

实验 1 连续信号的离散化

1.1 实验目的

- (1) 探究连续时间信号与时间取样序列之间的关系，取样前后的变化。
- (2) 理解取样操作的本质，是希望取样序列能够承载和表达原信号的所有信息。
- (3) 对比原信号频谱与取样序列频谱之间的差异，判断取样序列对原信号表达的有效性。
- (4) 理解奈奎斯特取样准则的物理意义及初步运用，掌握如何针对实际信号选择合适的取样频率。

1.2 实验原理

连续时间傅里叶变换（CFT）的一般表达式为 $X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\Omega t} dt$,

其反变换的一般表达式为 $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\Omega)e^{j\Omega t} d\Omega$;

离散时间傅里叶变换（DTFT）的一般表达式为 $X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$,

其反变换的一般表达式为 $x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n} d\omega$ 。

主要内容：

- 1) 对 $x(t)$ 做 CFT，记录观察频谱的幅频特性；
- 2) 对 $x(t)$ 做时域离散化得到 $x(n)$ ，对 $x(n)$ 做 DTFT，记录观察幅频特性；
- 3) 在不同的取样频率下，对比分析取样前后的幅频特性变化，理解奈奎斯特取样原理。

1.3 实验内容

- (1) 设 $x_1(t) = \frac{\sin 2\pi f_h t}{t}$ ， $f_h = 100\text{Hz}$ 。

①依据 $x_1(t)$ 的 CFT 表达式，画出幅频特性图，观察 $x_1(t)$ 的幅度谱，带宽是否受限并有确定的最高频率 f_h ，根据奈奎斯特取样准则确定合适的取样频率 f_s 。
提示：MATLAB 支持符号计算，配合 `fplot` 函数（R2016 之前的老版本 Matlab 使用 `ezplot` 函数），可实现解析表达函数的绘图，例如“`syms x; fplot(abs(exp(j*x))), [-pi, pi]`”可绘制 $f(x)=\cos(x)+j\sin(x)$ 的幅度谱；“`syms x; fplot(phase(exp(j*x))), [-pi, pi]`”可绘制 $f(x)=\cos(x)+j\sin(x)$ 的相位谱。

②在以下 5 个取样频率 f_s 下： $0.3f_h$ 、 $0.6f_h$ 、 $1.2f_h$ 、 $1.8f_h$ 、 $2.4f_h$ ，分别对 $x_1(t)$ 进行时域取样，形成取样序列 $x_1(n)$ ，对 $x_1(n)$ 进行 DTFT。依据 $x_1(n)$ 的 DTFT 表达式，画出幅频特性图，观察 $x_1(n)$ 的幅度谱，与 $x_1(t)$ 的幅度谱进行对比和分析讨论。

③作图要求幅度归一化, 频率单位为 Hz 。 $x_1(t)$ 幅度谱的频率范围为 $0 \sim 120Hz$, $x_1(n)$ 幅度谱的频率范围为 $0 \sim f_s$ 。

(2) 设 $x_2(t) = e^{-100t} \sin(2\pi f_q t)$, $f_q = 100Hz$ 。

①使用 MATLAB 内置的 `fourier` 函数对 $x_2(t)$ 进行 CFT, 并画出幅频特性图, 观察 $x_2(t)$ 的幅度谱, 观察 $x_2(t)$ 带宽是否无限、频率高端幅度是否有明显衰减, 并根据频谱能量 95% 的近似原则确定合适的取样频率 f_s 。

②取样频率 f_s 取 f_q 、 $4f_q$ 、 $6f_q$ 、 $10f_q$ 时, 分别对 $x_2(t)$ 进行时域取样, 形成不同的取样序列 $x_2(n)$, 对 $x_2(n)$ 分别进行 DTFT, 并画出幅频特性图。随着取样频率 f_s 的增加, 观察 $X_2(e^{j\omega})$ 频谱混叠现象的变化情况, 并进行分析讨论。

③要求幅度归一化, 频率单位为 Hz 。 $x_2(t)$ 幅度谱的频率范围为 $0 \sim 400Hz$, $x_2(n)$ 幅度谱的频率范围为 $0 \sim f_s$ 。

1.4 实验报告要求

- (1) 记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容, 并对结果进行分析。
- (2) 归纳实验中的各种现象, 总结自己的结论。

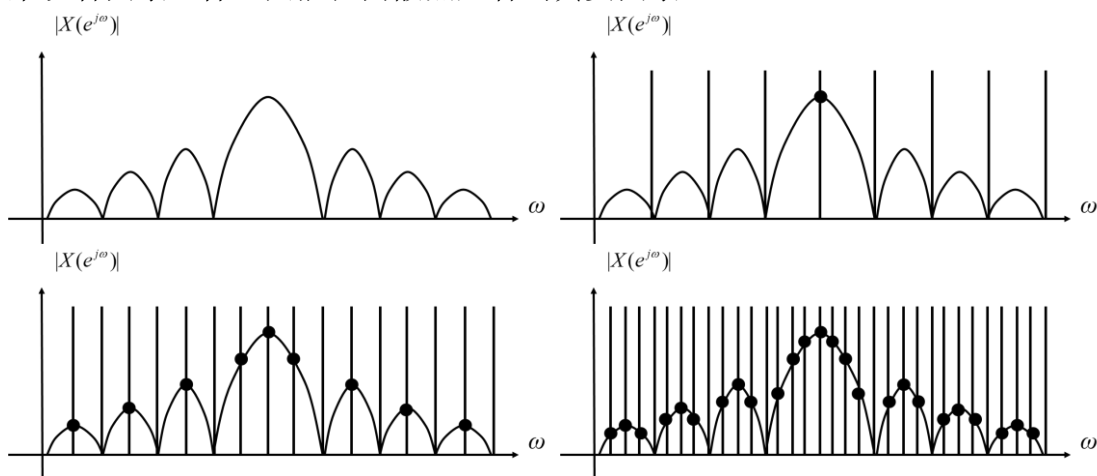
实验 2 栅栏效应

2.1 实验目的

- (1) 理解栅栏效应是连续频谱取样离散化之后呈现的一种视觉现象。
- (2) 理解在离散傅里叶变换 (DFT) 的定义下, 栅栏效应呈现的不是误差, 与频谱泄漏不同。

2.2 实验原理

栅栏效应, 是对频域离散化现象的一个形象化描述, 指 DFT 的频谱呈现在基频的整数倍处, 只能在相应离散点处看到输出的现象。这像通过一个“栅栏”来观看图景一样, 只能在离散点处看到真实图景。



2.3 实验内容

- (1) 设置 N 点离散序列 $x(n)=[1,1,0,1]$ 。
- (2) 对 $x(n)$ 分别做 DTFT 和 DFT, 画出 $X(e^{j\omega})$ 和 $X(k)$ 的幅频特性曲线, 观察描述栅栏效应现象。

DTFT 的一般表达式为: $X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$, $-\infty < \omega < \infty$;

DFT 的一般表达式为: $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$, $k=0,1,2,\dots,N-1$ 。

(3) 用 $X(k)$ 和内插函数重建 $X(e^{j\omega})$, $\hat{X}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot \frac{1 - e^{-j\omega N}}{1 - W_N^{-k} e^{-j\omega}}$,

画出 $\hat{X}(e^{j\omega})$ 的幅频特性曲线, 并与 $X(e^{j\omega})$ 的幅频特性曲线进行比较讨论。

2.4 实验报告要求

- (1) 记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容, 并对结果进行分析。
- (2) 总结实验中根据实验现象得到的其他结论。

实验 3 频谱泄漏

3.1 实验目的

- (1) 理解这里的误差（偏差）概念，是指处理之后相对于处理之前的变化。
- (2) 理解 $x(n)$ 如何通过 DFT 来反映表达 $x(t)$ 的频谱情况。
- (3) 频谱泄漏是指离散序列 $x(n)$ DFT 相对于原信号 $x(t)$ 在频谱上多显示出的频率成分。
- (4) 产生频谱泄漏的根本原因，是对原信号 $x(t)$ 的截短；信号截短之后，相对于截短之前的原信号一定发生泄漏，与时域离散化无关，与 DFT 无关。
- (6) 理解 DFT 对频谱泄漏的呈现形态，与 DTFT 频谱离散化的频率取样点位置方式有关。

3.2 实验原理

- 1) 对 $x(t)$ 做 CFT，记录观察频谱的幅频特性；
- 2) 对 $x(t)$ 在时域上截短，记录观察频谱的幅频特性；
- 3) 对截短后连续信号离散化得到 $x(n)$ ，对 $x(n)$ 做 DTFT，记录观察幅频特性。

3.3 实验内容

设 $x(t) = e^{j2\pi f_1 t} + e^{j2\pi f_2 t}$ ，式中 $f_1 = 24\text{Hz}$ ， $f_2 = 60\text{Hz}$ 。

- (1) 对 $x(t)$ 做 CFT 并进行幅度归一化，给出 $X(j\Omega)$ 表达式，说明其幅频特性。

- (2) 判断 $x(t)$ 是否为周期函数。如果是，则确定 $x(t)$ 的最小周期 T_0 和基频 Ω_0 ，对 $x(t)$ 进行 FS 展开，给出 $X(m\Omega_0)$ 表达式，说明其幅频特性，并与上述 CFT 的结果进行比较讨论。

- (3) 对 $x(t)$ 用矩形窗截短，得到 $x_1(t)$ 。矩形窗宽度的选择，分为两种情况：矩形窗宽度等于 $x(t)$ 最小周期 T_0 的整倍数（记为 R_1 ）；矩形窗宽度不等于 $x(t)$ 最小周期 T_0 的整倍数（记为 R_2 ）。

在 R_1 和 R_2 两种宽度下，对 $x_1(t)$ 分别做 CFT，画出 $X_1(j\Omega)$ 的幅频特性曲线，并与 $X(j\Omega)$ 的幅频特性进行比较讨论。

- (4) 分别取 f_{s1}, f_{s2} ，在 R_1 和 R_2 两种宽度下，对 $x_1(t)$ 进行离散化，对取样序列 $x_1(n)$ 做 DTFT。画出 $X_1(e^{j\omega})$ 幅频特性曲线（频域表示范围取两个周期），并与 $X(j\Omega)$ 和 $X_1(j\Omega)$ 的幅频特性进行比较讨论。其中：

$$f_{s1} = \frac{1}{2T_0}$$

$$f_{s2} = \frac{1}{1.6T_0}$$

(5) 在 R_1 和 R_2 两种宽度下, 对 $x_1(n)$ 做 DFT, 画出 $X_1(k)$ 完整的幅频特性曲线 ($k=0,1,\dots,N-1$), 并与 $X_1(e^{j\omega})$ 、 $X(j\Omega)$ 和 $X_1(j\Omega)$ 的幅频特性进行比较讨论。

(6) 在 R_1 和 R_2 两种宽度下, 对 $x_1(n)$ 补两倍长度于自身的零值形成延长序列 $x_2(n)$ 。对 $x_2(n)$ 做 DFT, 画出 $X_2(k)$ 完整的幅频特性曲线 ($k=0,1,\dots,N-1$), 并与 $X_1(k)$ 、 $X_1(e^{j\omega})$ 、 $X(j\Omega)$ 和 $X_1(j\Omega)$ 的幅频特性进行比较讨论。

3.4 实验报告要求

- (1) 记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容, 并对结果进行分析。
- (2) 总结实验中根据实验现象得到的其他结论。

实验 4 FFT 算法

4.1 实验目的

- (1) 加深对快速傅里叶变换 (FFT) 的理解。
- (2) 实际编程实现 FFT 算法。

4.2 实验原理

编程实现一个 16 点 DFT 的基-2 快速算法。

4.3 实验内容

设 $x(n) = 2\sin(\frac{\pi}{4}n) + \sin(\frac{5\pi}{8}n) + 3\sin(\frac{3\pi}{4}n)$, $n = 0, 1, 2, \dots, 15$ 。

- (1) 对序列 $x(n)$ 做 DFT, 使用 MATLAB 内置的 `stem` 函数画出幅度谱。
- (2) 编制按时间抽取的基 2FFT 算法程序, 要求顺序输入、反序输出, 对序列 $x(n)$ 做 FFT。在命令行输出反序结果的幅度值, 并将输出结果从反序转换为顺序, 画出幅度谱。

4.4 实验报告要求

- (1) 总结编写程序实现 FFT 算法的思路。
- (2) 记录实验中要求观察、分析、比较的内容, 并对结果进行分析。
- (3) 总结实验中根据实验现象得到的其它结论。

实验 5 信号通过 IIR 滤波器

5.1 实验目的

- (1) 理解系统对信号的作用、输入信号与输出信号的关系。
- (2) 任何复杂信号都可以看成是不同频率的简单正弦信号叠加的结果。

5.2 实验原理

观察一个矩形波信号通过低通滤波器。通过设置滤波器不同的截止频率，可以看到矩形波信号时域波形的变化。随着截止频率的升高，时域波形越接近矩形。

5.3 实验内容

(1) 设计一个 IIR 低通滤波器。通带起伏小于 1dB ，止带衰减大于 40dB ，过渡带宽小于 0.1π ，通带截止频率为 $\omega_p(n) = r \cdot 2\pi / N$ ，其中 r 分别取 5, 10, 15, 20, 40, $N=100$ 。

提示：IIR 滤波器的设计可以使用 MATLAB 内置的 `buttord` 和 `butter` 函数。

(2) 生成一个周期为 $N=100$ 的矩形信号序列 $x(n)$ ，

$$x(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq \frac{N}{2} - 1 \\ 0 & \frac{N}{2} \leq n \leq N - 1 \end{cases}$$

取 10 个周期长度，激励 (1) 中设计的低通滤波器（可使用 MATLAB 内置的 `filtfilt` 函数模拟该过程），得到输出序列 $y(n)$ ，并计算 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的幅频特性。

(3) 观察和比较滤波器取不同截止频率时， $x(n)$ 、 $y(n)$ 的时域波形、幅频特性的变化，特别是方波棱角的变化（时域波形画出第 2 到第 5 个周期即可）。

(4) 采用双线性变换法设计一个数字切比雪夫 I 型高通滤波器。当 $\omega \leq 0.2\pi$ 内，衰减大于 15dB ；当 $0.3\pi \leq \omega \leq \pi$ 时，衰减小于 1dB 。并观察 $x(n)$ 通过该高通滤波器后输出 $y_{hp}(n)$ 的时域波形，并对比 (3) 中不同截止频率时输出时域波形与 $y_{hp}(n)$ 叠加后的波形（即 $y(n) + y_{hp}(n)$ 的时域波形）。

6.4 实验报告要求

- (1) 记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容，并对结果进行分析。
- (2) 总结实验中根据实验现象得到的其他结论。

实验 6 窗函数

6.1 实验目的

- (1) 理解窗函数的基本性能，掌握主瓣宽度与旁瓣电平的控制原则。
- (2) 探究两类相位特性对信号处理的影响。

6.2 实验原理

- 1) 用窗函数截取序列做 DFT 分析，频谱泄露体现在宽阔的主瓣和旁瓣上；
- 2) 控制窗函数的主瓣宽度和旁瓣电平，可以控制改善泄露对信号频谱识别的影响；
- 3) 当幅度相差较大的两个信号同时存在时，需要仔细设计窗函数的主瓣宽度和旁瓣电平，以免弱信号淹没在强信号的旁瓣或主瓣中。

6.3 实验内容

- (1) 设 $x_1(n) = 31.6e^{j\frac{3\pi}{7}n} + 0.005e^{j\frac{4\pi}{5}n}$ ， $0 \leq n \leq 1023$ 。

分别使用矩形窗、Hamming 窗对 $x_1(n)$ 做 DFT 得到 $X_1(k)$ ，画出幅度谱，用分贝 (dB) 表示，并比较分析。

矩形窗的低频旁瓣幅度应超过高频分量，Hamming 窗的低频旁瓣幅度应低于高频分量。

提示：

- ① 窗函数的产生可以利用 MATLAB 中的 window(r2021 之前版本为 dsp.Window)，或者直接调用 MATLAB 内置的 boxcar、hanning、hamming 和 blackman 函数，具体使用方法请查阅 MATLAB 文档；DFT 计算可以调用 MATLAB 内置的 fft 函数，fft 点数取 $2N$ ，fft 函数的具体使用方法可查阅 MATLAB 文档。
- ② 幅度谱的分贝公式： $dB = 20\lg(\text{amplitude})$ 。

- (2) 设 $x_2(n) = 31.6e^{j\frac{3\pi}{7}n} + 10e^{j\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{1024}\right)3\pi n}$ ， $0 \leq n \leq N-1$ 。

使用 Blackman 窗，分别在 $N=1024$ 和 $N=2048$ 两种情况下，对 $x_2(n)$ 做 DFT 得到 $X_2(k)$ ，画出幅度谱，并比较分析。

$N=1024$ 时，高频分量淹没在低频分量的主瓣中； $N=2048$ 时，低频分量的主瓣变窄，高频分量显现。

6.4 实验报告要求

- (1) 记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容，并对结果进行分析。
- (2) 总结实验中根据实验现象得到的其他结论。

实验 7 FIR 滤波器的窗函数设计方法

7.1 实验目的

- (1) 探究窗函数主瓣宽度和旁瓣电平对滤波器性能的影响。
- (2) 观察理解 Gibbs 效应。

7.2 实验原理

用窗函数法设计 FIR 滤波器，观察不同阶数下的通带起伏和过渡带宽度的变化。

7.3 实验内容

(1) 采用矩形窗函数设计带通滤波器，中心频率为 $f_0 = 150\text{MHz}$ ，通带宽度为 $B = 100\text{MHz}$ ，上下阻带最小衰减大于 30dB ，上下过渡带宽小于 10MHz ，采样频率为 $f_s = 500\text{MHz}$ ，要求具有线性相位特性。

①使用 MATLAB 内置的 `fir1` 函数设计出符合指标要求的滤波器（其中矩形窗函数使用 `boxcar` 函数），利用 MATLAB 内置的 `freqz` 函数画出幅频特性曲线。

②改变系统阶数 N （增加和减少），画出不同 N 下的幅频特性曲线（此处建议对幅度谱取绝对值画图，不建议画出功率谱图），并分析讨论。要求幅度归一化，频率单位为 Hz。滤波器幅度谱的频率范围为 $0 \sim f_s$ 。

(2) 采用三角形窗、汉宁窗、汉明窗布莱克曼窗重复上述过程。

7.4 实验报告要求

- (1) 记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容，并对结果进行分析。
- (2) 总结实验中根据实验现象得到的其他结论。

实验 8 线性相位系统

8.1 实验目的

- (1) 观察理解 IIR 滤波器的非线性相位特性与 FIR 滤波器的线性相位特性。
- (2) 探究两类相位特性对信号处理的影响。

8.2 实验原理

设计频带指标相同的 IIR 滤波器与 FIR 滤波器，观察两类滤波器对信号波形的影响。观察非线性相位的 IIR 滤波器发生的色散现象。

8.3 实验内容

(1) 设计 IIR 低通滤波器。通带截止频率 0.8π ，通带起伏小于 $1dB$ ，过渡带宽小于 0.1π ，止带衰减大于 $40dB$ ，幅度模型 Butterworth。

①使用 MATLAB 内置的 buttord 与 butter 函数设计出符合指标要求的滤波器，利用 MATLAB 内置的 freqz 函数画出幅频特性曲线和相频特性曲线，利用 MATLAB 内置的 grdelay 函数测量设计出的滤波器的群时延。

(2) 设计 FIR 低通滤波器。通带截止频率 0.8π ，过渡带宽小于 0.1π ，止带衰减大于 $40dB$ 。线性相位特性，窗函数法。

①使用 MATLAB 内置的 fir1 函数（默认为 Hamming 窗）设计出符合指标要求的滤波器，利用 MATLAB 内置的 freqz 函数画出幅频特性曲线和相频特性曲线，利用 MATLAB 内置的 grdelay 函数测量设计出的滤波器的群时延。

(3) $x_1(n)=\sin(\omega_1 n)$, $x_2(n)=\sin(\omega_2 n)$, $\omega_1 = 0.1\pi$, $\omega_2 = 0.7\pi$, 序列长度为 $N = 80$, 分别输入 IIR 和 FIR 滤波器，观察群延迟（系统时延），与上述测量结果对比验证。

①使用 MATLAB 内置的 filter 函数模拟输入信号通过滤波器，并用 MATLAB 内置的 stem 函数画出通过前后的时域波形图。

(4) $x(n) = x_1(n) + x_2(n)$ ，分别输入 IIR 和 FIR 滤波器，观察对比输入波形和两个输出波形。

①使用 MATLAB 内置的 filter 函数模拟输入信号通过滤波器，并用 MATLAB 内置的 stem 函数画出通过前后的时域波形图。

8.4 实验报告要求

- (1) 记录实验内容中要求观察、分析、比较的内容，并对结果进行分析。
- (2) 总结实验中根据实验现象得到的其他结论。