2011年1月13日组合数学考试题目（回忆版）

1. 有n个正整数组成的序列,求证：该序列中一定存在一段连续的一段（）,使得该子序列S1的和能被n整除:

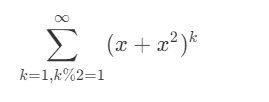


n个前缀和按照模数,放到除0之外的n-1个盒子中(如果为0直接有一个答案),至少有一个盒子有2个元素,这两个前缀和之差即为所求

1. 写出如下等式的组合意义

从n+1个物品中取出k+1个的方案数,可以枚举第一个取的元素是从左边(右边也行)起第i个,那么就是从剩下n-i个元素取剩下k个根据加法原则,结果等价

1. A,B两个玩家轮流拿n个硬币，每人每次可以拿1个或2个，问：第一次和最后一次都是A拿的方案数是多少个？

求该展开式中x^n的系数

或考虑递推式:

f(n)=f(n-2)+2f(n-3)+f(n-4),但该方程特征根比较难求

1. 求满足如下方程组的解的个数，其中( )，

先做转换将问题转化为x1+x2+x3+x4=14的非负整数解个数,求得无限制情况下的方案数为RNI8IA99~SS@V(51DDF{67A,然后求出至少一个x大于7的方案数$(S]O6@R_6ZMYAPI9N7DS14两者相减即为答案,因为不存在两个x大于7的合法情况,答案为680-336=344

1. 求
2. 位10进制整数中不出现1或2或3的个数

|A|=n

|A1|=9^n\*3

|A12|=8^n\*C^2\_3

|A123|=7^n

Ans = |A|-|A1|+|A12|-A|123|

1. 直线在第一象限与坐标轴围出的区域中覆盖的整数点的个数（在线上和坐标轴上的点也包括在内）

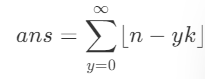
点坐标需要满足x+ky-n<=0 (0<n,k),

当y=0时,有n个满足条件的点

当y=1时,有floor(n-k)个点

...

因此答案可以表示为:



1. A,B两种球各2个放在2个盒子中，问在如下两种情况下各有多少种做法？
2. 2个盒不同

可以视为两种球,分别分到2个盒子中的方案数之积:即3\*3=9

1. 2个盒相同

枚举,用第一种情况进行枚举,除了每个盒子每种球都有一个的情况,其他方案均可以交换获得一个等价的方案,因此为5种

1. 在一条直线上放N个k中颜色的球，问在如下两种情况下放球的方案数：
2. 颜色数最多k种

第二类斯特林数累加

1. 颜色数恰好等于k

第二类斯特林数

斯特林数通项表示

