6-9 考虑离散情况下的维纳滤波.已知观测信号为$x(k)=s(k)+n(k)$,信号$s(k)$及噪声$n(k)$均为广义平稳序列，且$s(k)$和$n(k)$互不相关，它们的离散功率谱密度函数分别为$P_s(z)=\dfrac{0.36}{(1-0.8z^{-1})(1-0.8z)}$和$P_n(z)=1$，求物理可实现及物理不可实现的维纳滤波器.

解：（不用计算最小均方误差）

$$P_x(z)=P_s(z)+P_n(z)=\frac{0.36}{(1-0.8z^{-1})(1-0.8z)}+1$$

$$=\frac{1.6\times(1-0.5z^{-1})(1-0.5z)}{(1-0.8z^{-1})(1-0.8z)}$$

（1） 对于物理可实现维纳滤波器

$$P_x^+(z)=\frac{1.6\times(1-0.5z^{-1})}{1-0.8z^{-1}},\quad P_x^-(z)=\frac{1-0.5z}{1-0.8z}$$

$$\frac{P_{gx}(z)}{P_x^-(z)}=\frac{P_s(z)}{P_x^-(z)}=\frac{0.36}{(1-0.8z^{-1})(1-0.5z)}=\frac{0.6}{1-0.8z^{-1}}\bullet\frac{0.6}{(1-0.5z)}$$

可得$\left[\dfrac{P_{gx}(z)}{P_x^-(z)}\right]^+=\dfrac{0.6}{1-0.8z^{-1}}$，得到

$$H(z)=\frac{1}{P_x^+(z)}\left[\frac{P_{gx}(z)}{P_x^-(z)}\right]^+=\frac{1-0.8z^{-1}}{1.6\times(1-0.5z^{-1})}\times\frac{0.6}{1-0.8z^{-1}}=\frac{3}{8}\times\frac{1}{1-0.5z^{-1}}$$

（2） 对于物理不可实现维纳滤波器

$$H(z)=\frac{P_{gx}(z)}{P_s(z)+P_n(z)}=\frac{P_s(z)}{P_s(z)+P_n(z)}$$

$$=\frac{\dfrac{0.36}{(1-0.8z^{-1})(1-0.8z)}}{\dfrac{0.36}{(1-0.8z^{-1})(1-0.8z)}+1}=\frac{0.225}{(1+0.5z^{-1})(1-0.5z)}$$