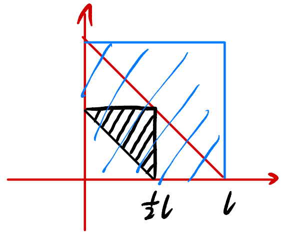
3. 在线段 AD 上任取两点 B 和 C，在 B 和 C 处折断得三条线段，则这三条线段能构成三角形的概率为________ $\cancel{\frac{1}{8}}$ $\frac{1}{4}$

设 AD 长为 l，两线段 x, y

则样本空间 $\{x>0, y>0, x+y<l\}$



$$\begin{cases} x+y > l-(x+y) \\ l-x > x \\ l-y > y \end{cases}$$

画出图可得 $P=\frac{1}{4}$

错因：把样本空间画成了蓝色区域

7. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自 X 的一个样本，若 σ^2 未知，则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为________，则 $D[\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2]=$________

求 $D(S_n^{*2})$

$$\frac{(n-1)S_n^{*2}}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

故 $D\left(\frac{(n-1)S_n^{*2}}{\sigma^2}\right) = 2(n-1)$

$$= \frac{(n-1)^2}{\sigma^4} D(S_n^{*2})$$

故 $D(S_n^{*2}) = \frac{2(n-1)\sigma^4}{(n-1)^2} = \frac{2\sigma^4}{n-1}$

1、(14分)设随机变量 X 与 Y 相互独立，且其分布密度分别为

$$p_X(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}\quad \frac{1}{2},\qquad p_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

求：(1)随机变量 $Z=2X$ 的分布密度；(2)随机变量 $U=Z+Y$ 的分布密度。

(1) $F_Z(z)=P\{Z\le z\}=P\{X\le \frac{z}{2}\}=F_X(\frac{z}{2})$

$$p(z)=\frac{1}{2}f_X(\frac{1}{2}z)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & 0\le z\le 2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

(2) $$p(y,z)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-y}, & 0\le z\le 2,\ y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

$$p(y,u-y)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-y}, & 0\le u-y\le 2,\ y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

故 $p_z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(y,u-y)dy$

七、(12 分)分别用两个不同的软件系统检索 10 个资料，测得平均检索时间及方差(单位:秒)为 $\bar{x}=3.097$, $\bar{y}=3.179$,

$$S_X^{*2}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2=2.67,\quad S_Y^{*2}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})^2=1.21$$

假定检索时间服从正态分布，问这两个系统检索资料有无明显差别？($\alpha=0.05$，已知有 $t_{0.025}(18)=2.101$，$\chi^2_{0.025}(19)=32.9$，$\chi^2_{0.975}(19)=8.91$，$F_{0.025}(9,9)=4.03$)

先检验方差是否相等. $H_0: \sigma_X^2=\sigma_Y^2$ ，$H_1: \sigma_X^2\neq\sigma_Y^2$

构造 $\frac{S_X^{*2}}{S_Y^{*2}} \sim F(9,9)$

拒绝域 $\{f>4.03$ 或 $f<\frac{1}{4.03}\}$

计算得 $f=2.2$，不在拒绝域内，故接受 H_0

再验证均值是否相等 $H_0: \mu_X=\mu_Y$，$H_1: \mu_X\neq\mu_Y$

$$T=\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{S_W}\sqrt{5}\sim t(18)$$

拒绝域 $\{|t|>2.101\}$ $|t|=0.13$ 不在拒绝域

故认为 $\mu_X=\mu_Y$

综上：无明显差别

4. 设随机变量 $X \sim B(n,p)$，则由中心极限定理知，当 $n \to \infty$ 时，随机变量 $\bar{X}$ 的极限分布是 $\lambda e^{-\lambda}$。(写出分布参数)

$N(np, np(1-p))$ 记住就行

3. 甲、乙两人独立地对同一目标各射击一次，甲命中率为 0.8 和乙命中率为 0.5，现已经知道目标被击中，则它是甲击中的概率为 $\cancel{\frac{8}{15}}$ $\frac{8}{9}$

用贝叶斯公式乖乖写条件概率公式

6. 已知随机变量 X,Y 分别服从 $N(1,3^2)$ 和 $N(0,4^2)$，$\rho_{XY} = -1/3$，设 $Z = X/3 + Y/2$，则 X 与 Z 的相关系数为 $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{\sqrt{33}}$ 注意计算