第三章　快速傅里叶变换

课 程 作 业

【3.1】已知 $X(k),\quad k=0,1,\cdots,2N-1$ 是一个 2N 点实序列 $x(n)$ 的 DFT 值，现需要从 $X(k)$ 求 $x(n)$ 值，为了提高运算效率，设计一个 N 点的 IFFT 运算一次完成。

【3.2】令 $v(n)=x(n)+jy(n)$ 为长度为 N 的复值信号，其 DFT 为 $V(k)$ 。$x(n)$ 和 $y(n)$ 为两个实值信号且各自 DFT 分别为 $X(k)$ 和 $Y(k)$ 。

（1）证明 $\mathrm{DFT}[v^*(n)]=V^*(N-k)$ 。

（2）试用 $v(n)$ 表示 $x(n)$ 和 $y(n)$ 。

（3）结合前两小题的结果，证明两个实值信号的 N 点 DFT 可以通过计算一个复值信号的 N 点 DFT 一次实现，即证明通过计算 $V(k)$ 可以获得 $X(k)$ 和 $Y(k)$ 。

（4）结合上一小题的结果，参考基 2 DIT-FFT 算法的推导过程，证明可以通过 N/2 点 DFT 计算一个实值信号 $q(n)$ 的 N 点 DFT。

【3.3】$X\left(e^{j\omega}\right)$ 表示长度为 10 的有限长序列 $x\left(n\right)$ 的 DTFT。我们希望计算 $X\left(e^{j\omega}\right)$ 在频率 $\omega_k=\dfrac{2\pi k^2}{100},k=0,1,...,9$ 时的 10 个抽样，讨论采用下列各方法的**可能性**：

（1）直接利用 10 点的 FFT 算法，若可能，给出奇偶分解的最终计算公式和乘法次数。

（2）利用线性调频 z 变换算法。

【3.4】当 DFT 的点数是 2 的整数幂时，我们可以使用基 2—FFT 算法。但是，当 $N=4^v$ 时，使用基 4—FFT 算法效率更高。请根据所学知识完成下列问题：

（1）推导 $N=4^v$ 时的基 4 按时间抽取的 FFT 算法。

（2）画出基 4—FFT 算法的蝶形图，比较基 4—FFT 算法和基 2—FFT 算法的复乘和复加次数。

【3.5】有一个长度为 $M=12$ 的时域序列，如用 12 点 FFT，可精确计算出位于数字频率 $2\pi/12$ 处测量点 A 的频谱幅值。现由于器件的限制，必须采用基 2—FFT 来计算点 A 处的频谱幅值。假定允许测量点数字频率的误差在 ±0.015 范围之内，问至少应选用多少点的 FFT？

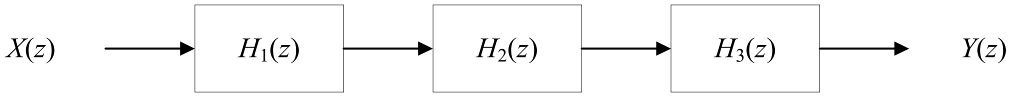
第四章　数字滤波器及其结构

课 程 作 业

【4.1】已知某三阶数字滤波器的系统函数为$H(z)=\dfrac{3+2.4z^{-1}+0.4z^{-2}}{(1-0.6z^{-1})(1+z^{-1}+0.5z^{-2})}$，

试画出其直接 II 型、级联型和并联型结构。

【4.2】考虑图所示的三个因果一阶 LTI 离散时间系统的级联：



其中$H_1(z)=\dfrac{1-0.6z^{-1}}{1+0.25z^{-1}}$，$H_2(z)=\dfrac{0.2+z^{-1}}{1+0.3z^{-1}}$，$H_3(z)=\dfrac{2}{1+0.25z^{-1}}$。

（1）求用的两个多项式的比表示整个系统的传输函数。
（2）求描述整个系统的差分方程。
（3）级联的三个部分分别用直接 II 型的形式表示，画出整个系统的框图。
（4）用并联 I 型的形式画出整个系统的框图。
（5）给出整个系统冲激响应的表达式。

【4.3】一个线性时不变系统的单位脉冲响应为

$$h(n)=\begin{cases}a^n & 0\le n\le 7\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

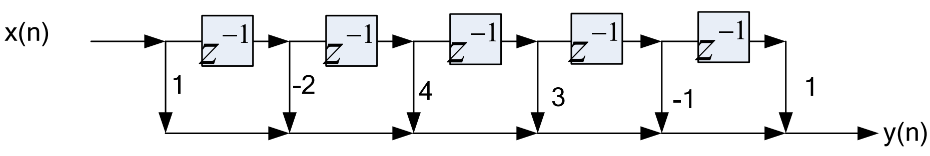
（1）通过单位脉冲响应画出该系统的直接型 FIR 结构图。

（2）求出该系统的系统函数$H(z)$，并由该系统函数画出由 FIR 系统和 IIR 系统级联而成的结构图。

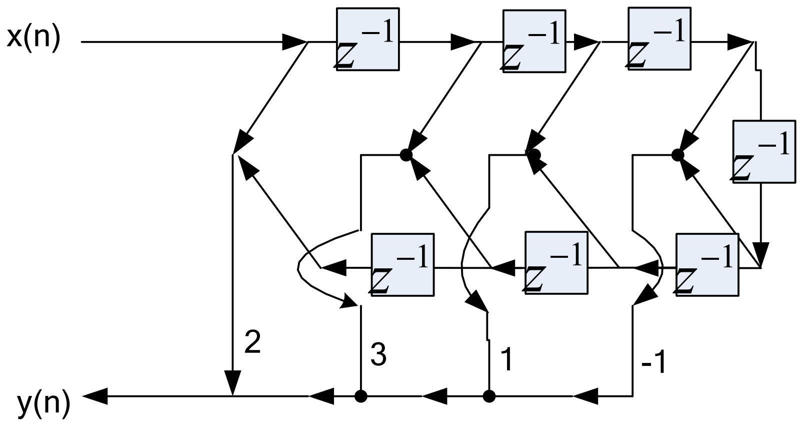
（3）比较（1）和（2）两种系统实现方法，哪一种需要较多的延迟器？哪一种实现需要较多的运算次数？

【4.4】求下列各图所示各系统的单位脉冲响应$h(n)$。

（1）



（2）



【4.5】已知 $H(z)=1.918\left(1-3.5z^{-1}+7.75z^{-2}-7.75z^{-3}+3.5z^{-4}-z^{-5}\right)$，画出该 FIR 滤波器的线性相位结构。