

第3章 习题

3.1 分别求下列信号的离散时间傅立叶变换 (DTFT)

(1) $x(n) = \delta(n-3)$

(2) $x(n) = 0.5\delta(n+1) + \delta(n) + 0.5\delta(n-1)$

(3) $x(n) = a^n u(n) \quad 0 < a < 1$

(4) $x(n) = a^n R_N(n)$

3.2 已知 $x(n)$ 的 DTFT 为 $X(e^{j\omega})$, 求下列序列的 DTFT

(1) $x_1(n) = x(n-n_0)$

(2) $x_2(n) = x^*(n) + x(-n)$

(3) $x_3(n) = \begin{cases} x(n/2) & n = \text{偶数} \\ 0 & n = \text{奇数} \end{cases}$

(4) $x_4(n) = x(2n)$ (此题较难, 选做)

3.3 已知 LTI 系统的频率响应为 $H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\theta(\omega)}$ (幅频 $|H(e^{j\omega})|$ 和相频 $\theta(\omega)$ 均为已知函数), 设输入信号为 $x(n) = A \cos(\omega_0 n + 0.2\pi)$, 证明系统的稳态输出可以表示为

$$y(n) = A |H(e^{j\omega_0})| \cos[\omega_0 n + 0.2\pi + \theta(\omega_0)]$$

3.4 一个 LSI 系统具有如下单位取样响应

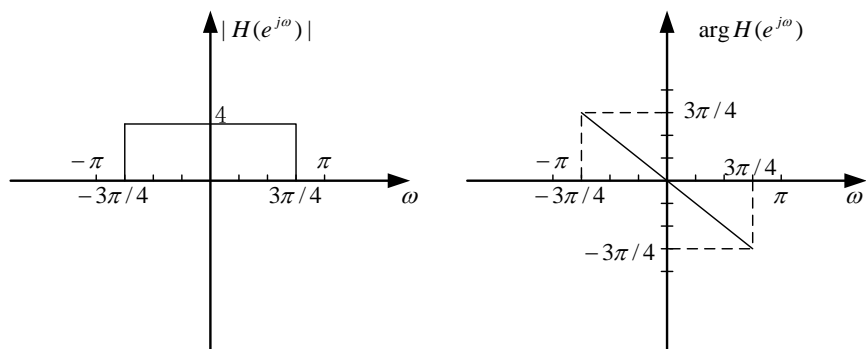
$$h(n) = \frac{1}{4} \delta(n+1) + \frac{1}{2} \delta(n) + \frac{1}{4} \delta(n-1)$$

(1) 求频率响应 $H(e^{j\omega})$ 的表达式;

(2) 画出 $|H(e^{j\omega})|$ 和 $\arg H(e^{j\omega})$ 示意图;

(3) 该系统是一个滤波器, 根据幅频响应判断它属于什么类型的滤波器?

3.5 一个数字滤波器的频率响应如图题 3.5 所示



图题 3.5

- (1) 求单位取样响应 $h(n)$;
- (2) 该系统是 FIR 还是 IIR 滤波器?
- (3) 系统可以物理实现吗? 为什么?

3.6 若序列 $h(n)$ 是实因果序列, 其序列傅里叶变换的实部如下式:

$$H_R(e^{j\omega}) = 1 + \cos \omega$$

求序列 $h(n)$ 和它的傅里叶变换 $H(e^{j\omega})$ 。

3.7 若序列 $h(n)$ 是实因果序列, $h(0)=1$, 其序列傅里叶变换的虚部如下式:

$$H_I(e^{j\omega}) = -\sin \omega$$

求序列 $h(n)$ 和它的傅里叶变换 $H(e^{j\omega})$ 。

3.8 求以下序列的 Z 变换及收敛域 ROC:

- (1) $2^{-n}u(n)$
- (2) $-2^{-n}u(-n-1)$
- (3) $\delta(n-2)$
- (4) $2^{-n}R_4(n)$
- (5) $e^{j\omega n}[u(n)-u(n-N)]$

3.9 设一个因果的 LTI 系统由下列差分方程描述:

$$y(n] = y(n-1) - 0.5y(n-2) + x(n)$$

- (1) 求系统的系统函数 $H(z)$ 的表达式;
- (2) 确定系统函数的零极点和收敛域 ROC, 并在 Z 平面画出 ROC 示意图;
- (3) 分析系统的稳定性如何?
- (4) 写出系统频率响应 $H(e^{j\omega})$ 的表达式。

3.10 设 LTI 系统的系统函数如下表达式：

$$H(z) = \frac{1 - a^{-1}z^{-1}}{1 - az^{-1}} \quad a \text{ 为实数}$$

- (1) 证明该系统是全通滤波器，即 $|H(e^{j\omega})| = \text{常数}$ ；
- (2) 确定 a 取何值时，才能使系统为因果稳定系统？并画出零极点分布和（因果稳定系统）收敛域示意图。

3.11 已知线性时不变因果系统的差分方程为：

$$y(n] = 0.9y(n-1) + x(n) + 0.9x(n-1)$$

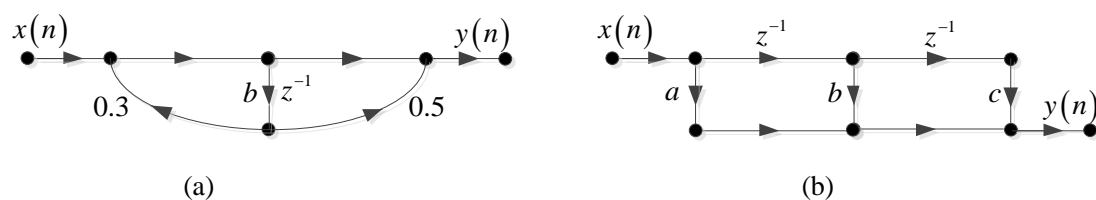
- (1) 求该系统的系统函数 $H(z)$ 和单位冲击响应；
- (2) 写出系统频率响应函数 $H(e^{j\omega})$ 的表达式，并定性画出其幅频响应曲线，判断它的滤波器特性；
- (3) 设输入 $x(n] = 10e^{j\omega_0 n}$ ，求输出 $y(n]$ 表达式。

3.12 已知系统的差分方程为：

$$y(n] = 0.25y(n-1) - 0.125y(n-2) + x(n) + 0.33x(n-1)$$

- (1) 写出该系统的系统函数表达式；
- (2) 画出系统的直接 II 型网络结构流图；
- (3) 判断系统是 IIR 还是 FIR？

3.13 分别写出图题 3.13 中系统网络流图的差分方程和系统函数表达式。



图题 3.13