注意：试卷须交回，否则无分。

## 一、单项选择题（每空 3 分，共 33 分）

1、下列陈述正确的是___a___。

(a) 概率算法的期望执行时间是指反复解同一输入实例所花的平均执行时间

(b) 概率算法的期望执行时间是指所有输入实例上所花的平均执行时间

(c) 概率算法的平均期望时间是算法执行时间的上界

(d) 概率算法的最坏期望时间是算法执行时间的上界

2、当问题只有 1 个正确的解、不存在近似解时，某概率算法总是给出一个未必正确的解，但是随着调用该算法次数的增加，可将错误的概率控制在任意给定的范围内。该算法属于___c___

（a）数字概率算法　（b）Las Vegas 算法　（c）Monte Carlo 算法　（d）Sherwood 算法

3、Las Vegas 算法的一般形式是

```
obstinate (x) {
    repeat
            LV(x, y, success)
    until success;
    return y
};
```

设 p(x)是 LV 成功的概率，s(x)和 e(x)分别是 LV 成功和失败时的期望时间，t(x)是算法 obstinate 找到一个正确解的期望时间，则 t(x) 的表达式应该是___b a___。

(a) $t(x)=s(x)+e(x)(1-p(x))/p(x)$

(b) $t(x)=p(x)t(x)+(1-p(x))(e(x)+t(x))$

(c) $t(x)=p(x)s(x)+(1-p(x))(e(x)+s(x))$

(d) $t(x)=p(x)s(x)+(1-p(x))(s(x)+t(x))$

4、若一个一致的、p-正确的 MC 算法是有偏的，则 p 至少应该满足___b___。

（a）p<0　（b）p>0　（c）p>=1/2　（d）p>1/2

5、若 A 是一个偏真的 MC 算法，则下述陈述正确的是___d___。

（a）只有 A 返回 true 时解正确；　（b）A 以较大的概率返回 true；

（c）A 返回 true 时解必正确，A 返回 false 时解必错误；

（d）A 返回 true 时解必正确，A 返回 false 时有可能产生错误的解。

6、用 Las Vegas 算法求解某问题，已知 obstinate (x)找到正确解的期望时间为 288。其中 LV 成功率为 p(x)为 0.2，成功时的期望时间 s(x)是 8，则失败时的期望时间 e(x)是___a___。

（a）70　（b）102　(c) 210　(d) 280

7、一个 MC 算法是一致的、3/5-正确，偏 $y_0$ 的，若要求出错概率不超过 ε，则重复调用 MC 至少为___d___。

（a）lg(1/ε)/lg(2/5)　（b）lg(1/ε)/lg(5/2)　（c）lgε/lg(5/2)　（d）lgε/lg(

t(x)= p(x)s(x)

288

8、若两个环 $x_0$, $x_1$, …, $x_{n-1}$ 和 $y_0$, $y_1$, …, $y_{n-1}$ 是序等价的，则通常是指 C 。

（a）若对每个 i∈[0, n-1]，均有 $x_i$ 和 $y_i$ 匹配；

（b）若对每个 i∈[0, n-1]，均有 $x_i$ 和 $y_i$ 相同；

（c）若 i<j，则有 $x_i<x_j$ 且 $y_i<y_j$；

（d）要求 $x_0$, $x_1$, …, $x_{n-1}$ 和 $y_0$, $y_1$, …, $y_{n-1}$ 均是有序序列。

C

9、在异步环上，一个 $O(n^2)$ 的 leader 选举算法按顺时针单向发送消息，假设只有最大标识符的结点可以当选为 leader，则当环上标识符次序为 d 时该算法发送的消息数量最多。

(a) 逆时针 0, 1, …, n-1　　(b) 逆时针 n-1, n-2, …, 0

(c) 顺时针 0, 1, …, n-1　　(d) 顺时针 n-1, n-2, …, 0

10、下述序列代表的环中，没有空隙的环是 d 。

（a）10,30,20,40,60,90,80,100　　（b）10,20,30,40,50,60,70,80

（c）1,9,30,40,50,60,70,80　　（d）其他序列

11、设正整数 $d_1, d_2 \ldots d_n$ 是 n 个结点的标识符集合，$x=\min\{d_1, d_2 \ldots d_n\}$，$y=\max\{d_1, d_2 \ldots d_n\}$，则同步环上非均匀的 leader 选举算法的时间复杂性是 C 。

(a) O(n)　　(b) O(xn)　　(c) O(yn)　　(d) O(nlogn)

## 二、简要回答下述问题（每题 8 分，共 32 分）

1、设 F(x) 是一个 MC 算法，若 F(x) 以大于 1/2 的概率返回 true，且返回 true 时算法正确，则下述算法 F2(x) 是偏真的还是偏假的？请分析 F2(x) 出错的概率至多是多少？（6 分）

```
F2(x){
    if F(x) then
        return true;
    else return F(x);
}
```

2、已知事件 e1、e2、e3 和 e4 的向量时戳分别为 (1,0,0,0)、(3,5,0,0)、(0,0,1,2)、(3,6,4,3)，请列出所有并发事件，以及所有因果相关事件。

3、对于同步环，一个均匀的 leader 选举算法的消息复杂性是多少？算法中一个 id 为 i 的 msg 以 $2^i$ 速率被转发的目的是什么，简述原因。算法的时间复杂性是多少？

4、试举例说明 Causal Msg delivery 算法可能出现的死锁情况，并分析为什么该算法通常被应用于组播通信的一部分？

## 三、算法题（共 35 分）

1、设网络的生成树已建立，各节点 $P_i$ 的 id 为 i，并持有初值 $x_i$，且 id 和持有的初值均互不相同，试写一个分布式算法使得根节点知道树中持有初值最大的节点，以及持有初值最小的节点。

2、设集合 S 和 T 中各有 n 个互不相同元素，要求：

- 写一 Monte Carlo 算法判定 S 和 T 是否相等；
- 分析算法出错的概率；（3 分）
- 算法是否有偏，若有偏，偏什么？

、选择或填空题（每空2分，共30分）

P15-16.

1、下列陈述错误的是 c

（a）数值概率算法一般是求数值计算问题的近似解

（b）Monte Carlo总能求得问题的一个解，但该解未必正确

（c）Las Vegas算法的一定能求出问题的正确解 绝不返回错误的答案（只是废）

（d）Sherwood算法的主要作用是减少或是消除好的和坏的实例之间的差别

执行时间
期望时间
坏期望时间

2、下列陈述错误的是 d

P6

（a）概率算法的期望执行时间是指反复解同一个输入实例所花的平均执行时间

（b）概率算法的平均期望时间是指所有输入实例上的平均期望执行时间

（c）概率算法的最坏期望时间是指最坏输入实例上的期望执行时间

（d）概率算法的期望执行时间是指所有输入实例上的所花的平均执行时间

反复解同一输入实例所花的平均执行时间.

3，下述算法是求有限集X的势n=|X|，请选择正确语句填空，算法的时间复杂性是____

时间，空间 O(√n)

n之量级 SetCount(X) {k:=0;S:=空集;

a:=uniform(X);

do { k:=k+1; S:=S并{a} ; a:=uniform(X)

}while( a不属于S );

return 2k*k/pi; //pi=3.14159.......

}

(a) S:=S并{a} (b)a属于S (c)a不属于S

(d)a:=uniform(X) (e)S:={a}

(f)n量级 （g）n^2量级

(h)n^(1/2)量级 (i)lgn量级 (j)常数量级

4，Sherwood算法中随机预处理提供了某种加密计算f(x)的可能，其步骤是： P47

(a) 使用函数u将x加密为一随机实例y

(b) 将y提交给f计算出f(y)的值.

(c) 使用函数v转换为f(x)

5. Las Vegas算法的一般形式为obstinate(x){repeat　LV(x,y,success) until}

sucess; return y;};

当用他来解8皇后问题时，设LV成功的概率p=

s(x) 成功时间

e(x) 失败时间

t(x) 得到一个解时间

$p\,s(x) + (1-p)(e(x)+t(x)) = t(x)$

时间

$t(x) = p\,s(x) + (1-p)($

$t(x) = s(x) + \frac{1-p}{p}$

二、简要回答下述问题（每题8分，共32分）

1、若要将一个偏y的，55%－正确的，一致的MC算法改进到95%－正确的算法，需要重复调用MC算法多少次？并给出推导过程。

$1-(1-55\%)^n \geq 95\%$

$\Rightarrow n \geq 4$

偏y算法

通信

链是时间复杂度

2、在分布式算法中，bit复杂性是指算法发送的所有消息中bit的总数；消息链复杂性是指算法的任何执行中最长消息链的长度，若某消息链是m^1，m^2，...，m^k，则消息m^i在因果关系上领先于消息m^(i-1)，该消息链的长度为k。请问这两种复杂度应分别属于通信复杂性和时间复杂性中的哪一种？并简述其理由。

至多1个时间单位

3、在分布式算法的时间复杂性和ont－time复杂性中，一个msg的延迟分别假定为至多1个时间单位和恰好1个时间单位，但有时后者是前者的一个下界。为什么？举例说明。？

在echo算法里1-time复杂性是O(D)，时间复杂性O(N)，即使通信直径为1的网络。

4、对于同步环，在一个均匀的leader选举算法中，为什么一个id为i的msg是以2^i速率被转发的？其目的是什么？

三、算法设计题：

1、量子运动的随机聚集过程可用量子赌博来描述。其规则是：

（1）开始时，A和B的赌本分别为x和y；

（2）每次通过掷一枚神奇的硬币来决定输赢，设正面A赢，反面B赢，但每次仍出硬币的正反面的概率正比于A和B当前的赌本；

（3）每次的输家将按固定的比例k从自己的赌本中付给赢家；

（4）设最小的赌本单位为1，若输家当前的赌本小于等于1，他付出自己的赌本后，游戏结束。

例如：设x和y的初值分别为20分和80分，k=10%，则第一次硬币掷出正面和反面的概率分别是20%和80%，若掷出的是正面，则B要付8分给A；第二次赌博时，x=28，y=72，硬币掷出正面和反面的概率将分别是28%和72%　赌博依此规则进行，直至一方赌光为止。

要求：

1——写一算法实现赌博游戏；（15分）

2——A和B最终输赢取决于什么？（3分）

3——请分析A、B最终输赢的概率；（5分）

$\frac{y}{x+y}$

~~while (x≤1 || y≤1)~~

```
while (x>1 && y>1) {
  a ← uniform (1, x+y)
  if (a≤x) {
    x = x+0.1y;
    y = 0.9y;
  } else {
    y = y+0.1x
    x = 0.9x
  }
} //end while
if (x≤1) {
  y = y+x;
  赢者为B
}
if (y≤1) {
  x = x+y;
  赢者为A
}
```

2，设集合S和T中各有n个互不相同元素，要求：

1——写一Monte Carlo算法判定S和T是否相等；（10分）

2——分析算法出错的概率；（3分）

3——算法是否有偏，若有偏，偏什么？（2分）

```
STequal( S, T ) {
  a ← uniform(S);
  for i from 1 to n {
    if a = T[i]
      return true;
  }
  return false;
```

设有 x 个元素相异.

$(1-\frac{x}{n})$

偏假