期末考试知识总结

未经允许，请勿将任何群文件上传到任何网页「包括评课社区」，也不要传给别的班级的同学。

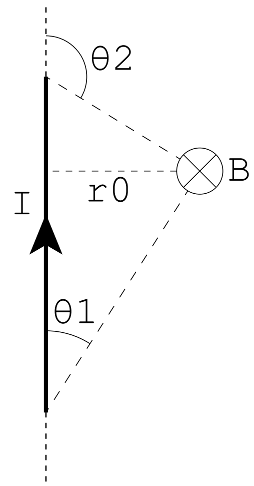
未经允许，请勿将任何群文件上传到任何网页「包括评课社区」，也不要传给别的班级的同学。

未经允许，请勿将任何群文件上传到任何网页「包括评课社区」，也不要传给别的班级的同学。

目录：

I. 直接当结论记忆 — 常见情况下磁感应强度的计算

(1) 长直导线：
如图所示，通电直导线在位置 $\otimes$ 产生的磁感应强度大小为



$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2),$$

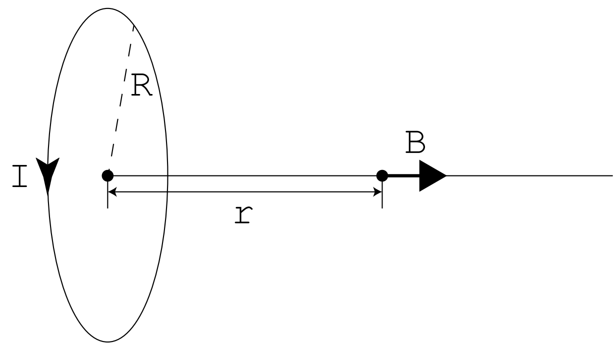
当 $\theta_1=0,\ \theta_2=\pi$ 时，对应的是无限长直导线，因此，无限长直导线产生的磁感应强度大小为

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos 0-\cos\pi)=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

方向利用右手螺旋定则判定。

参考题目 **5.2**

(2) 圆形导线：
如图所示，半径为 R 的圆形导线在轴线上，距离圆心 r 处产生的磁感应强度大小为

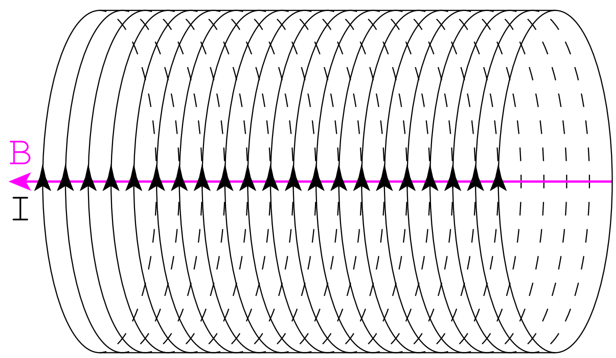


$$B=\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+r^2)^{3/2}},$$

方向利用右手螺旋定则判定。

参考题目 **5.5**

(3) 无限长螺线管：
如图所示，单位长度线圈匝数为 n 的无限长螺线管内部的磁感应强度为



$$B=\mu_0 n I,$$

或者如果给定面电流密度为 i，则内部的磁感应强度为

$$B=\mu_0 i,$$

方向利用右手螺旋定则判定。螺线管外部的磁感应强度为 0。

参考题目 **5.7, 2021 秋电磁学 C 期末试卷第一大题**。令题目 **5.7** 积分的上限为 ∞，下限为 $-\infty$ 即可得出结论。

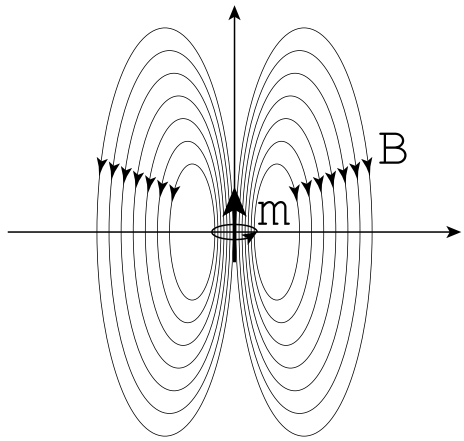
(4) 磁矩：

如图所示，磁矩为 $\mathbf{m}$ 的线圈在空间内任意位置 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 产生的磁感应强度为

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(-\frac{\mathbf{m}}{r^3} + \frac{3(\mathbf{m}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5}\right),$$

其中 $r = \|\mathbf{r}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$。

参考题目 5.6



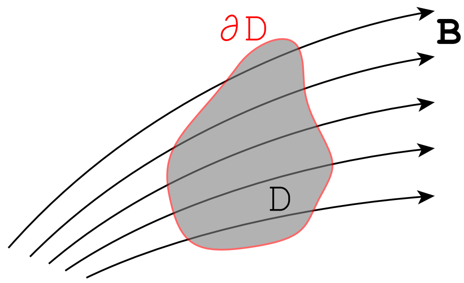
II. 利用对称性化繁为简 — 高斯定理与安培环路定理

(1) 高斯定理：

如图所示，选取可缩「实心」空间 D，令 ∂D 为 D 的边界，则磁场在曲面 ∂D 上的曲面积分为 0，相当于

$$\int_{\partial D} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0,$$

即 $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$。



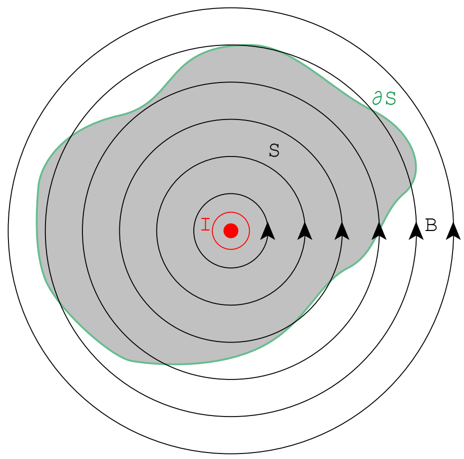
(2) 安培环路定理：

如图所示，选取可缩「没有洞」曲面 S，令 ∂S 为 S 的边界，则磁场在曲线 ∂S 上的曲线积分与通过曲面 S 的电流强度成正比，相当于

$$\int_{\partial S} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{A}.$$

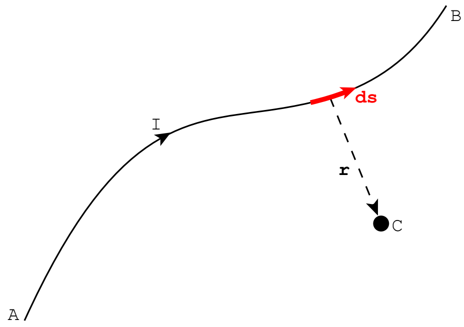
定向利用右手螺旋定则判定。

即 $\operatorname{curl}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J}$，可以利用空间电流密度分布 $\mathbf{J}$ 得出关于空间磁感应强度分布 $\mathbf{B}$ 的偏微分方程。



参考题目 5.12

III. 广义情况下磁感应强度的计算 — 毕奥萨伐尔定理



如图所示，C 处的磁感应强度为

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_A^B \frac{d\mathbf{s}\times\mathbf{r}}{r^3},$$

其中 $r = \|\mathbf{r}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$，$\int_A^B$ 相当于将 $d\mathbf{s}$ 从 A 处到 B 处进行积分。

IV. 磁介质各个物理量之间的关系

此时高斯定理与安培环路定理为

$$\begin{cases} \int_{\partial D}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0, \\ \int_{\partial S}\mathbf{H}\cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{J}\cdot d\mathbf{A}, \end{cases}$$

即 $\operatorname{div}\ \mathbf{B} = 0$, $\operatorname{curl}\ \mathbf{H} = \mathbf{J}$。

磁场强度 $\mathbf{H}$，磁化强度 $\mathbf{M}$ 与磁感应强度 $\mathbf{B}$ 之间的关系为

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M}),$$

在均匀磁介质中，磁场强度 $\mathbf{H}$ 与磁化强度 $\mathbf{M}$ 成线性关系，定义磁化率 χ_m，使得

$$\mathbf{M} = \chi_m\mathbf{H},$$

定义相对磁导率 μ_r，使得

$$\mu_r = 1+\chi_m,$$

因此

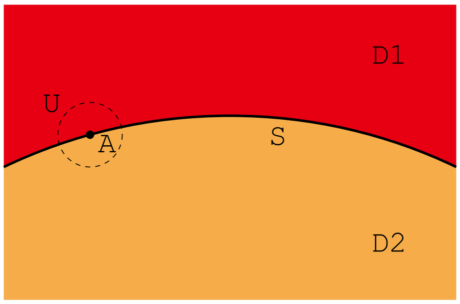
$$\mathbf{B} = \mu_r\mu_0\mathbf{H},$$

定义磁导率，使得

$$\mu = \mu_r\mu_0,$$

因此

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}.$$



如果界面两边的磁化强度不同，则界面会有磁化电流。

如图所示，记界面 S 上面的区域为 D_1，界面 S 下面的区域为 D_2。以界面上的一点 A 为球心，构建一个球 U，并让球 U 的半径非常小，以至于区域 $U \cap D_1$ 与 $U \cap D_2$ 的内部磁化强度接近均匀，沿平行于界面的分量分别为 $M_1^{\parallel}, M_2^{\parallel}$；并且区域 $U \cap S$ 接近于平面。因此界面 S 在 A 点附近的磁化电流面密度为

$$i_m = M_1^{\parallel} - M_2^{\parallel}.$$

写成矢量形式可得 $\mathbf{i} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2) \times \mathbf{N}$，其中 $\mathbf{N}$ 为垂直于边界的法向量，在图中是指向区域 D_2 这一侧。

参考题目 6.11

V. 边界条件

「请注意着重号的内容」如果两介质的接触面上没有自由电荷，也没有电流通过「相当于电荷不会移动」，那么

$$\begin{cases} B_1^{\perp} = B_2^{\perp}, \\ H_1^{\parallel} = H_2^{\parallel}, \end{cases}$$

其中上标 $\perp, \parallel$ 分别表示垂直于边界的分量与平行于边界的分量。

写成矢量形式可得

$$\begin{cases} \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{N} = \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{N}, \\ \mathbf{H}_1 \times \mathbf{N} = \mathbf{H}_2 \times \mathbf{N}, \end{cases}$$

其中 $\mathbf{N}$ 为垂直于边界的法向量。

VI. 计算多个磁介质各个物理量的步骤

步骤 1：先假设每一种磁介质中的各个物理量 $\mathbf{B}_i, \mathbf{H}_i, \mathbf{M}_i$。
步骤 2：根据**边界条件**，推导出对于不同下标 i，$\mathbf{B}_i, \mathbf{H}_i$ 之间的关系。根据公式 $\int_{\partial S} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}$ 与电流的分布先计算 $\mathbf{H}_i$，然后通过 $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ 计算 $\mathbf{B}_i, \mathbf{M}_i$。

VII. 磁路定理

N 匝线圈的磁动势为

$$\mathscr{E}_m = NI,$$

长度为 L，横截面积为 A，磁导率为 μ 的磁介质「如果是空气，则磁导率为 μ_0」的磁阻为

$$R_m = \frac{L}{\mu A},$$

因此可以等效为纯电阻电路。每个支路的“电流强度 I_m”对应**磁通量**，因此每个支路的**磁感应强度**为

$$B = \frac{I_m}{A}.$$

参考题目 6.19

VIII. 磁场能量

真空中的磁能密度为

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0},$$

介质中的磁能密度为

$$u_m = \frac{1}{2}\mathbf{B} \cdot \mathbf{H} = \frac{B^2}{2\mu},$$

区域 D 内部的磁能为

$$W = \int_D u_m dV.$$

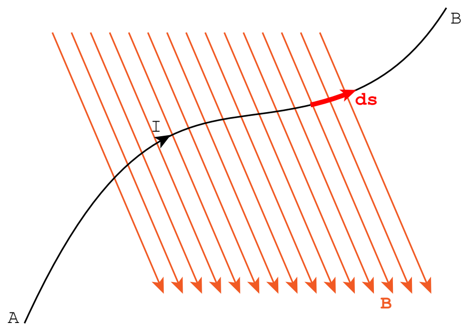
参考题目 8.2

IX. 磁力

(1) 洛伦兹力：
电荷量为 q 的电荷在磁感应强度为 $\mathbf{B}$ 的磁场中，以速度 $\mathbf{v}$ 运动时，受到的洛伦兹力为

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

(2) 导线受到的磁力：
如图所示，导线受到的磁力为



$$\mathbf{F} = I\int_A^B d\mathbf{s} \times \mathbf{B},$$

其中 $\int_A^B$ 相当于将 $d\mathbf{s}$ 从 A 处到 B 处进行积分。

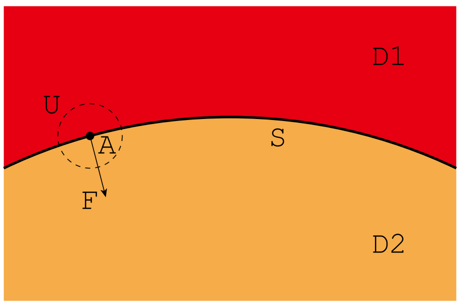
如果是磁感应强度为 $\mathbf{B}$ 的匀强磁场，那么导线受到的磁力为

$$\mathbf{F} = I\int_A^B d\mathbf{s} \times \mathbf{B} = I\left(\int_A^B d\mathbf{s}\right) \times \mathbf{B} = I\,\mathbf{L} \times \mathbf{B},$$

其中 $\mathbf{L} = \overrightarrow{AB}$，因此只与 A、B 的位置有关，与导线的形状无关。

参考题目 6.3

(3) 虚功原理：
如果界面两边的磁能密度不同，则界面会受到沿着法向的磁力。



如图所示，记界面 S 上面的区域为 D_1，界面 S 下面的区域为 D_2。以界面上的一点 A 为球心，构建一个球 U，并让球 U 的半径非常小，以至于区域 $U \cap D_1$ 与 $U \cap D_2$ 的内部磁能密度接近均匀，大小分别为 u_{m1}, u_{m2}；并且区域 $U \cap S$ 接近于平面。因此界面 S 在 A 点附近受到法向的磁力，单位面积受到的磁力大小「压强」为

$$P = u_{m1} - u_{m2},$$

当 $u_{m1} > u_{m2}$ 时，磁力方向就是图中的情况；当 $u_{m1} < u_{m2}$ 时，磁力方向与图中的情况相反。

参考题目 **2021 秋电磁学 C 期末试卷第一大题**，也可以利用这个办法计算题目 6.7 圆柱壳受到的压强，看看结果是不是与答案相同。

X. 电磁感应

(1) 动生电动势：
导线在磁感应强度为 $\mathbf{B}$ 的磁场中，以速度 $\mathbf{v}$ 运动时，会产生动生电动势，大小为

$$\mathscr{E}_1 = \int_A^B (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s},$$

其中 $\int_A^B$ 相当于将 $d\mathbf{s}$ 从导线端点 A 到导线端点 B 进行积分。

如果导线是闭合的，则动生电动势为

$$\mathscr{E}_1 = \int_{\partial S} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s}.$$

其中 ∂S 为闭合曲面 S 的边界。

参考题目 **7.2**

(2) 感生电动势：
如果导线是闭合并且静止不动的，通过导线的磁通量 $\int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ 发生变化，则导线会产生感生电动势，大小为

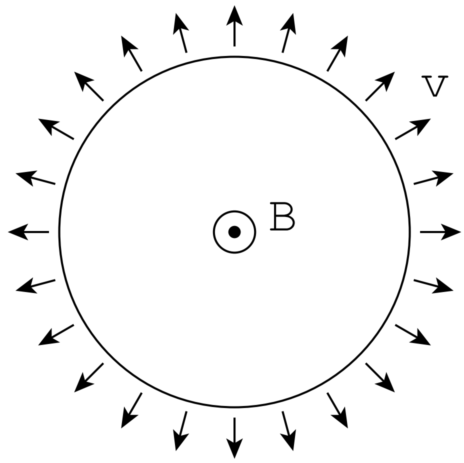
$$\mathscr{E}_2 = \int_S \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{A}.$$

参考题目 **7.7**

(3) 广义情况：
如果导线既是闭合的，又在运动，那么产生的总电动势为这两者的叠加，即

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 = -\frac{d\Phi}{dt},$$

其中 $\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ 是通过导线的磁通量。电动势为磁通量对时间全微分的相反数。在这里不做证明，非常困难，涉及运动流形上的积分。



举例：如图所示，圆形导线的半径为 $r = r_0 + vt$，空间磁感应强度分布为 $B = B_0 + \lambda t$，则动生电动势为

$$\mathscr{E}_1 = \int_{\partial S} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} = -2\pi r v B,$$

感生电动势为

$$\mathscr{E}_2 = \int_S \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{A} = -\pi r^2 \lambda,$$

规定逆时针为正方向。

总电动势为

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 = -2\pi r v B - \pi r^2 \lambda,$$

圆形导线的磁通量为

$$\Phi = \pi r^2 B,$$

磁通量对时间全微分的相反数为

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -\pi\left(2r\frac{dr}{dt}B + r^2\frac{dB}{dt}\right) = -2\pi r v B - \pi r^2 \lambda,$$

因此在这个例子中 $\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ 是成立的。

XI. 涡旋电场

选取可缩「没有洞」曲面 S，令 ∂S 为 S 的边界，则电场在曲线 ∂S 上的曲线积分是通过曲面 S 的磁通量变化率的相反数，相当于

$$\int_{\partial S} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{A}.$$

即 $\operatorname{curl} \mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$，可以利用空间磁感应强度变化率分布 $\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 得出关于空间电场强度分布 $\mathbf{E}$ 的偏微分方程。

参考题目 7.6

XII. 自感与互感

(1) 自感：
对于自感系数为 L 的闭合导线，当它通有电流强度 I 的电流时，电流产生的磁场在导线产生的磁通量为

$$\Phi = LI.$$

参考题目 **8.4**

(2) 互感：
如果闭合导线 1 与闭合导线 2 之间的互感系数为 M，则

导线 1 通有电流强度 I_1 的电流时，电流产生的磁场在导线 2 产生的磁通量为

$$\Phi_2 = MI_1,$$

导线 2 通有电流强度 I_2 的电流时，电流产生的磁场在导线 1 产生的磁通量为

$$\Phi_1 = MI_2,$$

也就是导线 1 对导线 2 的互感系数与导线 2 对导线 1 的互感系数是相等的。

参考题目 **7.8**

XIII. 自感与互感对应的能量

(1) 自感能量「自能」：
对于自感系数为 L 的闭合导线，当它通有电流强度 I 的电流时，电流产生的磁场的总能量为

$$W = \frac{1}{2}LI^2.$$

(2) 互感能量「相互作用能」：
如果闭合导线 1 与闭合导线 2 之间的互感系数为 M，导线 1 通有电流强度 I_1 的电流，导线 2 通有电流强度 I_2 的电流，则相互作用能为

$$W = MI_1I_2,$$

总能量是自能与相互作用能的总和，因此，总能量为

$$W_0 = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2,$$

其中 L_1, L_2 分别为导线 1 与导线 2 的自感系数。
参考题目 **8.1, 8.3**

XIV. Maxwell 方程组「你可以选择记不住你女朋友的生日（虽然我也没有），但是这个一定要记住。几乎是必考的」

介质中的情况

$$\begin{cases} \text{div } \mathbf{D} = \rho, \\ \text{curl } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \text{div } \mathbf{B} \equiv 0, \\ \text{curl } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \end{cases}$$

真空中的情况「将 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}, \mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$ 代入即可」

$$\begin{cases} \text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \text{curl } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \text{div } \mathbf{B} \equiv 0, \\ \text{curl } \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}), \end{cases}$$

再利用 Stokes 定理，对于任意欧几里得空间 $\mathbb{R}^3$ 中的矢量场 $\mathbf{X}$

$$\begin{cases} \int_D (\text{div } \mathbf{X}) dV = \int_{\partial D} \mathbf{X} \cdot d\mathbf{A}, \\ \int_S (\text{curl } \mathbf{X}) \cdot d\mathbf{A} = \int_{\partial S} \mathbf{X} \cdot d\mathbf{s}, \end{cases}$$

可得方程的积分形式

$$\begin{cases} \int_{\partial D} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \int_D \rho \, dV, \\ \int_{\partial S} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{A}, \\ \int_{\partial D} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \equiv 0, \\ \int_{\partial S} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{A}, \end{cases}$$

真空中的情况「将 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}, \mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$ 代入即可」

$$\begin{cases} \int_{\partial D} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_D \rho \, dV, \\ \int_{\partial S} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{A}, \\ \int_{\partial D} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \equiv 0, \\ \int_{\partial S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{A}. \end{cases}$$

XV. Maxwell 方程组的意义

介质中，引入变量

$$\mathbf{J}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

这个变量称为位移电流。因此

$$\mathrm{curl}\ \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_D,$$

$$\int_{\partial S} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S (\mathbf{J} + \mathbf{J}_D) \cdot d\mathbf{A},$$

真空中「将 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}, \mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$ 代入即可」，$\mathbf{J}_D = \epsilon_0 \dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$，因此

$$\mathrm{curl}\ \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{J} + \mathbf{J}_D),$$

$$\int_{\partial S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mu_0(\mathbf{J} + \mathbf{J}_D) \cdot d\mathbf{A}\,.$$

因为 $\mathrm{div} \circ \mathrm{curl} \equiv 0$，对方程第四行的两边求散度可得

$$0 = \mathrm{div}(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) = \mathrm{div}\ \mathbf{J} + \frac{\partial(\mathrm{div}\ \mathbf{D})}{\partial t},$$

根据方程第一行可得

$$\mathrm{div}\ \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

因此，Maxwell 方程组印证了电荷守恒定律。

参考题目 **10.1, 10.2, 10.3, 2022 秋电磁学 C 期末试卷第一大题**

XVI. 电磁场的各个物理量

(1) 能量密度：
电磁场的能量密度为

$$u = \frac{1}{2}\mathbf{D}\cdot\mathbf{E} + \frac{1}{2}\mathbf{B}\cdot\mathbf{H},$$

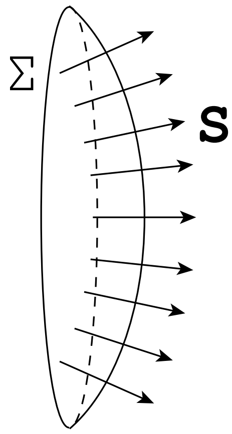
区域 D 内部的能量为

$$W = \int_D u\,dV.$$

(2) 能流密度：
电磁场的能流密度「坡印廷矢量」为

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}\times\mathbf{H},$$

如图所示，对于曲面 Σ，积分



$$P = \int_\Sigma \mathbf{S}\cdot d\mathbf{A}$$

代表了电磁场单位时间内，在曲面 Σ 发射出去的能量大小。

因此，单位时间内，区域 D 内部的能量损失为

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \int_{\partial D} \mathbf{S}\cdot d\mathbf{A},$$

其中 ∂D 为区域 D 的边界。具体来说

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_D u\,dV = \int_{\partial D} \mathbf{S}\cdot d\mathbf{A}.$$

$$\mathrm{div}\ \mathbf{S} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0,$$

在这里不做证明，但是也不难证明，证明过程留给读者练习。

参考题目 10.7

(3) 动量密度：
电磁场的动量密度为

$$\mathbf{g}=\mathbf{D}\times\mathbf{B},$$

因此，对于相对介电常数与相对磁导率分别为 ϵ_r,μ_r 的介质

$$\mathbf{g}=\epsilon_r\epsilon_0\mu_r\mu_0\mathbf{E}\times\mathbf{H}=\epsilon_r\mu_r\frac{\mathbf{S}}{c^2},$$

在真空中

$$\mathbf{g}=\frac{\mathbf{S}}{c^2},$$

区域 D 内部的动量为

$$\mathbf{p}=\int_D \mathbf{g}dV.$$

参考题目 10.9

(4) 角动量密度：
电磁场的角动量密度为

$$\mathbf{l}=\mathbf{r}\times\mathbf{g},$$

其中 $\mathbf{r}=(x,y,z)$ 是参考点的坐标。

区域 D 内部的角动量为

$$\mathbf{L}=\int_D \mathbf{l}dV.$$

参考题目 10.10

XVII. 真空中的电磁波

(1)
电磁波的波速为

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299{,}792{,}458\ \mathrm{m/s},$$

因此，如果遇到 $\mu_0 \epsilon_0$ 成对出现，可以把它们化为 $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$。

(2)
令电磁波的频率与圆频率分别为 $f, \omega = 2\pi f$,

则电磁波波长为

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega},$$

电磁波的波数「传播单位长度引起的相位改变」为

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c},$$

因此电磁波传播距离 L 后相位改变

$$\phi = kL = \frac{\omega L}{c}.$$

(3)

令电磁波的电场强度与磁感应强度为 $\mathbf{E}, \mathbf{B}$，则这两者的大小可以表示为

$$\| \mathbf{E} \| = E_0 \cos(kx - \omega t),$$

$$\| \mathbf{B} \| = B_0 \cos(kx - \omega t),$$

其中 E_0, B_0 均为常数，称为振幅。这两者之间的关系为

$$B_0 = \frac{E_0}{c},$$

电磁波的能流密度为

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{E_0 B_0}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t) \hat{\mathbf{S}} = c\epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kx - \omega t) \hat{\mathbf{S}},$$

其中 $\hat{\mathbf{S}} = \dfrac{\mathbf{S}}{\| \mathbf{S} \|}$ 是与坡印廷矢量 $\mathbf{S}$ 方向相同的单位矢量，对应电磁波的传播方向。

电磁波的平均能流密度为

$$\bar{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} c\epsilon_0 E_0^2 \hat{\mathbf{S}},$$

电磁波的能量密度为

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} = \left(\frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 + \frac{B_0^2}{2\mu_0}\right) \cos^2(kx - \omega t) = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kx - \omega t),$$

电磁波的平均能量密度为

$$\bar{u} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2,$$

电磁波的动量密度为

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{S}}{c^2} = \frac{1}{c}\epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kx - \omega t) \hat{\mathbf{S}},$$

电磁波的平均动量密度为

$$\bar{\mathbf{g}} = \frac{1}{2c}\epsilon_0 E_0^2 \hat{\mathbf{S}}.$$

参考题目 10.5, 10.6, 10.8。

最后，祝大家期末考试顺利。新年快乐！