

微波技术基础习题

1、利用算符的性质，证明下列各等式：

$$(1) \nabla(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{B} \times (\nabla \times \vec{A}) + (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} + \vec{A} \times (\nabla \times \vec{B}) + (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B}$$

$$(2) \nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} - (\nabla \cdot \vec{A}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + (\nabla \cdot \vec{B}) \vec{A}$$

$$(3) \nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\nabla \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{B})$$

$$(4) \vec{A} \times (\nabla \times \vec{A}) = \frac{1}{2} \nabla A^2 - (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{A}$$

2、(1) 某双导线的直径为 2mm，间距为 10mm，周围介质为空气，求其特性阻抗。

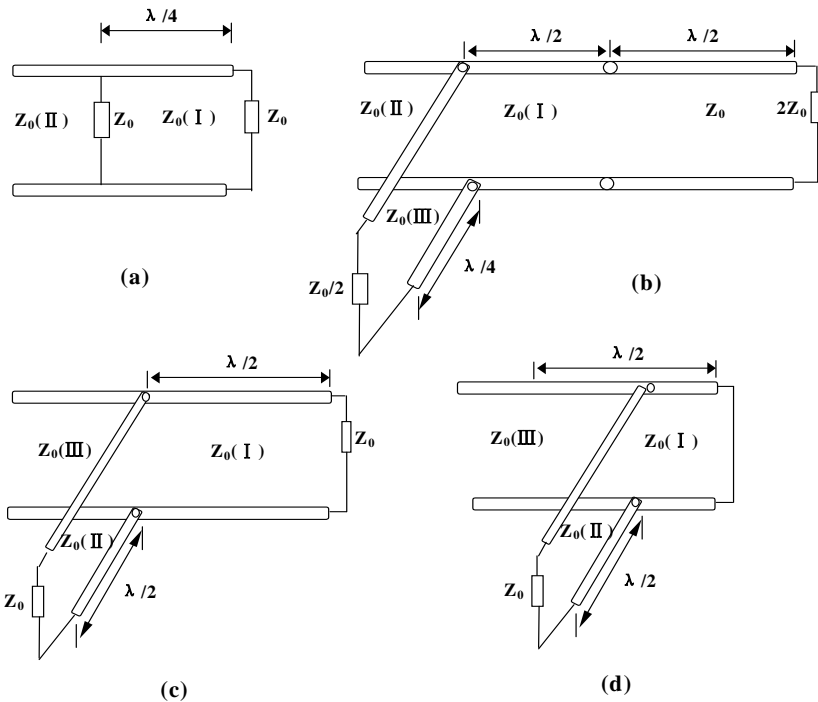
(2) 某同轴线的外导体内直径为 23mm，内导体外直径为 10mm，求其特性阻抗；若在内导体之间填充 ϵ_r 为 2.25 的介质，求其特性阻抗。

3、某无耗线在空气中单位长度上的电容为 60PF/m，求其特性阻抗和单位长度上的电感。

4、有一同轴线，其导体电导率为 σ_c ，介质的电导率为 σ_d ，假设损耗很小，试回答下列问题：

(1) 求出特性阻抗和传播常数。(2) 求出衰减常数最小时，内、外导体直径的比值 b/a。

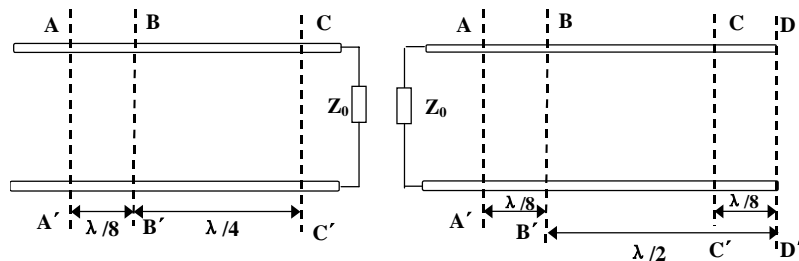
5、求图中各电路无耗线段的反射系数。(其中， $Z_0(\quad) = Z_0(\quad) = Z_0(\quad) = Z_0(\quad)$)



题 5 图

6、一无耗线终端阻抗等于特性阻抗，如图所示，已知 $U_B = 50 \angle 20^\circ$ ，求 U_A 和 U_C ，并写出 AA'、BB'和 CC'处的电压瞬时式。

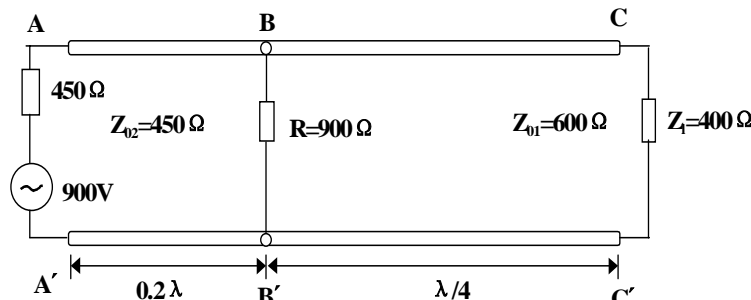
7、如图所示终端开路线，其特性阻抗为 200，电源内阻抗等于特性阻抗，已知 AA'处电压 U_A 等于 $100 \cos(\omega t + 30^\circ)$ ，求 BB'，CC'处的电压瞬时式。



题 6 图

题 7 图

- 8、长度为 5m 终端开路线，特性阻抗为 1000 Ω ，试求频率为 300MHz 和 500MHz 时输入阻抗及沿线电压、电流和阻抗振幅分布图。
- 9、长度为 $3\lambda/4$ ，特性阻抗为 600 Ω 的双导线，负载阻抗为 300 Ω ，输入端电压为 600V，试画出沿线的电压、电流和阻抗的振幅分布图，并求出它们的最大值和最小值。
- 10、如图电路，画出沿线电压、电流和阻抗的振幅分布图，并求出它们的最大值和最小值。



题 10 图

- 11、试证明：终端负载 $Z_L = R_L + jX_L$ 与反射系数 $\Gamma_L = |\Gamma_L|e^{j\varphi_L}$ 为下列关系：

$$\frac{R_L}{Z_0} = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{1 - 2|\Gamma_L|\cos\varphi_L + |\Gamma_L|^2} \quad \frac{X_L}{Z_0} = \frac{2 - |\Gamma_L|\sin\varphi_L}{1 - 2|\Gamma_L|\cos\varphi_L + |\Gamma_L|^2}$$

- 12、证明：当 $0 < \varphi_L < \pi$ 时， $Z_L = R_L + jX_L$ 是感性。即 $R_L > 0, X_L > 0$ ；当 $-\pi < \varphi_L < 0$ 时， $Z_L = R_L + jX_L$ 是容性。即 $R_L > 0, X_L < 0$ 。
- 13、试证明：当传输线 Z_L 终端为感抗时，离负载最近的驻波节点距负载的距离 d_{\min} 满足 $\lambda/4 < d_{\min} < \lambda/2$ ，而当 Z_L 是容性时， d_{\min} 满足 $0 < d_{\min} < \lambda/4$ 。
- 14、试证明：在任意负载下，有下列关系：

$$(1) \Gamma(z) = -\Gamma(z \pm \frac{\lambda}{4}) \quad (2) Z_{in}(z) \cdot Z_{in}(z \pm \frac{\lambda}{4}) = Z_0^2 \quad (3) Y_{in}(z) = Z_{in}(z \pm \frac{\lambda}{4}) / Z_0^2$$

- 15、试证明：当 S 、 d_{\min} 为已知时，终端负载 $Z_L = R_L + jX_L$ 和 $Y_L = G_L + jB_L$ 分别满足：

$$\frac{R_L}{Z_0} = \frac{S}{S^2 \cos^2 \beta d_{\min} + \sin^2 \beta d_{\min}}; \quad \frac{X_L}{Z_0} = \frac{(1 - S^2) \operatorname{ctg} \beta d_{\min}}{S^2 \operatorname{ctg}^2 \beta d_{\min} + 1}$$

$$\frac{G_L}{Y_0} = \frac{S}{S^2 \sin^2 \beta d_{\min} + \cos^2 \beta d_{\min}}; \quad \frac{B_L}{Y_0} = \frac{(S^2 - 1) \operatorname{ctg} \beta d_{\min}}{S^2 + \operatorname{ctg}^2 \beta d_{\min}}$$

- 16、已知终端归一化负载导纳 $Y_L = 1 + j\bar{B}_L$ ，试证明：(1) $|\bar{B}_L| = \frac{S - 1}{\sqrt{S}}$ (2) $\bar{B}_L = 2 \operatorname{ctg}(2\beta d_{\min})$

- 17、设一有耗传输线，其特性阻抗为 $Z_0 = R_0 - jX_0 = R_0(1 - j\varphi_0)$ ，终端接有负载 $Z_L = R_L + jX_L$ ，

$$\text{证明：} \bar{R}_L = \frac{R_L}{Z_0} = \frac{\operatorname{sh} 2\rho}{\operatorname{ch} 2\rho - \cos 2\varphi} \quad \bar{X}_L = \frac{X_L}{Z_0} = \frac{\sin 2\varphi}{\operatorname{ch} 2\rho - \cos 2\varphi}$$

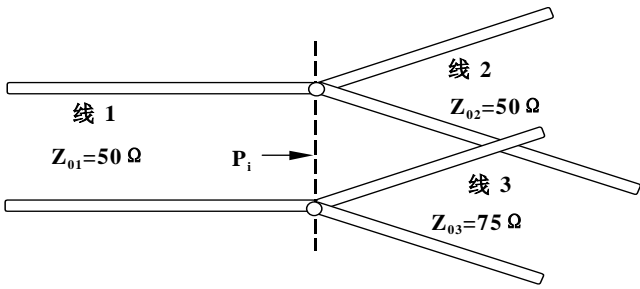
- 18、设有一终端短路的传输线，线长为 1m，传输线的始端有一个频率在不断变化的电压源。当频率 405MHz 为时，传输线始端电压达到最大值 10 伏，逐渐增加频率，当频率在 410MHz 时，始端电流达到最大值 0.2 安培，并设传输线中 $\mu = \mu_0$ ，试求传输线中介质的 ϵ_r 为多少？传输线的特性阻抗为多少？当频率为 407MHz 时，始端电压及电流的大小为多少？

- 19、已知单位长电阻 $Z_1 = j\omega L_1$ ，电导 $Y_1 = \frac{1}{j\omega L_2} + j\omega C_2$ ，试讨论传输线上波的传输条件。

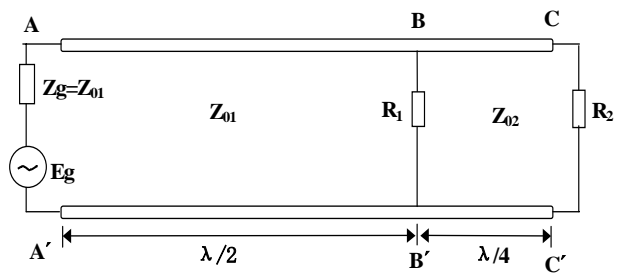
- 20、如图所示（在下一页），功率入射到三段传输线连接面处，试求：(1)反射回传输线 1 的功率。(2)传递给传输线 2 的功率。(3)传递给传输线 3 的功率。（提示：传输线 2 和传输线 3 为无限长传输线，入射波不会到达终端。）

- 21、如图所示（在下一页），已知 Z_{01} 为 250 Ω ， Z_{02} 为 200 Ω ，电源电动势为 100V， Z_{01} 和 Z_{02}

线上行波系数分别为 0.8 和 0.5，B 点为 Z_{01} 线段的电压波节，试求 R_1 和 R_2 的值及 R_2 吸收的功率。



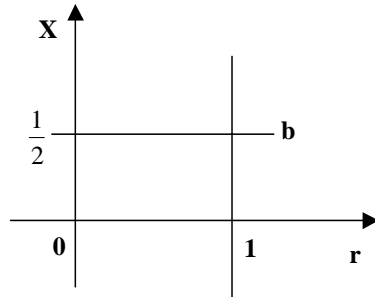
题 20 图



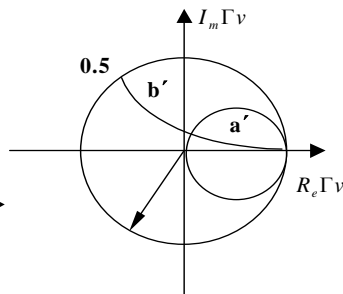
题 21 图

22、如图 (a) 中给出了传输线上任一点 Z 处归一化阻抗 $\bar{Z}(z) = r + jx$ 的轨迹，试证明：

- (1)、直线 a 的电压反射系数 Γ_v 轨迹为如图 (b) 中圆心位于 $(\frac{1}{2}, 0)$ ，半径为 $\frac{1}{2}$ 的圆 a' 。
- (2)、直线 b 的电压反射系数 Γ_v 轨迹为如图 (b) 中圆心位于 $(1, 2)$ ，半径为 2 的圆弧 b' 。



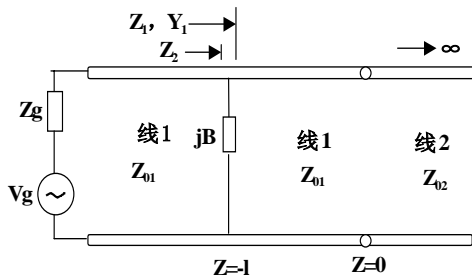
(a)



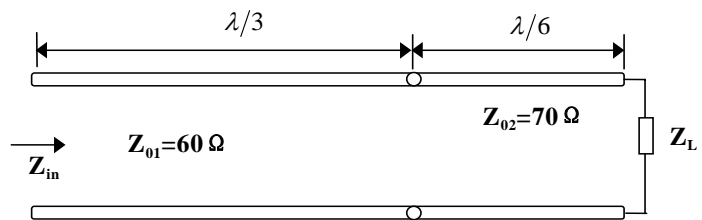
(b)

题 22 图

- 23、如图所示，已知， $Z_{01} = 150\Omega$ ， $Z_{02} = 50\Omega$ ， $B = -0.003mhl$ ， $l = 0.375\lambda_1$ ， λ_1 为线 1 的波长。求：(1) Z_1 、 Y_1 ；(2) jB 左边及右边的 S ；(3) 若除 B 外，其它值不变，问 B 为多少时， S 最小？这个最小的 S 为多少？(要求用圆图求解)
- 24、无耗双导线的归一化负载导纳为 $Y_l = 0.45 + j0.7$ ，若在负载两端并联一短路支节后，要求总的归一化负载导纳为 $0.45 - j0.2$ ，求支节长度。(要求用圆图求解)
- 25、无耗同轴线的特性阻抗为 50Ω ，端接一未知阻抗 Z_l ，当负载短路时在线上测得一短路参考点 d_0 ，当端接 Z_l 时测得 S 为 2.4，电压波节点位于 d_0 电源端 0.208λ 处，试求该未知负载阻抗 Z_l 。(要求用圆图求解)



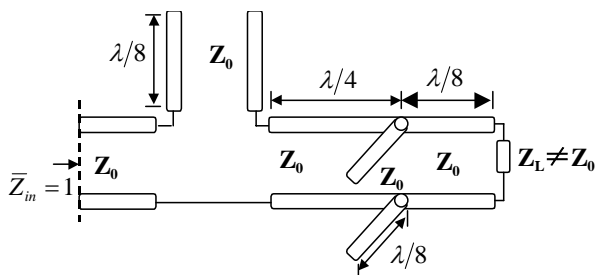
题 23 图



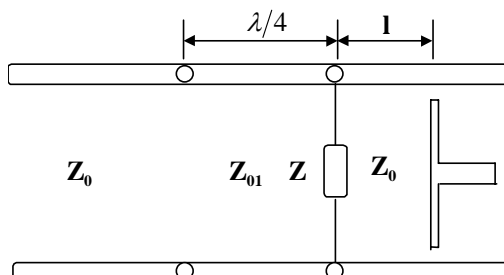
题 26 图

- 26、如图所示，其中 $Z_l = 50 - j35(\Omega)$ ，试计算 Z_{in} 。(要求用圆图求解)
- 27、如图所示 (在下一页)，终端负载与长线特性阻抗不匹配，通过距终端为 $\lambda/8$ 处并接一段长度为 $\lambda/8$ 的开路线、与开路线相距 $\lambda/4$ 处串接一段长度为 $\lambda/8$ 的短路线，使长线始端输入阻抗归一化值 $\bar{Z}_{in} = 1$ ，求归一化负载阻抗 \bar{Z}_L (要求用圆图求解)
- 28、同轴线上并接阻抗 $Z = R + jX$ ，今用短路活塞和 $\lambda/4$ 阻抗变换器进行匹配，如图所示，

试求匹配时的活塞位置及 $\lambda/4$ 阻抗变换器的特性阻抗 Z_{01} 。

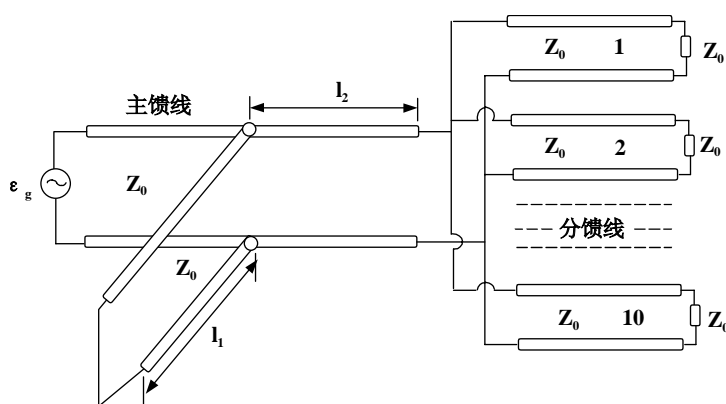


题 27 图

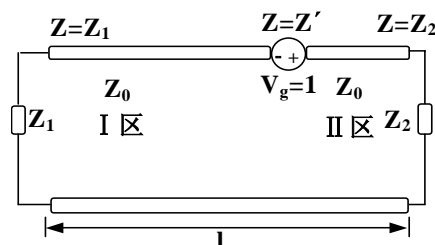


题 28 图

- 29、若 $Y_L = \overline{G}_L$ ，试证明单支节匹配器的 d_1 和 l_1 满足： $d_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{\frac{1}{\overline{G}_L}}$ ， $l_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{tg}^{-1} (\frac{\sqrt{\overline{G}_L}}{1 - \overline{G}_L})$
- 30、一相控阵雷达，具有十个单元的天线。每一单元的天线都和它们的馈线相匹配，如图所示。所有传输线都用介质常数 $\epsilon_r = 2.3$ 、 $\mu_r = 1$ 、阻抗 $Z_0 = 50\Omega$ 的同轴线。单短截匹配线接到主馈线上。求对天线阵有最大功效传输时，单短截线匹配器的长度 l_1 以及它和天线阵之间的距离 l_2 为多少？（工作频率 $f = 1\text{GHz}$ ）
- 31、无耗双导线的特性阻抗为 600Ω ，负载阻抗为 $300 + j600\Omega$ ，采用双支节进行匹配，第一个支节距负载 0.1λ ，两支节间距为 $\lambda/8$ ，求支节的长度 l_1 和 l_2 。
- 32、无耗双导线的特性阻抗为 600Ω ，负载阻抗为 $360 - j300\Omega$ ，采用三支节进行匹配，设第一个支节距负载 3cm ，支节间距 2.5cm ，工作波长为 20cm 。试求支节的长度 l_1 、 l_2 和 l_3 。
- 33、求如图端接条件下，均匀传输线的格林函数，设在 Z' 处有单位振幅恒压源（ $V_g = \int u(z')\delta(z - z')dz = 1$ ）激励。

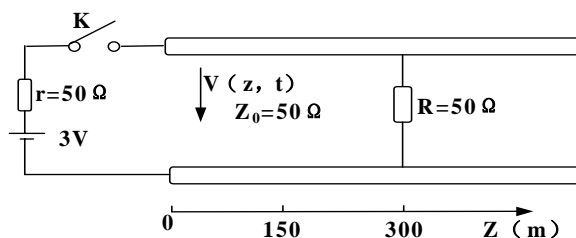


题 30 图



题 33 图

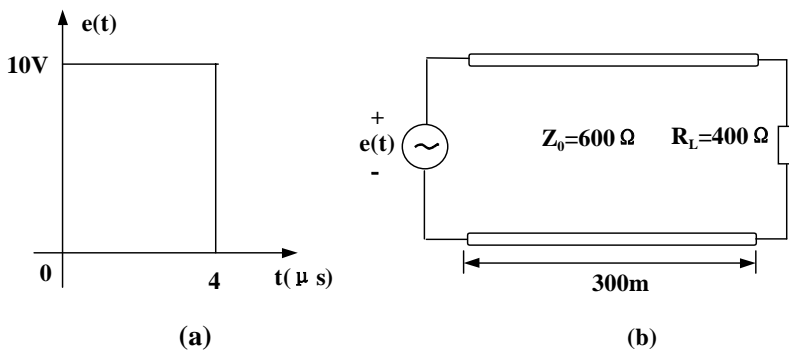
- 34、在无限长平行双线的 300m 处并接电阻 R ，如图所示。画图表示当 K 接通后，源线电压 $V(z, t)$ 的变化规律。试求 (1) $t_0 = 0.5\mu\text{s}$ 时， $V(z, t_0) \sim z$ 曲线。(2) $t_0 = 1.5\mu\text{s}$ 时， $V(z, t_0) \sim z$ 曲线。(3) $Z_0 = 150\text{m}$ 处， $V(z_0, t) \sim t$ 曲线。



题 34 图

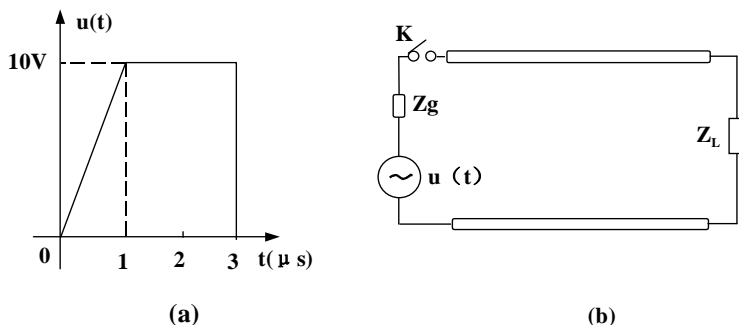
- 35、如图所示（在下一页），矩形脉冲加到 $Z_0 = 600\Omega$ 的无损耗传输线的始端，试说明信号电

压在传输线上的传输过程，并画出输出电压 u_2 的波形 ($0 \leq t \leq 11\mu s$)。(注： $Z_g = 0$)



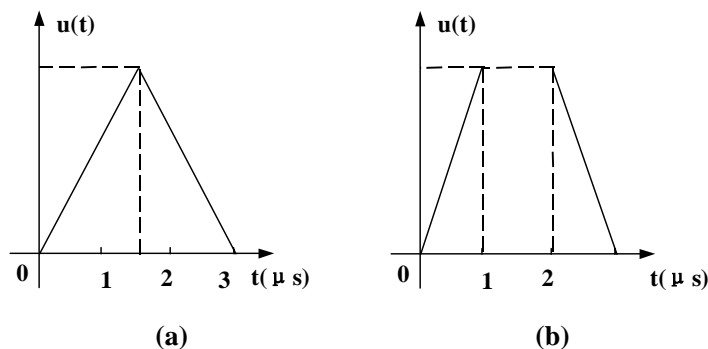
题 35 图

- 36、如图所示均匀传输线，始端电压反射系数 $\Gamma_g = 0$ ，负载电压反射系数 $\Gamma_L = 0.5$ ，波的传播速度为 $1m/s$ ，线长 $10m$ 。当 $t=0$ 时，给传输线加上如图 (a) 所示的信号，试问：
 (1) $t_0 = 10$ 秒时， $V(z, t_0) \sim z$ 曲线如何？(2) $t_0 = 11$ 秒、12 秒、13 秒时， $V(z, t_0) \sim z$ 曲线分别如何？(3) $Z_0 = 5m$ 处， $V(z_0, t) \sim t$ 曲线 ($0 \leq t \leq 20$ 秒)。



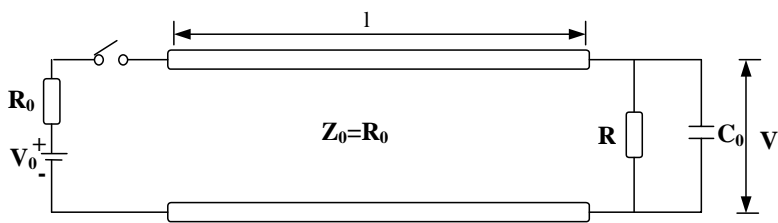
题 36 图

- 37、若将上题 $u(t)$ 改为下图 (a) (b) 情况，重解上题。



题 37 图

- 38、设有如图所示的传输线电路，在 $t=0$ 时刻电压为 V_0 的电池组由输入端接入，求输出负载上的电压 V 随时间的变化。



题 38 图

- 39、在柱形坐标系中，标度因子满足下列三个条件：i) $h_2 = 1$ ；ii) $\frac{\partial}{\partial z}(h_1 h_2) = 0$ ；iii) $\frac{\partial}{\partial z}(\frac{h_1}{h_2}) = 0$ 。

试证明：在此坐标系统下，对任一矢量场 A 有： $(\nabla^2 \vec{A})_z = \nabla^2 A_z \vec{e}_z$

40、证明：在规则波导中，对于 TM 模，其纵向场分量和横向场分量满足下列关系

$$\vec{E}_t = -\frac{j\beta}{K_c^2} \nabla_t E_z \quad \vec{H}_t = Y_E \vec{i}_z \times \vec{E}_t$$

$$\text{对于 TE 波，满足下列关系：} \quad \vec{H}_t = -\frac{j\beta}{K_c^2} \nabla_t H_z \quad \vec{E}_t = -Z_H \vec{i}_z \times \vec{H}_t$$

41、频率为 10^5 MHz 的 TE 在一矩形波导内传播，磁场纵向分量为 $H_z = 10^{-2} \cos \frac{\pi x}{3} \cos \frac{\pi y}{3} \text{ A/m}$ ，而其传播常数为 $r = j0.33\pi \text{ rad/cm}$ ，式中 x 和 y 均以厘米为单位，试求：

(1) 波导内电磁场的其它各个分量的表达式。 (2) 求 v_g 、 v_c 、 v_p 和 v_{go} 。

(3) 若此 H_z 对应于 H_{11} 波，则波导截面尺寸 a 和 b 应。为若干？

42、试求矩形波导中，(1) 纵向电流与横向电流最大值之比；(2) 当纵向电流最大值与横向电流最大值具有相同数值时， $\frac{2a}{\lambda}$ 的大小 (a 波导宽边长度)。

43、一矩形波导内充空气，横截面尺寸为： $a \times b = 2.3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ，试问：

(1) 当工作波长各为 6 cm ， 4 cm ， 1.8 cm 时，波导内可能传输哪些模式？

(2) 为保证此波导只能传输 H_{10} 模式，工作波段范围为最高波长比 H_{10} 模式的临界波长低 10%，最低波长比 H_{20} 模式的临界波长高 10%，求此波段范围。

44、一矩形波导传输 H_{10} 模式，横截面尺寸为 $a \times b = 2.3 \times 1.0 \text{ cm}^2$ ，工作波长为 10 GHz ，试求：

(1) 波导的截止波长 λ_c ，波导波长 λ_g ，相移常数 和波阻抗。

(2) 若工作频率和窄边不变，使宽边增加一倍，上述参量如何变化？

(3) 波导尺寸固定不变，频率变为 15 GHz ，上述各参量如何变化？

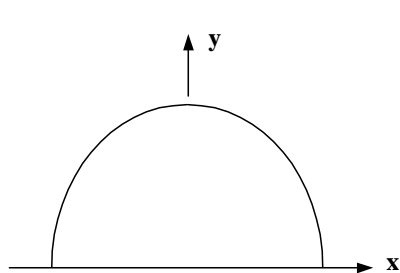
45、试求矩形波导中填充介质 (介电常数为 ϵ_r) 后，截止波长 λ_c 和波导波长 λ_g 。

46、假设矩形波导管的截面尺寸为 $31.75 \times 15.875 \text{ mm}^2$ ，内部填充 $\epsilon_r = 4$ 的电介质，问什么频率下波导管只能通过 H_{10} 波形而其它波形不能通过？

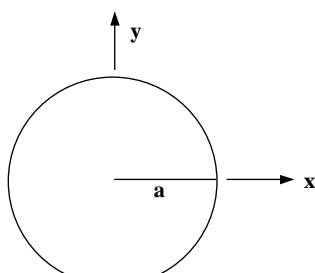
47、空气圆波导的直径为 5 cm ：(1) 求 TE_{11} ， TM_{01} ， TE_{01} 横截止波长。(2) 求工作波长分别为 7 cm 、 6 cm 和 3 cm 时，波导中可能存在哪些模。

48、在 $a = 3 \text{ cm}$ 的圆波导中，以主模式传输 $\lambda = 7.5 \text{ cm}$ 的正弦波。设已知 H 的纵向量在最大值的振幅为 $H_m = 100 \text{ A/m}$ 。求出电磁场各分量表达式，电场强度最大点振幅。

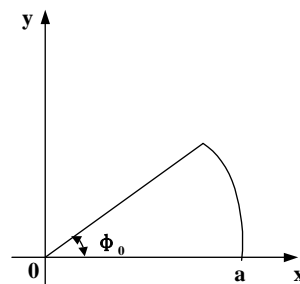
49、试求半圆波导电波 E_z 和磁波 H_z 的表达式。



题 49 图



题 50 图



题 51 图

50、如图所示，在圆波导中加一金属隔板，试求出此波导磁波 H_z 和电波 E_z 的表达式，并证明主模为 $H_{\frac{1}{2}1}$ 模，其截止波长为： $\lambda_c = \frac{2\pi a}{H_{\frac{1}{2}1}} = \frac{2\pi a}{1.16}$ (a 为半径)

51、试分析如图所示扇形波导中电波 E_z 和磁波 H_z 的场表达式。

52、绘制下列波导中各波形的场结构图。(包括横截面和纵截面)

(1) 圆波导中 H_{21}° ， E_{11}° ， E_{21}° 波。(2) 等腰直角三角形波导中 H_{10} 波。

(3) 临角为 $\phi_0 = 60^\circ$ 的扇形波导中 H_{12} 波。 (4) 张角为 $\phi_0 = 90^\circ$ 的扇形波导中 E_{21}° 波。

(5) 半圆波导中 H_{11} 波。

53、已知同轴线单位长度的电感 $L_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$ ，试用增量电感法求其单位长电阻 R_1 ，(a 、 b 分别为同轴线内、外导体半径)

54、试用增量电感法求出双线传输线的导体衰减 α_c ，假设工作频率为 f ，导体电导率为 σ ，导体直径为 D ，两导体之间距离为 d 。

55、一个均匀平面波由介质 1 入射到两种媒质的界面上，已知 $\theta_i = 60^\circ$ ，第一种和第二种介质的折射率分别为 $n_1 = 1.0$ ， $n_2 = 1.5$ ，其电场为： $\vec{E} = E_0 \vec{i}_y \sin[6\pi \times 10^9 t - 10\pi(x + \sqrt{3}z)]$

(1) 求反射波场的表达式。(2) 求折射波场的表达式。

56、电矢量振动方向与入射面呈 45° 的线偏振波由介质 1 入射到两种介质的界面上，第一种介质和第二种介质的折射率分别为 $n_1 = 1.0$ ， $n_2 = 1.5$ 。

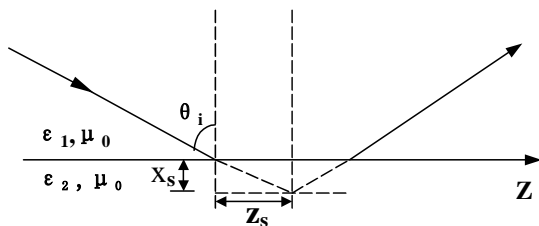
(1) 若入射角 $\theta^i = 50^\circ$ ，问反射波中电矢量与入射面的角度是多少？

(2) 若入射角 $\theta^i = 60^\circ$ ，重解 (1)。

57、右旋圆偏振波在 50° 角下入射到空气与玻璃界面，试求反射波和透射波的偏振状态。(玻璃折射率为 1.5)

58、证明：对于 H 平面波入射及 E 平面波入射时，Goos-Hanchen 位移分别为：

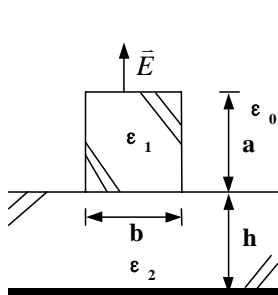
$$Z_{SH} = \frac{tg \theta_i}{K_0 (n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2)^{1/2}} \quad Z_{SE} = \frac{n_2^2 tg \theta_i}{k_0 (n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2)^{1/2} (n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2 \cos^2 \theta_i)}$$



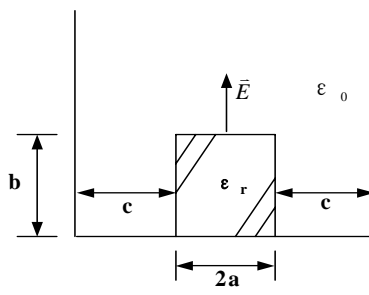
题 58 图

59、试用 EDC 方法分析隔离介质波导。

60、试用 EDC 方法分析屏蔽介质波导。

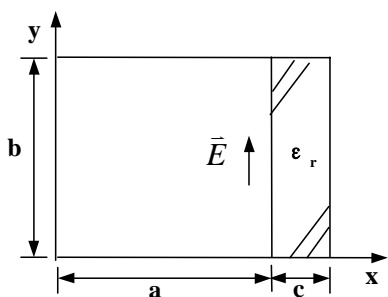


题 59 图

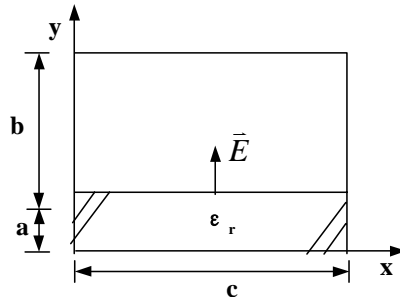


题 60 图

61、试用等效传输法确定下列部分介质填充矩形金属波导主模的色散方程。



(a)



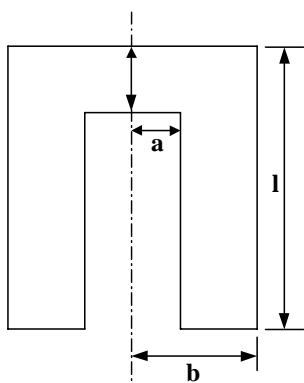
(b)

题 61 图

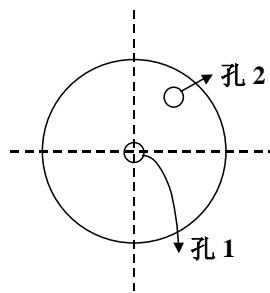
62、试证明谐振腔总储能 W 满足下式 $W = w_0 e^{-\omega_0 t / Q}$ ，式中 w_0 是 $t=0$ 时的总储能， Q 是谐振

频率， Q_0 是谐振腔的 Q 值。

- 63、设空气填充矩形腔 $a=2.5\text{cm}$ ， $b=2\text{cm}$ ， $l=5\text{cm}$ ，试求腔的 5 各最低次谐振频率，并说明它们分别对应什么模？
- 64、设矩形腔中填充 $\varepsilon = 9\varepsilon_0$ ， $\mu = \mu_0$ 的介质，且 $a=b=l=2\text{cm}$ ，试求腔的 3 个最低次谐振频率，并说明它们分别对应什么模？
- 65、试写出 $a=b=l$ 的矩形腔中所有简并模式。（ m, n, p 已知）
- 66、指出矩形腔尺寸满足下列不等式时，最低的振荡模式： $l < a < b$ ； $a < b < l$ ； $l < b < a$ ； $b < a < l$
- 67、试给出矩形腔中 H_{102} 、 H_{112} 和 E_{111} 模的场结构图。
- 68、计算下列问题，并思考各振荡模与腔体尺寸及各参量的关系。
 - (1) 给定圆柱腔半径 $R=5.3\text{cm}$ ， $l=5.3\text{cm}$ ，确定最低振荡模并计算该模式下的 Q_0 值。
 - (2) 给定圆柱腔半径 $R=5.3\text{cm}$ ， $l=12\text{cm}$ ，确定最低振荡模并计算该模式下的 Q_0 值。
 - (3) 给定圆柱腔半径 $R=5.3\text{cm}$ ， $l=12\text{cm}$ ，计算 TM_{010} 、 TE_{111} 、 TE_{011} 三种振荡模的 Q_0 值。
 - (4) 设 TM_{010} 、 TE_{111} 的 Q_0 均为 3cm，确定腔的尺寸，给定 $D/l=2$ 。（ D 为直径）
- 69、试求矩形截面环形腔的谐振频率。(1) $l > b-a$ 时；(2) $l < b-a$ 时。



题 69 图



题 70 图

- 70、(1) 写出圆柱波导中 H_{011} 模式的谐振频率 f_0 与腔的直径 D 和长度 l 的表达式。
- (2) 腔端上开孔， f_0 增大还是减小？
- (3) 孔 1 和孔 2 何者对 f_0 影响大？
- (4) 证明：当温度由 T_1 增到 T_2 时，腔的谐振频率由 f_{11} 到 f_{12} 时， $f_{12} = f_{11}[1 - \alpha(T_2 - T_1)]$ 。
为腔材料的膨胀系数。