

## 2023.10.8 第七次作业

卢科政 夏业志

2023 年 11 月 5 日

**题目 1.** (课本 2.7) 假设电容器电容为  $C$ ，充电前两个极板均带有正电量  $Q$ ，然后将其与电源电压为  $U$  的电池组连接充电，则最后两个极板上的电量是否等量异号？请用  $Q$ ， $C$  和  $U$  表示充电后极板的电量。

解答.

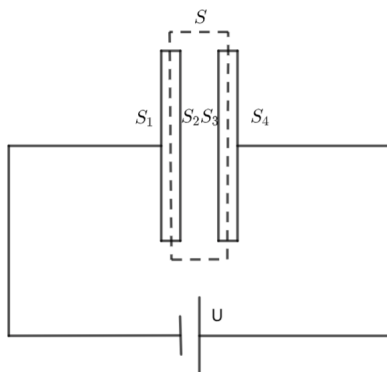


图 1: 题目 1 示意图

在接通电源前，导体板内部电场为 0，所以取高斯面  $S$ ，如图 1 所示，由高斯定理可知， $S$  内的电荷总量为 0。 $Q$  分别分布在  $S_1$ ， $S_4$  面上。

在接通电源后，由公式  $C = \frac{q}{U}$  可知， $S_2$ ， $S_3$  上的电荷量绝对值为  $|q| = CU$ ，假设电源的正负极如图所示，则各个面上的电荷量为：

$$q_{S_1} = Q \quad (1)$$

$$q_{S_2} = -CU \quad (2)$$

$$q_{S_3} = CU \quad (3)$$

$$q_{S_4} = Q \quad (4)$$

$$(5)$$

一段时间后， $S_1$ ， $S_4$  面上的电荷量会变为 0。

**题目 2.** (课本 2.9) 两块长与宽均为  $a$  和  $b$  的导体平板在制成平行板电容器时稍有偏斜，使两板间距一端为  $d$ ，另一端为  $d + h$ ，且  $d \gg h$ ，求该电容器的电容。

解答.

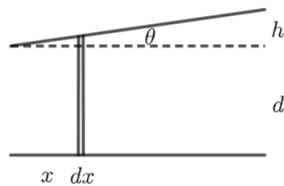


图 2: 题目 2 示意图

将该电容器视为很多长度为  $dx$  的电容器的并联, 如图 2 所示。对于图中所选的电容器的电容  $dC$ :

$$dC = \frac{\epsilon_0 a dx}{d + x \tan \theta} \quad (6)$$

其中  $\tan \theta = \frac{d}{b}$ , 从 0 到  $b$  对  $x$  积分可得:

$$C = \int_0^b \frac{\epsilon_0 a dx}{d + x \tan \theta} = \frac{\epsilon_0 a b}{h} \ln \frac{d + h}{d} \quad (7)$$

**题目 3.** (课本 2.10) 一平行板电容器两极板的面积都是  $S$ , 相距为  $d$ , 分别维持电势  $U_A = U$  和  $U_B = 0$  不变。现将一块带有电荷量为  $q$  的导体薄片 (厚度可忽略) 放在两个极板的正中间, 面积也是  $S$ , 忽略边缘效应, 求薄片的电势。

解答.

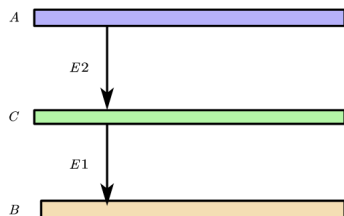


图 3: 题目 3 示意图

如图, 只需解出  $E_1$  和  $E_2$  即可得到极板的电势, 利用两个条件:

(1). 从 A 到 B 的电势降大小为  $U$ :

$$(E_1 + E_2) \frac{d}{2} = U$$

(2). 对中间极板利用高斯定理:

$$E_2 S - E_1 S = \frac{q}{\epsilon_0}$$

解得:  $E_1 = \frac{U}{d} + \frac{q}{2\epsilon_0 S}$   $E_2 = \frac{U}{d} - \frac{q}{2\epsilon_0 S}$

则中间极板的电势为:

$$\phi_C = E_1 \frac{d}{2} = \frac{U}{2} + \frac{qd}{4\epsilon_0 S}$$

**题目 4.** (课本 2.11) 有 3 个电容分别为  $C_1, C_2$  和  $C_3$  的电容器, 先将  $C_1$  充电至  $V_0$ , 然后将 3 个电容串联成一个闭合回路, 如图所示。试求各电容上的电量和电压。

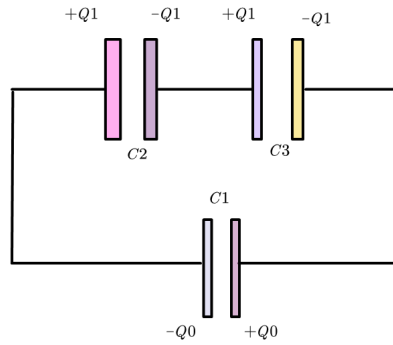


图 4: 题目 4 示意图

如图, 设电荷为图中所示, 则需要满足:

(1). 环路一圈电势降等于 0:

$$\frac{Q_0}{C_1} + \frac{Q_1}{C_2} + \frac{Q_1}{C_3} = 0$$

(2). 电荷守恒, 开始时充电量为  $C_1 V_0$ , 则有:

$$Q_0 - Q_1 = C_1 V_0$$

解得:

$$Q_0 = \frac{C_1^2 (C_2 + C_3) V_0}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}$$

$$Q_1 = -\frac{C_1 C_2 C_3 V_0}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}$$

各电容的电压即可利用  $U=Q/C$  计算得到。