

学号或单位:

姓名:

成绩:

注意: 试卷须交回, 否则无分。

一. 单项选择题 (20 分)

1. 下列陈述错误的是

- ☒ (a) 概率算法在同一个输入实例上, 每次执行结果不尽相同; ✓
- (b) 概率算法在同一个输入实例上, 每次执行所花的时间不尽相同; ✓
- (c) 有的概率算法对于同一个输入实例的不同次运行, 可以找到多个不同的正确解; ✓
- ☒ (d) 概率算法的最坏期望时间是算法执行时间的上界。

2. 下列陈述错误的是

- (a) 数值概率算法一般是求数值计算问题的近似解 ✓
- (b) Monte Carlo 总能求得问题的一个解, 但该解未必正确 ✓
- ☒ (c) Las Vegas 算法的一定能求出问题的正确解 ×
- (d) Sherwood 算法的主要作用是减少或是消除好的和坏的实例之间的差别

3. Las Vegas 算法的一般形式是

```
obstinate(x) {
    repeat
        LV(x, y, success)
    until success;
    return y
};
```

设 $p(x)$ 是 LV 成功的概率, $s(x)$ 和 $e(x)$ 分别是 LV 成功和失败时的期望时间, $t(x)$ 是算法 obstinate 找到一个正确解的期望时间, 则 $t(x)$ 的表达式应该是

- ☒ (a) $t(x) = s(x) + e(x)(1 - p(x)) / p(x)$
- (b) $t(x) = p(x)t(x) + (1 - p(x))(e(x) + t(x))$
- (c) $t(x) = p(x)s(x) + (1 - p(x))(e(x) + s(x))$
- (d) $t(x) = p(x)s(x) + (1 - p(x))(s(x) + t(x))$

4. 若 A 是一个偏真的 MC 算法, 则下述陈述正确的是

- ☒ (a) 只有 A 返回 true 时解正确; (b) A 以较大的概率返回 true; ✓
- (c) A 返回 true 时解必正确, A 返回 false 时解必错误;
- (d) A 返回 true 时解必正确, A 返回 false 时有可能产生错误的解。

5. 重复调用一个一致的、 p -正确的、偏真的 MC 算法 k 次, 可以得到一个_____的算法。

- (a) $(1-p)$ -正确
- (b) $(1-p)^k$ -正确
- ☒ (c) $(1-(1-p)^k)$ -正确 ✓
- (d) 正确概率不能确定

6. 一个 MC 算法是一致的、 $3/5$ -正确, 偏 y_0 的, 若要求出错概率不超过 ϵ , 则重复调用 MC 的次数至少为_____。

- ☒ (a) $\lg(1/\epsilon) / \lg(2/5)$
- (b) $\lg(1/\epsilon) / \lg(5/2)$
- (c) $\lg \epsilon / \lg(5/3)$
- (d) $\lg \epsilon / \lg(3/5)$

- 7、在异步环上，一个 $O(n^2)$ 的 leader 选举算法按顺时针单向发送消息，假设只有最大标识符的结点可以当选为 leader，则当环上标识符次序为_____时该算法发送的消息数量最多。
- (a) 0, 1, ..., n-1 随机序 (b) 逆时针 n-1, n-2, ..., 0
(c) 顺时针 0, 1, ..., n-1 (d) 顺时针 n-1, n-2, ..., 0
- 8、设正整数 d_1, d_2, \dots, d_n 是 n 个结点的标识符集合， $x = \min\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ ， $y = \max\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ ，则同步环上非均匀的 leader 选举算法的时间复杂度是_____。
- (a) $O(n)$ (b) $O(xn)$ (c) $O(yn)$ (d) $O(n \log n)$
- 9、在下述因素中，已知有 3 个阻碍分布式系统了解系统的全局状态，与全局状态无关的是_____。
- (a) 非即时的通信 (b) 相对性影响 (c) 中断 (d) 算法的正确性
- 10、下述说法错误的是_____。

- (a) 异步系统中的消息延迟是不确定的
(b) 分布式算法的消息复杂度是指在所有合法的执行上发送消息总数的最大值
(c) 在一个异步算法中，如果不存在错误，则算法的执行只取决于初始配置
(d) 分布式系统终止是指系统中所有结点处于终止状态，且没有消息在传输

二. 简要回答下述问题 (55 分)

- 1、构造一个 16 个节点的环，使其高度对称，并给出所有序等价的连续片段。
- 2、已知事件 e_1, e_2, e_3 和 e_4 的向量时戳分别为 $(2, 3, 0, 0)$ 、 $(1, 2, 0, 0)$ 、 $(0, 0, 1, 1)$ 、 $(3, 6, 4, 2)$ ，请找出所有有因果关系的事件对。
- 3、若将消息复杂度为 $O(n \lg n)$ 的异步环选举算法（在阶段 1 向节点的 2-邻居发送 Prob 消息）修改为只向其中一个方向发送 Prob 消息，请问修改后算法的消息复杂度是多少？如何对其做进一步的修改才能使得消息复杂度仍然为 $O(n \lg n)$ 。
- 4、对于一个优化问题 Π ，最佳可达性能比 $R_{\min}(\Pi)$ （定义如下）分别为何值时，问题 Π 易于近似和难于近似？
 $R_{\min}(\Pi) = \frac{A(I)}{OPT(I)}$
 $R_{\min}(\Pi) = \infty$ (if $\frac{A(I)}{OPT(I)} \geq k$ for all I)
- 5、装箱问题是将 n 件物品放入尽可能少的若干个容量为 1 的箱子中。不妨设实例 I 中，物品 $item_j$ ($1 \leq j \leq n, n=6$) 的大小依次为：0.4, 0.3, 0.6, 0.7, 0.8, 0.2，请分别给出实例 I 的最优解和采用首次适应 (First Fit) 策略得到的近似解的值 $OPT(I)$ 和 $A(I)$ ，并给出解的构造，以及近似比 $R_{FF}(I)$ 。
- 6、说明为什么用 MST 启发解 Δ TSP 时，其近似比是 2。

三. 算法题 (共 25 分)

- 1、设一个同步匿名的单向环有 n 个结点，每个结点均知道 n ，每个结点的初始均状态相同，每个结点上的程序相同且开始于同一时刻。

- (1) 请问是否存在一个确定的算法选出一个 leader？请简述理由。
- (2) 试设计一个概率的 leader 选举算法。
- (3) 请问你设计的概率算法属于哪一类算法？

$$\frac{A(I)}{OPT(I)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2^n}{2^n + 1}$$

$$OPT(A)$$

$$A(A - OPT) \leq \gamma$$