

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

Trabajo práctico N° 3: *Sistemas discretos - Diseño de filtros digitales.*

Introducción:

Para el desarrollo del presente TP el alumno deberá tener conocimientos teóricos sobre los siguientes temas:

- ✓ Transformada Z.
- ✓ Sistemas discretos, FIR e IIR. Ecuaciones en diferencias.
- ✓ Filtros analógicos: Butterworth, Chebyshev, Chebyshev II y Elípticos.
- ✓ Filtros digitales, IIR y FIR.
- ✓ Herramientas para el diseño de filtros digitales, como Matlab.
- ✓ Programación básica del DSPIC
- ✓ Manejo de las herramientas de Microchip para el Diseño de Filtros, Uso de librerías etc.

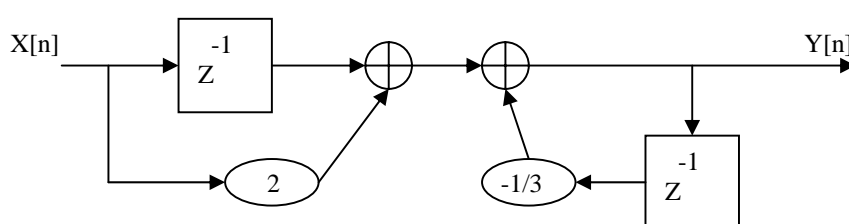
Objetivos: mediante el presente trabajo práctico el alumno contará con las herramientas para el diseño, desarrollo e implementación de filtros digitales.

Enunciado:

3.1 Sistemas discretos – Ecuación en diferencias

Objetivo: comprender el uso de diagramas para representar sistemas discretos y el uso de la ecuación en diferencias para modelizar sistemas discretos.

3.1.1 Dado el siguiente diagrama de un sistema discreto, obtenga la ecuación en diferencias.



¿De que orden es el sistema?,

¿Quién determina el orden?

Determine gráficamente la respuesta al impulso del sistema anterior. Utilice una señal impulso de 5 muestras de longitud.

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

3.1.2 Dada la siguiente ecuación en diferencias obtenga el diagrama del sistema discreto.

$$y[n] - 4y[n-1] + 4y[n-2] = x[n] - 0.5x[n-1] - 2x[n-2] \quad \text{donde: } x \text{ es la entrada e } y \text{ es la salida.}$$

¿De que orden es el sistema?

3.2 Introducción a los filtros digitales: filtros IIR (Infinite Impulse Response) y filtros FIR (Finite Impulse Response).

Objetivo: estudio de filtros digitales, comparando los filtros digitales con los analógicos y dentro de los digitales los filtros del tipo IIR con los filtros del tipo FIR.

- Realice un estudio de los filtros digitales que le permita generar un listado de ventajas y desventajas frente a filtros analógicos.
- Realice un estudio de los filtros digitales IIR y FIR para poder generar una tabla comparativa entre dichos filtros, desde el punto de vista matemático, de la fase entre la señal de entrada y de salida (en el dominio de la frecuencia), de la respuesta al impulso (en el dominio del tiempo), de la implementación mediante ecuaciones en diferencia, etc. Enumere las ventajas y desventajas de cada uno.

3.3 Análisis de filtros IIR (Infinite Impulse Response)

Objetivo: comparar los distintos tipos de filtros IIR para determinar que tipo de filtro usar según la aplicación.

3.3.1 En Matlab

- Analice y describa las siguientes funciones:

butter
cheby1
cheby2
ellip

- Obtenga las funciones de transferencias de los siguientes filtros pasa bajos:

Butterworth
Chebyshev
Chebyshev II
Elliptic

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

La frecuencia de corte normalizada será de 0.4 y el orden del pasa bajos será de 3.

En el caso del filtro Chebyshev (tipo 1) tome 1dB de ripple en la banda pasante.

En el caso del filtro Chebyshev II tome 20 dB de atenuación para el ripple en la banda de rechazo.

- c) Utilice la función *freqz* para graficar la respuesta en frecuencia de cada uno de los filtros obtenidos.
- d) Realice una tabla comparativa con los resultados obtenidos.

3.3.2 En LabVIEW

- a) Analice las funciones *Butterworth Filter.vi*, *Chebyshev Filter.vi*, *Inverse Chebyshev Filter.vi* y *Elliptic Filter.vi*.
Las funciones antes mencionadas las encontrará en la paleta *Functions/Analyze/Signal Processing/Filtres*.
- b) Realice un VI que demuestre las características de los filtros IIR antes mencionados.

3.4 Cálculo del orden del filtro IIR, selección óptima.

Objetivo: cálculo del orden de un filtro para especificaciones dadas y selección del filtro óptimo.

Las especificaciones a cumplir para un filtro pasa bajos son:

Frecuencia de muestreo: 48 kHz.

Ripple en la banda de paso: 0.5 dB

Límite de la banda de paso: 8 kHz

Límite de la banda eliminada: 10 kHz

Ripple en la banda eliminada: por debajo de los 20 dB.

3.4.1 Utilice las funciones *buttord*, *cheby1ord*, *cheby2ord* y *ellipord* de Matlab para determinar el orden necesario en cada uno de los filtros (Butterworth, Chebyshev, Chebyshev II y Elliptic) para cumplir con las especificaciones dadas.

3.4.2 ¿Cuál es el filtro de menor orden? ¿Por qué?

3.5 Diseño de un filtro digital IIR a partir de un prototipo analógico.

Objetivo: comprender el diseño de filtros digitales IIR a partir un prototipo analógico.

3.5.1 dada la siguiente función de transferencia en tiempo continuo, la cual pertenece a un filtro pasa bajo de Butterworth de segundo orden:

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2}$$

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

Para una frecuencia de corte $f_c = 10$ kHz y una frecuencia de muestreo de 48 kHz.

Obtener:

- La función de transferencia en el plano Z mediante una transformación bilineal, utilice la función ***bilinear*** de Matlab para tal fin.
- Gráfico de la ubicación de los polos y ceros en el plano Z, utilice la función ***zplane*** de Matlab. ¿Este filtro es estable?, ¿Por qué?
- Respuesta en frecuencia del filtro, utilice la función ***freqz*** de Matlab.
- La ecuación en diferencias, grafique el esquema de dicha ecuación.
- El algoritmo que realice el filtrado, esto es, diagrama de flujo y código en lenguaje C o script de Matlab que permita filtrar una señal de entrada.
- e) Genere una señal de 10 kHz y mediante el algoritmo realizado en el punto anterior verifique el funcionamiento del filtro. Luego utilice la función ***filter*** de Matlab para volver a verificar el funcionamiento, compare los resultados obtenidos.

3.5.2 PREWARPING (predistorsión)

Debido a la aproximación introducida por la transformación ***bilinear***

$$S = \frac{1}{T} \ln(Z) \cong \frac{2}{T} \frac{Z-1}{Z+1}$$

Se produce un error en la discretización de la función de transferencia, por este error si $H(s)$ tiene una frecuencia de corte ω_c , $H_d(z)$ no tendrá una frecuencia de corte $\omega_c T$ como debería ser. Este fenómeno se conoce como ***WARPING*** o ***combado***.

Si

$$\Omega = \omega_c T$$

$$H_d(\Omega) = H_d(z) \Big|_{z=e^{j\Omega}} = H(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \frac{e^{j\Omega}-1}{e^{j\Omega}+1}}$$

$$j\omega = \frac{2}{T} \frac{e^{j\frac{\Omega}{2}} - 1}{e^{j\frac{\Omega}{2}} + 1}$$

de donde:

$$\omega = \frac{2}{T} \frac{\frac{1}{2j} (e^{j\frac{\Omega}{2}} - e^{-j\frac{\Omega}{2}})}{\frac{1}{2} (e^{j\frac{\Omega}{2}} + e^{-j\frac{\Omega}{2}})} = \frac{2}{T} \tan \frac{\Omega}{2}$$

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

de aquí:

$$\Omega = 2 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

Así para $H(s)$ con una frecuencia de corte ω_c deseamos obtener una $H_d(z)$ con una frecuencia de corte

$$\Omega_c = \omega_c T$$

y en su lugar obtenemos

$$\Omega_c = 2 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)$$

Para eliminar el efecto WARPING se calcula la frecuencia de PREWARPING ω_p para el filtro analógico de modo que la frecuencia de corte para el filtro digital sea

$$\Omega_c = \omega_c T$$

La frecuencia de prewarping es

$$\omega_p = \frac{2}{T} \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega_c}{2}\right)$$

- a) Obtenga la función de transferencia $H(z)$ teniendo en cuenta la frecuencia de prewarping.
- b) Compare los resultados obtenidos con los del punto 4.5.1

3.6 Diseño de un filtro Notch (IIR)

Diseñe un filtro notch mediante el método de ubicación de polos-zeros. Las especificaciones del filtro son:

Frecuencia del notch, $f_c = 50$ Hz

Ancho del notch, $BW = 5$ Hz

Frecuencia de muestreo, $f_s = 1000$ Hz

Pasos a seguir en el diseño:

1°- La componente (frecuencia del notch) en una señal puede ser rechazada mediante la ubicación de un par de ceros sobre el círculo unidad del plano Z correspondiente a los 50 Hz, por lo tanto tendremos los siguientes ceros:

$$2\pi \frac{f_c}{f_s} = C_{12} \text{ rad / seg} = C_{12}^\circ$$

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

en $(z - e^{jC_1})$ y en $(z - e^{jC_2})$

2° - La posición de los polos en relación a los ceros determinan el ancho del notch (BW) y la amplitud de ambos lados del notch. Estos polos son ubicados sobre el mismo radio de los ceros en un valor $r < 1$, donde:

$$r = 1 - \frac{BW}{f_s} \pi$$

por lo tanto tendremos los siguientes polos:

$$(z - re^{jC_1}) \text{ y } (z - re^{jC_2})$$

3° - Obtenga la función de transferencia $H(z)$.

según Euler:

$$e^{jC_1} = \cos(C_1) + j \sin(C_1)$$

$$e^{-jC_2} = \cos(C_2) - j \sin(C_2)$$

4° - Grafique la respuesta en frecuencia del filtro Notch.

5° - Obtenga la ecuación en diferencias del filtro Notch.

3.7 Filtro digital de respuesta finita al impulso, FIR (Finite Impulse Response)

Objetivo: diseño de filtros digitales FIR mediante el uso de herramientas de diseño como Matlab.

3.7.1 Analice la función **fir1** de Matlab para el diseño de filtros FIR mediante el uso de ventanas.

3.7.2 Diseñe mediante la función **fir1** un filtro pasa bajos de longitud (TAPS) 32 con una frecuencia de corte de 100 Hz, para una frecuencia de muestreo de 1KHz, empleando las siguientes ventanas:

Rectangular
Triangular o Bartlett
Hanning
Hamming
Blackman

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

- 3.7.3 Grafique la respuesta impulsional del filtro FIR y su respuesta en frecuencia para cada ventana.
- 3.7.4 Genere 1024 muestras de una señal formada por la suma de sinusoides de 50 Hz, 100Hz, 150 Hz y 200Hz. Obtenga el espectro de frecuencias de dicha. Pase la señal generada por el filtro para bajos diseñado con una de las ventanas, por ejemplo Hanning, y grafique el espectro de frecuencias de la señal obtenida a la salida del filtro.
- 3.7.5 Desarrolle un Instrumento Virtual que permita realizar una comparación de los filtros FIR realizados mediante distintas ventanas. Debe graficar respuesta al impulso, las señales de entrada y salida del filtro en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.

3.8 Filtro Promediador Móvil

Este es el filtro más común en el procesamiento digital de señales, generalmente utilizado para la reducción de ruido. Es el principal filtro para señales en el dominio del tiempo, mientras que es el peor filtro desde el punto de vista del dominio de la frecuencia ya que no es muy útil a la hora de tener que separar bandas de frecuencias muy cercanas unas de otras.

Implementación convolutiva del filtro promediador móvil

El filtro promediador móvil opera mediante la promediación de un número M de muestras de la señal de entrada para producir una muestra de la señal de salida.

La ecuación del filtro promediador móvil es:

$$y[i] = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} x[i+j]$$

donde x[] es la señal de entrada, y[] es la señal de salida y M es el número de muestras.

Una alternativa es tomar M/2 muestras en torno a la muestra de salida a calcular, para lo cual la sumatoria será entre $-(M-1)/2$ y $(M-1)/2$.

Esta ecuación puede implementarse mediante la convolución haciendo $h[] = \{ \dots, 1/M, 1/M, 1/M, 0, \dots \}$, por ejemplo si M=5 el kernel (respuesta al impulso) de filtro será:

$$h[] = [1/5, 1/5, 1/5, 1/5, 1/5]$$

Implementación recursiva del filtro promediador móvil

La ecuación recursiva del filtro es:

$$y[i] = y[i-1] + x[i+p] / M + x[i-q] / M$$

donde

$$p = (M-1)/2$$

$$q = p+1$$

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

para demostrar esto supongamos que $M=5$ y estamos calculando la salida $y[10]$,

$$y[10] = (x[8] + x[9] + x[10] + x[11] + x[12]) / 5$$

luego:

$$y[11] = (x[9] + x[10] + x[11] + x[12] + x[13]) / 5$$

como podemos ver el cálculo de $y[11]$ lo podemos hacer mediante

$$y[11] = y[10] + x[13]/5 - x[8]/5$$

- 3.8.1 Realice el diagrama de flujo del algoritmo del filtro promediador móvil.
- 3.8.2 Desarrolle el código, en lenguaje SCRIPT de Matlab o en lenguaje C, para el filtro promediador móvil.
- 3.8.3 Verifique el funcionamiento de dicho filtro en Matlab, generando una señal senoidal con ruido y pasándola por el filtro.
- 3.8.4 Analice la respuesta en frecuencia del filtro promediador móvil para $M=5$, $M=15$ y $M=31$

3.9 Presentación de un alguno de los siguientes temas sobre DSPIC (tema a realizarse en el primer cuatrimestre) Se deberá dar una explicación del uso, un ejemplo de aplicación en MPLABC30 y se deberá entregar un informe en formato Word o PDF con el formato de la cátedra

TEMAS:	Fechas Propuestas
ALU	15/05/09
CLOCK y TIMERS	22/05/09
ACD 10 y 12bits	05/06/09
MEM RAM	12/06/09
MEM FLASH	12/06/09
DCI	19/06/09
PWM	19/06/09
USART	26/06/09
SPI	26/06/09

	UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FRC	2009
	TECNICAS DIGITALES III	5R

3.10 Implementación de filtros digitales en un DSPIC

3.9.2 Implementación de un filtro FIR

- 1) Se requiere armar el siguiente hardware para este práctico.
 - a) Implementar un filtro anti-aliasing Butterworth de 4 orden y una frec de corte de 4Khz. Usando el FilterLab de Microchip
- 2) Diseñe un filtro FIR pasa bajo, de longitud 31 y frecuencia de corte $f_c = 2\text{kHz}$, para una frecuencia de muestreo de 8kHz. Utilice la Herramienta **FdaTool** de MATLAB para el diseño del filtro con una ventana de Hamming.
- 3) Agregue la función del filtro FIR que posee la librería de Microchip para que procese las muestras provenientes de uno de los canales del A/D antes de ser enviadas por RS232 a la PC.
- 4) Compile y compruebe el funcionamiento del programa sobre el hardware, haciendo uso de un generador de funciones para verificar a distintas frec.
- 5) Realice mediciones de amplitud y fase para llevarlas a un diagrama de amplitud y fase en función de la frecuencia con los datos recibidos en la PC.
- 6) Compare los resultados obtenidos con el diagrama de respuesta en frecuencia obtenido por la función *freqz* de Matlab durante el diseño del filtro. Saque sus propias conclusiones del diagrama de respuesta en frecuencia.

3.9.3 Utilizando el Circuito anterior Implementar la FFT para obtener la Frecuencia y nivel de Potencia de la Señal medida