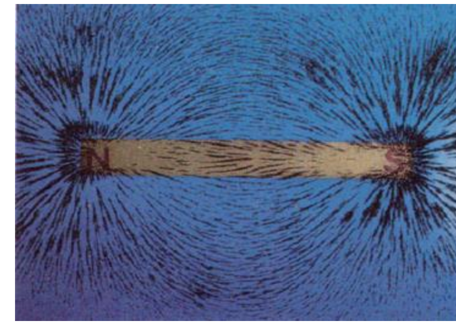
中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

电　磁　学
(Electromagnetism)

第四章 真空中的静磁场1

一、基本磁现象认识过程

□ 对基本磁现象的认识可以分成三个阶段：

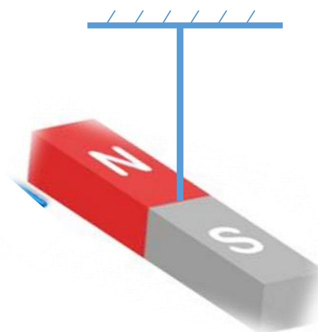


■磁⇔铁　磁铁⇔磁铁（早期阶段）

■电流 ⇔ 磁铁

■电流 ⇔ 电流

□ 早期阶段积累的磁知识

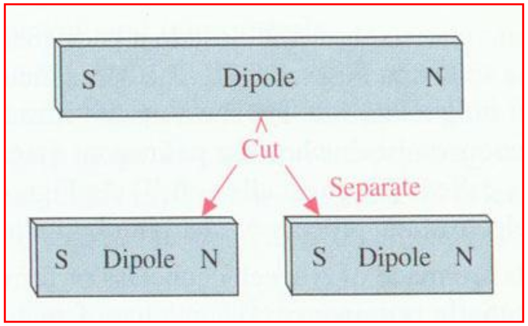


■ 天然磁铁（吸铁石）能吸引铁、镍、钴等物质,不能吸引金、银、铜等。

■ 条形磁铁的两端磁性强称作磁极，中部磁性很弱。

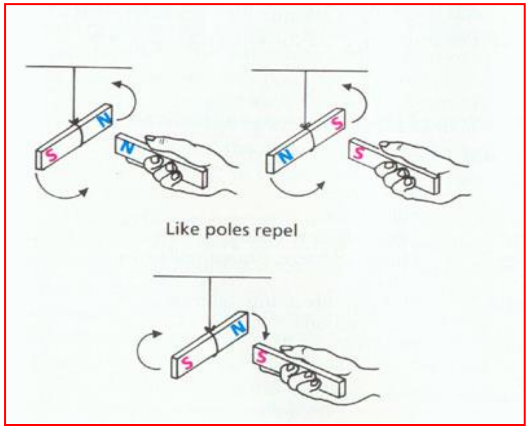
■将条形磁铁的中心支撑或悬挂起来使它能够在水平面内运动，则两极总是指向南北方向分别称作S极和N极。

■将一磁铁可以一直细分成很小很小的磁铁，而每一个小磁铁都具有N、S极。

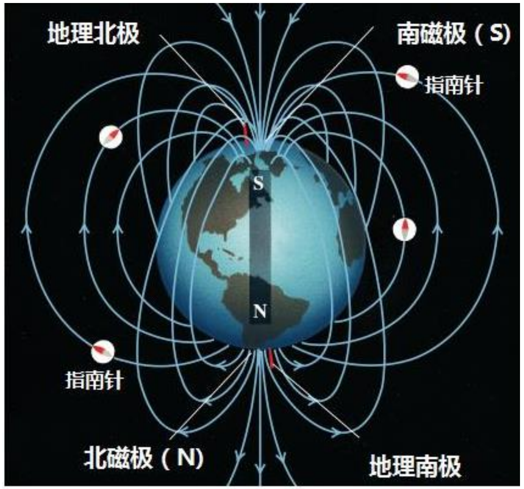


自然界中有独立存在的正电荷或负电荷，但迄今却未发现独立的N、S极，尽管在近代理论中有人认为可能存在磁单极子。

■条形磁铁之间的相互作用规律是同名磁极相互排斥，异名磁极相互吸引。



■地球本身是一个磁体，在地磁场的作用下，条形磁铁(指南针)显出指南北的性质。

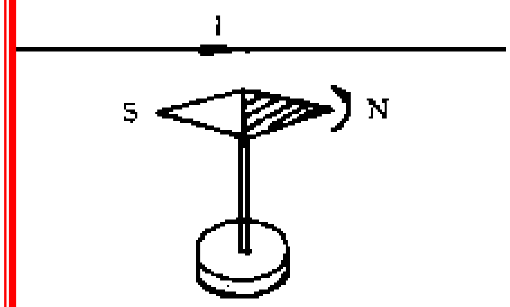


□ 电流 ⇔ 磁铁

■奥斯特实验

1820 年7月21日，奥斯特发现通电直导线会使附近的小磁针发生偏转，发现了电流的磁效应。

奥斯特实验打破了长期以来电学与磁学彼此独立发展和研究的界限，使人们开始认识到电与磁有着不可分割的联系。

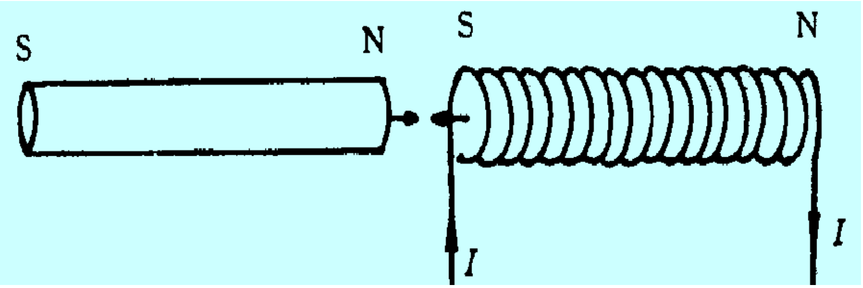


奥斯特实验

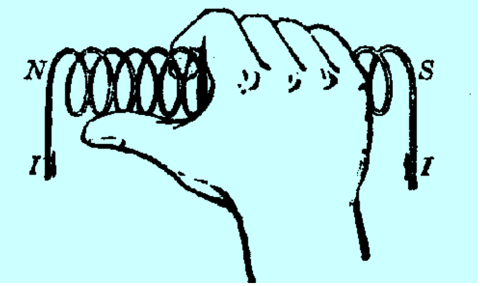
法拉第：“它突然打开了科学中一个一直是黑暗领域的大门，使其充满光明”

■ 引发的实验：

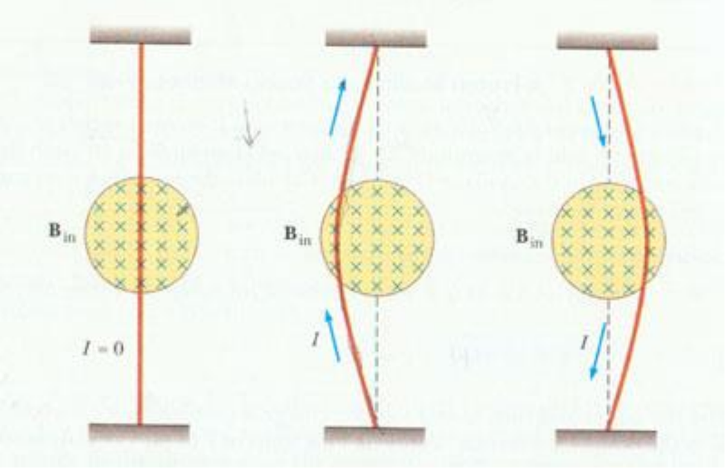
● 载流螺线管



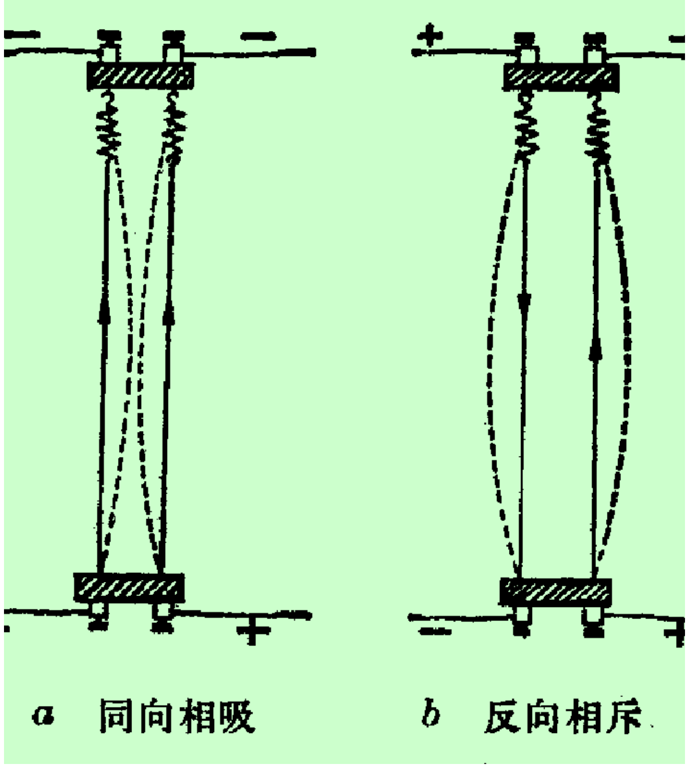
用右手定则来判断载流线圈的极性



● 磁铁对电流的作用

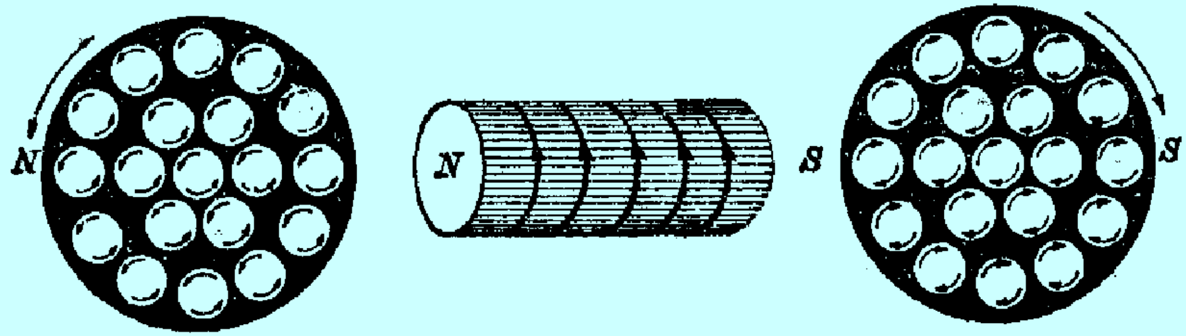


□ 电流 ⇔ 电流



二、物质磁性的电起源

1822年安培提出了一个假说：组成磁铁的最小单元(磁分子)就是环形电流，这些分子环流定向地排列起来在宏观上就会显示出N、S极来。



安培分子环流假说

真正符合实际的物质磁性理论是20世纪初建立了量子力学以后才出现。

物质磁性的来源

1）物质的磁性源于原子的磁性，原子磁性来源于原子核和核外电子的磁性，与核外电子相比，原子核的磁性弱得多，基本只要考虑原子核外电子的磁性。

2）核外电子的磁性分为两部分：

- 电子绕核轨道运动形成轨道磁矩
  （相当于环形电流）
- 每个电子都有自旋磁矩

三、 磁场理论

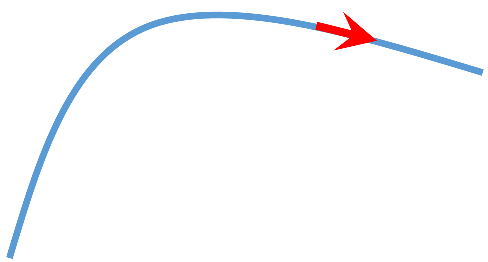
电流 ⇔ 磁场 ⇔ 电流

类似于静止电荷之间的相互作用力是通过电场来传递的，磁铁/磁铁、磁铁/电流、电流/电流之间的相互作用都是通过磁场来传递的。

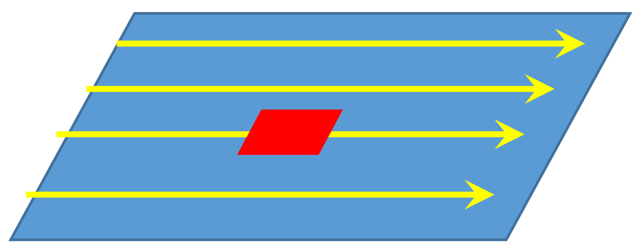
四、磁场的定义

1. 电流元模型

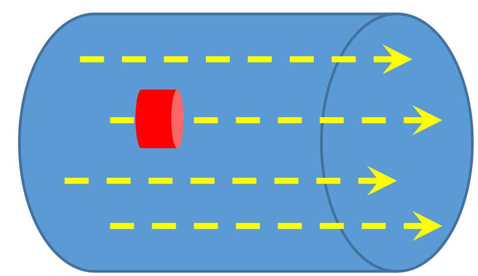
假想模型，指足够小的一段电流，或一团有定向运动速度的电荷。



$I d\vec{l}$



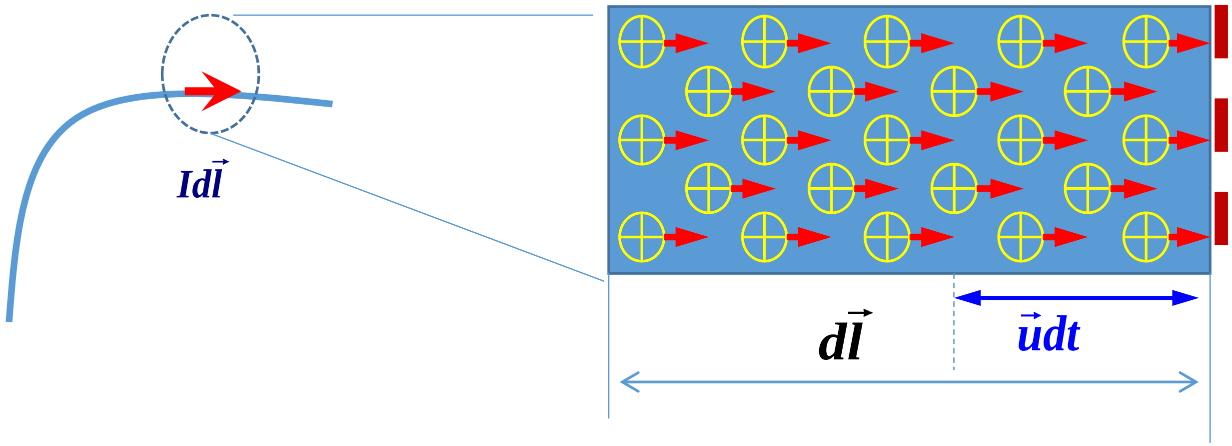
$\vec{i} dS$



$\vec{j} dV$

2. 电流元的物理意义：

有共同定向速度的一小团运动电荷。



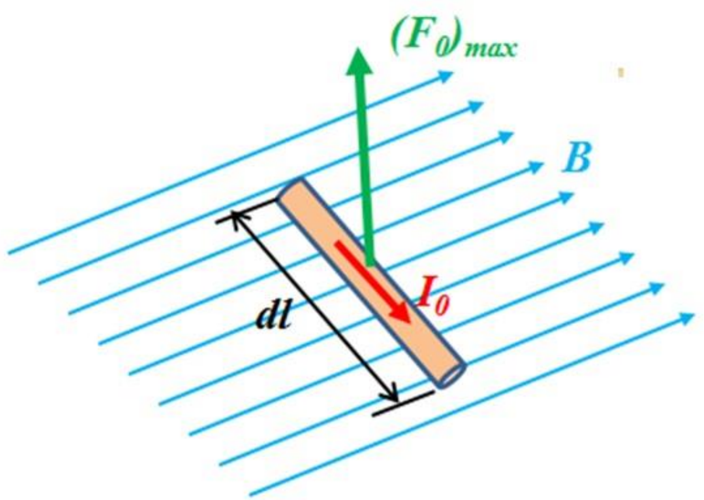
电流方向即正电荷速度的方向。记电荷的电量为q，速度为v，单位长度电荷数n。

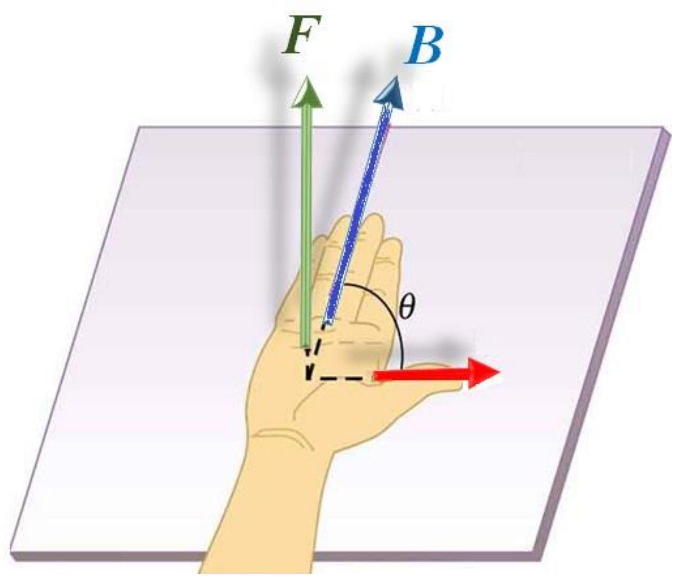
$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{nqSudt}{dt} = nqSu$$

$$Id\vec{l} = nqSvd\vec{l} = nSdlq\vec{u} = Nq\vec{u}$$

3. 影响电流元受磁场作用力（安培力）的因素：

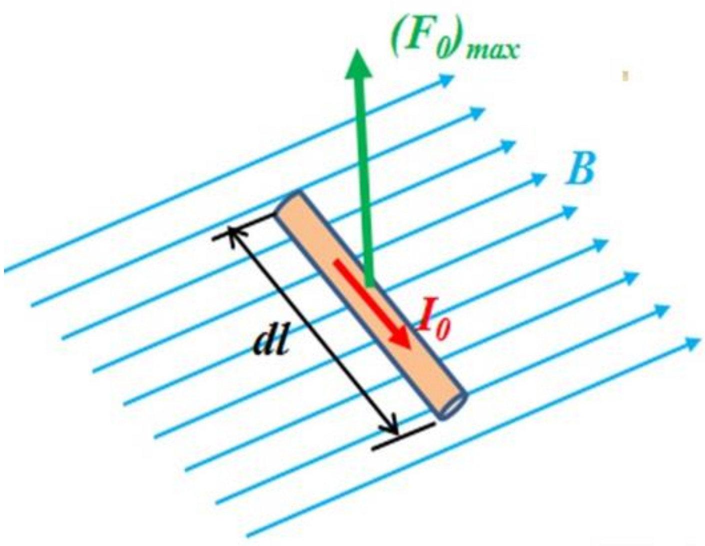
电流的强弱和方向、磁场的强弱的和方向





4. 磁感应强度的大小确定

- 设想在空间某点改变电流元的方向，使其受力最大，定义磁感应强度的大小为：



$$B = \frac{(dF)_{\max}}{Idl}$$

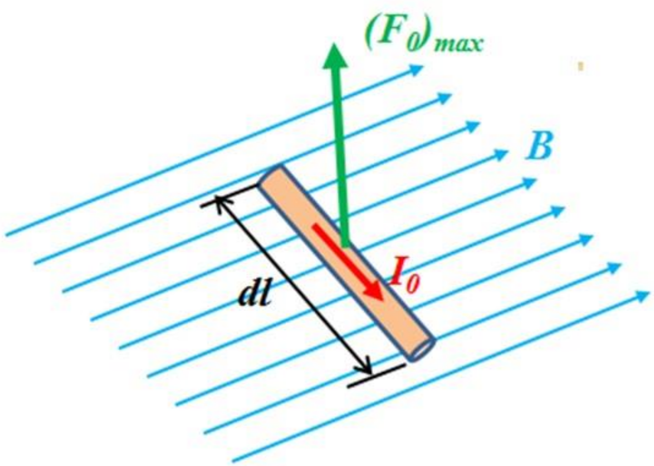
单位： T、Gauss

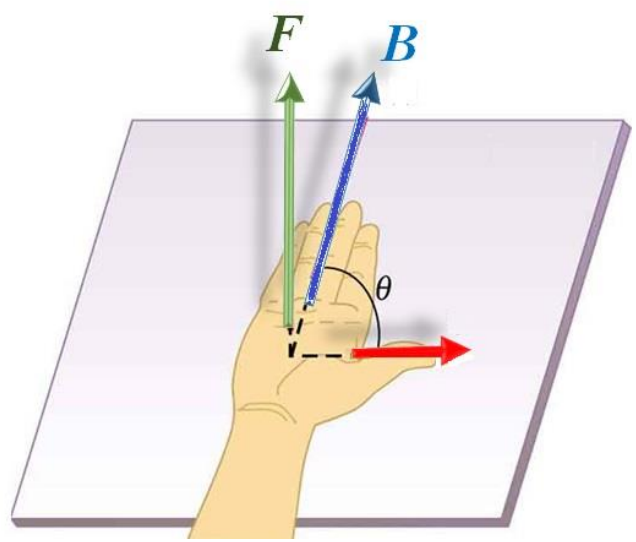
$$1T = 1N/(A \cdot m) = 10^4 Gauss$$

5. 磁感应强度的方向确定

改变电流元的空间取向，使其受力最大。

$\boxed{I d\vec{l}\text{、}\vec{B}\text{、}d\vec{F}\text{满足右手螺旋关系}}$





$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

五、安培力公式与洛伦兹力公式

电流密度的微观表达式 $\vec{j} = nq\vec{u}$

每个电荷受力为 $q\vec{u} \times \vec{B}$ 洛伦兹力

导体体积元 dV 内共有 ndV 个运动电荷，体积元受力 $d\vec{F} = nq\vec{u} \times \vec{B} dV$

安培力

- 体电流元 $d\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} dV$
- 面电流元 $d\vec{F} = \vec{i} \times \vec{B} dS$
- 线电流元 $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$

- 电流元 $\vec{j}dV$ 、$\vec{i}dS$ 和 $Id\vec{l}$ 在外磁场中的受力表达式，称为**安培力公式**，相应的力称为**安培力**。
- 要计算整个载流导体所受的安培力，只要选取相应公式进行**积分运算**就行了。
- 最早对磁场和电流的相互作用的实验研究，是对载流导线进行的，并通过**安培力公式定义**空间某点的磁感应强度B。
- 若把运动电荷受的电力同时计入，将总力公式写为：

$$\vec{F}_{\mathrm{em}} = q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B}$$

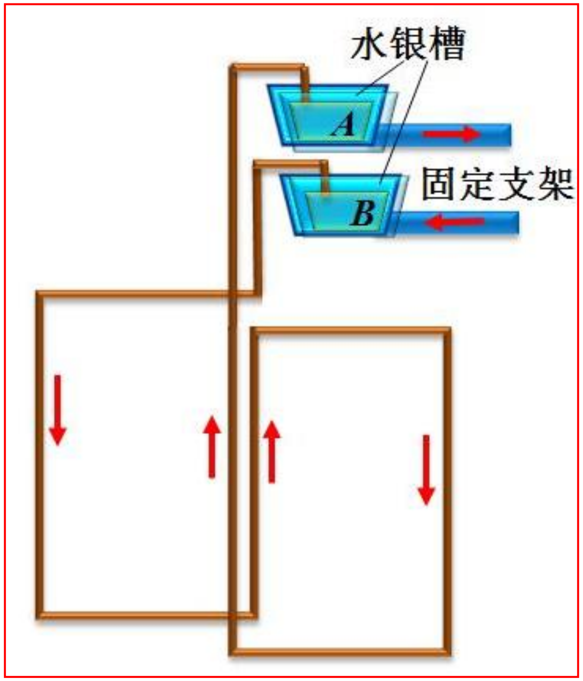
§ 4.2 安培定律

André-Marie Ampère（1775~1836）

历史上，在奥斯特的发现之后，紧接着安培做了大量精巧的实验，特别是研究了**载流导线间的相互作用**，获得了电流之间相互作用的定量规律。

一、安培的四个示零实验

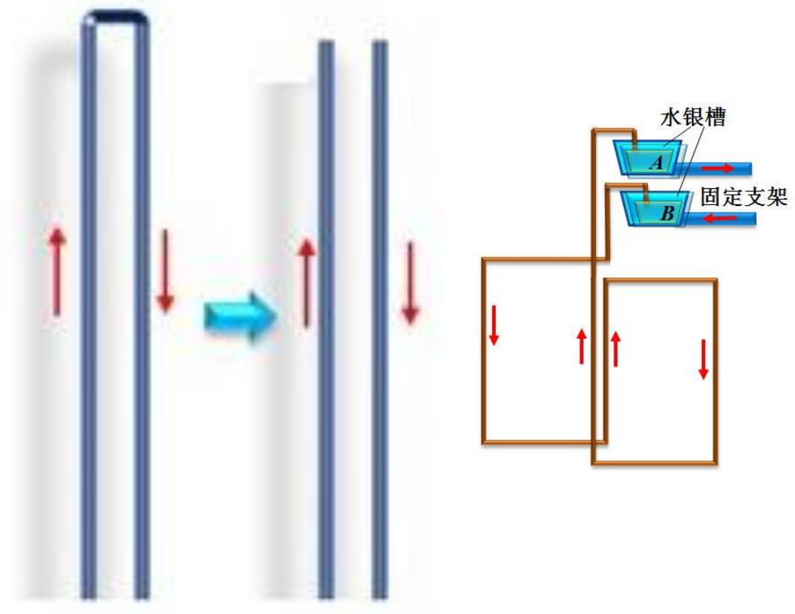
- 无定向秤：由一根导线制成的两个串联共面的大小相等的矩形线框，线框的两个端点A、B通过水银槽和固定支架相连。接通电源时，两个线框中的电流方向正好相反。



整个线框可以以水银槽为支点自由转动。在均匀磁场(如地磁场)中它所受到的合力和合力矩为零，处于随遇平衡；但在非均匀磁场中它会发生运动。

实验一

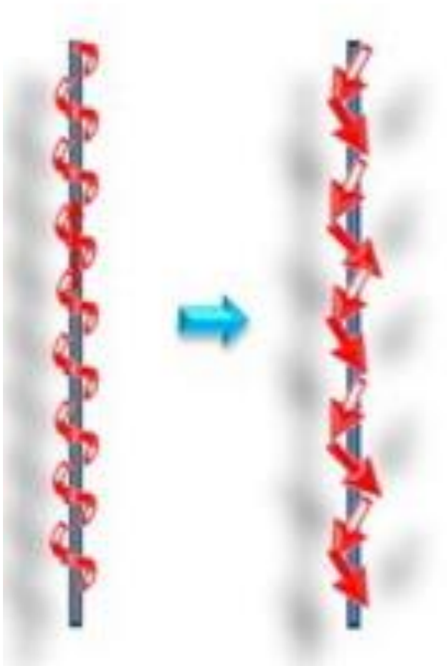
- 安培将一对折的通电导线移近无定向秤以检验对无定向秤有无作用力，结果是否定的，无定向秤无任何反应。



这说明电流反向时，电流产生的作用力也反向；大小相等的电流产生的力大小相等。**电流之间的作用力和电流的大小方向有关。**

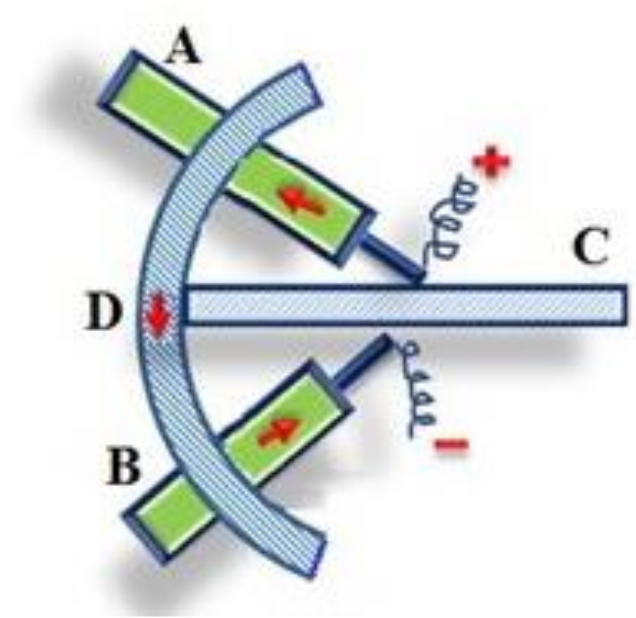
实验二

- 将对折导线中的一段绕在另一段上，成螺旋形，通电后，将它移近无定向秤，结果表明无定向秤仍无任何反应。这说明一段螺旋状导线的作用与一段直长导线的作用相同，从而证明电流元具有矢量性质，即许多电流元的合作用是各单个电流元作用的矢量叠加。



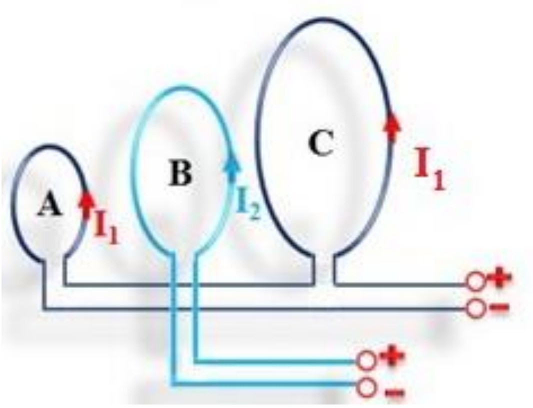
实验三

- 弧形导体D架在水银槽A、B上。导体D与一绝缘棒固接，棒的另一端架在圆心C处的支点上，这样既可以通过水银槽给导体D通电，弧形导体D又可绕圆心C移动,从而构成一个只能沿弧形长度方向移动，不能沿径向运动的电流元。



安培用这个装置检验各种载流流线圈对它产生的作用力，结果发现弧形导体D不运动．这表明**作用在电流元上的力与其电流垂直**，即这种作用具有**横向性**。

实验四



- A、B、C是用导线弯成的三个几何形状相似的线圈，其周长比为$1:k:k^2$。
- A、C两线圈相互串联，位置固定，通入电流I_1。线圈B可以活动，通入电流I_2。
- 实验发现：只有当A、B间距与B、C间距之比为1：k时，线圈B才不受力，即此时A对B的作用力与C对B的作用力大小相等、方向相反。

分析结论：电流元长度增加，作用力增加；相互距离增加，作用力减小；如果两电流元的长度及相互距离增加同一倍数，相互作用力不变。

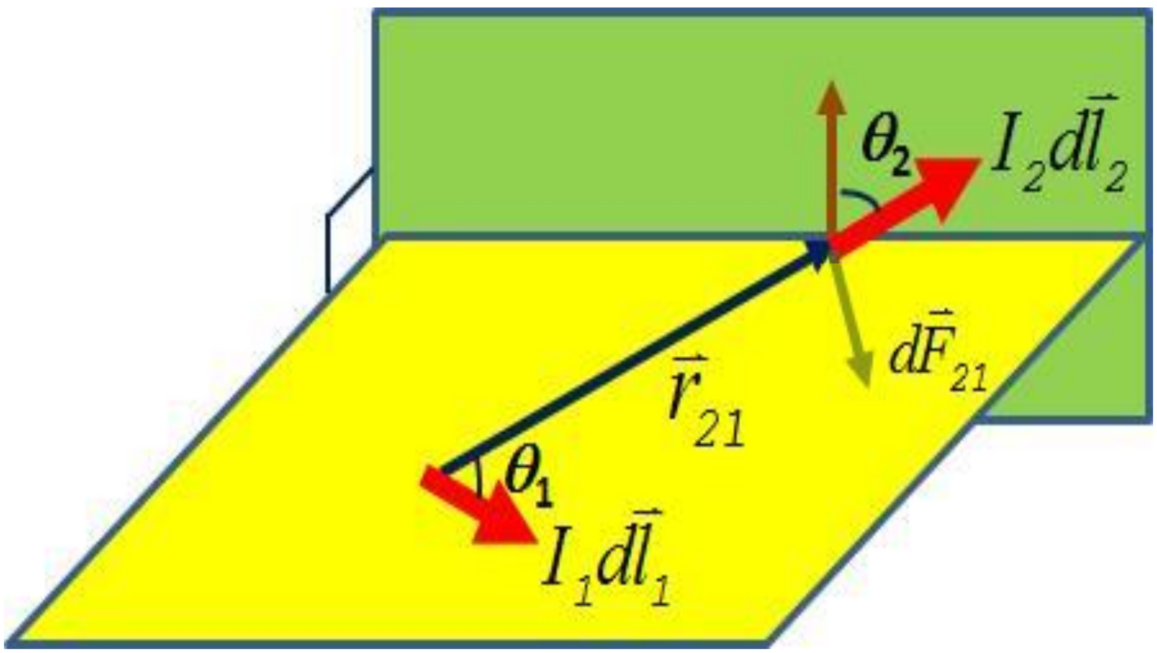
二、安培定律

在以上系列实验的基础上，安培又作了补充假设：两个电流元之间的相互作用力沿它们的连线，由此推出电流元之间的作用表达式的原始公式（不正确！！）。

$$d\vec{F}_{12} = kI_1I_2\vec{r}_{12}\left[\frac{2}{r_{12}^3}(d\vec{l}_1\cdot d\vec{l}_2)-\frac{3}{r_{12}^5}(d\vec{l}_1\cdot\vec{r}_{12})(d\vec{l}_2\cdot\vec{r}_{12})\right]$$

电流元之间的作用力（正）：

$$d\vec{F}_{21} = k\frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \left(I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}\right)}{r_{21}^3}$$



讨论：

$$d\vec{F}_{21} = k\frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \left(I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{21}\right)}{r_{21}^3}$$

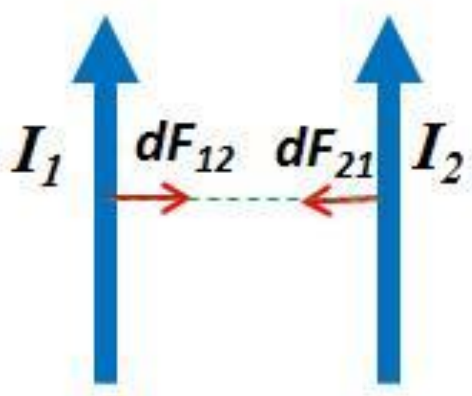
(1)式中k是比例系数，在国际单位制中， $k = \dfrac{\mu_0}{4\pi}$

μ_0=4π×10^{-7}牛顿/安培^2，称为真空的磁导率。

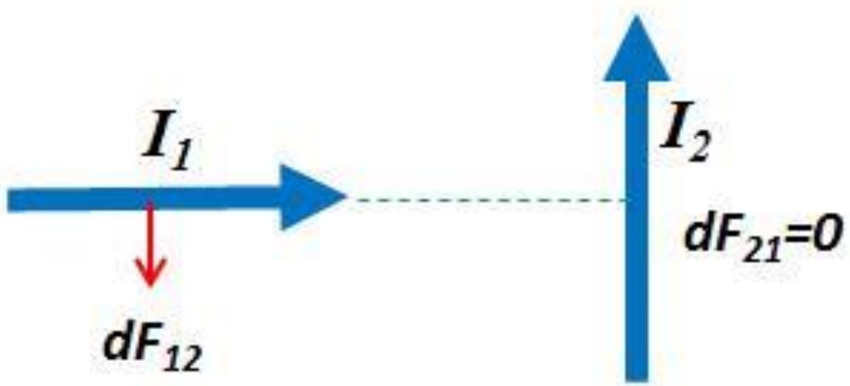
(2)电流元之间的相互作用力不一定满足牛顿第三定律。但是，实际上不存在孤立的稳恒电流元，它们只是闭合回路的一部分，两闭合回路间的作用力总是大小相等，方向相反。

两个电流元之间的相互作用不一定满足牛顿第三定律

$$\mathrm{d}\vec{\mathbf{F}}_{21}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_2 d\vec{\boldsymbol{l}}_{\mathbf{2}}\times(I_1 d\vec{\boldsymbol{l}}_{\mathbf{1}}\times\vec{\mathbf{r}}_{21})}{r_{21}^3}，\quad \mathrm{d}\vec{\mathbf{F}}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 d\vec{\boldsymbol{l}}_{\mathbf{1}}\times(I_2 d\vec{\boldsymbol{l}}_{\mathbf{2}}\times\vec{\mathbf{r}}_{12})}{r_{12}^3}$$

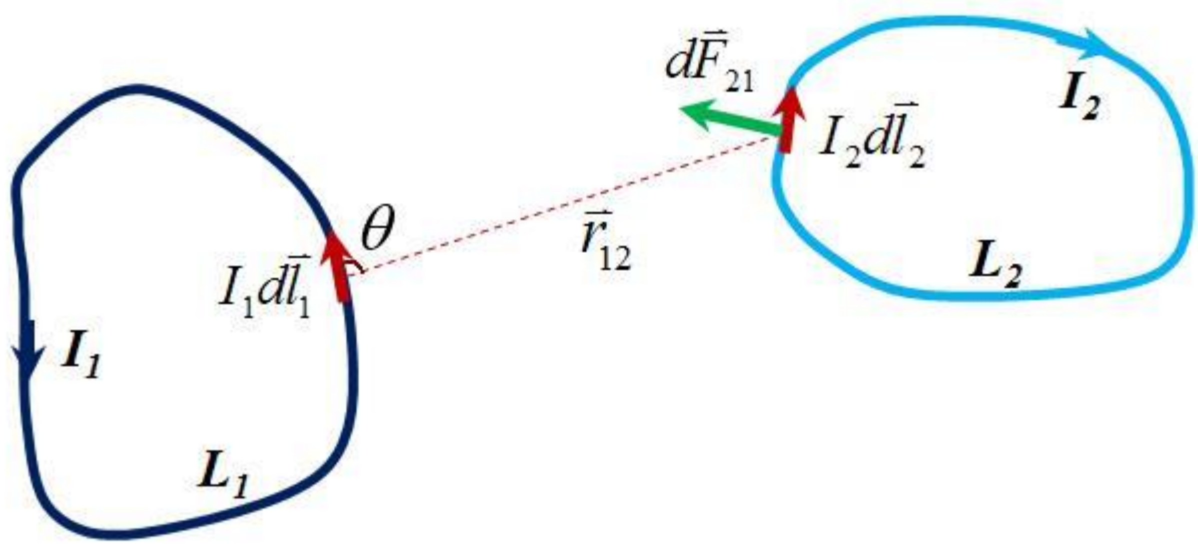


(a)



(b)

对于两个线圈来说，牛顿第三定律成立。



$$\vec{\mathbf{F}}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} I_2 d\vec{\boldsymbol{l}}_2 \times \left(I_1 d\vec{\boldsymbol{l}}_1 \times \frac{\vec{\mathbf{r}}_{21}}{r_{21}^3}\right)$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} I_1 d\vec{\boldsymbol{l}}_1 \times \left(I_2 d\vec{\boldsymbol{l}}_2 \times \frac{\vec{\mathbf{r}}_{12}}{r_{12}^3}\right)$$

■两个体电流元之间的作用力：

$$d\vec{F}_{21} = k\frac{\vec{j}_2 dV_2 \times \left(\vec{j}_1 dV_1 \times \hat{r}_{21}\right)}{r_{21}^2}$$

■两个面电流元之间的作用力：

$$d\vec{F}_{21} = k\frac{\vec{i}_2 ds_2 \times \left(\vec{i}_1 ds_1 \times \hat{r}_{21}\right)}{r_{21}^2}$$

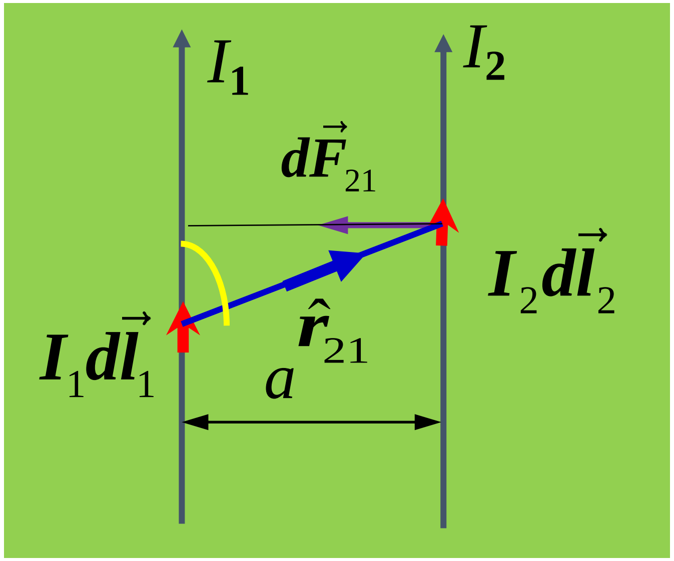
平行长直导线L_1，L_2，通以电流I_1和I_2，相距a，求L_2 导线上长为l 的一段所受的磁力。

$$d\vec{F}_{21}=k\frac{I_2 d\vec{l}_2\times\left(I_1 d\vec{l}_1\times\hat{r}_{21}\right)}{r_{21}^2}$$

$I_1 d\vec{l}_1\times\hat{r}_{21}$方向垂直页面向内，

$I_2 d\vec{l}_2$与$I_1 d\vec{l}_1\times\hat{r}_{21}$方向垂直

$I_2 d\vec{l}_2\times\left(I_1 d\vec{l}_1\times\hat{r}_{21}\right)$指向左



平行长直电流

$$\therefore\left|I_1 d\vec{l}_1\times\hat{r}_{21}\right|=I_1 dl_1\sin\theta$$

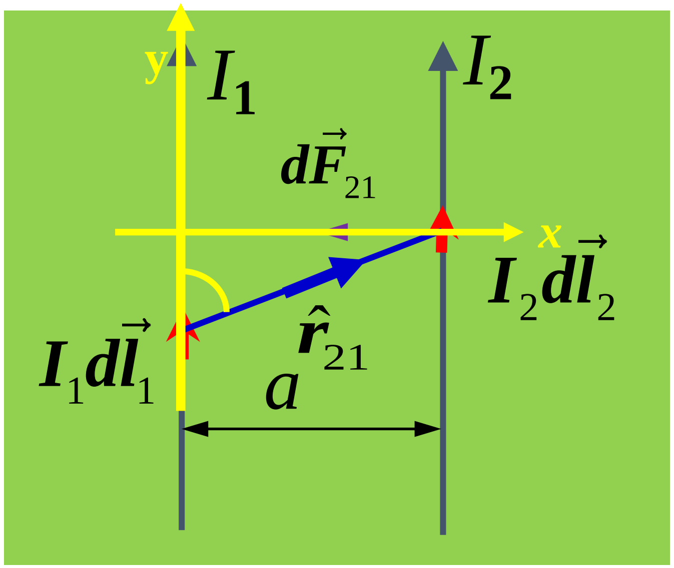
$$\left|I_2 d\vec{l}_2\times\left(I_1 d\vec{l}_1\times\hat{r}_{21}\right)\right|=I_2 dl_2 I_1 dl_1\sin\theta$$

$$\therefore \mathrm{d}F_{21} = kI_1I_2 \frac{\mathrm{d}l_2 \mathrm{d}l_1 \sin\theta}{r_{12}^2} \quad \text{向左}$$

对L_1导线的长度积分，得L_1对L_2上线元的作用力：

$$\mathrm{d}F_2 = kI_2I_1 \cdot \mathrm{d}l_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}l_1 \cdot \sin\theta}{r_{12}^2}$$

$$\because l_1 = -a \cdot ctg\theta \Rightarrow dl_1 = \frac{a \cdot d\theta}{\sin^2\theta} \quad r_{12} = \frac{a}{\sin\theta}$$



平行长直电流

$$\therefore \mathrm{d}F_2 = kI_2I_1 \cdot \mathrm{d}l_2 \int_0^{\pi} \frac{\sin^3\theta}{a^2} \frac{a \cdot \mathrm{d}\theta}{\sin^2\theta}$$

$$= \frac{kI_2I_1 \cdot \mathrm{d}l_2}{a} \int_0^{\pi} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{2kI_2I_1 \cdot \mathrm{d}l_2}{a}$$

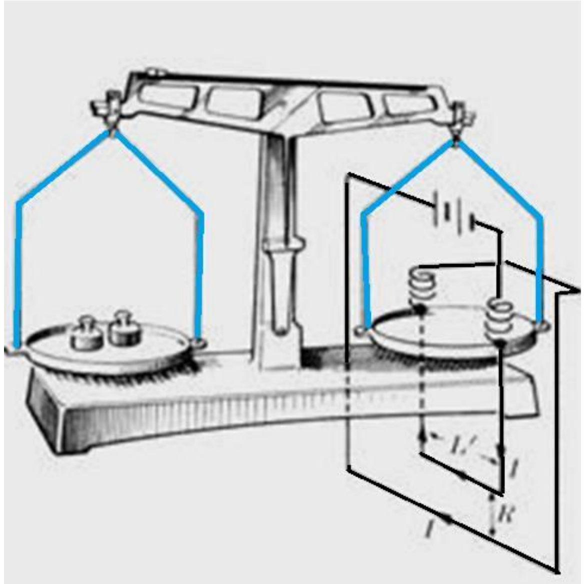
则L_1导线对L_2上长为l的线段的作用力：$F_l = \dfrac{2kI_2I_1 l}{a}$

四、SI制电流强度单位的定义

两根通电平行直导线单位长度上的作用力：

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

电流单位A的定义（旧）：



1A等于两条无限长且截面积可以忽略圆直导线，相距1m，平行放置于真空中，通以同值恒定电流时，使每米长之导线间产生2×10^{-7}N作用力之电流。

新SI中安培（ampere）定义

一秒内通过（1.602 176 634×10^{-19}）$^{-1}$（约为6.25×10^{18}）个基本电荷e的电量时，电流强度为1A，或一秒内通过1个基本电荷e的电量时，通过的电流强度为1.602 176 634×10^{-19} A。

SI单位制电磁学的四个基本物理量：

长度、时间、质量、电流强度

新国际单位制

2018年11月16日，第26届国际计量大会（CGPM）通过了关于“修订国际单位制（SI）”的1号决议，千克、安培、开尔文和摩尔等4个SI基本单位的定义改由常数定义，于2019年5月20日起正式生效，**七个基本单位将全部通过不变的自然常数来定义**。

- 千克将用普朗克常数（h）定义
- 安培将用电子电荷（e）定义
- 开尔文将用玻尔兹曼常数（k）定义
- 摩尔将用阿伏伽德罗常数（N_A）定义

重新定义的四个SI基本单位

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China

1	秒 second	国际单位制中的时间单位，符号s。当铯频率$\Delta\nu(Cs)$，也就是铯-133原子不受干扰的基态超精细跃迁频率，以单位Hz即s^{-1}表示时，将其固定数值取为9 192 631 770来定义秒。
2	米 metre	国际单位制中的长度单位，符号m。当真空中光速c以单位$m\cdot s^{-1}$表示时，将其固定数值取为299 792 458来定义米，其中秒用$\Delta\nu(Cs)$定义。
3	千克 kilogram	国际单位制中的质量单位，符号kg。当普朗克常数h以单位$J\cdot s$即$kg\cdot m^2\cdot s^{-1}$表示时，将其固定数值取为$6.626\ 070\ 15\times10^{-34}$来定义千克，其中米和秒用c和$\Delta\nu(Cs)$定义。
4	安培 ampere	国际单位制中的电流单位，符号A。当基本电荷e以单位C即$A\cdot s$表示时，将其固定数值取为$1.602\ 176\ 634\times10^{-19}$来定义安培，其中秒用$\Delta\nu(Cs)$定义。

重新表述的三个SI基本单位

5	开尔文 kelvin	国际单位制中的热力学温度单位，符号K。当玻耳兹曼常数k以单位$J \cdot K^{-1}$即$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$表示时，将其固定数值取为1.380 649×$10^{-23}$来定义开尔文，其中千克、米和秒用h，c和$\Delta\nu(Cs)$定义。
6	摩尔 mole	国际单位制中的物质的量的单位，符号mol。1 mol精确包含6.022 140 76×10^{23}个基本单元。该数称为阿伏加德罗数，为以单位mol^{-1}表示的阿伏加德罗常数N_A的固定数值。 一个系统的物质的量，符号n，是该系统包含的特定基本单元数的量度。基本单元可以是原子、分子、离子、电子及其他任意粒子或粒子的特定组合。
7	坎德拉 candela	国际单位制中的沿指定方向发光强度单位，符号cd。当频率为540×10^{12} Hz的单色辐射的光视效能K_{cd}以单位$lm \cdot W^{-1}$即$cd \cdot sr \cdot W^{-1}$或$cd \cdot sr \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^3$表示时，将其固定数值取为683来定义坎德拉，其中千克、米、秒分别用h, c和$\Delta\nu(Cs)$定义。