



中国科学技术大学计算机学院
2013 级研究生《算法设计与分析》期末考试试题

学号或单位:

姓名:

成绩:

注意: 试卷须交回, 否则无分。

一. 单项选择题 (每空 3 分, 共 30 分)

1、下列陈述错误的是_____。

- (a) 数值概率算法一般是求数值计算问题的近似解
- (b) Monte Carlo 总能求得问题的一个解, 但该解未必正确
- (c) Las Vegas 算法的一定能求出问题的正确解
- (d) Sherwood 算法的主要作用是减少或是消除好的和坏的实例之间的差别

2、下述算法的估计值是_____。

```
Darts(n){  
    k:=0;  
    for i:=1 to n do {  
        x:=uniform(0,1); y:=x;  
        if ( $x^2+y^2 \leq 1$ ) k++;  
    }  
    return 4k/n;  
}
```

- (a) π (b) $\sqrt{2}$ (c) $2\sqrt{2}$ (d) $1/\sqrt{2}$

3、若 A 是一个偏真的 MC 算法, 则下述陈述正确的是_____。

- (a) 只有 A 返回 true 时解正确;
- (b) A 以较大的概率返回 true;
- (c) A 返回 true 时解必正确, A 返回 false 时解必错误;
- (d) A 返回 true 时解必正确, A 返回 false 时有可能产生错误的解。

4、重复调用一个一致的、p-正确的、偏真的 MC 算法 k 次, 可以得到一个_____的算法。

- (a) $(1-p)$ -正确 (b) $(1-p)^k$ -正确 (c) $(1-(1-p)^k)$ -正确 (d) 正确概率不能确定

5、用 Las Vegas 算法求解 n 皇后问题的形式为:

```
obstinate(T, n) { //求出的解存放在 T[1..n]中  
    repeat  
        QueensLV(T, n, success);  
    until success;  
    return T; //返回解  
};
```

若 obstinate 陷入无限循环, 则可以断定_____成立。

- (a) $n < 4$ (b) $n = 4$ (c) $n = 8$ (d) n 太大

6、在下述因素中, 已知有 3 个阻碍分布式系统了解系统的全局状态, 与全局状态无关的是_____。

- (a) 非即时的通信 (b) 相对性影响 (c) 中断 (d) 算法的正确性

A 7. 下述说法错误的是_____。

- (a) 在一个无错的异步系统中, 一个算法的执行只取决于初始配置
- (b) 在一个无错的同步系统中, 一个算法的执行只取决于初始配置
- (c) 在一个无错的异步系统中, 对于相同的初始配置, 一个算法可能有不同的执行
- (d) 异步系统中的消息延迟是不确定的

C 8. 在异步环上, leader 选举算法的消息复杂性下界是_____。

- (a) $O(\log n)$
- (b) $O(n)$
- (c) $O(n \log n)$
- (d) $O(n^2)$

9. 已知事件 e_1, e_2, e_3 和 e_4 的向量时戳分别为 $(4,0,0,0), (3,5,0,0), (3,4,1,2), (3,6,4,3)$, 与 e_3 有因果关系的是_____。

- (a) e_1
- (b) e_2
- (c) e_4
- (d) 都无关系

C 10. 下列陈述错误的是_____。

- (a) P 类问题可用多项式时间的确定性算法求解;
- (b) NP 类问题可用多项式时间的非确定性算法求解;
- (c) 所有需要指数阶时间求解的问题均属于 NP 类问题;
- (d) NP 完全问题也是 NP-hard 问题。

二. 简要回答下述问题 (每题 8 分, 共 40 分)

1. 在分布式算法中, bit 复杂性是指算法发送的所有消息中 bit 的总数; 消息链复杂性是指算法的任何执行中最长消息链的长度, 若某消息链是 m_1, m_2, \dots, m_k , 则 m_i 在因果关系上领先于 m_{i+1} , 该消息链的长度为 k 。请问这两种复杂性应分别属于通信复杂性和时间复杂性中的哪一种? 并简述其理由。

2. 已知事件 e_1, e_2, e_3 和 e_4 的向量时戳分别为 $(1,0,0,0), (3,5,0,0), (0,0,1,2), (3,6,4,3)$, 与 e_3 有因果关系的是哪个事件? 若该事件发生在 e_3 之前, 则会发生什么情况?

3. 对于一个优化问题 Π , 最佳可达性能比 $R_{MN}(\Pi)$ (定义如下) 分别为何值时, 问题 Π 易于近似和难于近似?

$$R_{MN}(\Pi) = \inf\{r \geq 1 \mid \exists \Pi \text{ 的多项式时间算法 } A \text{ 使 } R_A^r \leq r\}$$

4. 对于一个优化问题, 什么情况下其近似算法的绝对性能比和渐近性能比相同?

5. 装箱问题是将 n 件物品放入尽可能少的若干个箱子中。不妨设每个箱子的容量均为 1, 物品 $1_j (1 \leq j \leq n, n=6)$ 的大小依次为: 0.5, 0.6, 0.3, 0.7, 0.5, 0.4, 请给出其最优解, 以及采用首次适应 (First Fit) 策略得到的近似解。这里, 解是指使用了几个箱子, 每个箱子中放了哪些物品。

三. 算法题 (共 30 分)

1. 设一个同步匿名的单向环有 n 个结点, 每个结点均知道 n , 每个结点的初始均状态相同, 每个结点上的程序相同且开始于同一时刻。

(1) 请问是否存在一个确定的算法选出一个 leader? 请简述理由。(5 分)

(2) 试设计一个概率的 leader 选举算法。提示: 算法由若干个 phase 构成, 每个 phase 包括 n 轮, 可用 phase 和轮控制算法流程。每个结点可以设置一个随机数发生器 $\text{uniform}(1..m)$, 这里 m 是局部变量, 初值等于 n 。(20 分)

(3) 请问你设计的概率算法属于哪一类算法? (5 分)