

相关推论与强相关逻辑

程京德

日本国立埼玉大学, 日本埼玉 338-8570

摘要 推论的能力,尤其是抽象推论的能力,无疑是人类智能最本质的特征之一,因而应该是任何以实现人工人类智能为目标的计算智能系统都应该提供的必不可少的功能。本文简要介绍相关推论和相关逻辑。分析表明,为相关推论提供逻辑有效性保证的强相关逻辑,对于以发现或预测为最基本功能的各种计算智能系统来说,具有无可替代的关键作用。

关键词 相关推论;强相关逻辑;计算智能系统

1 何谓推论?

推论(reasoning)是从前提(为结论提供证据的已知事实或预设假说)推导出新结论的过程,是从已知或预设(即前提)到达未知(即新结论)从而获取新知识、扩展已有知识的过程。一个推论过程一般由一系列被称为推断(argument)或者推理(inference)的步骤有序构成。人们所掌握的知识,尤其是抽象知识,并非所有都是自己亲身经历过后从直接的经验总结得出的,而大部分都是根据已知知识通过推论而得到的。可以说,如果没有推论这一手段,人类就不可能把知识宝库扩展到今天如此丰富的地步。

举一个用自然语言表达的推论的简单例子。

(1) 所有的有理数都可以表达为一对整数之比。

(2) π 不能表达为一对整数之比。

所以

(3) π 不是一个有理数。

(4) π 是一个数。

所以

(5) 至少存在一个非有理数(无理数)。

这里,用一步推理先从前提(1)和(2)推出(3)作为结论,又用一步推理从前提(3)和(4)推出(5)作为结论,这样的两步推理构成一个完整的推论,从前提(1),(2)和(4)推出结论(5)。

推论的能力,尤其是抽象推论的能力(一般动物并不具备),无疑是人类智能最本质的特征之一,因而应该是任何以实现人工人类智能(本文用此名词以区别人工智能所实现的动物智能)为目标的计算智能系统都具备的必不可少的功能。说一个没有具备推论能力的计算智能系统实现了人工

人类智能,显然有言过其实之嫌。尽管推论及其自动化曾经是计算机科学和人工智能科学中最活跃的研究课题,但关于推论的基本性质还有许多未解决问题需要探究,关于推论在计算机上的有效实现也还仍然有许多重要课题需要实践。

2 何谓逻辑学?

在上述有关推论的一般哲学定义中,尽管说推论的前提要为其结论提供证据,但一个具体推论的前提是否实际上真正有效地为其结论提供了证据是独立于一般定义的另一件事,也就是说,确实提供或者实际没有提供都是可能的。因此就需要某种确切标准来区分鉴别正确、有效推论和不正确、非有效推论。逻辑学正是研究推论正确性或有效性学问的学科。逻辑学首先是关于推论(推理)的学问,它探索和研究究竟是什么构成了正确、有效的推论,探索和研究用于区分鉴别正确、有效的推论和不正确、非有效的推论的一般原理和标准,探索和研究如何进行正确、有效推论而避免不正确、非有效推论的一般方法论。因此,历史上,逻辑学从来就被称之为“科学之科学,技艺之技艺”(司各脱,13世纪)、“所有其他科学之基础”(塔斯基,1941)、“先于所有其他科学,以其思想和原理支撑所有科学之科学”(哥德尔,1944)。

另一方面,在各种各样推论的前提和结论之间可以有多种不同种类的证据关系存在,而对不同的证据关系的认同与否就可以引导出不同的正确有效性标准。任何科学都是基于一些基本假设和基本原理建立起来的,一旦其中某个假设或原理被一个新的假设或原理所替换,可能会给予该门科学巨大影响,以至于产生一个全新分支。逻辑学也不例外,关于基本假设和基本原理的不同哲学动机可以引导出不同的逻辑有效性标准和逻辑系统。

收稿日期:2016-03-25

作者简介:程京德,教授,研究方向为软件工程,知识工程,信息安全性工程,相关逻辑等,电子邮箱:cheng@ics.saitama-u.ac.jp

引用格式:程京德. 相关推论与强相关逻辑[J]. 科技导报, 2016, 34(7): 39-47; doi: 10.3981/j.issn.1000-7857.2016.07.005

3 作为逻辑学之核心的条件关系

在逻辑学中,一个形式为“如果(若, if)…,那么(则, then)…”的句子通常被称为条件命题(conditional position)或者简单地被称为条件句(conditional);它用于断定在句子的“如果(若, if)”部分和“那么(则, then)”部分之间存在的某种充分条件关系。在一般情况下,一个条件句必然涉及由逻辑连接词(connective)“如果…,那么…”,也被称为条件关系(conditional relation),来连接起来的两个部分,它们分别被称之为该条件句的前件(antecedent)和后件(consequent)。一个条件句的真实性不仅取决于其前件和后件的真实性,而在本质上更取决于两者之间的必然相关性和充分条件性^[1-6]。条件关系概念在推论中起最基本的作用,因为任何推论形式都必须基于它,所以,条件关系概念一直都是逻辑学研究中最重要课题,从而被认为是逻辑学的核心^[1]。

当研究和使用逻辑时,条件关系概念既会出现在对象逻辑(即作为对象,正在研究的逻辑)之中也会出现在元逻辑(即作为工具,正在用于研究对象逻辑的逻辑)之中。在对象逻辑中,通常是在其形式语言中有一个用来表示条件关系概念的连接词;同时,条件关系概念也通常用一个元语言符号表示,在该对象逻辑的证明论和模型论中用于描述逻辑后承(logical consequence)关系。另一方面,在元逻辑中,条件关系概念,通常会以自然语言形式表示,用于定义关于对象逻辑的各种元概念和描述关于对象逻辑的各种元定理。

从对象逻辑的观点来看,有两种类型的条件句,一类是经验的条件句,另一类是逻辑的条件句。对于一个给定的对象逻辑,如果一个条件句的真值,从该逻辑的意义来说,必须取决于其前件和后件的具体内容而不能仅由其抽象形式来确定(亦即,从该逻辑的观点来看,其前件和后件之间的相关关系被视为是经验的),则该条件句被称为该逻辑的经验条件句;如果一个条件句的真值,从该逻辑的意义来说,仅取决于其抽象的形式而与其前件和后件的具体内容无关,因而可以被认为是普遍真的或普遍假的(亦即,从该逻辑的观点来看,其前件和后件之间的相关关系被视为是逻辑的),则该条件句被称为该逻辑的逻辑条件句;从该逻辑的意义来说,一个普遍真的条件句也被称为该逻辑的一个必然归结(entailment)。事实上,各种不同的逻辑系统之间最本质的区别就是把什么样的条件句视为、定义为必然归结,正如 Diaz 所指出的:“现代逻辑中的问题可以最恰当地表述为:我们如何能够给予那些表示了必然归结的条件句一个合理的解释?”^[3]

4 相关的推论与推论的经典有效性标准

在对推论、逻辑学、条件关系这些最基本的概念做了清晰的介绍之后,进入本文的主题。

先看几个简单的例子。(1)“如果雪是白的,那么 $1+1=2$ ”,(2)“如果雪是黑的,那么 $1+1=2$ ”,(3)“如果雪是白的,

那么 $1+1=3$ ”,(4)“如果雪是黑的,那么 $1+1=3$ ”,这4个以自然语言形式表达的经验的条件句陈述了4个简单的推理(推论)。按照常识和经验,大概谁也不会认为这4个推理是正确的,因为在这4个推理当中,无论前提与结论正确与否,从常识和经验来看它们之间没有任何关联,亦即,没有任何相关关系。这样的例子当然还可以举出很多,应有尽有,它们至少揭示了这样一个事实:一个条件句(推理、推论)的前件(前提)和后件(结论)之间,可能不存在相关性,由这样的条件句陈述的推理(推论),不应该被视为是正确的。基于这个事实,暂且把前提和结论之间具有相关性的推论称为“相关的推论”,而把前提和结论之间不具有相关性的推论称为“不相关的推论”。

接下来,来看一看经典数理逻辑和相关的推论之间的关系。

经典数理逻辑(classical mathematical logic)是为了给数学家们的工作提供形式化语言来描述数学证明结构而建立起来的,其主要目的是对数学证明给予严格的描述(请注意,“经典数理逻辑是形式逻辑的现代化”这种说法是片面的、不正确的)。

在各种各样的形式逻辑系统中,经典数理逻辑可以说是最简单的。经典数理逻辑基于几个基本假设,其中最基本的假设就是采用经典有效性(the classical account of validity)(亦即,一个推论是有效的当且仅当其前提为真时其结论不为假)作为推论(证明)的逻辑有效性标准;在经典数理逻辑的理论框架范围内,人们必须以此标准来确定一个推论(推理)的结论是否实际上依据于其前提。

然而,因为经典有效性不要求推论(推理)的前提和结论之间必须存在相关关系,所以一个经典有效的推论(推理)之结论未必一定与其前提相关,甚至可以毫不相关^[1-6]。例如,如果把上面列举的4个推理实例放到经典数理逻辑的范围内来考察,那么除了(3)因为前提真且结论假而被视为无效之外,其余3个即(1)、(2)、(4)都必须被视为有效!这至少揭示了一个事实:在人们的常识和经验看来,不正确的推论却有可能在经典数理逻辑的范围内是有效的,换言之,经典有效性这个逻辑标准并非与人们常识和经验中推论的正确性判断标准完全一致。

那么,是否有某种逻辑系统,其逻辑有效性标准考虑了推论之前提与结论间的相关关系?是否有某种逻辑系统,其逻辑有效性标准与人们常识中推论的正确性判断标准完全一致?这是2个尽管陈述起来简单但是在本质上、在哲学上、在逻辑学上相当难的问题。下面回答这两个问题。

5 “实质蕴含悖论”问题

作为采用经典有效性的一个必然结果,经典数理逻辑用一个外延的真值函数连接词“实质蕴含(material implication)”(即一个蕴含命题为假,当且仅当其前提为真且

结论为假)来表示条件关系概念。如果用经典数理逻辑的形式化语言来定义,那么“实质蕴涵”可以被定义为

$$A \rightarrow B =_{df} \sim (A \wedge \sim B), \text{ 或者 } A \rightarrow B =_{df} \sim A \vee B$$

这里分别用 \rightarrow 、 \sim 、 \wedge 、 \vee 来表示逻辑联结词“实质蕴涵”、“否定”、“连言(合取)”、“选言(析取)”。由上面的定义也可以看出在经典数理逻辑中“实质蕴涵”的两点特征:1)“实质蕴涵”实际上是其前件和后件的一个外延的真值函数,其逻辑真值完全取决于其前件和后件的逻辑真值;2)作为逻辑联结词,“实质蕴涵”不是最基本的,它可以用其他联结词来定义。

如果把上面列举的4个以自然语言形式表达的经验的条件句用经典数理逻辑的“实质蕴涵”来表达,那么将为:(1)“雪是白的 $\rightarrow 1+1=2$ ”,(2)“雪是黑的 $\rightarrow 1+1=2$ ”,(3)“雪是白的 $\rightarrow 1+1=3$ ”,(4)“雪是黑的 $\rightarrow 1+1=3$ ”。因为在经典数理逻辑中的“实质蕴涵”并不顾及其前件后件之间的相关关系,所以,这些经验条件句在经典数理逻辑中除了(3),其他3个(1)、(2)、(4)都应该是真的(因为它们都满足“前件为真时后件不为假”)。显然,这些经验的条件句以及与它们类似的条件句,在人们日常生活当中,如果把它们当中的“ \rightarrow ”读作(解释为)“如果…那么…”,那么在含义上就很怪异可笑,因为这些条件句的前件和后件按照人们通常的认识和经验来看毫不相关。这些用“实质蕴涵”来表达的经验的条件句表现出了悖论特性。

经典数理逻辑中的外延的真值函数“实质蕴涵”没有准确地表达条件关系概念。这就引出了所谓“蕴含悖论”的问题,即如果把经典数理逻辑中的“实质蕴涵”视为(注意是“视为”)是条件关系,而把经典数理逻辑中的逻辑定理都视为有效的推理式或者必然归结,那么从推论(推理)正确性的角度来看,经典数理逻辑的许多逻辑定理都表现出悖论特性从而被称作“实质蕴含悖论(paradoxes of material implication)”^[1-6]。对于经典数理逻辑的各种经典保存扩张(classical conservative extension)或者非经典替代(non-classical alternative)的逻辑系统,只要经典有效性被采用为推论(证明)的逻辑有效性标准并且条件关系被直接或者间接地表示为实质蕴含,那么上述事实都仍然成立。

下面这些命题模式(其中,A、B、C是命题变量,可以代入任一具体命题)所表达的命题,是经典数理逻辑的逻辑定理中最典型的实质蕴含悖论(还有许许多多都是可以用这些逻辑定理在经典数理逻辑系统中推导出来的):

$$\begin{aligned} & A \rightarrow (B \rightarrow A), B \rightarrow (\sim A \vee A), \sim A \rightarrow (A \rightarrow B), (\sim A \wedge A) \rightarrow B, \\ & (A \rightarrow B) \vee (\sim A \rightarrow B), (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow \sim B), (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A), \\ & ((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)) \end{aligned}$$

那么,不考虑前后件之间相关关系的逻辑真“实质蕴涵”条件句在应用上会带来什么问题,用一个具体例子^[5]说明。

1993年,Wiles证明了费尔马大定理之后,众多数学家都想努力对其复杂的证明加以简化。假设某位数学家到某个数学会议上去发表下面这样一个对费尔马大定理的简化

证明:

The sky is blue

Therefore: There is no integer n greater than or equal to 3 such that for any non-zero integers $x, y, z, x^n = y^n + z^n$.

那么,当然不会被其他数学家所认可而肯定会被嘲笑。然而,如果是依据经典数理逻辑,这个简化证明并没有什么问题。因为:1)照经典数理逻辑,这个证明是有效的,其前提为真时结论不会为假(因为已知费尔马大定理成立);2)这个证明是健全的(sound),其前提的确为真(天空是蓝的是一个一般性真理)。

通过上面的例子,可以清楚地认识到,由于系统内“实质蕴涵悖论”的存在,经典数理逻辑是担负不起“科学之科学,技艺之技艺”、“所有其他科学之基础”、“先于所有其他科学,以其思想和原理支撑所有科学之科学”之重任的。

6 传统相关逻辑

为了从形式逻辑中排除“实质蕴涵悖论”,美国逻辑学家刘易斯(Lewis C. I., 1883—1964)在20世纪20年代提出了用必然模态算子来定义的逻辑联接词“严格蕴涵(strict implication)”的概念,并构造了相应的模态逻辑(modal logic)系统S1、S2、S3、S4、S5,但在刘易斯的模态逻辑中,仍然有许多逻辑定理都表现出类似于“实质蕴涵悖论”的特性而被称作“严格蕴涵悖论(paradoxes of strict implication)”。

为了从形式逻辑中排除“实质蕴涵悖论”和“严格蕴涵悖论”,探求一种在数学上能够令人满意的方法来把握住条件句前后件之间的相关关系,从而获得一种蕴含概念能够避免实质蕴涵悖论和严格蕴涵悖论,德国逻辑学家阿克曼(Ackermann W. F., 1896—1962)于20世纪50年代提出了非真值函数的内涵联接词“严密蕴涵(rigorous implication)”的概念,并首次构造了第一个完整的相关逻辑系统 Π' ,成功地完全排除了“实质蕴涵悖论”和“严格蕴涵悖论”^[1]。阿克曼的最主要思想是用一个非真值函数的内涵联接词来表达蕴涵(条件)关系,使得该蕴涵(条件)关系的逻辑真值不是仅由其前后件的真值来决定,而是能够不顾及其前后件的真值决定整个蕴涵关系的逻辑真值(这个思想后来被Wright、Geach及Smiley 3位逻辑学家归纳为“必然归结的Wright-Geach-Smiley标准(Wright-Geach-Smiley criterion of entailment)”^[1]。

因为在相关逻辑中表达条件关系的是一个要求前后件之间必须相关的基本内涵联接词,而不是其前后件的真值函数,所以上面列举的4个以自然语言形式表达的经验的条件句在相关逻辑中都不被认同为真。

在阿克曼开创性工作的基础上,美国逻辑学家Anderson和Belnap及其学生们从20世纪50—70年代在相关逻辑领域做了一系列的工作。Anderson和Belnap将阿克曼的相关逻辑 Π' 重新构造为“相关逻辑system E of entailment”,提出了非真值函数的内涵联接词“相关蕴涵(relevant implication)”的

概念并构造了“相关逻辑 system R of relevant implication”和“相关逻辑 system T of ticket entailment”^[1,2]。Anderson 和 Belnap 提出了条件式前后件之间必须共享至少一个命题变量的“相关性原理(relevance principle)”；相关性原理在形式上保证了条件式中前后件之间的相关性,并成为所有相关逻辑所必然满足的最本质特征^[1,2]。变量共享(variable-sharing)正是能够反映在一个必然归结的前件和后件之间应该有某种意义上的连接这一直观思想的形式化概念。正是因为所有相关逻辑系统的逻辑定理都必然地满足相关性原理,其条件式的前后件之间都共享至少一个命题变量,所以,那些前后件不相关的“实质蕴涵悖论”和“严格蕴涵悖论”就被完全排除了^[1-6]。

相关逻辑采用相关有效性(the relevant account of validity)作为推论(证明)的逻辑有效性标准,要求一个有效的推论(证明)其前提和结论必须是相关的^[1-6]。因此,上面所举的费尔马大定理的简化证明例子在相关逻辑的理论框架范围内不是有效的。

现在来看一看相关逻辑和经典数理逻辑之间的关系是怎样的。一个形式逻辑系统的逻辑特征,可以由其逻辑定理集合来刻画。相关逻辑学家已经证明了如下事实^[1,2]:1) 如果在相关逻辑中保留并使用经典数理逻辑中“实质蕴涵”的真值函数定义,那么经典数理逻辑是相关逻辑的一个真子集,即经典数理逻辑的每个逻辑定理也都是相关逻辑的逻辑定理,并且这些逻辑定理恰好构成相关逻辑的真值函数逻辑定理集合部分(图 1(a));2) 如果把相关逻辑中的相关蕴涵联接词(用双横箭头“ \Rightarrow ”表示)都改用经典数理逻辑中的“实质蕴涵”联接词(用单横箭头“ \rightarrow ”表示)替换的话,那么“这样改造得到的相关逻辑”是经典数理逻辑的一个真子集,即,“这样改造得到的相关逻辑”的每个逻辑定理也都是经典数理逻辑的逻辑定理,但是许多经典数理逻辑的逻辑定理(“实质蕴涵悖论”)并不是“这样改造得到的相关逻辑”的逻辑定理(图 1(b))。

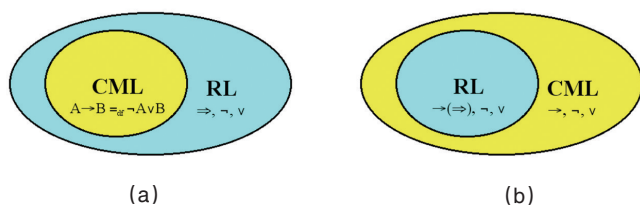


图 1 相关逻辑和经典数理逻辑之间的关系

至此回答了在上面提出的第 1 个问题:“是否有某种逻辑系统,其逻辑有效性标准是考虑了推论之前提与结论间的相关关系的?”实际上,尽管在今天,逻辑学家们发展出众多的逻辑系统,在定义逻辑有效性标准上真正从头开始就考虑了推论之前提与结论间的相关关系的,仅有相关逻辑这一族。

那么,传统的相关逻辑是否就已经完全满足了所有的要求,没有其他问题了? 还需要回答第 2 个问题:“是否有某种

逻辑系统,其逻辑有效性标准是与人们常识中推论的正确性判断标准完全一致的?”

7 基于强相关逻辑的相关推论

尽管传统相关逻辑已经排斥了那些传统的蕴涵悖论,但是在它们的逻辑定理集合当中也还仍然存在着一些逻辑定理,从我们通常使用条件关系的意义来看是不自然的。如果将传统相关逻辑中的相关蕴涵视为是条件关系,而把相关逻辑中的逻辑定理都视为有效的推理式或者必然归结,那么从正确推论的角度来看,传统相关逻辑的许多逻辑定理仍然表现出类似于“实质蕴涵悖论”的特性。这一情形,与把经典数理逻辑中的“实质蕴涵”视为是条件关系,而把经典数理逻辑中的逻辑定理都视为有效的推理式或者必然归结时所产生的“实质蕴涵悖论”问题完全类似。下面举例说明这种情形。

考虑下面几个例子:

$$(A \wedge B) \Rightarrow A, (A \wedge B \wedge \dots) \Rightarrow A, (A \wedge B) \Rightarrow B, (A \wedge B \wedge \dots) \Rightarrow B, \\ (A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \wedge C) \Rightarrow B), (A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \wedge C \wedge \dots) \Rightarrow B)$$

这些命题都是相关逻辑的逻辑定理(可以看出,它们都满足相关性原理),因此把具体命题代入其命题变量都应该得到(在相关逻辑系统内)真命题,但在这些逻辑定理的前件中都包含有与后件不相关的合取项。比如,把具体命题“雪是白的”,“ $1+1=2$ ”,“ $1+1=3$ ”代入命题变量 A, B, C, 那么会得到:

$$(\text{“雪是白的”} \wedge \text{“}1+1=2\text{”}) \Rightarrow \text{“雪是白的”}, (\text{“雪是白的”} \wedge \text{“}1+1=2\text{”} \wedge \dots) \Rightarrow \text{“雪是白的”}, \\ (\text{“雪是白的”} \wedge \text{“}1+1=2\text{”}) \Rightarrow \text{“}1+1=2\text{”}, (\text{“雪是白的”} \wedge \text{“}1+1=2\text{”} \wedge \dots) \Rightarrow \text{“}1+1=2\text{”}, \\ (\text{“雪是白的”} \Rightarrow \text{“}1+1=2\text{”}) \Rightarrow ((\text{“雪是白的”} \wedge \text{“}1+1=3\text{”}) \Rightarrow \text{“}1+1=2\text{”}), \\ (\text{“雪是白的”} \Rightarrow \text{“}1+1=2\text{”}) \Rightarrow ((\text{“雪是白的”} \wedge \text{“}1+1=3\text{”} \wedge \dots) \Rightarrow \text{“}1+1=2\text{”})$$

显然,如果把上面这些例子中的相关的蕴涵“ \Rightarrow ”都视为条件关系“如果...,那么...”,那么得到的条件句在含义上就很怪异可笑了,因为按照通常的常识和经验来看,这些条件句的前件和后件里有一部分毫不相关。

再考虑下面几个例子:

$$A \Rightarrow (A \vee B), A \Rightarrow (A \vee B \vee \dots), B \Rightarrow (A \vee B), B \Rightarrow (A \vee B \vee \dots), \\ (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \vee C)), (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \vee C \vee \dots))$$

这些命题也都是相关逻辑的逻辑定理(可以看出,它们都满足相关性原理),因此把具体命题代入其命题变量也应该得到(在相关逻辑系统内)真命题。但是,在这些逻辑定理的后件中都包含有与前件不相关的析取项。如果把具体命题“雪是白的”,“ $1+1=2$ ”,“ $1+1=3$ ”代入命题变量 A, B, C, 也会得到类似于上面在含义上很怪异可笑的条件句。

上述事实揭示了尽管“相关蕴涵”比“实质蕴涵”更恰当地表达了条件关系概念,但是类似于“实质蕴涵”的情形,“相关蕴涵”也还没有完全准确地表达条件关系概念。

笔者于20世纪90年代前期命名这些相关逻辑的逻辑定理为“合取蕴涵悖论(conjunction-implicational paradox)”和“析取蕴涵悖论(disjunction-implicational paradox)”,因为在一个合取蕴涵悖论条件句的前件中包含有不必要的、不需要的合取项,或者在一个析取蕴涵悖论条件句的后件中包含有不必要的、不需要的析取项,或者两者皆而有之^[7-12]。尽管相关性原理及变量共享保证了条件句中前件与后件的相关性,从而使得一个基于传统相关逻辑的有效推论之结论必然与其前提相关,但是,前提和结论之间必须共享至少一个命题变量仅是一种较弱的相关性(可以通俗地解释为“只要相关了就行”),而并未要求前提和结论之间必须共享所有的命题变量。所以,在任何传统相关逻辑的理论框架范围内,即便一个推论(推理)是相关有效的,它既无法保证其结论在条件关系意义下的真实性,也无法保证前提和结论之间的在条件关系意义下的相关性^[7-12]。这种情况与在经典数理逻辑里“实质蕴含悖论”的情况完全相似。从把推论视为人类获取新知识之手段的角度来看,作为规定推论正确性有效性标准的基础逻辑系统应该满足的最基本要求:该逻辑必须保证有效的推论是在条件关系意义下是相关的(relevant)和保真的(truth-preserving),亦即,对一个基于该逻辑的有效推论来说,在条件关系意义下,其前提和结论之间必然是相关的并且当其前提为真时其结论也必然为真^[7-12]。

为了建立起能够支持相关推论的条件关系逻辑演算,提出排除了合取蕴涵悖论和析取蕴涵悖论的强相关逻辑(strong relevant logic, strong relevance logic)系统Rc、Ec、Tc^[7-12]。强相关逻辑要求,对于一个表示有效的推论(推理)的条件句来说,其前件中不得包含不必要的、不需要的合取项,并且其后件中不得包含不必要的、不需要的析取项。强相关逻辑在相关逻辑满足相关性原理的基础上,进一步满足强相关性原理(strong relevance principle):条件句中的每一个命题变量必须作为前件成分和后件成分各出现至少一次^[7-12]。作为传统相关逻辑E、R、T的改良,强相关逻辑Ec、Rc、Tc排除了传统相关逻辑中的合取蕴涵悖论和析取蕴涵悖论,使得在一个基于满足强相关性原则的强相关逻辑的有效推论之前提中不会出现与其结论无关的合取项,结论中也不会出现与其前提无关的析取项。

因为强相关逻辑的逻辑定理中不仅没有传统的蕴涵悖论,也没有合取蕴涵悖论及析取蕴涵悖论,所以在强相关逻辑的理论框架范围内,如果一个推论(推理)是有效的,那么,其前提和结论之间的在条件关系意义下的相关性及其结论在条件关系意义下的真实性都能够在强相关性意义下得到保证。这是强相关逻辑在本质上的重要特征,是所有其他逻辑系统所不具备的。迄今为止,在强相关逻辑中还没有发现其他新的“悖论”。因此可以说,目前能够圆满地支持相关推论的最好的逻辑系统是强相关逻辑。上面提出的第2个问题是,“是否有某种逻辑系统,其逻辑有效性标准与人们常识中推论的正确性判断标准完全一致的?”那么,强相关逻辑不就

是这样的逻辑系统呢?对这个问题目前下肯定的断言还为时尚早,因为强相关逻辑的一些理论性质还没有完全研究清楚^[12-15]。也就是说第2个问题目前仍然还是一个未解决问题。

另一方面,从应用的角度来说,在表达语言和公理中引入了时间、空间、或者时空概念的逻辑系统是更方便于应用的。以强相关逻辑为核心,可以构造其各种保存扩张,如图2^[13]所示。

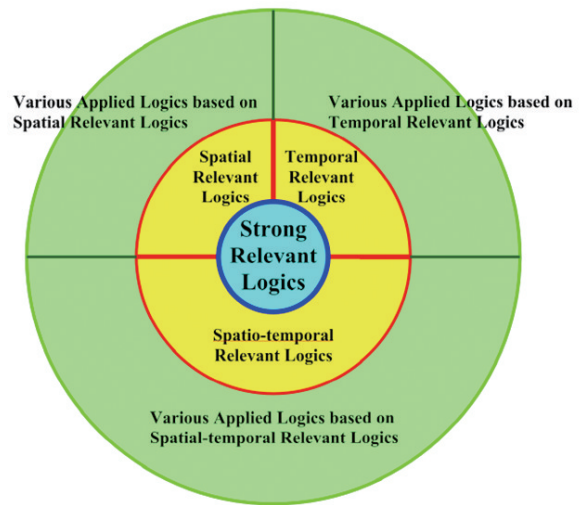


图2 以强相关逻辑为核心的各种应用逻辑系统

8 知识的形式理论化和推论的自动化

逻辑学是如何支撑其他科学的?首先,可以毫不夸张地说,离开逻辑学,人类的所有科学都将失去其基础而构不成体系。今天,任何一位在任何领域工作的科学家和工程师都在自觉或不自觉地、明显或隐含地运用着一些普遍成立的逻辑表达方式和逻辑原则,否则,许多概念的定义、几乎全部(如果不是全部的话)经验公理和经验定理的陈述、以及全部推导和证明,都是不可能的。

另一方面,如果人们希望通过使用现代通用计算机来使得逻辑系统的各种应用过程自动化,那么就必须解决两个问题:1)如何让基于逻辑系统的知识表达完全形式化?2)如何让基于逻辑系统的推论自动化?下面针对这两个问题做一些解说。

如图3所示,一个以P为经验前提、基于逻辑系统L的形式理论(表述为 $T_L(P) = {}_{\text{def}} Th(L) \cup Th_c(P)$),是用L的形式语言表达的逻辑式集合,其中 $Ax(L)$ 是L的公理集合, $Th(L)$ 是L的逻辑定理集合,P为表达某领域的前提(经验公理)的逻辑式集合, $Th_c(P)$ 是以P为前提基于L所能够推导出的该领域所有经验定理。当然,采用同一逻辑体系作为基底,从不同的经验公理所得到的形式理论一般是不同的;对于同一经验公理集合,采用不同逻辑体系作为基底所得到的形式理论一般也是不同的。

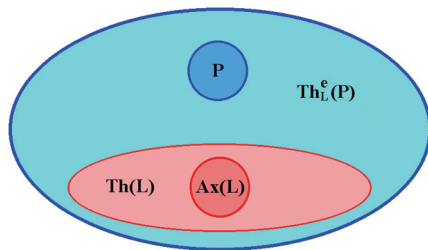


图3 形式理论

比如说,一个以公理集合论的公理集合 $Ax(ASL)$ 为经验前提、基于强相关逻辑系统 SRL 的形式公理集合论 $T_{SRL}(Ax(ASL))$, 如图4所示。

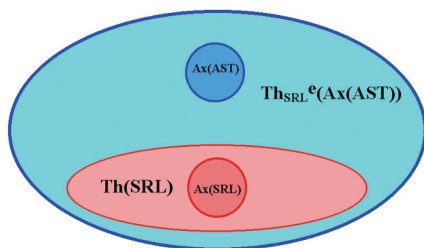


图4 基于强相关逻辑系统 SRL 的形式公理集合论

再比如说,一个以数论的公理集合 $Ax(NT)$ 为经验前提、基于形式公理集合论 $T_{SRL}(Ax(ASL))$ 的形式数论 $T_{SRL}(Ax(NT))$, 如图5所示。

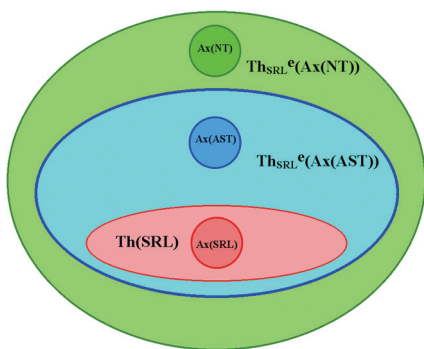


图5 基于形式公理集合论 $T_{SRL}(Ax(ASL))$ 的形式数论

并非仅限于数学理论,其他任何领域的知识,只要是表达为逻辑式,都可以用作为经验前提,构成一个形式理论。比如说,一个以 RSA 公钥密码理论逻辑表达式集合 RSA 为经验前提、基于形式数论 $T_{SRL}(Ax(NT))$ 的关于 RSA 公钥密码的形式理论,如图6所示。

但是,从形式化表达来说,公理集合论还是应该成为构筑各种严密理论之形式理论的基础,笔者建议的一般的形式化知识体系结构如图7^[16]所示。

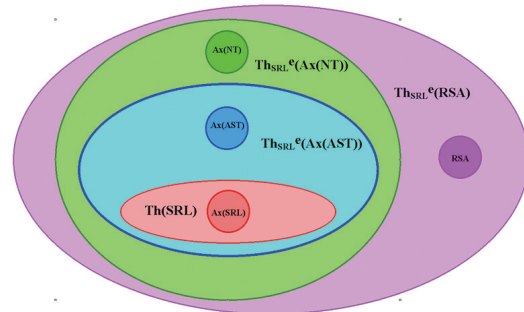


图6 基于形式数论 $T_{SRL}(Ax(NT))$ 的 RSA 公钥密码形式理论

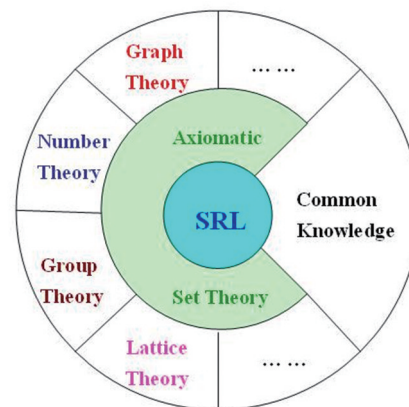


图7 一般的形式化知识体系结构

在上面介绍的形式化之下,给定任何一个形式理论 $T_L(P)$, 所谓发现,就是在 $Th_L^e(P)$ 中寻找(请注意,在找到前并不知道)到一个表达该发现的经验定理;所谓证明,就是对于任一给定要证的经验定理,确认(请注意,在确认前是已经给定的)它是否被包含在 $Th_L^e(P)$ 之中;所谓自动定理发现和自动定理证明,就是把寻找过程和确认过程自动化^[7-12]。

为了做自动定理发现的研究工作,笔者在 20 世纪 90 年代中期首先开发了一个基于强相关逻辑的自动前推系统 EnCal^[10],而后又将其扩展为可广泛应用的一般自动前推系统 FreeEnCal^[17]。如图8所示,一般可以分两个阶段使用

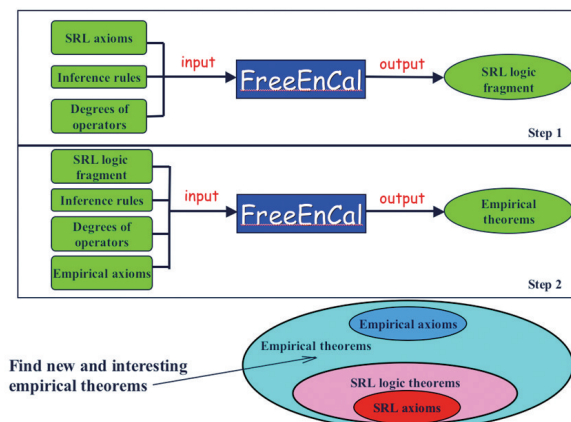


图8 自动前推系统 FreeEnCal 工作原理

FreeEnCal 做自动前推。第 1 阶段,将某个形式逻辑系统的公理、推论规则及限制前推范围的参数交给 FreeEnCal 做自动前推,FreeEnCal 可以自动推出所需的逻辑定理集合(这些逻辑定理集合一旦得到,便可以永远使用下去了)。第 2 阶段,将第 1 阶段得到的逻辑定理集合、推论规则、限制前推范围的参数及经验公理交给 FreeEnCal 做自动前推,FreeEnCal 可以自动推出所需的经验定理集合。

9 基于强相关逻辑的相关推论在发现和预测中的关键作用

发现是寻找或者揭示某个前所未知事物的过程。预测是预先猜测某个未来事件的发生,因此,它是一个必定伴随有某个时间参照点的概念。对于任何发现或者预测,被发现的事物或者被预测的事件必然是在发现过程和预测行为完成之前预先未知的,否则,就完全没有必要去发现已知的事物或者预测已知的事件了。由于推论是从给定前提获得预先未知的新结论之唯一途径,因此,不存在有完全不祈求于推论的发现过程和预测行为。

因为对于任何发现或预测来讲,在发现过程或预测行为之前都没有一个完全明确定义清楚了的目标(注意,如果有了这样一个目标,那么那将是一个证明而不是一个推论),并且被发现的事物或被预测的事件及其真实性在发现过程或预测行为完成之前都是未知的,所以发现或预测时所进行的推论必须是相关的这一要求是合理的。这个要求,对于科学发现或预测来说,在哲学意义上是本质重要的;这是因为,为了评估被发现的事物或被预测的事件,科学家们必须遵循最一般的、独立于正在实践内容的正确性标准,它可以给出被发现的事物或被预测的事件的健全性保证。那么,最一般的标准是什么?在哪里可以找到最一般的标准?正是逻辑学,作为“科学之科学,技艺之技艺”、“所有其他科学之基础”、“先于所有其他科学,以其思想和原理支撑所有科学之科学”,可以提供这样的标准;正是强相关逻辑,可以圆满地支持相关推论,使得科学家们能够以非循环的、非同义反复的方式来评估所发现的事物或所预测的事件。

基于强相关逻辑的相关推论在发现和预测中有着广泛的应用前景,可以毫不夸张地说,如果某个应用需要寻找独立于具体领域的、一般的推论有效性标准,使得只要保证了前提的正确性之后,对依据该推论有效性标准推出的结论无需再评价就可以直接接受为正确的,那么目前世界上符合此要求的只有强相关逻辑而无其他。

笔者(并且指导学生)正在进行着下面几个方向的工作。

1) 自动定理发现。“自动定理发现(automated theorem finding, ATF)”,是美国数学家 Larry Wos 于 1988 年提出的自动推论领域中的 33 个未解决基本研究问题之一:“What properties can be identified to permit an automated reasoning program to find new and interesting theorems, as opposed to proving conjectured theorems?”^[18,19]。ATF 问题被提出 20 多年

来,至今仍未完全解决。ATF 问题有几个基本要求:1) 要求“发现”而不是“证明”;2) 要求发现“新”的并且“有趣”的定理(因此,形式地定义清楚“新”和“有趣”就是必要的);3) 要求识别出那些“特性”使得能够让自动推论程序发现定理。正是这几个要求中包含的一般性,使得该问题成为一个难题,然而也正是因为这些一般性,使得该问题之解决意义重大,应用广泛。

笔者在 1994—1995 年间提出了基于强相关逻辑的推论来一般地解决 ATF 问题,并取得了一些初步结果^[7-12,20]。以强相关谓词逻辑 EcQ 的逻辑片段为基础逻辑系统,分别以 NBG 公理集合论、初等数论(皮亚诺算术)、图论以及塔斯基几何的基础概念定义和公理为经验公理,用 FreeEnCal 完全自动地推导出(再发现)了公理集合论、初等数论、图论及塔斯基几何的一些简单经验定理。这些初步结果显示,以基于强相关逻辑的推论来一般地解决 ATF 问题在原理上是可行的。另一方面,尽管自动定理发现问题原本是从发现数学定理的角度提出的,但是,只要能够将某个具体领域的知识形式化地表达为一个形式理论,那么该领域内的发现及预测问题就都可以转化为在该形式理论中的经验定理发现问题。因此,可以说,自动定理发现为几乎所有的以前推作为解决问题必要手段的应用都提供了基础。

2) 科学发现认知过程的自动化及认知程序设计系统。虽然试图阐明科学发现的一般机制在历史上从来都是科学哲学家和逻辑学家的研究课题之一,但是在计算机科学和人工智能领域,只有极少数学者从事试图把科学发现过程算法化、自动化的研究工作(图灵奖和诺贝尔奖获得者 Herbert A. Simon 和他的部分学生是先驱)。笔者在 1998—2000 年间提出了科学发现认知过程的强相关逻辑模型,提出了“认知程序设计(epistemic programming)”这一研究方向,并且与学生一起设计和实现了认知程序设计语言 EPLAS(epistemic programming language for all scientists)^[11,12,21]。认知程序设计与传统的命令式程序设计不同之处在于:传统的命令式程序设计以变量的值作为计算对象,以对变量的破坏性赋值作为改变计算状态的唯一操作手段,以程序控制结构作为程序设计的对象;而认知程序设计以条件句(条件关系)作为计算对象,以基本认知操作作为改变认知状态的操作手段,以认知过程作为程序设计的对象。认知程序设计试图为科学家们提供编制程序来让自己在科学发现过程中的认知过程自动化的手段。

3) 知识处理系统的自律进化。让知识处理系统具备自律进化的能力,从来都是人工智能领域的挑战性课题。本文作者提出了知识处理系统推论规则的自动生成和自动评价。只有在元层次(即,以知识处理操作作为处理对象的层次,可以一层一层地分层抽象化下去)上进行的形式化演算,才能在机制上解决自律进化问题^[22,23]。这里,起关键作用的逻辑基础,仍然是强相关逻辑系统。

4) 超前预测反应系统。“超前系统(Anticipatory System)”

由加拿大数学家 Robert Rosen 于 1985 年提出: “an anticipatory system is one in which present change of state depends upon future circumstance, rather than merely on the present or past”。Rosen 将超前系统定义为: A system containing a predictive model of itself and/or its environment, which allows it to change state at an instant in accord with the model's prediction to a latter instant^[24]。比利时系统科学家 Daniel M. Dubois 从计算系统的观点定义了“计算超前系统 (Computing Anticipatory System)”^[25]。传统的反应系统 (Reactive System) 仅仅具备被动反应能力而不足以主动对应即将发生的可靠性安全性问题, 笔者从改善并提高传统反应系统之能力的角度出发, 提出了基于时态相关逻辑的超前预测反应系统 (anticipatory reasoning-reacting system) 作为传统反应系统的扩张, 并且开展超前预测反应系统在航管雷达系统、高层电梯救生、机场地面调度等方面的应用尝试^[26-30]。

5) 基于规范相关逻辑的法律知识表达与推论。在任何—个基于法制的法治社会, 法律法规中隐含有矛盾、法庭辩论中隐含有矛盾、审判依据中隐含有矛盾等情形, 都会给社会及当事人造成不好的影响, 解决这一问题的正确方向显然应该是法律法规的完全形式化。由于经典数理逻辑及其各种经典保存扩张或者非经典替代中的蕴含悖论问题, 形式化逻辑系统从来就没有在法律学领域发挥出所被期待的作用。笔者提出以规范相关逻辑作为法律知识表达与推论的逻辑基础, 以基于规范相关逻辑的相关推论作为避免矛盾的手段^[31,32]。

6) 密码协议推论。信息安全性工程是要保障不发生不应允许的、破坏信息安全性 (有时也包括公平性) 的攻击或破坏行为发生, 即保证某种“不可能”。现实社会中常常出现已经应用到实际系统的密码协议对新的攻击方法有漏洞而必须重新设计的情形。因此, 如果能够从已知的知识和假设推论出未知的漏洞或者可能的攻击方法, 则将是非常有用的。笔者提出以基于规范相关逻辑的前推来发现未知的漏洞和预测可能的攻击方法^[33-35]。

7) 动态意图计算。人们的意图往往会依据现实环境中周围情况的变化而变化, 在许多实际应用中, 准确及时地把握用户在付诸行动之前的最终意图十分重要, 但是这却不是能够轻易并及时得到的。笔者提出以三元时空相关逻辑为基础的“动态意图计算 (computing intentions dynamically in a changing world)”, 试图应用高速计算机进行意图计算, 以相关逻辑来保证预测的准确性, 以高速计算来保证预测的及时性^[36]。

8) 自动知识增值。自动知识增值 (automated knowledge appreciation) 是最近提出的一个新研究方向, 试图基于强相关逻辑建立知识价值演算体系作为可动态调节的价值判断标准, 与自动定理发现系统—道, 用来为计算系统智能化提供—般的自动化手段^[16]。

10 结论

相关逻辑现已成为哲学逻辑的一个重要分支。相关逻辑是以探究推论中相关的有效性为己任的唯一的一族逻辑系统。作为知识表达和推论的工具, 相关逻辑所具有的许多有用特性是经典数理逻辑及其各种经典保守扩展或非经典替代都没有的。

在条件关系意义下的强相关性对于任何发现和预测中的有效推论来说都是必不可少的; 如果人们希冀通过推论来发现新的事物或预测未来事件, 那么应该求助于相关推论; 事实上, 当发现了一些新的事物或者预测了一些未来事件的时候, 人们正是有意识地或无意识地进行相关推论; 基于强相关逻辑的相关推论, 对于以发现或预测为其重要功能的各种计算智能系统来说, 必然起到无可替代的关键作用。基于强相关逻辑的相关推论在知识科学以及人工智能科学中可以发挥许多重要的作用, 事实上, 如果不求助于某种方式的相关推论, 许多具有挑战性的问题都不能被完满解决。

参考文献 (References)

- [1] Anderson A R, Belnap Jr N D. Entailment. The logic of relevance and necessity (Vol. I)[M]. Princeton: Princeton University Press, 1975.
- [2] Anderson A R, Belnap Jr N D, Dunn J M. Entailment. The logic of relevance and necessity (Vol. II)[M]. Princeton: Princeton University Press, 1992.
- [3] Diaz M R. Topics in the logic of relevance[M]. Munchen: Philosophia Verlag, 1981.
- [4] Dunn J M, Restall G. Relevance Logic[M]//Gabbay D, Guenther F, ed. Handbook of Philosophical Logic, 2nd Ed, Vol 6. Dordrecht: Kluwer Academic, 2002.
- [5] Mares E D. Relevant logic: A philosophical interpretation[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [6] Read S. Relevant logic: A philosophical examination of inference[M]. Oxford: Basil Blackwell, 1988.
- [7] Cheng J D. Re-A relevant logic for conditional relation representation and reasoning[C]//Proceedings of the 1st Singapore International Conference on Intelligent Systems. Singapore, 1992: 171-176.
- [8] Cheng J D. A relevant logic approach to automated theorem finding[C]//Proceedings of the Workshop on Automated Theorem Proving attached to International Symposium on Fifth Generation Computer Systems 1994. Tokyo, Japan, 1994.
- [9] Cheng J D. Entailment calculus as the logical basis of automated theorem finding in scientific discovery[R]//Valdes- Perez R ed. Systematic Methods of Scientific Discovery: Papers from the 1995 Spring Symposium. AAAI Press, 1995: AAAI Technical Report SS-95-03.
- [10] Cheng J D. EnCal: An automated forward deduction system for general-purpose entailment calculus[C]//Terashima N, Altman E, ed. Advanced IT Tools, Proceedings IFIP World Conference on IT Tools, IFIP 96 14th World Computer Congress. Chapman & Hall, 1996: 507-514.
- [11] Cheng J D. Epistemic programming: Toward a new programming paradigm for scientific discovery[C]//Proceedings of the 1996 IEEE Annual International Conference on Systems, Man, and Cybernetics,

- Vol. 3. IEEE, 1996: 2400–2406.
- [12] Cheng J D. A strong relevant logic model of epistemic processes in scientific discovery[C]//Kawaguchi E, Kangassalo H, Jaakkola H, et al. Information Modeling and Knowledge Bases XI, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, Vol 61. IOS Press, F2000: 136–159.
- [13] Cheng J D. Strong relevant logic as the universal basis of various applied logics for knowledge representation and reasoning[C]//Kiyoki Y, Henno J, Jaakkola H, et al. Information Modelling and Knowledge Bases XVII, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, Vol 136. IOS Press, 2006: 310–320.
- [14] Gao Y, Cheng J D. Operational semantics for positive relevant logics without distribution[C]//Computation and Logic in the Real World, Third Conference on Computability in Europe, CiE 2007, Lecture Notes in Computer Science, Vol 4497. Springer, 2007: 325–335.
- [15] Gao Y, Cheng J D. Semantics for a basic relevant logic with intensional conjunction and disjunction (and some of its extensions) [J]. Mathematical Structures in Computer Science, 2008, 18(1): 145–164.
- [16] Cheng J D. Automated knowledge appreciation: A relevant reasoning approach to expand our knowledge and increase its value automatically [C]//Proceedings of the 14th IEEE International Conference on Cognitive Informatics & Cognitive Computing. IEEE Computer Society Press, 2015: 175–183.
- [17] Cheng J D, Nara S, Goto Y. FreeEnCal: A forward reasoning engine with general-purpose[C]//Apolloni B, Howlett R J, Jain L C, ed. Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 11th International Conference, KES 2007, Lecture Notes in Artificial Intelligence, Vol 4693. Springer-Verlag, 2007: 444–452.
- [18] Wos L. Automated reasoning: 33 basic research problems[J]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1988.
- [19] Wos L. The problem of automated theorem finding[J]. Journal of Automated Reasoning, 1993, 10(1): 137–138.
- [20] Gao H, Goto Y, Cheng J D. A systematic methodology for automated theorem finding[J]. Theoretical Computer Science, 2014, 554: 2–21.
- [21] Takahashi I, Nara S, Goto Y, et al. EPLAS: An epistemic programming language for all scientists[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 2: 608–616.
- [22] Cheng J D. Autonomous and continuous evolution of information systems [J]. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2005, 3681: 758–767.
- [23] Cheng J D. Evolutionary personal information partners[C]//Proceedings of the 2008 International Conference on Computational Intelligence and Security. IEEE Computer Society Press, 2008.
- [24] Rosen R. Anticipatory systems: philosophical, mathematical, and methodological foundations[M]. 2nd ed. Springer, 2012.
- [25] Dubois D M. Computing anticipatory systems with incursion and hyperincursion[C]//Computing Anticipatory Systems: CASYS– First International Conference, AIP Conference Proceedings. The American Institute of Physics, 1998.
- [26] Cheng J D. Temporal relevant logic as the logical basis of anticipatory reasoning– reacting systems” (invited paper) [C]//Computing Anticipatory Systems: CASYS 2003 Sixth International Conference, AIP Conference Proceedings. American Institute of Physics, 2004.
- [27] Kitajima N, Goto Y, Cheng J D. Development of a decision-maker in an anticipatory reasoning– reacting system for terminal radar control [C]//Hybrid Artificial Intelligence Systems, 4th International Conference, HAIS09. Springer, 2009.
- [28] Shang F, Cheng J D. Anticipatory agents based on anticipatory reasoning[C]//Foundations of Intelligent Systems, 15th International Symposium, ISMIS 2005. Springer, 2005.
- [29] Shi K, Goto Y, Zhu Z, et al. Anticipatory emergency elevator evacuation systems[C]//Intelligent Information and Database Systems, 5th Asian Conference, ACIIDS 2013. Springer, 2013.
- [30] Shi K, Goto Y, Zhu Z, et al. Anticipatory runway incursion prevention systems[J]. IEICE Transactions on Information and Systems, 2013, 96. D(11): 2385–2396.
- [31] Cheng J D. Deontic relevant logic as the logical basis for legal information systems[C]//Proceedings of the 21st Annual ACM Symposium on Applied Computing. Dijon, France: ACM Press, 2006.
- [32] Cheng J D. Deontic relevant logic as the logical basis for representing and reasoning about legal knowledge in legal information systems[C]// Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 12th International Conference, KES 2008. Springer, 2008.
- [33] Cheng J D, Miura J. Deontic relevant logic as the logical basis for specifying, verifying, and reasoning about information security and information assurance[C]//Proceedings of the 1st International Conference on Availability, Reliability and Security. IEEE Computer Society Press, 2006.
- [34] Wagatsuma K, Goto Y, Cheng J D. A formal analysis method with reasoning for key exchange protocols[J]. IPSJ Journal, 2015, 56(3): 903–910.
- [35] Wagatsuma K, Harada T, Anze S, et al. A supporting tool for spiral model of cryptographic protocol design with reasoning-based formal analysis[M]//Advanced Multimedia and Ubiquitous Engineering– Future Information Technology 2, Lecture Notes in Electrical Engineering, Vol 354. Springer, 2015.
- [36] Cheng J D. Computing intentions dynamically in a changing world by anticipatory relevant reasoning[C]//Intelligent Information and Database Systems, 6th Asian Conference, ACIIDS 2014. Springer, 2014.

(责任编辑 刘志远)