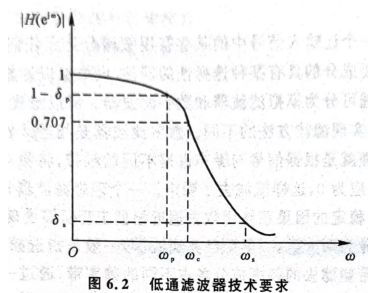


6.1 设计一个巴特沃什模拟低通滤波器, 要求通带截止频率 $f_p = 6 \text{ kHz}$, 通带容许最大衰减 $\alpha_p = 3 \text{ dB}$, 阻带截止频率 $f_s = 20 \text{ kHz}$, 阻带容许最小衰减 $\alpha_s = 20 \text{ dB}$ 。求该模拟滤波器的传递函数 $H_a(s)$ 。

1. 求阶数公式

$$N \geq \frac{\lg \frac{10^{0.1\alpha_s} - 1}{10^{0.1\alpha_p} - 1}}{2 \lg(\frac{\Omega_s}{\Omega_p})}$$

其中, α_s 为阻带容许最小衰减, α_p 是通带容许最小衰减
 Ω_s 为阻带截止频率, Ω_p 为通带截止频率



在本题中 N 取 4, 查表得 $H_4(s) = \frac{1}{(1 + 0.765s + s^2)(1 + 1.848s + s^2)}$

$$\begin{aligned} H_a(s) = H_4(s) \Big|_{s=\Omega_c} &= \frac{1}{(1 + 0.765\frac{s}{\Omega_c} + \frac{s^2}{\Omega_c^2})(1 + 1.848\frac{s}{\Omega_c} + \frac{s^2}{\Omega_c^2})} \\ &= \frac{\Omega_c^4}{(\Omega_c^2 + 0.765\Omega_c s + s^2)(\Omega_c^2 + 1.848\Omega_c s + s^2)} \end{aligned}$$

6.3 已知模拟滤波器的传输函数 $H_a(s)$ 如下:

$$(1) H_a(s) = \frac{s+a}{(s+a)^2 + b^2} \quad (2) H_a(s) = \frac{b}{(s+a)^2 + b^2}$$

式中 a, b 为常数, 设 $H_a(s)$ 因果稳定, 试采用冲激响应不变法将其转换为数字滤波器 $H(z)$ 。

2. 冲激响应不变法:

1) 将 $H_a(s)$ 写为 $\sum \frac{A}{s-s_i}$ 2) $H(z) = \sum \frac{A}{1-e^{s_i T} z^{-1}}$

在本题中, $H_a(s) = \frac{\frac{1}{2}}{s-(1-a+jb)} + \frac{\frac{1}{2}}{s-(1-a-jb)}$

则 $H(z) = \frac{\frac{1}{2}}{1-e^{(1-a+jb)T} z^{-1}} + \frac{\frac{1}{2}}{1-e^{(1-a-jb)T} z^{-1}}$ 化简即可

6.4 已知模拟滤波器的传输函数 $H_a(s)$ 如下:

$$(1) \quad H_a(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$(2) \quad H_a(s) = \frac{1}{2s^2 + 3s + 1}$$

试采用冲激响应不变法和双线性变换法分别将其转换为数字滤波器, 设计参数 $T=2$ 。

3. 双线性变换法

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad z = \frac{1+sT/2}{1-sT/2} \quad \text{直接代入即可}$$