene gemiddelde, en ten tweede de afwijking van iedere replicatie t.o.v. het groepsgemiddelde. Dat zijn twee stukjes variantie, die tezamen de totale variantie vormen. Omgekeerd kunnen we dus de totale variantie opdelen in deze twee componenten, vandaar de naam 'variantieanalyse'. (We zullen in de volgende paragraaf uitleggen hoe die componenten berekend worden, rekening houdend met het aantal observaties en aantal groepen.)

Die verdeling van de totale variantie in twee variantiecomponenten is nuttig, omdat we daarna de *verhouding* of ratio tussen die twee delen kunnen bepalen. Die verhouding tussen varianties wordt de F-ratio genoemd, en we gebruiken deze verhouding om H0 te toetsen.

$$\text{H0} : \text{variantie tussen groepen} = \text{variantie binnen groepen}$$

$$\text{H0} : F = \frac{\text{variantie tussen groepen}}{\text{variantie binnen groepen}} = 1$$

De F-ratio is dus een toetsingsgrootheid, waarvan de kansverdeling bekend is indien H0 waar is. In het voorbeeld van Figuur 15.2 vinden we $F = 3.22$, met 3 groepen en 45 observaties, $p = .0004$. We vinden hier dus een relatief grote systematische variantie *tussen* groepen, ten opzichte van de relatief kleine toevallige variantie *binnen* groepen: de eerstgenoemde variantie (teller van verhouding F) is meer dan $3\times$ zo groot als de laatstgenoemde variantie (noemer van verhouding F). De kans p om deze verhouding te vinden als H0 waar is, is buitengewoon gering, en we verwerpen daarom H0. (We zullen in de volgende paragraaf uitleggen hoe die kans bepaald wordt, weer rekening houdend met het aantal observaties en aantal groepen.) We spreken dan van een significant effect van de factor op de afhankelijke variabele.

Aan het slot van deze paragraaf herhalen we de essentie van de variantieanalyse. We verdelen de totale variantie in twee delen: de mogelijk systematische variantie tussen groepen of condities, en de variantie binnen groepen of condities (d.i. altijd aanwezige, toevallige fluctuatie tussen replicaties). De toetsingsgrootheid F bestaat uit de verhouding tussen deze twee varianties. We toetsen eenzijdig of $F = 1$, en verwerpen H0 als $F > 1$ zodanig dat de kans $P(F|\text{H0}) < \alpha$. De gemiddelde scores van de groepen of condities zijn dan hoogstwaarschijnlijk niet alle gelijk. We weten daarmee nog niet welke groepen van elkaar verschillen, daarvoor is nog verdere (post-hoc) analyse nodig (§15.3.5 hieronder).

15.3.2 Een formele uitleg

Voor onze uitleg beginnen we met de geobserveerde scores. We nemen aan dat de scores zijn opgebouwd volgens een bepaald statistisch model, nl. als de optelsom van het populatiegemiddelde (μ), een systematisch effect (α_j) van de j'de conditie of groep (over k condities of groepen), en een toevallig effect (e_{ij}) voor de i'de replicatie binnen de j'de conditie of groep (over N replicaties in totaal). In formule:

$$x_{ij} = \mu + \alpha_j + e_{ij}$$

Ook hier weer ontleden we dus iedere score in een systematisch deel en een toevallig deel. Dat geldt niet alleen voor de scores zelf, maar ook voor de afwijkingen van iedere score ten opzichte van het totale gemiddelde (zie §15.3.1).

Er zijn derhalve drie varianties van belang. Ten eerste de totale variantie (zie vergelijking (9.3), afgekort tot `t`) over alle N observaties uit alle groepen of condities tezamen:

$$s_t^2 = \frac{\sum(x_{ij} - \overline{x})^2}{N-1} \tag{15.1}$$

Ten tweede de variantie tussen (Eng. 'between', afgekort tot`b`) de groepen of condities:

$$s_b^2 = \frac{\sum_{j=1}^{j=k} n_j(\overline{x_j} - \overline{x})^2}{k-1} \tag{15.2}$$

en ten derde de variantie binnen (Eng. 'within', afgekort tot `w`) de groepen of condities:

$$s_w^2 = \frac{\sum_{j=1}^{j=k} \sum_i (x_{ij} - \overline{x_j})^2}{N-k} \tag{15.3}$$

In deze vergelijkingen worden de *tellers* gevormd door de som van de gekwadrateerde afwijkingen ('sums of squares', afgekort `SS`). In de vorige paragraaf hebben we aangegeven dat de afwijkingen bij elkaar optellen, en dat geldt dan ook voor de gesommeerde en gekwadrateerde afwijkingen:

$$\sum (x_{ij} - \overline{x})^2 = \sum_{j=1}^{j=k} n_j(\overline{x_j} - \overline{x})^2 + \sum_{j=1}^{j=k} \sum_i (x_{ij} - \overline{x_j})^2 \tag{15.4}$$

$$\mathrm{SS}_t = \mathrm{SS}_b + \mathrm{SS}_w \tag{15.5}$$

De *noemers* van de varianties worden gevormd door de vrijheidsgraden ('degrees of freedom', afgekort `df`, zie §13.2.1). Voor de variantie tussen groepen s_b^2 is dat het aantal groepen of condities, minus 1 $(k-1)$. Voor de variantie binnen groepen s_w^2 is dat het aantal observaties, minus het aantal groepen $(N-k)$. Voor de totale variantie is dat het aantal observaties minus 1 $(N-1)$. Ook de vrijheidsgraden van de afwijkingen tellen bij elkaar op:

$$(N-1) = (k-1) + (N-k) \tag{15.6}$$

$$\mathrm{df}_t = \mathrm{df}_b + \mathrm{df}_w \tag{15.7}$$

De bovenstaande breuken die de varianties s_t^2, s_b^2 en s_w^2 beschrijven, worden ook aangeduid als de 'mean squares' (afgekort `MS`). MS_t is per definitie gelijk aan de 'gewone' variantie s_x^2 (zie de identieke vergelijkingen (9.3) en (15.1)).

De toetsingsgrootheid F is gedefinieerd als de verhouding van de twee hierboven gedefinieerde variantiecomponenten:

$$F = \frac{s_b^2}{s_w^2} \tag{15.8}$$

met niet één maar twee vrijheidsgraden, resp. $(k-1)$ voor de teller en $(N-k)$ voor de noemer.

De overschrijdingskans p die behoort bij de gevonden F kan je bepalen aan de hand van een tabel, maar meestal voeren we een variantieanalyse uit met behulp van de computer, en die berekent dan ook die overschrijdingskans.

De resultaten van een variantieanalyse worden samengevat met een vaste opbouw in een zgn. ANOVA-tabel, zoals Tabel 15.3. Daarin staat de belangrijkste informatie samengevat. Maar de hele tabel kan ook in één zin samengevat worden, zie Voorbeeld 15.2

Table 15.3: Samenvatting van variantieanalyse van de observaties in Figuur 15.2.

variantiebron	df	SS	MS	F	p
groep	2	14.50	7.248	9.356	0.0004
(within)	42	32.54	0.775		

Voorbeeld 15.2: De gemiddelde scores zijn niet gelijk voor de rode, grijze en blauwe groep [$F(2, 42) = 9.35, p = .0004, \omega^2 = 0.28$].

15.3.3 Effectgrootte

Net als bij de is het niet alleen van belang om een binaire beslissing te nemen over H0, maar is het minstens zo belangrijk om te weten hoe groot het geobserveerde effect is (zie ook §13.8). Deze effectgrootte bij variantieanalyse kan worden uitgedrukt in verschillende maten, waarvan wij er twee bespreken (deze paragraaf is gebaseerd op Kerlinger and Lee (2000); zie ook Olejnik and Algina (2003)).

De eenvoudigste maat is de zgn. η^2 ("èta-kwadraat" of "eta squared"), de proportie van de totale SS die toe te schrijven is aan de verschillen tussen de groepen of condities:

$$\eta^2 = \frac{\mathrm{SS}_b}{\mathrm{SS}_t}$$

De effectgrootte η^2 is een proportie tussen 0 en 1, die aangeeft hoeveel van de variantie in de *steekproef* toe te schrijven is aan de onafhankelijke variabele.

De tweede maat voor effectgrootte bij variantieanalyse is de zgn. ω^2 ("omega-kwadraat" of "omega squared"):

$$\omega^2 = \frac{\mathrm{SS}_b - (k-1)\mathrm{MS}_w}{\mathrm{SS}_t + \mathrm{MS}_w} \tag{15.9}$$

De effectgrootte ω^2 is ook een proportie; dit is een schatting van de proportie van de variantie in de *populatie* die toe te schrijven is aan de onafhankelijke variabele, waarbij de schatting uiteraard gebaseerd is op de onderzochte steekproef. Omdat we in het algemeen meer geïnteresseerd zijn in generalisatie naar de populatie dan naar de steekproef, geven wij de voorkeur aan ω^2 als maat voor de effectgrootte.

We dienen niet alleen de F-ratio, vrijheidsgraden, en overschrijdingskans te rapporteren, maar ook de effectgrootte (zie voorbeeld 15.2 hierboven).

> "It is not enough to report F-ratios and whether they are statistically significant. We must know how strong relations are. After all, with large enough Ns, F- and t-ratios can almost always be statistically significant. While often sobering in their effect, especially

when they are low, coefficients of association of independent and dependent variables [i.e., effect size coefficients] are *indispensable* parts of research results" (Kerlinger and Lee, 2000, p.327, nadruk toegevoegd).

15.3.4 Gerichte vergelijkingen

In voorbeeld 15.2 (zie Figuur 15.2) onderzochten we de verschillen tussen scores uit de rode, zwarte en blauwe groepen. De nulhypothese die getoetst werd was H0: $\mu_{\textrm{rood}} = \mu_{\textrm{grijs}} = \mu_{\textrm{blauw}}$. Het is echter ook goed mogelijk dat een onderzoeker al bepaalde ideeën heeft over de verschillen tussen de groepen, en *gericht* op zoek is naar bepaalde verschillen, en andere verschillen juist wil negeren. De gerichte vergelijkingen (Eng. 'planned comparisons') worden ook wel 'contrasten' genoemd.

Laten we voor hetzelfde voorbeeld aannemen dat de onderzoeker al verwacht, uit eerder onderzoek, dat de scores van de rode en blauwe groepen van elkaar zullen verschillen. De bovenstaande H0 is dan niet meer interessant om te onderzoeken, omdat we bij voorbaat verwachten H0 te zullen verwerpen. De onderzoeker wil nu gericht weten (1) of de rode groep lager scoort dan de andere twee groepen, (H0: $\mu_{\textrm{rood}} = (\mu_{\textrm{grijs}} + \mu_{\textrm{blauw}})/2$), en (2) of de grijze en blauwe groepen van elkaar verschillen (H0: $\mu_{\textrm{grijs}} = \mu_{\textrm{blauw}}$) [1].

De factor 'groep' heeft 2 vrijheidsgraden, en dat betekent dat we precies 2 van zulke gerichte vergelijkingen of 'contrasten' kunnen maken die onafhankelijk zijn van elkaar. Dergelijke onafhankelijke contrasten worden 'orthogonaal' genoemd.

In een variantieanalyse met gerichte vergelijkingen wordt de variantie tussen groepen of condities nog verder opgedeeld, nl. in de gerichte contrasten zoals de twee hierboven (zie Tabel 15.4). We laten een verdere uitleg over gerichte vergelijkingen hier achterwege, maar adviseren wel om waar mogelijk slim gebruik te maken van deze gerichte vergelijkingen, indien je een meer specifieke nulhypothese kunt opstellen dan H0: "de gemiddelde scores zijn gelijk in alle groepen of condities". We kunnen zo gerichte uitspraken doen over de verschillen tussen de groepen in ons voorbeeld:

Voorbeeld 15.3: De gemiddelde score van de rode groep is significant lager dan van de beide andere groepen gecombineerd [$F(1, 42) = 18.47, p = .0001, \omega^2 = 0.28$]. De gemiddelde score is nagenoeg gelijk voor de grijze en blauwe groep [$F(1, 42) < 1, \textrm{n.s.}, \omega^2 = 0.00$]. Dit

[1] Als (1) rood wel verschilt van grijs en blauw, en als (2) grijs en blauw bovendien onderling niet verschillen, dan impliceert dat dat rood verschilt van grijs (een nieuwe bevinding) en dat rood verschilt van blauw (dat wisten we al).

impliceert dat de rode groep significant lagere scores behaalt dan de grijze groep en dan de blauwe groep.

Table 15.4: Samenvatting van variantieanalyse van de observaties in Figuur 15.2, met gerichte contrasten tussen groepen.

variantiebron	df	SS	MS	F	p
groep	2	14.50	7.248	9.356	0.0004
groep, contrast 1	1	14.31	14.308	18.470	0.0001
groep, contrast 2	1	0.19	0.188	0.243	0.6248
(within)	42	32.54	0.775		

De variantie-analyse met gerichte vergelijkingen is dus vooral bruikbaar als je, voordat de observaties zijn gedaan, al gerichte hypotheses hebt over verschillen tussen bepaalde (combinaties van) groepen of condities. Die hypotheses kunnen gebaseerd zijn op theoretische overwegingen, of op eerdere onderzoeksresultaten.

15.3.4.1 Orthogonale contrasten

Elk contrast kan worden uitgedrukt in de vorm van gewichten voor iedere conditie. Voor de hierboven besproken contrasten kan dat in de vorm van deze gewichten:

conditie	contrast 1	contrast 2
rood	-1	0
grijs	+0.5	-1
blauw	+0.5	+1

De H0 voor contrast 2 ($\mu_{\textrm{grijs}} = \mu_{\textrm{blauw}}$) is uit te drukken in gewichten als volgt: $\textrm{C2} = 0 \times \mu_{\textrm{rood}} - 1 \times \mu_{\textrm{grijs}} + 1 \times \mu_{\textrm{blauw}} = 0$.

Om te bepalen of twee contrasten orthogonaal zijn, vermenigvuldigen we hun respectievelijke gewichten voor iedere conditie (rij): $((-1)(0), (+0.5)(-1), (+0.5)(+1)) = (0, -0.5, +0.5)$. Vervolgens tellen we al deze producten bij elkaar op: $0 - 0.5 + 0.5 = 0$. Als de som van deze producten nul is, dan zijn de twee contrasten orthogonaal.

15.3.5 Post-hoc vergelijkingen

In veel onderzoeken heeft een onderzoeker géén idee over de te verwachten verschillen tussen de groepen of condities. Pas na afloop van de variantieanalyse, *nadat* er een significant effect gevonden is, besluit de onderzoeker om nader te inspecteren welke condities van elkaar verschillen. We spreken dan van *post-hoc* vergelijkingen, "suggested by the data" (Maxwell and Delaney, 2004, p.200). We moeten daarbij conservatief te werk gaan, juist omdat we na de variantieanalyse al kunnen vermoeden dat sommige vergelijkingen een significant resultaat zullen opleveren, d.w.z., de nulhypotheses zijn al niet neutraal.

Er zijn vele tientallen statistische toetsen voor post-hoc vergelijkingen. Het belangrijkste verschil is hun mate van conservatisme (neiging om H0 niet te verwerpen) vs. liberalisme (neiging om H0 wel te verwerpen). Daarnaast zijn sommige toetsen meer ingericht op paarsgewijze vergelijkingen tussen condities ('pairwise comparisons', zoals contrast 2 hierboven) en andere meer op complexe vergelijkingen (zoals contrast 1 hierboven). En de toetsen verschillen in de aannames die ze doen over de varianties in de cellen. We noemen hier één toets voor post-hoc-vergelijkingen tussen paren van condities: *Tukey's Honestly Significant Difference*, afgekort Tukey's HSD. Deze toets neemt een goede middenpositie in tussen te conservatief of te liberaal. Een belangrijke eigenschap van de Tukey HSD toets is dat de *gezamenlijke* overschrijdingskans (Eng. 'family-wise error') over alle paarsgewijze vergelijkingen tezamen gelijk is aan de opgegeven overschrijdingskans α (zie §15.2). De Tukey HSD toets resulteert in een 95% betrouwbaarheidsinterval van het verschil tussen twee condities, en/of in een p-waarde van het verschil tussen twee condities.

15.3.6 SPSS

15.3.6.1 voorbereiding

We gebruiken de gegevens in het bestand `data/kleurgroepen.txt`; deze gegevens zijn ook weergegeven in Figuur 15.2. Lees eerst de benodigde gegevens, en controleer deze:

```
File > Import Data > Text Data...
```

Selecteer `Files of type: Text` en selecteer bestand `data/kleurgroepen.txt`. Bevestig met `Open`.
Namen van variabelen staan op regel 1. Decimale symbool is punt (period). Data beginnen op regel 2. Elke regel is een observatie. De gebruikte scheiding (delimiter) tussen variabelen is een spatie. Tekst staat tussen dubbele aanhalingstekens. De variabelen hoef je niet verder te definiëren, de standaardopties van SPSS werken hier goed.

Bevestig het laatste keuzescherm met `Done`. De gegevens worden dan ingelezen.

Onderzoek of de responsies normaal verdeeld zijn, met behulp van de technieken uit Deel II van dit tekstboek (met name §10.4).

We kunnen in SPSS niet vooraf toetsen of de varianties gelijk zijn in de drie groepen, zoals vereist voor variantieanalyse. We doen dat tegelijk met de variantieanalyse zelf.

15.3.6.2 ANOVA

In SPSS kan je een variantieanalyse op meerdere manieren uitvoeren. We gebruiken hier een algemeen bruikbare aanpak, waarbij we aangeven dat er één afhankelijke variabele in het spel is.

`Analyze > General Linear Model > Univariate...`

Selecteer `score` als afhankelijke variabele (sleep naar paneel "Dependent variable").
Selecteer `kleur` als onafhankelijke variabele (sleep naar paneel "Fixed Factor(s)").
Kies `Model...` en daarna `Full factorial` model, `Type I` Sum of squares, en vink aan: `Include intercept in model`, en bevestig met `Continue`.
Kies `Options...` en vraag om gemiddelden voor de condities van de factor `kleur` (sleep naar paneel "Display Means for"). Vink aan: `Estimates of effect size` en `Homogeneity tests`, en bevestig weer met `Continue`.
Bevestig alle keuzes met `OK`.

In de uitvoer vinden we eerst de uitslag van Levene's toets op gelijke varianties (homogeniteit van variantie), die geen aanleiding geeft om H0 te verwerpen. We mogen dus een variantieanalyse uitvoeren.

Daarna wordt de variantieanalyse samengevat in een tabel gelijkend op Tabel 15.3, waarbij ook de effectgrootte vermeld wordt in de vorm van `Partial eta square`. Het is echter beter om ω^2 te rapporteren, maar je moet die dan wel zelf uitrekenen!

15.3.6.3 gerichte vergelijking

Voor een variantieanalyse met gerichte vergelijkingen moeten we de gewenste contrasten aangeven voor de factor `kleur`. De werkwijze is echter anders dan hierboven. We kunnen de gerichte contrasten in SPSS niet opgeven via het menu-systeem dat we tot nu toe gebruikten. We moeten hiervoor "onder de motorkap" gaan werken!
Herhaal daartoe eerst de instructies hierboven. Maar, in plaats van alles te bevestigen, kies je nu de knop `Paste`. Er wordt dan een zgn. Syntax-venster

geopend (of geactiveerd, als het al open was). Je ziet daarin het SPSS-commando dat je via het menu hebt opgebouwd. We gaan dit commando bewerken om onze eigen, speciale contrasten aan te geven. Bij het specificeren van de contrasten moeten we wel rekening houden met de *alfabetische* ordening van de condities: blauw, grijs, rood.

Het commando in het Syntax-venster moet er uiteindelijk uitzien als hieronder, nadat je de regel `/CONTRAST` hebt toegevoegd. Het commando moet worden afgesloten met een punt.

```
UNIANOVA score BY kleur
  /METHOD=SSTYPE(1)
  /INTERCEPT=INCLUDE
  /EMMEANS=TABLES(kleur)
  /PRINT=ETASQ HOMOGENEITY
  /CRITERIA=ALPHA(.05)
  /DESIGN=kleur
  /CONTRAST(kleur)=special(0.5 0.5 -1, 1 -1 0).
```

Plaats de cursor ergens tussen het woord `UNIANOVA` en de afsluitende punt, en klik dan op de grote groene pijl naar rechts (`Run Selection`) in het menu van het Syntax-venster.

De uitvoer geeft voor ieder contrast de significantie en het betrouwbaarheidsinterval van het getoetste contrast. Het eerste contrast is wel significant (`Sig. .000`, rapporteer als $p < .001$, zie §13.3), en het tweede niet, zie Tabel 15.4.

15.3.6.4 post-hoc-vergelijking

Herhaal eerst de instructies hierboven.
Kies de knop `Post Hoc...`, en selecteer de factor `kleur` (verplaats naar venster “Post Hoc Tests for:”). Vink aan: `Tukey`, en daarna `Continue`. Bevestig alle keuzes met `OK`.

Voor iedere paarsgewijze vergelijking zien we het verschil, de standaardfout, en de ondergrens (`Lower Bound`) en bovengrens (`Upper Bound`) van het 95% betrouwbaarheidsinterval van dat verschil. Als dat interval *niet* nul omvat, dan is het verschil tussen de twee groepen of condities dus waarschijnlijk niet gelijk aan nul. De gecorrigeerde overschrijdingskans volgens Tukey’s HSD toets is bovendien gegeven in de derde kolom. We zien dat rood verschilt van blauw, dat rood verschilt van grijs, en dat de scores van de grijze en blauwe groepen niet verschillen.

15.3.7 R

15.3.7.1 voorbereiding

Lees eerst de benodigde gegevens, en controleer deze:

```
# zelfde data als gebruikt in Fig.15.2
kleurgroepen <- read.table( "data/kleurgroepen.txt", header=T )
```

Onderzoek of de responsies normaal verdeeld zijn, met behulp van de technieken uit Deel II van dit tekstboek (met name §10.4).

Onderzoek of de varianties gelijk zijn in de drie groepen, zoals vereist voor variantieanalyse. De H0 die we daarbij toetsen luidt: $s^2_{\textrm{rood}} = s^2_{\textrm{grijs}} = s^2_{\textrm{blauw}}$. We toetsen deze H0 met behulp van Bartlett's toets.

```
bartlett.test( x=kleurgroepen$score, g=kleurgroepen$kleur )
```

```
##
##  Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data:  kleurgroepen$score and kleurgroepen$kleur
## Bartlett's K-squared = 3.0941, df = 2, p-value = 0.2129
```

15.3.7.2 ANOVA

```
summary( aov( score~kleur, data=kleurgroepen) -> m01 ) # zie Tabel 15.3
```

```
##             Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## kleur        2  14.50   7.248   9.356 0.000436 ***
## Residuals   42  32.54   0.775
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

15.3.7.3 effectgrootte

```
# eigen functie om omega2 te berekenen, zie vergelijking (15.7) in de hoofdtekst,
# voor effect genaamd `term` in summary(`model`)
omegasq <- function ( model, term ) {
     mtab <- anova(model)
     rterm <- dim(mtab)[1] # resid term
```

```
    return( (mtab[term,2]-mtab[term,1]*mtab[rterm,3]) /
            (mtab[rterm,3]+sum(mtab[,2])) )
    }
omegasq( m01, "kleur" ) # roep functie aan met 2 argumenten
```

```
## [1] 0.2708136
```

15.3.7.4 gerichte vergelijking

Bij het specificeren van de contrasten moeten we rekening houden met de *alfabetische* ordening van de condities: *blauw, grijs, rood.*

```
# maak matrix van twee orthogonale contrasten (per kolom, niet per rij)
conmat <- matrix( c(.5,.5,-1, +1,-1,0), byrow=F, nrow=3 )
dimnames(conmat)[[2]] <- c(".R.GB",".0G.B") # (1) R vs G+B, (2) G vs B
contrasts(kleurgroepen$kleur) <- conmat # wijs contrasten toe aan factor
summary( aov( score~kleur, data=kleurgroepen) -> m02 ) # uitvoer is nodig voor omega2
```

```
##             Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## kleur        2  14.50   7.248   9.356 0.000436 ***
## Residuals   42  32.54   0.775
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# zie https://blogs.uoregon.edu/rclub/2015/11/03/anova-contrasts-in-r/
summary.aov( m02, split=list(kleur=list(1,2)) )
```

```
##             Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## kleur        2  14.50   7.248   9.356 0.000436 ***
##   kleur: C1  1  14.31  14.308  18.470 0.000100 ***
##   kleur: C2  1   0.19   0.188   0.243 0.624782
## Residuals   42  32.54   0.775
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Als we gerichte vergelijkingen hebben (planned contrasts) dan is de eerder geconstrueerde functie `omegasq` niet bruikbaar (en evenmin de eerder gegeven formule). We moeten de ω^2 nu met de hand uitrekenen met gebruik van de uitvoer van de samenvatting van model `m02`:

```
(14.308-1*0.775)/(0.775+14.308+0.19+32.54) # 0.2830402
```

```
## [1] 0.2830402
```

```
(0.188-1*0.775)/(0.775+14.308+0.19+32.54) # afgerond 0.00
```

```
## [1] -0.012277
```

15.3.7.5 post-hoc-vergelijkingen

```
TukeyHSD(m02)
```

```
##   Tukey multiple comparisons of means
##     95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = score ~ kleur, data = kleurgroepen)
##
## $kleur
##                  diff        lwr        upr     p adj
## grey50-blue -0.158353 -0.9391681  0.6224622 0.8751603
## red-blue    -1.275352 -2.0561668 -0.4945365 0.0007950
## red-grey50  -1.116999 -1.8978139 -0.3361835 0.0033646
```

Voor iedere paarsgewijze vergelijking zien we het verschil, en de ondergrens (`lwr`) en bovengrens (`upr`) van het 95% betrouwbaarheidsinterval van dat verschil. Als dat interval *niet* nul omvat, dan is het verschil tussen de twee groepen of condities dus waarschijnlijk niet gelijk aan nul. De gecorrigeerde overschrijdingskans volgens Tukey's HSD toets is bovendien gegeven in de laatste kolom. Wederom zien we dat rood verschilt van grijs, dat rood verschilt van blauw, en dat de scores van de grijze en blauwe groepen niet verschillen.

15.4 Tweeweg-variantieanalyse

In §15.2 hebben we al een voorbeeld gegeven van een onderzoek met twee factoren die in één variantieanalyse onderzocht worden. We kunnen op deze manier onderzoeken (i) of er een hoofdeffect is van de eerste factor (bijv. regio van herkomst van de spreker), (ii) of er een hoofdeffect is van de tweede factor (bijv. geslacht van de spreker), en (iii) of er een interactie-effect is. Zo'n interactie houdt in dat de verschillen tussen condities van de ene factor niet hetzelfde zijn voor de condities van de andere factor, of anders gezegd, dat de gemiddelde score van een cel afwijkt van de voorspelde waarde op grond van de twee hoofdeffecten.

15.4.1 Een intuïtieve uitleg

In veel studies zijn we geïnteresseerd in de *gecombineerde* effecten van twee of meer factoren. In Tabel 15.2 zagen we al gemiddelde spreeksnelheden, uitgesplitst naar regio van herkomst èn naar geslacht van de spreker. Als de verschillen tussen de regio's anders zijn voor mannen dan voor vrouwen, of andersom gezegd als de verschillen tussen mannen en vrouwen anders zijn voor de verschillende regio's, dan spreken we van interactie of wisselwerking. Door een tweede factor toe te voegen in het onderzoek, krijgen we dus ook te maken met een derde effect, nl. de interactie tussen de eerste en tweede factor [2].

Als er een significante interactie aanwezig is, dan kunnen we niet meer algemene uitspraken doen over de betrokken hoofdeffecten. Immers, de werking van een hoofdeffect hangt dan tevens af van de wisselwerking met (een) ander(e) hoofdeffect(en), zoals te zien in Figuur 6.1 (§6.8). De scores zijn *gemiddeld* niet hoger voor de ene groep luisteraars dan voor de andere groep, en de scores zijn ook niet *gemiddeld* hoger in de ene conditie dan in de andere. De hoofdeffecten zijn dus niet significant, maar hun interactie is daarentegen wel significant. Het effect van de ene factor is precies tegengesteld in de verschillende niveau's van de andere factor.

15.4.2 Een formele uitleg

We nemen wederom aan dat de scores zijn opgebouwd volgens een statistisch model, nl. als de optelsom van het populatiegemiddelde μ, een systematisch effect α_j van de j'de conditie van factor A, een systematisch effect β_k van de k'de conditie van factor B, een systematisch effect $(\alpha\beta)_{jk}$ van de combinatie van condities (j, k) van factoren A en B, en een toevallig effect e_{ijk} voor de i'de replicatie binnen de jk'de cel. In formule:

$$x_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + e_{ijk}$$

Bij de éénweg-variantieanalyse wordt de totale 'sums of squares' opgesplitst in twee componenten, nl. tussen en binnen condities (zie vergelijking (15.4)). Bij

[2]Als we nog meer factoren toevoegen, dan wordt de situatie al snel onoverzichtelijk. Met drie hoofdeffecten zijn er al 3 tweeweg-interacties plus 1 drieweg-interactie. Met vier hoofdeffecten zijn er al 6 tweeweg-interacties, plus 4 drieweg-interacties, plus 1 vierweg-interactie.

de tweeweg-variantieanalyse zijn er nu echter *vier* componenten:

$$\sum(x_{ijk} - \overline{x})^2 = \sum_j n_j(\bar{x}_j - \bar{x})^2 + \tag{15.10}$$

$$\sum_k n_k(\bar{x}_k - \bar{x})^2 + \tag{15.11}$$

$$\sum_j \sum_k n_{jk}(\bar{x}_{jk} - \bar{x}_j - \bar{x}_k + \bar{x})^2 + \tag{15.12}$$

$$\sum_i \sum_j \sum_k (x_{ijk} - \bar{x}_{jk})^2 \tag{15.13}$$

Ook de vrijheidsgraden van deze kwadratensommen tellen weer bij elkaar op:

$$(N-1) = (A-1) \quad +(B-1) + (A-1)(B-1) \quad +(N-AB) \tag{15.14}$$

$$\mathrm{df}_t = \mathrm{df}_A \quad +\mathrm{df}_B + \mathrm{df}_{AB} \quad +\mathrm{df}_w \tag{15.15}$$

Net als bij de eenweg-variantieanalyse berekenen we weer de 'mean squares' door de kwadratensommen te delen door hun vrijheidsgraden.

We toetsen nu *drie* nulhypotheses, nl voor de twee hoofdeffecten en voor hun interacties. Voor elke toets bepalen we de betreffende F-ratio. De teller wordt gevormd door de geobserveerde variantie, zoals hierboven geformuleerd; de noemer wordt gevormd door s_w^2, de toevallige variantie tussen de replicaties *binnen* de cellen. Alle noodzakelijke berekeningen voor variantieanalyse, inclusief bepalen van vrijheidsgraden en overschrijdingskansen, worden tegenwoordig door de computer uitgevoerd.

De resultaten worden weer samengevat in een ANOVA-tabel, die nu iets is uitgebreid in Tabel 15.6. We toetsen en rapporteren nu drie hypothesen. Als de interactie significant is, dan dien je die interactie eerst te rapporteren, en daarna pas de hoofdeffecten. De aanwezige interactie is dan immers van invloed op hoe we de hoofdeffecten moeten interpreteren. Als de interactie niet significant is, zoals in ons huidige voorbeeld met de spreeksnelheden uit Tabel 15.2, dan is het gebruikelijk om eerst de hoofdeffecten te rapporteren, en daarna het niet-significante interactie-effect.

> De geobserveerde spreeksnelheden verschillen significant tussen de vier regio's van herkomst van de sprekers [$F(3, 71) = 6.0, p = .0010, \omega^2 = .14$], en mannen spreken significant sneller dan vrouwen [$F(1, 71) = 15.1, p = .0002, \omega^2 = .13$]. De twee factoren vertoonden geen interactie [$F(3, 71) = 1.4, \text{n.s.}, \omega^2 = .01$]. Een post-hoc-vergelijking tussen de regio's liet zien dat de sprekers uit het Westen significant sneller spreken dan die uit het Noorden (Tukey's HSD-toets, $p = .0006$) en dan die uit het Zuiden ($p = .0190$); andere paarsgewijze verschillen tussen regio's waren niet significant.

Table 15.6: Samenvatting van tweewegs-variantieanalyse van de spreeksnelheden in Tabel 15.2.

variantiebron	df	SS	MS	F	p
(i) regio	3	0.01234	0.004114	6.039	0.0010
(ii) geslacht	1	0.01031	0.010310	15.135	0.0002
(iii) regio × geslacht	3	0.00287	0.000958	1.406	0.2482
within	71	0.04837	0.000681		

15.4.3 SPSS

15.4.3.1 voorbereiding

Eén spreker heeft een zeer lange gemiddelde syllabeduur; deze observatie zullen we verder negeren.

```
Data > Select cases...
```

Geef aan dat we alleen observaties gebruiken die aan een conditie voldoen, en geef aan dat die conditie luidt `syldur < 0.4`.

15.4.3.2 ANOVA en post-hoc toets

```
Analyze > General Linear Model > Univariate...
```

Sleep de afhankelijke variabele (`syldur`) naar het vakje Dependent variable.
Sleep de twee onafhankelijke variabelen (`sex`, `region`) naar het vakje Fixed factor(s).
Voor de post-hoc toetsen, kies de knop `Post Hoc...`. Selecteer factor `region` en kies `Tukey`. Bevestig met `Continue` en daarna nogmaals met `OK`.

15.4.4 R

15.4.4.1 voorbereiding

```
require(hqmisc) # voor hqmisc::talkers data set
data(talkers)
ok <- talkers$syldur<0.4 # TRUE voor 79 van 80 talkers
# tabel van gemiddelden, zie Table 15.2 in hoofdtekst
with(talkers, tapply( syldur[ok], list(region[ok],sex[ok]), mean ))
```

```
##           0       1
## M 0.2707400 0.23460
## N 0.2846000 0.25282
## S 0.2691444 0.25175
## W 0.2378100 0.23199
```

15.4.4.2 ANOVA

```
# zie Table 15.5 in hoofdtekst
summary( aov(syldur~region*sex, data=talkers, subset=ok) -> m03 )
```

```
##             Df  Sum Sq  Mean Sq F value   Pr(>F)
## region       3 0.01234 0.004114   6.039 0.001009 **
## sex          1 0.01031 0.010310  15.135 0.000223 ***
## region:sex   3 0.00287 0.000958   1.406 0.248231
## Residuals   71 0.04837 0.000681
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

15.4.4.3 effectgrootte

We gebruiken hiervoor de eerder geprogrammeerde functie `omegasq` (§15.3.7.3):

```
omegasq(m03, "region")      # [1] 0.1380875
```

```
## [1] 0.1380875
```

```
omegasq(m03, "sex")         # [1] 0.1291232
```

```
## [1] 0.1291232
```

```
omegasq(m03, "region:sex")  # [1] 0.01112131
```

```
## [1] 0.01112131
```

15.4.4.4 post-hoc toetsen

```r
TukeyHSD(x=m03, which="region")
```

```
## Warning in replications(paste("~", xx), data = mf): non-factors ignored:
## sex

## Warning in replications(paste("~", xx), data = mf): non-factors ignored:
## region, sex

##   Tukey multiple comparisons of means
##     95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = syldur ~ region * sex, data = talkers, subset = ok)
##
## $region
##             diff          lwr          upr     p adj
## N-M  0.016040000 -0.005674448  0.037754448 0.2195083
## S-M  0.007319474 -0.014678836  0.029317783 0.8175548
## W-M -0.017770000 -0.039484448  0.003944448 0.1466280
## S-N -0.008720526 -0.030718836  0.013277783 0.7248801
## W-N -0.033810000 -0.055524448 -0.012095552 0.0006238
## W-S -0.025089474 -0.047087783 -0.003091164 0.0190285
```

Chapter 16

Chi-kwadraat-toetsen

16.1 Inleiding

We zagen al eerder dat we niet altijd gebruik kunnen maken van een parametrische toets zoals de of variantie-analyse, omdat de verzamelde gegevens niet voldoen aan de aannames. Als de verzamelde gegevens niet op interval-niveau gemeten zijn (zie hoofdstuk 4), of als de kansverdeling van de gegevens verre van normaal is (zie §10.5), dan verdient een non-parametrische toets de voorkeur boven zo'n parametrische toets. Als de verzamelde gegevens wèl voldoen aan de aannames voor een parametrische toets, dan is een non-parametrische toets minder gevoelig (conservatiever) dan een parametrische toets, d.w.z. dat de non-parametrische toets een groter effect vereist en/of een grotere steekproef vereist, en in het algemeen minder power heeft dan een parametrische toets bij het opsporen van een effect (zie hoofdstuk 14).

In dit hoofdstuk bespreken we de meest gebruikte non-parametrische toets: de χ^2-toets.

16.2 χ^2-toets voor "goodness of fit" in enkele steekproef

Gegevens van het nominale meetniveau worden vaak geanalyseerd met de zgn. χ^2-toets (met de Griekse letter "chi"). Het aantal ogen op een dobbelsteen is een voorbeeld van een afhankelijke variabele van nominaal meetniveau: er is geen ordening tussen de zes zijden, en elke zijde van een dobbelsteen heeft een even grote kans om als bovenzijde te verschijnen. Stel, we gooien 60× met een dobbelsteen, en vinden de volgende frequenties van de zes mogelijke uitkomsten: $14, 9, 11, 10, 15, 1$. Dit is te beschouwen als een steekproef van $n = 60$ worpen uit een oneindige populatie van mogelijke worpen, en de hier gerapporteerde frequenties van uitkomsten zijn te beschouwen als een kruistabel van 1 rij en 6 kolommen (d.i. 6 cellen). Hoe groot is de kans op deze verdeling van uitkomsten? Is de dobbelsteen wel eerlijk?

De χ^2-toets is gebaseerd op de verschillen tussen de verwachte en geobserveerde frequenties. Volgens de nul-hypothese (de dobbelsteen is eerlijk) verwachten we 10 uitkomsten in iedere cel ($60/6 = 10$), m.a.w. de verwachte frequentie is identiek voor iedere cel (dat wordt een *uniforme* verdeling genoemd). De geobserveerde uitkomsten wijken af van de verwachte frequenties van uitkomsten, met name omdat de uitkomst "zes" nauwelijks voorkomt in deze steekproef. Dat zou natuurlijk ook toeval kunnen zijn. De χ^2-toets geeft aan hoe groot de kans is op deze "scheve" verdeling van uitkomsten (of een nog schevere verdeling), als H0 waar is. De verwachte uitkomsten worden dus afgeleid uit een verdeling van de uitkomsten volgens H0, en we onderzoeken hoe goed de geobserveerde uitkomsten passen bij de verwachte uitkomsten. Deze vorm van de wordt daarom ook aangeduid als een toets van de 'goodness of fit'.

Voor dit voorbeeld vinden we als uitkomst van de toetsing $\chi^2 = 12.44$ met 5 vrijheidsgraden (zie §13.2.1 voor uitleg over vrijheidsgraden), met $p = .0297$. We laten deze kanswaarde meestal door de computer uitrekenen, maar we kunnen die kans ook schatten via een tabel met kritieke χ^2-waarden, zie Bijlage D, en voetnoot [1]). Als H0 waar is, dan hebben we slechts 3% kans om deze uitslag te vinden (of een nog extremere verdeling van uitkomsten). Deze gevonden significantie p is kleiner dan $\alpha = .05$, en dus verwerpen we H0. We concluderen dat deze dobbelsteen niet eerlijk is: de gevonden verdeling van uitkomsten wijkt significant af van de verwachte verdeling volgens H0.

16.3 χ^2-toets voor homogeniteit van een variabele in meerdere steekproeven

De χ^2-toets is ook goed bruikbaar bij een onderzoeksontwerp met *een* nominale variabele, die we geobserveerd hebben in twee of meer steekproeven. De vraag is dan of de verdeling van de observaties over de categorieën gelijk is voor de verschillende steekproeven. Deze toets is vergelijkbaar met t-toets de voor twee onafhankelijke steekproeven (§13.6). De aantallen observaties vatten we dan doorgaans samen in een kruistabel met meerdere rijen voor de verschillende steekproeven, en meerdere kolommen voor de categorieën van de nominale afhankelijke variabele (zie ook tabel 11.3).

[1] De gevonden waarde $\chi^2 = 12.44$ ligt iets onder de kritieke waarde voor 5 d.f. en $p = .025$, (daar staat $(\chi^2)^* = 12.83$), dus de bijbehorende kans op deze waarde of een grotere waarde is iets groter dan 0.025.

De χ^2-toets is weer gebaseerd op de verschillen tussen de verwachte en geobserveerde frequenties. Volgens de nul-hypothese (er is géén verschil in verdeling tussen de twee steekproeven) zou de verdeling van observaties over de kolommen ongeveer gelijk moeten zijn voor alle rijen (en vice versa).

16.4 χ^2-toets voor verband tussen twee variabelen in enkele steekproef

Tenslotte is de χ^2-toets eveneens goed bruikbaar bij een onderzoeksontwerp met *twee* nominale variabelen, die we geobserveerd hebben in een enkele steekproef. De vraag is dan of de verdeling van observaties over categorieën van de tweede variabele gelijk is voor de verschillende categorieën van de eerste variabele (en vice versa). De aantallen observaties vatten we wederom samen in een kruistabel met meerdere rijen voor de categorieën van de eerste nominale variabele, en meerdere kolommen voor de categorieën van de tweede nominale variabele.

De χ^2-toets is ook hier gebaseerd op de verschillen tussen de verwachte en geobserveerde frequenties. Volgens de nul-hypothese (er is géén verband tussen de twee nominale variabelen) zou de verdeling van observaties over de rijen ongeveer gelijk moeten zijn voor alle kolommen, en vice versa. Dat betekent echter *niet* dat we voor alle cellen dezelfde frequentie verwachten. Dat wordt geïllusteerd in het volgende voorbeeld.

Voorbeeld 16.1: In de vroege ochtend van 15 april 1912 zonk de *Titanic* in de Atlantische Oceaan. Veel opvarenden verloren het leven. De opvarenden waren te onderscheiden in vier klassen (1st/2nd/3rd class passagiers, en crew). Was de uitkomst van de ramp (opvarende heeft de ramp niet of wel overleefd) ongeveer gelijk voor personen van deze vier klassen? De kruistabel 16.1 geeft de verdelingen van uitkomsten.

Table 16.1: Verdeling van opvarenden van de *Titanic* ($N = 2201$), naar klasse van overtocht en naar status als (niet/wel) overlevende. Gegevens ontleend aan dataset `Titanic` in R.

klasse	niet	wel	totaal
1st	122	203	325
2nd	167	118	285
3rd	528	178	706
crew	673	212	885
totaal	1490	711	2201

Bij de verwachte frequenties moeten we rekening houden met de verschillende aantallen opvarenden in de verschillende klassen, en met de ongelijke verdeling van uitkomsten (1490 niet-overlevenden en 711 wel-overlevenden). Als er geen verband zou zijn tussen de klasse en de overlevingsstatus, dan zouden we voor de eerste-klasse-passagiers verwachten dat er 220 niet-overlevenden zouden zijn $[(1490/2201) \times 325 = (325 \times 1490)/2201 = 220]$ en 105 wel-overlevenden $[(711/2201) \times 325 = (325 \times 711)/2201 = 105]$. Op deze manier kunnen we de verwachte frequenties voor iedere cel bepalen, rekening houdend met de randtotalen. Met behulp van die verwachte frequenties berekenen we dan $\chi^2 = 190.4$, hier met 3 d.f., $p < .001$. De gevonden significantie p is kleiner dan $\alpha = .001$, en dus verwerpen we H0. We concluderen dat de uitkomst van de scheepsramp (wel/niet overlevende) *ongelijk* verdeeld was voor de vier klassen van opvarenden van de *Titanic*.

Voor de analyse van kruistabellen bestaande uit precies 2×2 cellen is de Phi coefficiënt een bruikbaar alternatief (zie §11.6).

Herlees en onthoud de waarschuwingen over correlatie en causaliteit (§11.7) — die zijn ook hier van toepassing.

16.5 aannames

De vereist drie aannames (assumpties) waaraan voldaan moet zijn, om de toets te mogen gebruiken.

- De gegevens moeten gemeten zijn op nominaal niveau, of moeten zijn versimpeld tot nominaal niveau (zie hoofdstuk 4).
- Alle observaties moeten onafhankelijk van elkaar zijn, en gebaseerd op (een) aselecte steekproe(f/ven) uit de populatie(s) (zie §7.3), of op aselecte toewijzing van de elementen uit een steekproef aan onderzoekscondities (randomisatie, zie §5.4, punt 5). Ieder element uit de steekproef mag dus maar één observatie aan één cel bijdragen[2].
- De steekproef is zodanig groot dat de verwachte frequentie (E) voor elke cel tenminste 5 is. Als de verwachte frequentie(s) in één of meerdere cellen minder dan 5 is/zijn, reduceer dan het aantal cellen door aangrenzende cellen samen te voegen, en de verwachte frequenties opnieuw te bepalen.

[2] Als de observaties van één variabele niet onafhankelijk maar gepaard zijn (bijv. voor/na behandeling, wel/niet geslaagd, enz), dan biedt de McNemar test een bruikbaar alternatief.

16.6 formule

De toetsingsgrootheid χ^2 is gedefinieerd als

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} \tag{16.1}$$

waarbij O en E de geobserveerde (Observed) en verwachte (Expected) aantallen observaties aangeven voor iedere cel van de frequentietabel (Ferguson and Takane, 1989). De verwachte aantallen kunnen ook gebroken getallen zijn (bijv. 45/6 voor de 6 mogelijke uitkomsten van een eerlijke dobbelsteen, als we 45× gooien). Naarmate het verschil $(O - E)$ in een of meerdere cellen groter is, zal χ^2 ook groter zijn. Door het kwadrateren is de toetsingsgrootheid χ^2 altijd nul of positief, en nooit negatief (Ferguson and Takane, 1989).

De kansverdeling van de toetsingsgrootheid χ^2 wordt bepaald door het aantal vrijheidsgraden (zie §13.2.1 voor uitleg van dit concept). Bij een χ^2-toets met één nominale variabele ("goodness of fit") is het aantal vrijheidsgraden gelijk aan het aantal cellen minus 1. Bij een χ^2-toets met meerdere steekproeven (homogeniteit) en/of met twee variabelen (verband), met respectievelijk k en m categorieën, is het aantal vrijheidsgraden gelijk aan $(k - 1) \times (m - 1)$.

16.7 SPSS

16.7.1 goodness of fit: voorbereiding

Als we een nominale variabele willen onderzoeken, dan moet die uiteraard als kolom in het SPSS databestand zijn aangemerkt. Iedere observatie vormt een aparte regel in het databestand, en de nominale afhankelijke variabele is een kolom in het databestand.

Soms beschikken we niet over de afzonderlijke observaties (regels) maar wel over de tabel van aantallen observaties per categorie van de nominale variabele. We kunnen daarmee ook verder werken. Stel je voor dat we twee kolommen hebben, genaamd `uitkomst` en `aantal`, als volgt (zie §16.2):

```
uitkomst aantal
 1         14
 2          9
 3         11
 4         10
 5         15
 6          1
```

Vervolgens moet iedere cel (regel) een gewicht krijgen dat even groot is als het `aantal` observaties, dat hier genoemd is in de tweede kolom: de eerste cel (regel) weegt 14× mee, de tweede cel (regel) weegt 9× mee, enz. Met deze truc hoeven we niet $N = 60$ regels in te vullen (voor elke observatie een regel), maar slechts 6 regels (voor elke cel een regel).

```
Data > Weigh Cases...
```

Kies `Weigh cases by...` en selecteer de variabele `aantal` in invulveld. Bevestig met `OK`.

16.7.2 goodness of fit: toetsing

```
Analyze > Nonparametric tests > Legacy Dialogs > Chi-square...
```

Selecteer de variabelen `uitkomst` (in "Test variable list" paneel) en geef aan dat we *gelijke* aantallen observaties verwachten in elke cel. (Het is ook mogelijk om hier andere verwachte frequenties in te voeren, als er volgens H0 andere, ongelijke frequenties verwacht worden.) Bevestig met `OK`.

16.7.3 kruistabellen: voorbereiding

Als we twee nominale variabelen willen onderzoeken, dan moeten die allebei als kolommen in het SPSS databestand zijn aangemerkt. Iedere observatie vormt een aparte regel in het databestand, en de nominale variabelen zijn kolommen in het databestand. Voor het voorbeeld 16.1 hierboven zouden we dan een "lang" databestand gebruiken dat bestaat uit $N = 2201$ regels, voor elke opvarende een aparte regel, met tenminste twee kolommen, voor `klasse` en `overlevende`.

Soms beschikken we niet over de afzonderlijke observaties (regels) maar wel over de kruistabel van aantallen observaties voor iedere combinatie van categorieën van de de nominale variabelen. We kunnen daarmee ook verder werken. Stel je voor dat we drie kolommen hebben, genaamd `klasse`, `overlevende` en `aantal`, als volgt:

```
klasse overlevende aantal
1st     niet       122
1st     wel        203
2nd     niet       167
2nd     wel        118
3rd     niet       528
3rd     wel        178
crew    niet       673
crew    wel        212
```

Vervolgens moet iedere cel (regel) een gewicht krijgen dat even groot is als het `aantal` observaties, dat genoemd is in de derde kolom: de eerste cel (regel) weegt 122× mee, de tweede cel (regel) weegt 203× mee, enz. Met deze truc hoeven we niet $N = 2201$ regels in te vullen (voor elke observatie een regel), maar slechts 8 regels (voor elke cel een regel).

```
Data > Weigh Cases...
```

Kies `Weigh cases by...` en selecteer de variabele `aantal` in invulveld. Bevestig met `OK`.

16.7.4 kruistabellen: toetsing

De toetsing verloopt op dezelfde wijze als beschreven in §11.6 voor de samenhang tussen twee nominale variabelen.

```
Analyze > Descriptives > Crosstabs...
```

Selecteer de variabelen `klasse` (in "Rows" paneel) en `overlevende` (in "Columns" paneel) voor kruistabel 16.1.
Kies `Statistics…` en vink de optie `Chi-square` aan. Bevestig eerst met `Continue` en daarna nogmaals met `OK`.

16.8 R

16.8.1 goodness of fit: toetsing

```r
chisq.test( c( 14, 9, 11, 10, 15, 1 ) ) # dobbelsteen §16.1
```

```
##
##  Chi-squared test for given probabilities
##
## data:  c(14, 9, 11, 10, 15, 1)
## X-squared = 12.4, df = 5, p-value = 0.0297
```

16.8.2 kruistabellen: voorbereiding en toetsing

In R is de dataset `Titanic` gegeven als een multidimensionele matrix. We tellen de observaties op en maken een kruistabel van de eerste dimensie (klasse) en de vierde dimensie (uitkomst).

```
apply( Titanic, c(1,4), sum ) -> Titanic.klasseuitkomst
```

Vervolgens gebruiken we deze kruistabel weer als invoer voor een `chisq.test`.

```
chisq.test( Titanic.klasseuitkomst )  # p<.0001
```

```
##
##  Pearson's Chi-squared test
##
## data:  Titanic.klasseuitkomst
## X-squared = 190.4, df = 3, p-value < 2.2e-16
```

16.9 Effectgrootte: odds ratio

Bij het gebruik van de χ^2-toets kan de effectgrootte worden gerapporteerd in de vorm van de zgn. "odds ratio". De 'odds ratio' wordt afgeleid van de kruistabel met frequenties per cel. We leggen een en ander uit aan de hand van het volgende voorbeeld.

Voorbeeld 16.2: Doll and Hill (1956) onderzochten de relatie tussen roken en longkanker. Eerst enqueteerden zij alle Britse artsen over hun leeftijd en rookgedrag. Vervolgens hielden deze onderzoekers jarenlang de overlijdensberichten en de doodsoorzaak bij van alle geënqueteerden. De eerste uitkomsten, na ruim vier jaar, zijn samengevat in tabel 16.2.

Table 16.2: Kruistabel van $N = 24354$ Britse artsen van 35 jaar en ouder bij de eerste enquete, onderverdeeld naar rookgedrag (rijen: wel/niet rokend resp. gerookt hebbend) en naar sterfte door longkanker in de afgelopen 4 jaar (kolommen), met letter-aanduiding voor de aantallen observaties.

rokend	niet longkanker		wel longkanker		totaal	
niet (0)	3092	(A)	1	(B)	3093	(A+B)
wel (1)	21178	(C)	83	(D)	21261	(C+D)
totaal	24270	(A+C)	84	(B+D)	24354	(A+B+C+D)

Op de gebruikelijke wijze vinden we $\chi^2 = 10.35$, df=1, $p < .01$. We concluderen dat er een verband is tussen rookgedrag en de sterfte door longkanker.

Voor de effectgrootte berekenen we eerst de 'odds' van sterfte door longkanker voor de rokers: D/C= 83/21178 = 0.00392. Onder de rokers staan er 83 sterfgevallen-door-longkanker tegenover 21178 niet-sterfgevallen-door-longkanker (de 'odds' om te overlijden aan longkanker zijn 1 op de 0.00392). Voor de niet-rokers: B/A= 1/3092 = 0.00032 (de 'odds' zijn 1 op de 0.00032).

De *verhouding* van deze beide 'odds' voor de beide groepen noemen we de 'odds ratio' (afgekort OR). In dit voorbeeld vinden we (D/C) / (B/A) = AD/BC = $(3092 \times 83)/(1 \times 2178) = (0.00392)/(0.00032) = 12.1$. De 'odds' om te sterven aan longkanker zijn dus ruim 12× zo groot voor de rokers dan voor de niet-rokers. We rapporteren dat als volgt:

> Doll and Hill (1956) vonden een significant verband tussen rookgedrag en sterfte door longkanker, $\chi^2(1) = 10.35, p < .01, \mathrm{OR} = 12.1$. De 'odds' om te overlijden door longkanker bleken ruim 12× zo groot voor rokers als voor niet-rokers.

Chapter 17

Andere nonparametrische toetsen

17.1 Inleiding

In dit hoofdstuk bespreken we verschillende andere non-parametrische toetsen. Deze toetsen zijn bruikbaar indien de gegevens niet op interval-niveau gemeten zijn (zie hoofdstuk 4), of als de kansverdeling van de gegevens afwijkt van de normaalverdeling (zie §10.5). De non-parametrische toetsen doen geen aannames over de parameters van de kansverdeling van de gegevens.

We zagen al eerder dat er non-parametrische correlatie-coëffienten bestaan, nl. de Spearman rangorde-correlatiecoëfficient (§11.5) en de (nominale) Phi-correlatiecoëfficient (§11.6). In het vorige hoofdstuk bespraken we een veelgebruikte non-parametrische toets, de χ^2-toets. We gaan hieronder in op een aantal andere veelgebruikte non-parametrische toetsen. We bespreken die in twee groepen: eerst voor voor gepaarde waarnemingen, en daarna voor ongepaarde waarnemingen uit meerdere steekproeven. Binnen elke paragraaf bespreken we eerst de toetsen die informatie gebruiken van nominaal niveau (tekentoetsen en aanverwanten) en daarna de toetsen die informatie gebruiken van ordinaal niveau, d.w.z. die gebaseerd zijn op de rangorde van de observaties.

17.2 Gepaarde observaties, enkele steekproef

17.2.1 Tekentoets

Een handige toets voor gepaarde observaties is de zgn. tekentoets (Eng: 'sign test'). Deze toets is te beschouwen als een non-parametrische, nominale tegenhanger van de t-toets voor gepaarde waarnemingen (§13.7).

We kijken in deze toets alleen naar het *teken* (positief of negatief) van het *verschil* D tussen de twee gepaarde waarnemingen. Laten we weer het voorbeeld nemen van een denkbeeldig onderzoek naar webpagina's met U of *je* als aanspreekvorm, met $N = 10$ respondenten. In Tabel 13.1 zagen we dat alle 10 respondenten de voorkeur gaven aan *je*: de verschilvariabele D was 10× negatief en 0× positief, of anders gezegd, alle uitkomsten van D waren negatief.

Met de tekentoets kijken we hoe waarschijnlijk deze verdeling van positieve en negatieve waarden van D is, als H0 waar zou zijn. Volgens H0 verwachten we $N/2$ positieve en $N/2$ negatieve verschillen; volgens H0 is de kans op een positief teken van D (de kans op een treffer) dus $p = 1/2$. We bepalen nu de kans op deze gevonden uitkomst (0 treffers) gegeven H0, en we gebruiken daarvoor de binomiale kansverdeling (§10.2):

$$P(0\,\text{treffers}) = \binom{10}{0}(0.5)^0(1-0.5)^{10-0} = (1)(1)(0.000976) < 0.001 \qquad (17.1)$$

De kans op deze uitkomst volgens H0 is dermate klein dat we in het licht van deze uitkomst besluiten om H0 te verwerpen, en we rapporteren dat als volgt:

> De $N = 10$ respondenten geven unaniem een lager oordeel aan de webpagina met U als aanspreekvorm dan aan de vergelijkbare pagina met *je* als aanspreekvorm; dit is een significant verschil (tekentoets, $p < .001$).

17.2.2 Wilcoxon signed-ranks test

De Wilcoxon signed-ranks test is te beschouwen als een non-parametrische, ordinale tegenhanger van de t-toets voor gepaarde waarnemingen (§13.7).

Deze toets maakt gebruik van de *rangorde* van het verschil D tussen de twee gepaarde waarnemingen. We gebruiken nogmaals het voorbeeld van het denkbeeldige onderzoek naar de webpagina's met U of *je* als aanspreekvorm (Tabel 13.1), maar nu kijken we naar de *rangorde* van de verschillen D (rekening houdend met gelijke verschillen bij meerdere proefpersonen), en geven daarbij het teken (positief of negatief) van het verschil D:

$$-2, -2, -7.5, -5, -7.5, -5, -10, -7.5, -5, -2$$

De som van de positieve rangnummers is $W_+ = 0$ (er zijn geen positieve rangnummers) en de som van de negatieve rangnummers $W_- = -53.5$, en daarmee $|W_-| = 53.5$. De kleinste van deze twee sommen (W_+ of $|W_-|$) vormt de toetsingsgrootheid; we gebruiken hier $|W_-|$. We gaan hier niet in op de kansverdeling van de toetsingsgrootheid, maar we laten de significantie door de computer bepalen: $P(|W_-|) = .0055$. De kans op deze uitkomst volgens H0 is dermate klein dat we in het licht van deze uitkomst wederom besluiten om H0 te verwerpen.

De (ordinale) Wilcoxon signed-ranks test maakt gebruik van meer informatie dan de (nominale) tekentoets. Als een effect significant is volgens de tekentoets, zoals in dit voorbeeld, dan is het ook altijd significant volgens de Wilcoxon signed-ranks test. Als een effect significant is in de Wilcoxon signed-ranks test, dan is het ook altijd significant volgens de t-toets. Dat heeft te maken met het meetniveau: de tekentoets beschouwt alleen het (nominale) *teken* van de verschillen, de Wilcoxon signed-rank is gebaseerd op de (ordinale) *rangschikking* van de verschillen, en de t-toets is gebaseerd op de (interval) *omvang* van de verschillen.

17.2.2.1 formules

We berekenen niet alleen W_+ (of $|W_-|$) op de hierboven aangegeven wijze, maar ook de bijbehorende waarde van z (Ferguson and Takane, 1989):

$$z = \frac{W_+ - \frac{N(N+1)}{4}}{\sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}} \tag{17.2}$$

Daarmee kunnen we de effectgrootte uitrekenen, in de vorm van een correlatie (Rosenthal, 1991, Eq.2.18):

$$r = \frac{z}{\sqrt{N}} \tag{17.3}$$

Voor het bovenstaande voorbeeld vinden we $z = -2.803$, en $r = -.89$, hetgeen wijst op een buitengewoon groot effect.

17.3 Onafhankelijke observaties, meerdere steekproeven

17.3.1 Mediaantoets

De mediaantoets (Eng. ‘median test’) is te beschouwen als een non-parametrische, nominale tegenhanger van de t-toets voor ongepaarde, onafhankelijke waarnemingen. Het is eigenlijk een tekentoets (zie §17.2.1), waarbij we toetsen of de verdeling van observaties boven/onder hun *gezamenlijke* mediaan (zie §9.3.2 voor uitleg over de mediaan) afwijkt van de verwachte verdeling volgens H0. De nulhypothese H0 is dat de verdelingen van de twee steekproeven niet van elkaar verschillen, en dat in beide steekproeven dus ongeveer de helft van de observaties boven de gezamenlijke mediaan ligt, en de andere helft er onder.

17.3.2 Wilcoxon rank sum test, ofwel Mann-Whitney U test

De Wilcoxon rank sum test is equivalent aan de Mann-Whitney U test. Beide zijn de beschouwen als non-parametrische, ordinale tegenhangers van de t-toets voor ongepaarde, onafhankelijke waarnemingen (§13.6).

Stel je voor dat we willen onderzoeken of sommige tekstkenmerken van invloed zijn op de subjectieve waardering van de tekst. Een onderzoekster trekt daartoe een aselecte steekproef van proefpersonen uit de populatie (zie §7.3), en wijst deze proefpersonen op aselecte wijze toe aan twee onderzoekscondities (randomisatie, zie §5.4, punt 5). In de eerste conditie moeten de proefpersonen een oordeel geven over de originele versie van een tekst. In de tweede conditie geven de proefpersonen een oordeel over de herschreven versie van dezelfde tekst. Hoe hoger de score die gegeven wordt, hoe hoger de waardering voor de tekst. Eén van de proefpersonen moest helaas het onderzoek voortijdig staken. De oordelen van de overige 19 proefpersonen staan in Tabel 17.1. Op grond van de aselecte steekproef en de aselecte toewijzing van proefpersonen aan condities zijn de oordelen te beschouwen als afkomstig van twee verschillende aselecte steekproeven. De nulhypothese luidt dat er geen verschil bestaat in waardering tussen de twee condities.

Table 17.1: Oordelen van $N = 19$ proefpersonen over de originele en herschreven versies van een tekst.

Conditie										
Origineel	10	17	35	2	19	4	18	28	24	–
Herschreven	15	22	8	48	29	25	27	39	31	36

De Wilcoxon rank sum test is gebaseerd op de *rangorde* van de observaties. Iedere observatie wordt vervangen door het rangnummer van die observatie, genomen over de twee condities tezamen. De laagste of kleinste waarde krijgt rangnummer 1. De som van de rangnummers van de kleinste groep (hier: van de originele conditie) duiden we aan als W_1. De kansverdeling van W onder H0 is bekend (exact voor kleine n_1 en n_2, en bij benadering voor grotere steekproeven). Daarmee kunnen we de kans bepalen om de gevonden waarde van W_1 aan te treffen, of een meer extreme waarde, indien H0 waar is.

Eerder zagen we dat de t-toets voor ongepaarde waarnemingen (§13.6) onderzoekt of de *gemiddelden* verschillend zijn voor twee steekproeven. Analoog daaraan onderzoekt de Wilcoxon rank sum test (en de Mann-Whitney U test) of de *medianen* verschillend zijn voor de twee steekproeven. De toets is dus robuuster voor uitbijters — als we het hoogste oordeel (48) zouden vervangen door een nog veel hoger oordeel (zeg 480), dan heeft dat geen invloed op de mediaan van die groep, en het heeft evenmin invloed op de toetsingsgrootheid of op de significantie daarvan.

Voor ons voorbeeld vinden we dat de lagere rangnummers relatief vaak voorkomen bij de eerste conditie (originele versie), d.w.z. dat de tekst in deze conditie lager werd beoordeeld. De som van de rangnummers voor deze kleinste conditie is de toetsingsgrootheid $W_1 = 67$. In sommige versies van de toets[1] wordt deze ruwe som gebruikt om de significantie te berekenen. In andere versies van de toets[2] wordt deze ruwe som eerst gecorrigeerd voor de minimale waarde van W_1 (zie de formules hieronder): de toetsingsgrootheid wordt dan $U = W_1 - \min(W_1) = 67 - 45 = 22$. Daarna wordt de significantie van $W_1 = 67$ of van $U = 22$ berekend. We vinden dat $p = .0653$. Als we tweezijdig toetsen (H0: oordelen in conditie 2 zijn niet hoger en niet lager dan in conditie 1) met $\alpha = .05$ dan is er geen reden om H0 te verwerpen[3].

17.3.2.1 formules

Voor de sommen van rangnummers geldt dat
$W_1 + W_2 = (n_1 + n_2)(n_1 + n_2 + 1)/2$.

Als in de kleinste (eerste) conditie alle laagste rangnummers zitten (d.w.z. alle laagste oordelen), dan heeft W_1 de minimale waarde van $n_1(n_1 + 1)/2$. Als in deze conditie alle hoogste rangnummers zitten (d.w.z. alle hoogste oordelen) dan heeft W_1 de maximale waarde van $n_1(n_1 + n_2 + 1)/2$. W_1 (en het minimum en maximum ervan) kan alleen gehele waarden aannemen.

Het is handig om niet alleen W_1 of U uit te rekenen, maar ook de bijbehorende waarde van z (Ferguson and Takane, 1989):

$$\bar{W_1} = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} \tag{17.4}$$

$$z = \frac{|W_1 - \bar{W_1}| - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} \tag{17.5}$$

[1] Wilcoxon rank sum test in SPSS.

[2] Mann-Whitney test in SPSS en in R, en Wilcoxon rank sum test in R.

[3] Als we tweezijdig toetsen met $\alpha = .10$, dan zouden we H0 wel kunnen verwerpen. Als we eenzijdig toetsen (H0: oordelen in conditie 2 zijn niet hoger dan in conditie 1), dan mogen we de berekende p halveren, omdat die berekende p uitgaat van tweezijdige toetsing. We zouden dan dus vinden $p = .0653/2 = .0326$, en omdat deze kans kleiner is dan $\alpha = .05$ zouden we dan wel H0 kunnen verwerpen.

Daarmee bepalen we wederom de effectgrootte volgens vergelijking (17.3). Voor het bovenstaande voorbeeld vinden we zo $\bar{W_1} = 22.5$, $z = 1.837$, en $r = .42$, hetgeen wijst op een 'medium' effect. Dat dit aanzienlijke effect toch niet leidt tot een significant verschil (bij tweezijdige toetsing) is vermoedelijk een gevolg van de (te) kleine omvang van de twee groepen.

17.3.3 Kruskall-Wallis H test

De Kruskall-Wallis H test is te beschouwen als een uitbreiding van de Wilcoxon rank sum test (zie §(sec:wilcoxon-rank-sum) hierboven), voor $k \geq 2$ onafhankelijke steekproeven of groepen. De toets is ook bruikbaar om $k = 2$ groepen te vergelijken; dan is de toets geheel equivalent aan de Wilcoxon rank sum test hierboven. De Kruskall-Wallis H test is te beschouwen als de non-parametrische, ordinale tegenhanger van een een-wegs variantie-analyse (zie §15.3.1). Losjes gezegd: we voeren een soort variantie-analyse uit, niet op de observaties zelf, maar op de rangnummers van de observaties. We berekenen als toetsingsgrootheid H, op basis van de rangnummers van de observaties in de k verschillende groepen.

17.3.3.1 formule

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum^{k} (\frac{R_j^2}{n_j}) - 3(N+1) \tag{17.6}$$

waarbij R_j verwijst naar de *som* van de rangnummers van de observaties in groep j, en n_j naar de omvang van groep j. (Gemakshalve laten we hier 'knopen' buiten beschouwing, dat zijn gevallen waarin dezelfde waarde en rangnummer voorkomt in meerdere groepen.)

De toetsingsgrootheid H heeft een kansverdeling die lijkt op die van χ^2, met $k-1$ vrijheidsgraden. De significantie van de toetsingsgrootheid H wordt dus bepaald via de kansverdeling van χ^2 (zie Bijlage D). Die benadering via χ^2 werkt echter alleen indien $k \geq 3$ en $n_j \geq 5$ voor de kleinste groep (Ferguson and Takane, 1989); indien $k = 2$ of $n_j < 5$ dan wordt de kans $P(H)$ exact berekend.

Appendix A

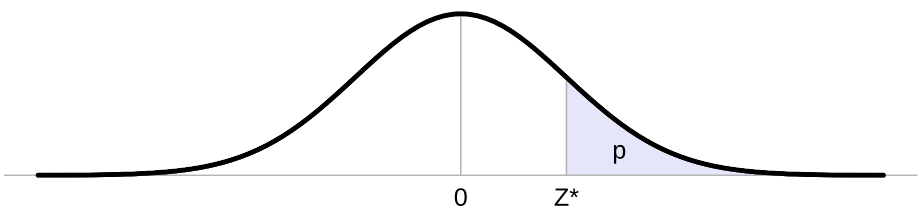
Willekeurige getallen

Table A.1: Onderstaande tabel bevat 200 willekeurige getallen tussen 0 en 9999.

2836	264	6789	1483	3459	9200	4996	3761	699	5622
1943	6034	8838	1349	8750	3181	8799	4525	6536	5111
7259	8030	5709	8334	3526	2768	6296	8335	6350	6192
570	8266	9050	7771	3	7983	1871	3927	5549	1487
1241	2273	505	8816	4786	533	9347	888	3728	4135
6688	9456	2880	4616	7698	2955	9597	9188	8932	5605
1325	1294	8001	1814	5020	9470	8702	4083	6452	2863
6196	5085	9961	5306	1660	1809	8405	2019	2710	1368
1577	5112	874	6909	4126	8473	2065	1511	4778	4440
5778	1207	3337	1888	1420	6917	4160	2682	5263	5926
6635	1887	8836	2940	2404	7017	3119	3699	2529	8663
6813	5759	3314	6929	5238	6008	5900	8485	5938	5642
5208	2391	8324	6888	9449	2577	7859	176	1650	8389
5446	4412	9857	9535	2794	7883	4119	6439	8082	7918
2984	2126	9506	2188	9762	9775	4213	7624	4520	1086
371	4559	12	718	8403	8150	6533	3741	6279	8546
4669	1053	3343	4889	9088	9188	8093	9496	8806	923
4070	3408	8102	3012	9706	771	8296	3094	148	7244
4867	6267	1225	6539	7958	7217	7833	728	1610	5284
4665	1912	5320	8563	1365	3834	1818	7791	7704	2460

Appendix B

Standaard-normale kansverdeling



De hieronder gegeven kritieke grenswaarde Z^* heeft een overschrijdingskans p onder H_0, d.w.z. $P(Z \geq Z^*|H_0) = p$ (blauwe oppervlakte), en heeft kans B op een waarde tussen $(-Z^*, +Z^*)$. De Z-verdeling is symmetrisch rond $Z = 0$, dus $P(Z < -Z^*) = P(Z > Z^*)$.

De eerste tabel geeft de kritieke grenswaarden Z^* voor veel gebruikte overschrijdingskansen p en betrouwbaarheidsintervallen B:

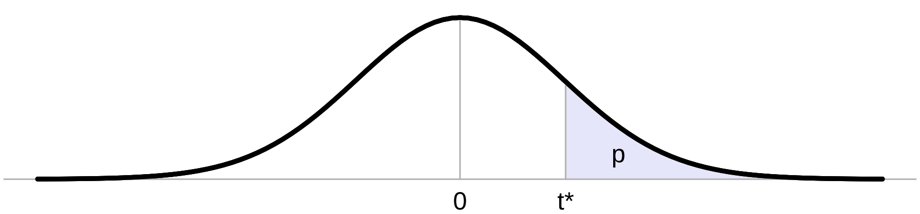
p	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
B	60%	80%	90%	95%	98%	99%	99.5%	99.8%
Z*	0.8416	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090

De tweede tabel geeft overschrijdingskansen p en betrouwbaarheidsintervallen B voor afgeronde kritieke grenswaarden Z^*:

p	0.3085	0.1587	0.0668	0.0228	0.0062	0.0013	0.0002
B	38.29%	68.27%	86.64%	95.45%	98.76%	99.73%	99.95%
Z*	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5

Appendix C

Kritieke waarden van t-verdeling



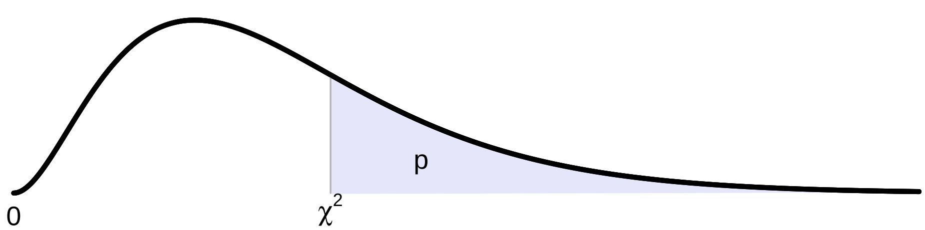
De hieronder gegeven kritieke grenswaarde t^* heeft een overschrijdingskans p onder H_0, d.w.z. $P(t \geq t^*|H_0) = p$, en heeft kans B op een waarde tussen $(-t^*, +t^*)$. De t-verdeling is symmetrisch rond $t = 0$, dus $P(t < -t^*) = P(t > t^*)$.

De tabel hieronder geeft de kritieke grenswaarden t^* voor veel gebruikte overschrijdingskansen p en betrouwbaarheidsintervallen B, voor de vrijheidsgraden aangegeven in de eerste kolom.

	p	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
	B	60%	80%	90%	95%	98%	99%	99.5%	99.8%
1		1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.321	318.309
2		1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.327
3		0.9785	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.215
4		0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173
5		0.9195	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893
6		0.9057	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208
7		0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785
8		0.8889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501
9		0.8834	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297
10		0.8791	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144
11		0.8755	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025
12		0.8726	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930
13		0.8702	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852
14		0.8681	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787
15		0.8662	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733
16		0.8647	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686
17		0.8633	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646
18		0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610
19		0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579
20		0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552
21		0.8591	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527
22		0.8583	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505
23		0.8575	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485
24		0.8569	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467
25		0.8562	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450
30		0.8538	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385
40		0.8507	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307
50		0.8489	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.261
100		0.8452	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.174
200		0.8434	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	2.839	3.131
400		0.8425	1.284	1.649	1.966	2.336	2.588	2.823	3.111
∞		0.8416	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090

Appendix D

Kritieke waarden van χ^2-verdeling



De hieronder gegeven kritieke grenswaarde $(\chi^2)^*$ heeft een overschrijdingskans p onder H_0, d.w.z. $P(\chi^2 \geq (\chi^2)^* | H_0) = p$.

De tabel hieronder geeft de kritieke grenswaarden $(\chi^2)^*$ voor veel gebruikte overschrijdingskansen p, voor de vrijheidsgraden aangegeven in de eerste kolom.

p	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
1	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	9.14	10.83
2	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	11.98	13.82
3	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	14.32	16.27
4	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	16.42	18.47
5	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	18.39	20.52
6	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	20.25	22.46
7	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	22.04	24.32
8	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	23.77	26.12
9	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	25.46	27.88
10	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	27.11	29.59
11	14.63	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	28.73	31.26
12	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	30.32	32.91
13	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	31.88	34.53
14	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	33.43	36.12
15	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	34.95	37.70
16	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	36.46	39.25
17	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	37.95	40.79
18	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	39.42	42.31
19	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	40.88	43.82
20	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	42.34	45.31
21	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	43.78	46.80
22	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	45.20	48.27
23	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	46.62	49.73
24	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	48.03	51.18
25	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	49.44	52.62
30	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	56.33	59.70
40	47.27	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77	69.70	73.40
50	58.16	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49	82.66	86.66
100	111.67	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17	144.29	149.45
200	216.61	226.02	233.99	241.06	249.45	255.26	260.74	267.54
400	423.59	436.65	447.63	457.31	468.72	476.61	483.99	493.13

Bibliography

(2015). Alex Foundation.

American Psychological Association (2010). *Publication Manual of the American Psychological Association*. American Psychological Association, Washington, D.C., 6th edition.

Andersson, I., Gaudin, J., Graca, A., Holm, K., Öhlin, L., Marklund, U., and Ericsson, A. (2011). Productive vocabulary size development in children aged 18-24 months: Gender differences. *KTH Speech, Music and Hearing: Quarterly Progress and Status Report*, 51(1).

Ayres, J., Hopf, T., and Will, A. (2000). Are reductions in CA an experimental artifact? A Solomon four-group answer. *Communication Quarterly*, 48(1):19–26.

Bhargava, S. and Pathania, V. (2013). Driving under the (cellular) influence. *American Economic Journal: Economic Policy*, 5(3):92–125.

Boswall, J. (z.j.). Alex, the talking parrot.

Chen, L.-T. and Peng, C.-Y. J. (2015). The sensitivity of three methods to nonnormality and unequal variances in interval estimation of effect sizes. *Behavior Research Methods*, 47(1):107–126.

Cochran, W. (1977). *Sampling Techniques*. Wiley, New York, 3e edition.

Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, N.J., 2e edition.

Cortina, J. M. (1993). What is coefficient alpha? An examination of theory and applications. *Journal of Applied Psychology*, 78(1):98–104.

Cumming, G. (2012). *Understanding The New Statistics*. Routledge, New York.

De Groot, A. (1961). *Methodologie: Grondslagen van onderzoek en denken in de gedragswetenschappen*. Mouton, 's-Gravenhage.

De Jong, N. H., Groenhout, R., Schoonen, R., and Hulstijn, J. H. (2015). Second language fluency: Speaking style or proficiency? Correcting measures of second language fluency for first language behavior. *Applied Psycholinguistics*, 36(2):223–243.

Deutsch, D. (2006). The enigma of absolute pitch. *Acoustics Today*, 2:11–19.

Dingemanse, M., Torreira, F., and Enfield, N. (2013). Is "huh?" a universal word? conversational infrastructure and the convergent evolution of linguistic items. *PLOS One*, 8(11):e78273.

Doblhammer, G. (1999). Longevity and month of birth: Evidence from Austria and Denmark. *Demographic Research*, 1(3).

Doll, R. and Hill, A. B. (1956). Lung cancer and other causes of death in relation to smoking: A second report on the mortality of British doctors. *British Medical Journal*, pages 1071–1081.

Donald, D. (1983). The use and value of illustrations as contextual information for readers at different progress and developmental levels. *British Journal of Educational Psychology*, 53(2):175–185.

Drake, C. and Ben El Heni, J. (2003). Synchronizing with music: Intercultural differences. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 999(1):429–437.

Ferguson, G. A. and Takane, Y. (1989). *Statistical Analysis in Psychology and Education*. McGraw-Hill, New York, 6e edition.

Gelman, A. and Hill, J. (2007). *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*. Cambridge University Press, Cambridge.

Gliner, J. A., Morgan, G. A., and Harmon, R. J. (2001). Measurement reliability. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 40(4):486–488.

Henrich, J., Heine, S. J., and Norenzayan, A. (2010). The weirdest people in the world? *Behavioral and Brain Sciences*, 33(2-3):61–83.

Houtkoop-Steenstra, H. (1991). Hoe een gesloten vraag toch open kan zijn. *Tijdschrift voor Taalbeheersing*, 13(3):185–196.

Hume, D. (1739). *A Treatise on Human Nature*.

Johnson, E. K. and Zamuner, T. (2010). *Using infant and toddler testing methods in language acquisition research*, chapter 4, pages 73–93. John Benjamins, Amsterdam.

Karp, J. A. and Brockington, D. (2005). Social desirability and response validity: A comparative analysis of overreporting voter turnout in five countries. *Journal of Politics*, 67(3):825–840.

Kerlinger, F. N. and Lee, H. B. (2000). *Foundations of Behavioral Research*. Harcourt College Publishers, Fort Worth, 4th edition.

Koring, L., Mak, P., and Reuland, E. (2012). The time course of argument reactivation revealed: Using the visual world paradigm. *Cognition*, 123(3):361–379.

Lata-Caneda, M., Piñeiro-Temprano, M., García-Fraga, I., García-Armesto, I., Barrueco-Egido, J., and Meijide-Failde, R. (2009). Spanish adaptation of the stroke and aphasia quality of life scale-39 (SAQOL-39). *European Journal of Physical and Rehabilitation Medicine*, 45(3):379–384.

Lev-Ari, S. and Keysar, B. (2010). Why don't we believe non-native speakers? The influence of accent on credibility. *Journal of Experimental Social Psychology*, 46(6):1093–1096.

Levin, I. P. (1999). *Relating Statistics and Experimental Design: An introduction*. Sage University Papers Series on Quantitative Applications in the Social Sciences; 07-125. Sage, Thousand Oaks, CA.

Luyckx, K., Kloots, H., Coussé, E., and Gillis, S. (2007). *Klankfrequenties in het Nederlands*. Academia Press.

MacFarlane, J. (2020). *Pandoc: a universal document converter*.

Maxwell, S. E. and Delaney, H. D. (2004). *Designing Experiments and Analyzing Data: A model comparison perspective*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ, 2nd edition.

McGraw, K. O. and Wong, S. P. (1992). A common language effect size statistic. *Psychological Bulletin*, 111(2):361–365.

Morton, A. (2003). *A Guide through the Theory of Knowledge*. Blackwell, Malden, MA, 3e edition.

Nakagawa, S. and Cuthill, I. C. (2007). Effect size, confidence interval and statistical significance: a practical guide for biologists. *Biological Reviews*, 82(4):591–605.

Office of Research Integrity (2012). Responsible conduct of research training.

Olejnik, S. and Algina, J. (2003). Generalized eta and omega squared statistics: Measures of effect size for some common research designs. *Psychological Methods*, 8(4):434–447.

Peck, R. and Devore, J. (2008). *Statistics: The exploration and analysis of data*. Thomsom/Cole, Belmont, CA, 6e edition.

Pfungst, O. (1907). *Das Pferd des Herrn von Osten (Der kluge Hans): Ein Beitrag zur experimentellen Tier- und Menschen-Psychologie*. J. A. Barth, Leipzig.

Plomp, R. and Mimpen, A. M. (1979). Improving the reliability of testing the speech reception threshold for sentences. *International Journal of Audiology*, 18(1):43–52.

Popper, K. (1935). *Logik der Forschung. Zur Erkentnistheorie der modernen Naturwissenschaft*. Julius Springer, Wien.

Popper, K. (1959). *The logic of scientific discovery*. Routledge, London.

Popper, K. (1963). *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*. Routledge and Kegan Paul, London.

Quené, H. (2010). *How to design and analyze language acquisition studies*, pages 269–287. Benjamins, Amsterdam.

Quené, H., Semin, G. R., and Foroni, F. (2012). Audible smiles and frowns affect speech comprehension. *Speech Communication*, 54(7):917–922.

Quené, H. (2008). Multilevel modeling of between-speaker and within-speaker variation in spontaneous speech tempo. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(2):1104–1113.

Quené, H. (2014). *hqmisc: Miscellaneous convenience functions and dataset*. R package version 0.1-1.

Retraction Watch (2018). The "regression to the mean project:" what researchers should know about a mistake many make. Technical report.

Richardson, E., DiBenedetto, B., Christ, A., Press, M., and Winsberg, B. G. (1978). An assessment of two methods for remediating reading deficiencies. *Reading Improvement*, 15(2):82.

Rijlaarsdam, G. (1986). *Effecten van leerlingrespons op aspecten van stelvaardigheid*. PhD thesis.

Rosenthal, R. (1991). *Meta-analytic procedures for social research*. Sage, Newbury Park, CA, 2nd edition.

Rosenthal, R. and Rosnow, R. L. (2008). *Essentials of Behavioral Research: Methods and Data Analysis*. McGraw Hill, Boston, 3e edition.

Rosén, E., Stigson, H., and Sander, U. (2011). Literature review of pedestrian fatality risk as a function of car impact speed. *Accident Analysis and Prevention*, 43(1):25–33.

Sanders, E. (2011). *Eerste Hulp bij e-Onderzoek voor studenten in de geesteswetenschappen: Slimmer zoeken, slimmer documenteren*. Early Dutch Books Online.

Schmidt, F. L. (1996). Statistical significance testing and cumulative knowledge in psychology: Implications for training of researchers. *Psychological Methods*, 1(2):115–129.

Schuurman, W. and De Kluiver, H. (2001). *Kop of munt: Kansrekening in het dagelijks leven*. Bert Bakker, Amsterdam.

Shadish, W. R., Cook, T. D., and Campbell, D. T. (2002). *Experimental and Quasi-Experimental Designs for Generalized Causal Inference*. Wadsworth, Belmont, CA.

SWOV (2012). De relatie tussen snelheid en ongevallen.

Thompson, B. (2002). “Statistical,” “practical,” and “clinical”: How many kinds of significance do counselors need to consider? *Journal of Counseling and Development*, 80(1):64–71.

Thompson, S. K. (2012). *Sampling*. Wiley series in probability and statistics. John Wiley, Hoboken, NJ, 3e edition.

Tukey, J. W. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley, Reading, MA.

Universiteitsbibliotheek, Vrije Universiteit Amsterdam (2015). Webcursus informatievaardigheden - algemeen - niveau b.

Van den Berg, M., Amuzu, E. K., Essizewa, K., Yevudey, E., and Tagba, K. (2017). Crosslinguistic effects in adjectivization strategies in Suriname, Ghana and Togo. In Cutler, C., Vrzić, Z., and Angermeyer, P., editors, *Language Contact in Africa and the African Diaspora in the Americas: in honor of John V. Singler*, pages 343–362. Benjamins, s.l.

Van den Bergh, H. and Meuffels, B. (1993). Schrijfvaardigheid. In Braet, A. and Van de Gein, J., editors, *Taalbeheersing als tekstwetenschap: terreinen en trends*. ICG, Dordrecht.

Van Kolfschooten, F. (1993). *Valse Vooruitgang: Bedrog in de Nederlandse wetenschap*. L.J. Veen, Amsterdam.

Verhoeven, J., De Pauw, G., and Kloots, H. (2004). Speech rate in a pluricentric language: A comparison between Dutch in Belgium and the Netherlands. *Language and Speech*, 47(3):297–308.

VSNU (2018). Nederlandse gedragscode wetenschappelijke integriteit. Technical report, VSNU.

Watzlawick, P. (1977). *Is ‘werkelijk’ waar? Spraakverwarring, zinsbegoocheling en onvoorstelbare werkelijkheid*. Van Loghum Slaterus, Deventer.

Weisstein, E. W. (2015). Pascal’s formula.

Wijffels, J., van den Bergh, H., and van Dillen, S. (1992). Het sturend effect van vragen met voorbeeldantwoorden. *Tijdschrift voor Taalbeheersing*, 14(2):136–147.

Wilcox, R. R. (2012). *Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing.* Elsevier, Burlington, 3rd edition.

Xie, Y. (2020). *bookdown: Authoring Books and Technical Documents with R Markdown.* R package version 0.18.