

Ex1.证明：当放置 (k+1)th 皇后时，若有多个位置是开放的, 则算法 QueensLV 选中其中任一位置的概率相等。

解：当放置第 (k+1) th 皇后时，如果有 n 个位置开放，依次记为 $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ 。下面计算选择位置 S_i 的概率 P_i ： S_i 被选中，则 $\text{uniform}(1, \dots, i)=1$, 且对于所有 $j > i$ 有 $\text{uniform}(1, \dots, j) \neq 1$ 。显然 $\text{uniform}(1, \dots, i)=1$ 的概率为 $1/i$, $\text{uniform}(1, \dots, j) \neq 1$ 的概率为 $(j-1)/j$ 。所以

$$P_i = \left(\frac{1}{i} \times \frac{i}{i+1} \times \dots \times \frac{n-1}{n} \right) = \frac{1}{n}$$

Ex2. 写一算法，求 $n=12 \sim 20$ 时最优的 StepVegas 值。

解：略。