**拉格朗日乘数法**

考虑以下问题

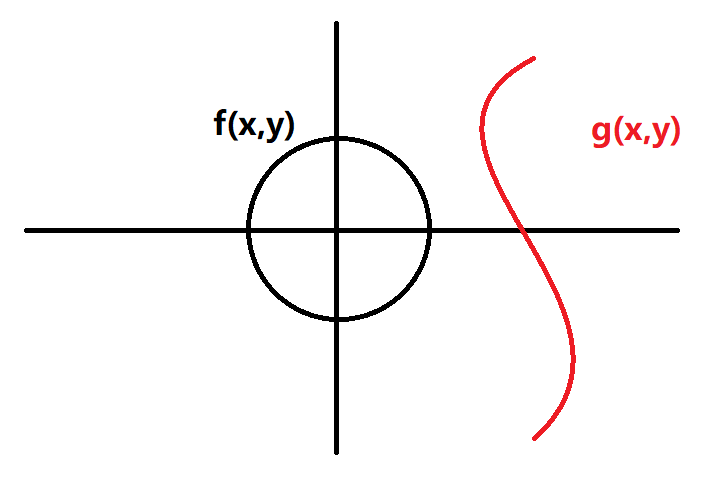
在高等数学中，我们很容易会联想到使用拉格朗日乘数法求解目标函数。构造拉格朗日函数有

对其求偏导可获得如下方程组

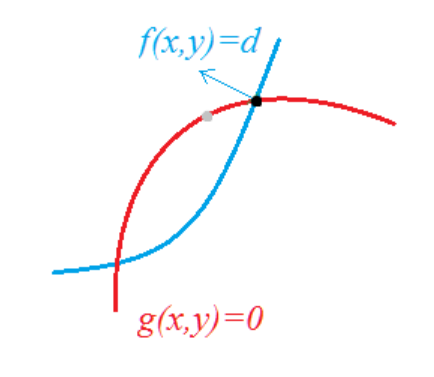
3条方程，3个未知数，联立方程组即可求解。但问题在于，为什么要这样去构造拉格朗日函数。

现考虑为一个以为圆心的圆，即可设

我们要求的是满足约束条件的圆的最小半径。而为任意一条曲线，如图所示



其实，上述问题就是要找到一个位于曲线上的点，使得与相切。如果寻找的点不相切的话，如下图的黑点，那么总存在一个在上的点，使得的值更小，如下图的灰点。



两条曲线相切，可进一步讲这个问题转化为求一个位于曲线上的点，使得在该点处，与的梯度共线。注意是共线，而不是相等。用数学语言描述即为

前两条式子保证了梯度共线，最后一条式子保证了该点位于上。而拉格朗日函数求偏导的结果，正好可以得到这3条式子。有

有一点很有趣的是，拉格朗日乘数法只会告诉你极值点是多少，并不会告诉你是极大值还是极小值。如果需要知道极大值或极小值，需要代回原函数去验证。