**KKT条件**

当我们需要优化一个目标函数时，无外乎三种情况，一是无约束条件，二是带等式约束条件，三是带不等式约束条件。

其中，无约束条件这个情况最为简单，只需要对目标函数求导再求零点即可。因为无约束条件下，最值点一定出现在极值点处。

当目标函数带有约束条件的时候，可以通过拉格朗日乘数法构建一个新的目标函数，对该目标函数求导求零点，即可获得满足约束条件的原函数的极值点。通过比较各极值点大小，获得最值点。例如，对于下面问题：

可构建拉格朗日函数为

对每一个变量求偏导有

联立方程组，即可求得极值点。

而第三种情况是最为复杂的，其同样需要构建拉格朗日函数。考虑下面问题

构建拉格朗日函数，有

如果要求得极值，需要满足以下条件

其中，(1)式是拉格朗日函数取得极值的必要条件，(2)(3)式是原问题的约束条件，(4)式如果等于0，相当于(2)式约束条件无效。(5)式是因为我们希望得到以下不等式，从而添加的人为约束。(6)式最为关键，被称为互补松弛条件。以上6个方程联立起来，称为KKT条件。

当满足KKT条件时，在点处，有，即拉格朗日函数的最优值与原目标函数的最优值在数值上是相等的。

现利用松弛变量推导出(6)式，考虑如下问题

利用松弛变量m，n，将不等式变成等式，有

则拉格朗日函数变为

对其求偏导有

对于，有

对于，有

于是有