第 4 章习题

4.1 设 $x(n)=R_4(\mathrm{n})$ ，若下列周期序列为

$$\tilde{x}_1(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}x(n+6r)$$

$$\tilde{x}_2(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}x(n+8r)$$

分别画出 $\tilde{x}_1(n),\tilde{x}_2(n)$ 的示意图（至少画 2 个信号周期）。

4.2 计算以下有限长序列的 N 点 DFT, 设序列的非零区间为：$0\le n\le N-1$

（1） $x(n)=1$

（2） $x(n)=\delta(n-2)$

（3） $x(n)=R_m(n)\quad 0<m<N-1$

（4） $x(n)=\cos(\frac{2\pi}{N}mn)$，$0<m<N/2$

4.3 已知下列结果是 N 点有限长序列 $x(n)$ 的 N 点 DFT $X(k)$，求 $x(n)=IDFT[X(k)]$;

（1） $X(k)=\begin{cases}\frac{N}{2}e^{j\theta},k=m\\ \frac{N}{2}e^{-j\theta},k=N-m\\ 0,\text{其它}k\end{cases}$;

（2） $X(k)=\begin{cases}-\frac{N}{2}je^{j\theta},k=m\\ \frac{N}{2}je^{-j\theta},k=N-m\\ 0,\text{其它}k\end{cases}$

其中， m 为正整数 $0<m<N/2$

4.4 证明 DFT 的对称定理，即假设 N 点有限长序列 $x(n)$的 N 点 DFT 为 $X(k)$，证明：DFT［$X(n)$］=$Nx(N-k)$。

4.5 已知 N 点有限长序列 $x(n)$ 的 N 点 DFT 为 $X(k)$，若求解 $x(n)$ 的 2N 点 DFT，记为 $X_1(k)$（$0 \le k \le 2N-1$），写出 $X_1(k)$ 和 $X(k)$ 的关系式。

4.6．证明 N 点有限长序列 $x(n)$ 和它的 N 点 DFT $X(k)$ 存在下列关系式:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2$$

4.7 已知一个有限长序列 $x(n) = e^{j0.25\pi n}$，**设序列长度 N=8，n=0,1,2,...7，**

求序列的 8 点 DFT $X(k)$，并画出 $|X(k)|$ 的示意图。

4.8 已知序列 $f(n) = x(n) + jy(n)$，$x(n)$ 和 $y(n)$ 均为 N 点有限长实序列，设 $F(k) = DFT[f(n)]$，$0 \le k \le N-1$，分别求下列情况下的序列 $x(n), y(n)$ 以及它们的 N 点 DFT $X(k)$ 和 $Y(k)$：

（1） $F(k) = \dfrac{1-a^N}{1-aW_N^k} + j\dfrac{1-b^N}{1-bW_N^k}$ $\quad a,b$ 均为实数

（2） $F(k) = 1 + jN$

4.9 已知两个有限长序列 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的非零值区间为：

$$x(n): 0 \le n \le 7\text{；}\quad y(n): 0 \le n \le 15$$

分别对两个序列进行 16 点的 DFT，可得 $X(k)$ 和 $Y(k)$，$0 \le k \le 15$

设，$F(k) = X(k)Y(k),\ f(n) = IDFT[F(k)]$

分析并说明在哪些点上，$f(n)$ 和 $x(n) * y(n)$ 的结果相等？

4.10 已知一个序列 $x(n) = a^n u(n), 0 < a < 1$，它的 z 变换记为 $X(z)$，现对其在 z 平面的单位圆上进行 N 点等间隔采样，结果记为 $X(k)$，即

$$X(k) = X(z)|_{z=W_N^{-k}} \quad 0 \le k \le N-1$$

求有限长序列 $x_1(n) = IDFT[X(k)]$ 的表达式。

4.11 采用 DFT 对模拟信号进行频域分析，已知信号的最高频率等于 1kHz，要求

频谱分辨率 F 不超过 50Hz，确定下列参数：

（1）最大的采样间隔 $T_{\max}$

（2）最少的采样点数 $N_{\min}$

（3）最短的记录时间 $T_{p\min}$