

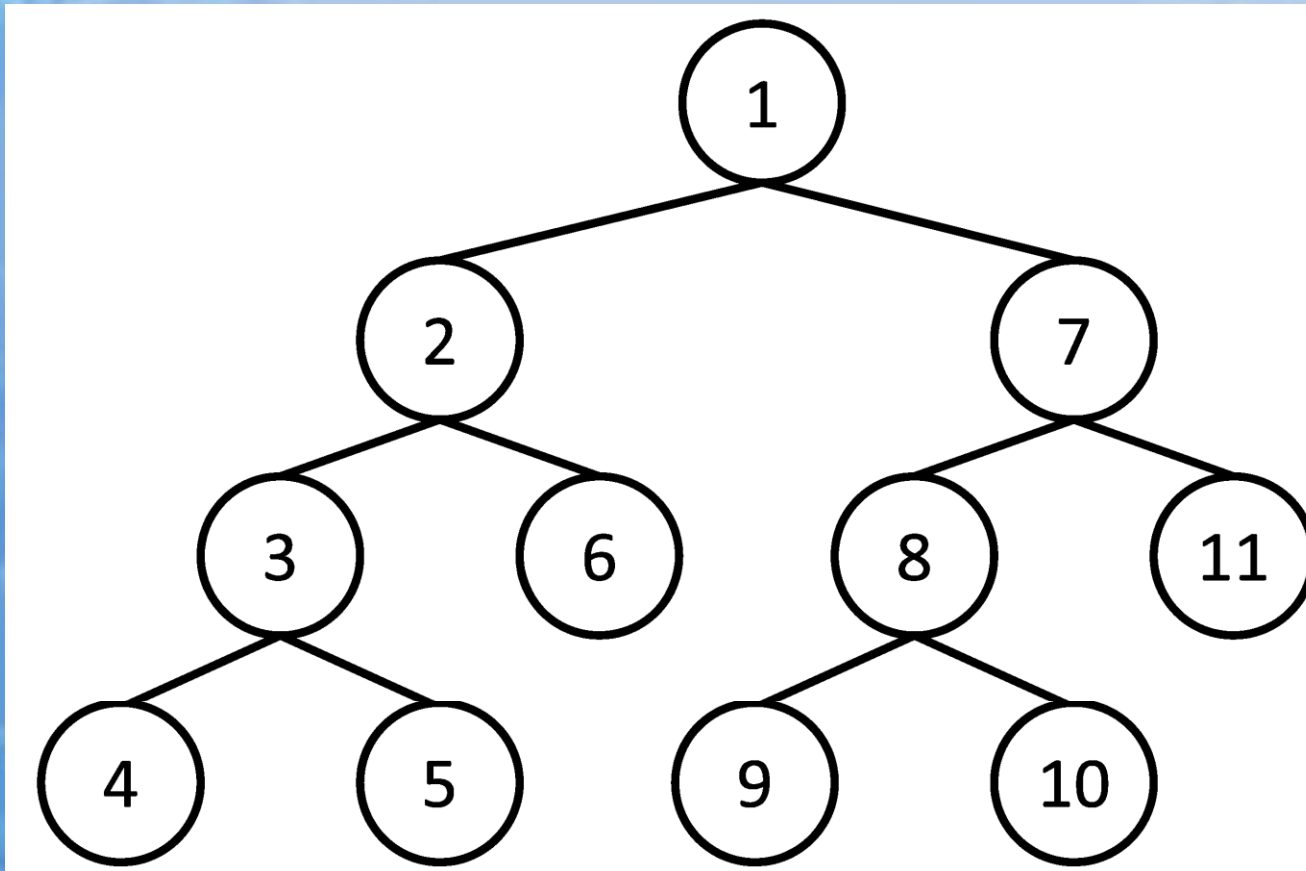


搜索

dfs

- › 深度优先搜索（DFS, Depth-First Search）是搜索的手段之一。它从某个状态开始，不断地转移状态直到无法转移，然后回退到前一步的状态，继续转移到其他状态，如此不断重复，直至找到最终的解。例如求解数独，首先在某个格子内填入适当的数字，然后再继续在下一个格子内填入数字，如此继续下去。如果发现某个格子无解了，就放弃前一个格子上选择的数字，改用其他可行的数字。根据深度优先搜索的特点，采用递归函数实现比较简单

dfs



部分和问题

‣ 给定整数 a_1 、 a_2 、...、 a_n ，判断是否可以从中选出若干数，使它们的和恰好为 k 。

‣ $1 \leq n \leq 20$

‣ $-10^8 \leq a[i] \leq 10^8$

‣ $-10^8 \leq k \leq 10^8$

‣ 输入

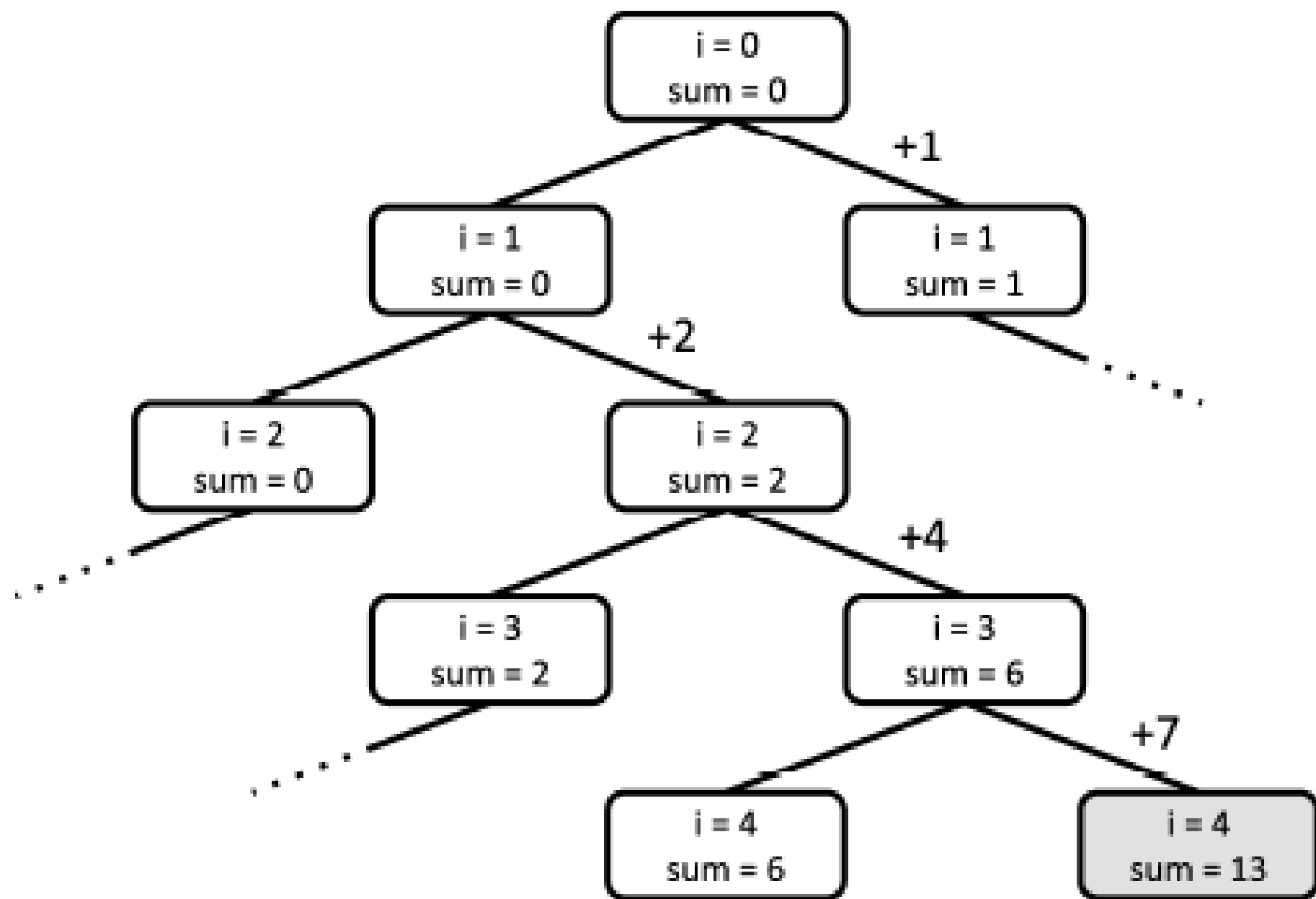
‣ $n=4, a=\{1, 2, 4, 7\}, k=13$

‣ $n=4, a=\{1, 2, 4, 7\}, k=15$

‣ 输出

‣ Yes (13 = 2 + 4 + 7)

‣ No



状态转移的样子

部分和问题

- › 从 a_1 开始按顺序决定每个数加或不加，在全部 n 个数都决定后再判断它们的和是不是 k 即可。因为状态数是 2^{n+1} ，所以复杂度是 $O(2^n)$ 。如何实现这个搜索，请参见下面的代码。注意 a 的下标与题目描述中的下标偏移了1。在程序中使用的是0起始的下标规则，题目描述中则是1开始的，这一点要注意避免搞混。

部分和问题

```
int a[MAX_N], n, k;  
// 已经从前i项得到了和sum, 然后对于i项之后的进行分支  
bool dfs(int i, int sum) { // 如果前n项都计算过了, 则  
    返回sum是否与k相等  
    if (i == n) return sum == k; // 不加上a[i]的情况  
    if (dfs(i + 1, sum)) return true; // 加上a[i]的情况  
    if (dfs(i + 1, sum + a[i])) return true;  
    // 无论是否加上a[i]都不能凑成k就返回false  
    return false;  
}
```

HDU 3448 Bag Problem

- › 给k个数，问最多取n个，所取的数的和不大于m的最大的和
- › $n \leq 40$
- › $k \leq 40$
- › $1 \leq \text{其他} \leq 1000000000$

HDU 3448 Bag Problem

```
void dfs(int s, int N, int M) {  
    Max = max(Max, M);  
    if (s >= k || N > n) return;  
    dfs(s + 1, N, M);  
    if (M + a[s] <= m && N + 1 <= n) {  
        dfs(s + 1, N + 1, M + a[s]);  
    }  
}
```

Lake Counting (POJ No.2386)

有一个大小为 $N \times M$ 的园子，雨后积起了水。
八连通的积水被认为是连接在一起的。请求
出园子里总共有多少水洼？（八连通指的是
下图中相对W 的*的部分）

* * *

W

* * *

限制条件 $N, M \leq 100$

样例

输入

N=10, M=12

园子如下图（'W'表示积水，'.'表示没有积水）

```
W.....WW.  
.WWW.....WWW  
....WW...WW.  
.....WW.  
.....W..  
..W.....W..  
.W.W.....WW.  
W.W.W.....W.  
.W.W.....W.  
..W.....W.
```

输出

3

Lake Counting

```
void dfs(int x,int y){
    a[x][y] = '.';
    for (int dx = -1; dx <= 1; dx++) {
        for (int dy = -1; dy <= 1; dy++) {
            int nx = x + dx, ny = y + dy;
            if (0 <= nx && nx < n && 0 <= ny && ny <
m && a[nx][ny] == 'W')
                dfs(nx, ny);
        }
    }
}
```

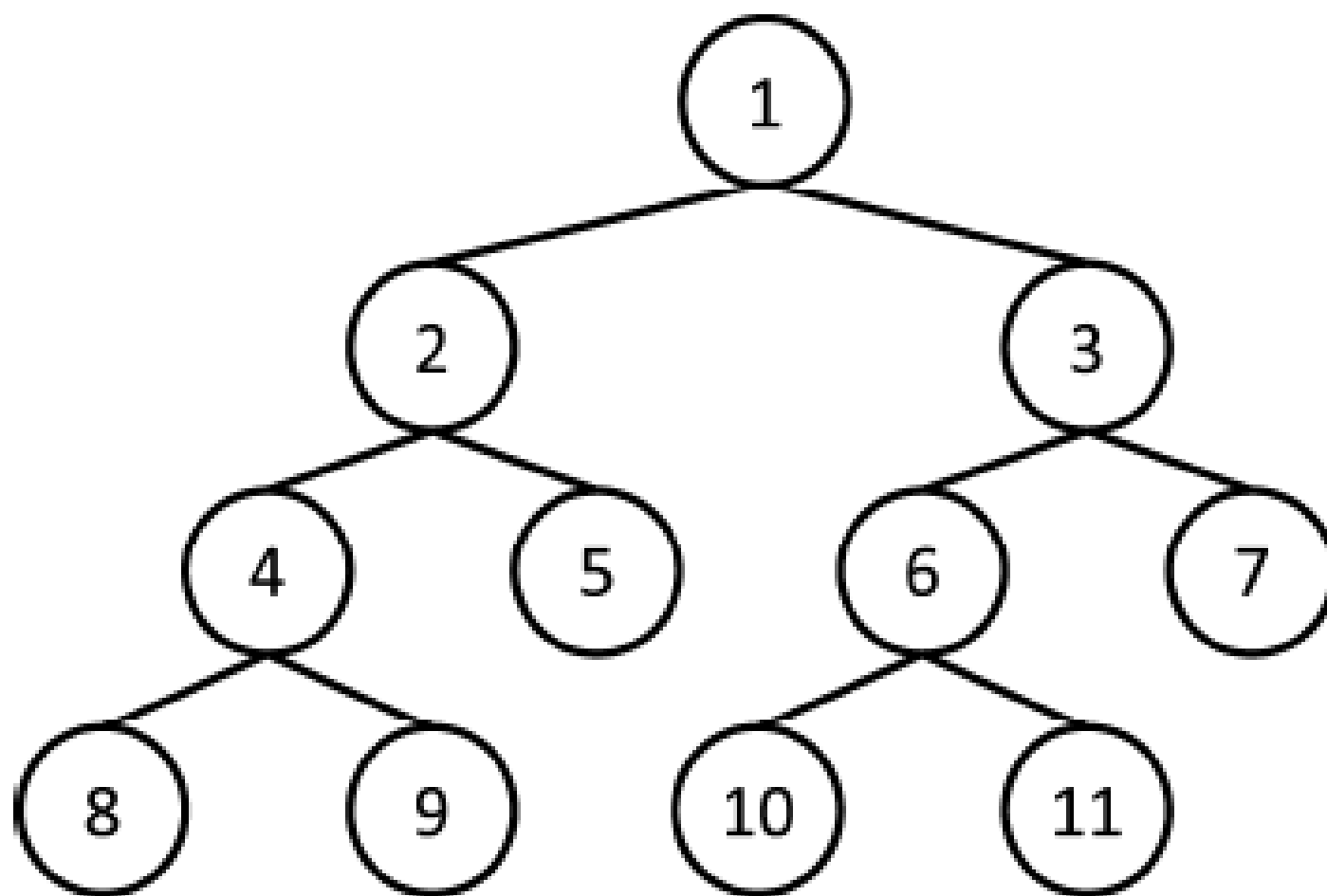
queue

- › `queue<int> q;`
- › `q.push(1);`
- › `q.push(2);`
- › `q.front(); // 1`
- › `q.pop();`
- › `q.front(); // 2`

bfs

- › 宽度优先搜索 (BFS, Breadth-First Search) 也是搜索的手段之一。它与深度优先搜索类似, 从某个状态出发探索所有可以到达的状态。
- › 与深度优先搜索的不同之处在于搜索的顺序, 宽度优先搜索总是先搜索距离初始状态近的状态。
- › 也就是说, 它是按照开始状态→只需1次转移就可以到达的所有状态→只需2次转移就可以到达的所有状态→.....这样的顺序进行搜索。对于同一个状态, 宽度优先搜索只经过一次, 因此复杂度为 $O(\text{状态数} \times \text{转移的方式})$ 。

bfs



状态转移的顺序

FZU – 2285 迷宫寻宝

- › 洪尼玛今天准备去寻宝，在一个 $n*n$ （ n 行, n 列）的迷宫中，存在着一个入口、一些墙壁以及一个宝藏。由于迷宫是四连通的，即在迷宫中的一个位置，只能走到与它直接相邻的其他四个位置（上、下、左、右）。现洪尼玛在迷宫的入口处，问他最少需要走几步才能拿到宝藏？若永远无法拿到宝藏，则输出-1。
- › 每组数据输入第一行为正整数 n ，表示迷宫大小。
- › 接下来 n 行，每行包括 n 个字符，其中字符'.'表示该位置为空地，字符'#'表示该位置为墙壁，字符'S'表示该位置为入口，字符'E'表示该位置为宝藏，输入数据中只有这四种字符，并且'S'和'E'仅出现一次。
- › $n \leq 1000$

FZU – 2285 迷宫寻宝

>S .# . .

># .# .#

># .# .#

># . . .E

>#

FZU – 2285 迷宫寻宝

```
void bfs(int xx, int yy) {
    queue<pip> q;
    q.push(make_pair(0, make_pair(xx, yy)));
    while (!q.empty()) {
        pip n = q.front();
        q.pop();
#define X (n.second.first)
#define Y (n.second.second)
#define K (n.first)
        if (mp[X][Y] == '#') continue;
        if (mp[X][Y] == 'E') {
            ans = K;
            return;
        }
    }
```

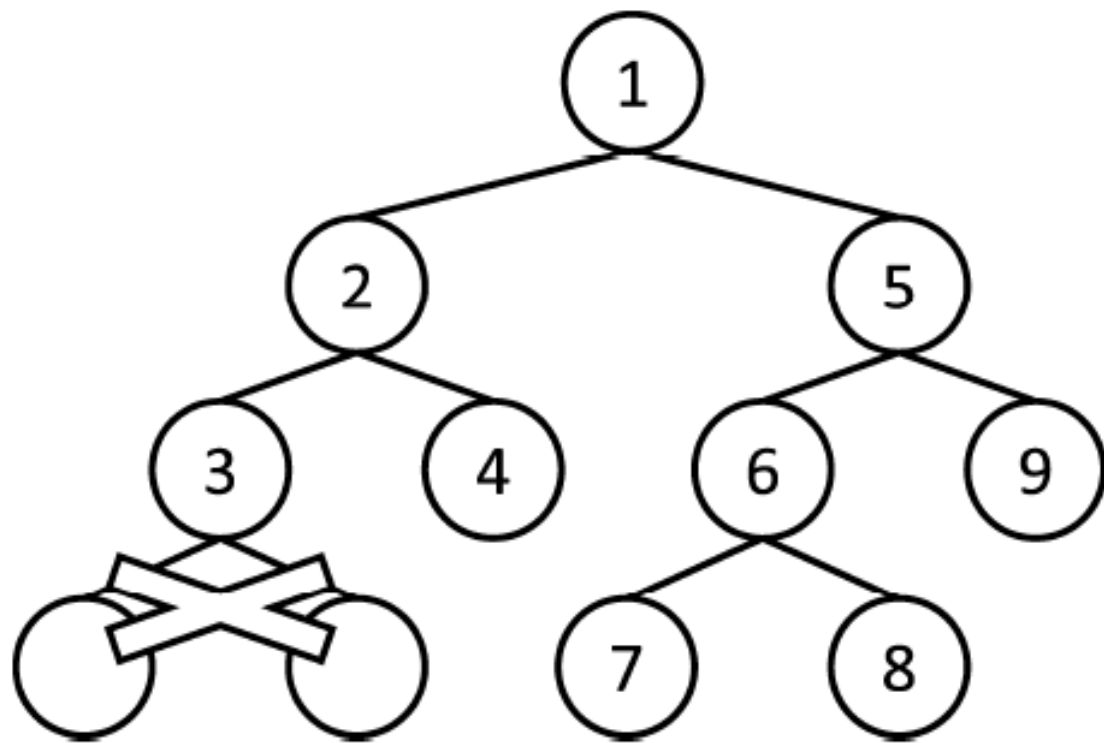

FZU – 2285 迷宫寻宝

```
mp[X][Y] = '#';
    if (X > 0)q.push(make_pair(K + 1, make_pair(X - 1,
Y)));
    if (X < (N - 1))q.push(make_pair(K + 1,
make_pair(X + 1, Y)));
    if (Y > 0)q.push(make_pair(K + 1, make_pair(X, Y -
1)));
    if (Y < N - 1)q.push(make_pair(K + 1, make_pair(X,
Y + 1)));
    }
}
```

剪枝

- › 深度优先搜索时，有时早已很明确地知道从当前状态无论如何转移都不会存在解。这种情况下，不再继续搜索而是直接跳过，这一方法被称作剪枝。
- › 我们回想一下深度优先搜索的例题“部分和问题”。这个问题中的限制条件如果变为 $0 \leq a_i \leq 10^8$ ，那么在递归中只要sum超过k了，此后无论选择哪些数都不可能让sum等于k，所以此后没有必要继续搜索。

剪枝



剪枝的情况

HDU 1010 Tempter of the Bone

- › 给你一个 $N \times M$ 的迷宫和一个时间 T ,迷宫中为 X 的格子是不能走的,现在给你起点和终点.问你能不能在正好 T 秒的时候从起点到达终点,**且不能走回头路**.
- › $1 < N, M < 7; 0 < T < 50$
- › Sample Output
- › NO
- › YES

```
4 4 5
S.X.
..X.
..XD
....
3 4 5
S.X.
..X.
...D
0 0 0
```

HDU 1010 Tempter of the Bone

› 当前走到终点最少步数 > 满足条件还需要走的步数剪枝

› 奇偶剪枝

可以把map看成这样：

0 1 0

1 0 1

0 1 0

0 -> 1 或 1 -> 0 必然是奇数步

0 -> 0 走 1 -> 1 必然是偶数步

结论：

所以当遇到从 0 走向 0 但是要求时间是奇数的，或者，
从 1 走向 0 但是要求时间是偶数的 都可以直接判断不可达

优先队列

```
template<class T> using  
minheap=  
priority_queue<T, vector<T>,  
greater<T>>;  
template<class T> using  
maxheap= priority_queue<T>;
```

优先队列

```
maxheap<int> m;  
m.  
f  top()                const int &  
f  push(value_type &&__x)    void  
f  push(const value_type &__x) void  
f  pop()                  void  
f  empty()                 bool  
f  size()                  unsigned long  
f  emplace(_Args &&... __args) void  
f  swap(priority_queue &__pq) void π
```

POJ 2312 Battle City

- › 题意：题目背景就是小时候玩的坦克大战，求从起点到终点最少需要多少步。已知S和R是不能走得，E是空的，可以走，B是砖，只有打掉后才可以通过。Y开始，T结束。每次操作可以是向四周射击或是向四周走一格。
- › YBEB
- › EERE
- › SSTE

POJ 2312 Battle City

```
int dir[][2] = {{0, 1},{0, -1},{1, 0},{-1, 0}};
char chess[N][N];
struct Node {
    int x, y, s;
    friend bool operator<(Node a, Node b)
        {return a.s > b.s; }
};
bool ok(int x, int y) {
    return (x >= 0 && x < m && y >= 0 && y < n
        && chess[x][y] != 'S' && chess[x][y] != 'R');
}
```

POJ 2312 Battle City

```
int bfs() {
    priority_queue<Node> q; memset(visit, -1, sizeof(visit)); visit[sx][sy] =
    0; q.push({sx, sy, 0}); while (!q.empty()) {
        Node f = q.top(); q.pop();
        if (f.x == ex && f.y == ey) return f.s;
        for (int i = 0; i < 4; i++) {
            int dx = f.x + dir[i][0], dy = f.y + dir[i][1];
            if (ok(dx, dy) && visit[dx][dy]) {
                visit[dx][dy] = 0; q.push({dx, dy, f.s + 1 + (chess[dx][dy] ==
                'B')});
            }
        }
    } return -1; }
```


没有了

没有了