

Ex.1 若将 $y \leftarrow \text{uniform}(0, 1)$ 改为 $y \leftarrow x$, 则上述的算法估计的值是什么.

解: 如果 x 取 $(0, 1)$ 中的随机值, 而 $y=x$ 的话, 意味着的比例 k/n 代表 $y=x$ 这条直线在圆弧内的长度和在正方形内的长度的比例 r , 所以求的值是 $4 * 1/\sqrt{2}$, 即 $2\sqrt{2}$ 。

Ex2. 在机器上用 $4 \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ 估计 π 值, 给出不同的 n 值及精度.

解: 略。

Ex3. 设 a, b, c 和 d 是实数, 且 $a \leq b, c \leq d, f:[a, b] \rightarrow [c, d]$ 是一个连续函数,

写一概率算法计算积分: $\int_a^b f(x) dx$.

解: 略。

EX4. 用上述算法, 估计整数子集 $1 \sim n$ 的大小, 并分析 n 对估计值的影响.

解: n 越大, 估值越准确。

Ex5. 分析 **dlogRH** 的工作原理, 指出该算法相应的 u 和 v .

解: **Sherwood** 算法的一般过程:

- 1). 将被解的实例变换到一个随机实例。 //预处理函数 u
- 2). 用确定算法解此随机实例, 得到一个解。
- 3). 将此解变换为对原实例的解。 //后处理函数 v

dlogRH 是 **Sherwood** 算法的一个具体应用, **dlogRH** 为了消除输入实例中 a 的取值对执行时间的影响对其中的 $a=g^x \bmod p$ 作随机预处理, 得到与其对应的随机实例 $c=u(x, r)$, 并且对 c 使用确定性算法得到 y , 最后再把随机实例的结果 y 变换为输入实例 a 的解 $x=v(y, r)$ 。其中

$$u: u(x, r) = \log_{g,p} c = (r+x) \bmod (p-1)$$

$$v: v(y, r) = (y-r) \bmod (p-1)$$

Ex6. 写一 **Sherwood** 算法 **C**, 与算法 **A, B, D** 比较, 给出实验结果。

解: 略。