

2023.12.6 第 20 次作业

卢科政 夏业志

2023 年 12 月 17 日

题目 1. (课本 6.13) 电子感应加速器是应用电磁感应效应加速环形真空室中电子的装置. 如果电子回旋周期为 $1/60s$, 回旋半径为 $40cm$, 在一个回旋周期内磁通量密度的改变量为 $5Wb \cdot m^{-2}$, 那么电子回旋一周得到多少能量? 加速电子的电场强度是多大?

解答. 电子在涡旋电场中运动一周被加速所获得的能量为:

$$\Delta W = \frac{\Delta \Phi}{T} = \frac{\pi R^2 \times 5Wb \cdot m^{-2}}{1/60s} = 150.8eV \quad (1)$$

加速电子的电场强度大小为:

$$E = \left| -\frac{1}{2\pi R} \frac{d\Phi}{dt} \right| = 60V/m \quad (2)$$

注记. 注意式 (1) 的单位, 具体推导见课本 p279,p280.

题目 2. (课本 6.16) 一环形螺线管有 N 匝, 环半径为 R , 环的横截面积为矩形. 求:(1) 此螺线管的自感系数;(2) 这个环形螺线管和位于它的对称轴处的长直导线之间的互感系数.

解答. (1)

由磁场环路定理可知, 在螺线管内的磁场为:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad (3)$$

则螺线管内的磁通量为:

$$\Phi_1 = N \int_R^{R+2a} B \cdot h dr = \frac{\mu_0 N^2 I h}{2\pi} \ln \frac{R+2a}{R} \quad (4)$$

根据自感系数的定义可知, 螺线管的自感系数为:

$$L = \frac{\Phi_1}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{R+2a}{R} \quad (5)$$

(2)

假设长直导线携带的电流大小为 I_2 , 则长直导线在螺线管内的磁场为:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} \quad (6)$$

长直导线在螺线管内的磁通量为:

$$\Phi_2 = N \int_R^{R+2a} B_2 \cdot h dr = \frac{\mu_0 N I_2 h}{2\pi} \ln \frac{R+2a}{R} \quad (7)$$

根据互感系数的定义可知, 螺线管的自感系数为:

$$M = \frac{\Phi_2}{I_2} = \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R+2a}{R} \quad (8)$$

题目 3. (课本 6.23) 在一个无限长直导线旁边距离为 d 处有一个任意形状的小回路, 此回路的面积为 S , 证明其互感系数 $M = \mu_0 S / (2\pi d)$.

解答. 距离无限长直导线距离为 d 处的磁场强度为:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad (9)$$

由自感的定义可知:

$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{BS}{I} = \frac{\mu_0 S}{2\pi d} \quad (10)$$