

Proyecto Global Integrador AyME: Control de Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

Guarise Renzo, Trubiano Lucas
Profesor: Ing. Gabriel L. Julián

Universidad Nacional de Cuyo - Facultad de Ingeniería
Automática y Máquinas Eléctricas
Ingeniería Mecatrónica

1 de julio de 2021

Resumen

Resumen sobre el proyecto.

Al final del resumen empezamos con el resto del informe

1. Introducción

Agregar una introducción del proyecto...

2. Desarrollo

2.1. Modelado, Análisis y Simulación dinámica del SISTEMA FÍSICO a “Lazo Abierto” (Sin Controlador externo de Movimiento)

2.1.1. Modelo matemático equivalente (1 GDL) del subsistema mecánico completo

En el sistema físico real hay varios subsistemas mecánicos los cuales detallaremos a continuación para luego hacer una combinación de todos estos en un único subsistema mecánico equivalente.

■ Carga mecánica

En lo que refiere al subsistema mecánico del brazo del robot y la carga mecánica aplicada al mismo, se puede modelar mediante la siguiente ecuación:

$$J_l \cdot \dot{\omega}_l(t) = T_q(t) - b_l \cdot \omega_l(t) - T_l(t) \quad (1)$$

$$\omega_l(t) \equiv \dot{q}_l(t) = \dot{q}_1(t) \quad (2)$$

Donde $q_1(t)$ es la posición articular del hombro del robot, J_l es el momento de inercia de todos los eslabones del robot referidos al hombro, b_l es el coeficiente de amortiguamiento viscoso, T_l es el torque de carga o perturbación y T_q es el par mecánico entregado a la salida de la caja reductora de engranajes. La inercia y el amortiguamiento son dos de los parámetros que varían según la posición de las articulaciones del robot, es decir, $J_l(q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$ y una función similar para b_l . En este caso, se considera un valor nominal para estos parámetros, y sus posibles variaciones máximas, pero sin estar relacionado directamente con las posiciones articulares del robot.

■ Subsistema de la transmisión:

El tren de transmisión del robot está formado por una caja reductora, reversible, de engranajes planetarios. Se asume acoplamiento **rígido**, sin elasticidad torsional y sin backlash (juego). Al considerar una transmisión ideal y sin pérdida de potencia, las ecuaciones que la modelan son:

$$\omega_l(t) = \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) \quad (3)$$

$$T_q(t) = r \cdot T_d(t) \quad (4)$$

Donde $\omega_m(t)$ es la velocidad angular del eje del rotor del motor, $T_d(t)$ es el torque de la máquina eléctrica (equivalente a una carga colocada en el eje del rotor) y r es la relación de transmisión del reductor planetario.

■ Subsistema mecánico del motor:

Por último tenemos el subsistema mecánico que modela el torque de salida de la máquina eléctrica. Las ecuaciones que modelan el sistema son las siguientes:

$$J_m \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - T_d(t) \quad (5)$$

$$\omega_m(t) \equiv \dot{q}_m(t) \quad (6)$$

Donde J_m es la inercia del rotor respecto a su propio eje, b_m es la viscosidad del rotor y $T_m(t)$ es el torque electromecánico de la máquina eléctrica.

■ Modelo equivalente mecánico (1 GDL):

A continuación vamos a hacer unas simplificaciones sobre las ecuaciones de los subsistemas mecánicos, con el fin de reducir la complejidad del problema y teniendo en cuenta como hipótesis, que la transmisión es totalmente rígida y sin backlash (juego). Esto significa, que todo el movimiento a la entrada del reductor, se transmite a la salida con una relación lineal. Con el torque, sucede lo mismo, hay una transmisión lineal y sin pérdidas de potencia.

Bajo estas hipótesis, despejamos T_d de la ecuación 4 y lo reemplazamos en la ecuación 5:

$$J_m \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - \frac{T_q(t)}{r} \quad (7)$$

Luego, despejamos T_q de la ecuación 1 y lo reemplazamos en 7:

$$J_m \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - \frac{(J_l \cdot \dot{\omega}_l + b_l \cdot \omega_l + T_l)}{r} \quad (8)$$

Teniendo en cuenta la relación de la ecuación 3, la reemplazamos en 8 y reacomodamos la expresión:

$$\left(J_m + \frac{J_l}{r^2}\right) \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - \left(b_m + \frac{b_l}{r^2}\right) \cdot \omega_m(t) - \frac{T_l}{r} \quad (9)$$

Donde establecemos las siguientes equivalencias:

$$J_m + \frac{J_l}{r^2} = J_{eq} \quad (10)$$

$$b_m + \frac{b_l}{r^2} = b_{eq} \quad (11)$$

$$\frac{T_l}{r} = T_{eq} \quad (12)$$

Reemplazando 10, 11 y 12 en la ecuación 9, la expresión nos queda:

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - T_{eq} \quad (13)$$

$$\omega_m \equiv \dot{\theta}_m \quad (14)$$

Dicha ecuación se puede representar en bloques de **Simulink**, como se ve en la siguiente figura 1:

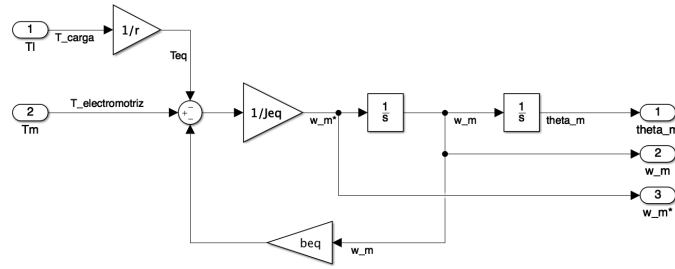


Figura 1: Diagrama en bloques del modelo mecánico equivalente simplificado en **Simulink**

2.1.2. Modelo dinámico del sistema físico completo

a. Modelo global no lineal (NL)

Para definir el modelo completo del sistema, ya abordamos la parte mecánica. Ahora veamos el resto de los subsistemas para terminar de definir el modelo completo de nuestro sistema físico.

■ Subsistema Electromagnético:

El motor sincrónico trifásico de CA con excitación por imanes permanentes (PMSM) tiene el estator conectado en estrella (con bornes de fases abcs) y neutro flotante en el centro de la estrella. El subsistema es un sistema simétrico al considerar las tres tensiones de fases de igual amplitud y desfasadas 120 grados eléctricos, y equilibrado al poseer de un neutro flotante.

Para modelar esta máquina, haremos uso de la **transformación de Park**¹ del circuito del estator, llegando así a un modelo idealizado equivalente en coordenadas eléctricas **qd0** fijas al rotor. La transformación de Park nos permite referenciar nuestras variables a un marco de referencia que gira junto al campo eléctrico rotante. Y como que se trata de un sistema simétrico, luego del transitorio queda totalmente equilibrado, entonces podemos suponer que luego de ese pequeño transitorio $v_{0s}(t)$ tendrá como valor 0 y se reduce significativamente el número de variables.

¹**Transformación de Park:** forma invariante en módulo de resultante vectorial de variables base f

Las coordenadas eléctricas del entrehierro $qd0$, fijas a rotor (marco de referencia “sincrónico”) se definen como:

$$\dot{\theta}_r(t) \equiv \omega_r(t) \Leftrightarrow \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(\xi) \cdot d\xi + \theta_r(0) \quad (15)$$

$$\theta_r(t) \equiv P_p \cdot \theta_m(t) \quad (16)$$

$$\omega_r(t) = P_p \cdot \omega_m(t) \quad (17)$$

El torque electromagnético viene dado por la ecuación:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \left[\lambda_m' + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t) \right] \cdot i_{qs}^r(t) \quad (18)$$

Donde λ_m' es el flujo magnético equivalente de imanes concatenado, por espiras del bobinado de estator, L_d es la inductancia de eje directo del estator y L_q es la inductancia de eje en cuadratura del estator (estas magnitudes son consideradas constantes para simplificar el modelo). El modelo equivalente del subsistema eléctrico en coordenadas de entrehierro, está dado por las siguientes ecuaciones, que hacen un balance de tensiones en el circuito del estator.

$$v_{qs}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + \left[\lambda_m' + L_d \cdot i_{ds}^r(t) \right] \cdot \omega_r(t) \quad (19)$$

$$v_{ds}^r(t) = R_s \cdot i_{ds}^r(t) + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_r(t) \quad (20)$$

$$v_{0s}^r(t) = R_s \cdot i_{0s}^r(t) + L_{ls} \cdot \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} \quad (21)$$

Nosotros cuando empezamos a hacer el desarrollo, partimos del supuesto que el sistema eléctrico es **simétrico, equilibrado** y con **neutro flotante**. Lo que implica que $i_{0s}^r(t)$ típicamente tendrá un valor nulo, por ende su derivada también y así también la tensión $v_{0s}^r(t)$. Lo cual significa que, a partir de ahora no las tendremos en cuenta y consideraremos nula a la expresión 21. Sin tenerla en cuenta de acá en adelante.

Este sistema se puede representar en diagramas de bloques en **Simulink** como se ve en la siguiente figura 2:

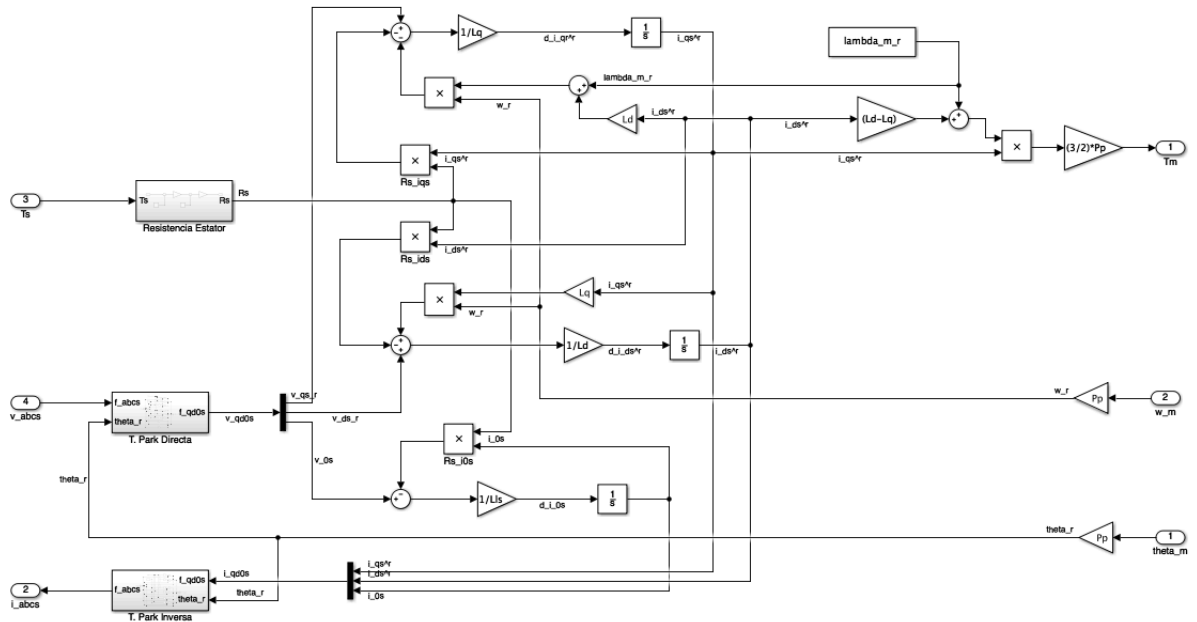


Figura 2: Diagrama en bloques del modelo eléctrico equivalente en **Simulink** (con transformación de **Park**)

■ Subsistema Térmico:

Para el análisis y modelado térmico de la máquina eléctrica, vamos a partir de los supuestos que vamos a considerar sólo pérdidas resistivas por **Efecto Joule** en el bobinado del estator y despreciar pérdidas magnéticas. La transferencia de calor es por conducción y convección natural, sin ventilación forzada.

La potencia de pérdidas en coordenadas abc del estator está dada por:

$$P_{s\ perd}(t) = R_s(t) \cdot (i_{as}^2(t) + i_{bs}^2(t) + i_{cs}^2(t)) \quad (22)$$

Y en coordenadas $qd0$ fijas en rotor:

$$P_{s\ perd}(t) = \frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2 \cdot i_{0s}^2(t)) \quad (23)$$

Donde hay que tener en cuenta que la resistencia del estator R_s , varía con la temperatura según la expresión:

$$R_s(t) = R_{sREF} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot (T_s^\circ(t) - T_{sREF}^\circ)) \quad (24)$$

El balance térmico entonces, queda dado por la siguiente ecuación:

$$P_{s\ perd}(t) = C_{ts} \cdot \frac{dT_s^\circ(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} \cdot (T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t)) \quad (25)$$

■ Dinámica del modelo global NL:

Teniendo en cuenta la ecuación 14; reemplazando 18 en 13; reacomodando las ecuaciones 19 y 20; reemplazando 23 en 25 y reacomodando; y considerando la ecuación 24 el modelo dinámico **global NL** del sistema nos queda:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_m = \omega_m \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{\frac{3}{2} \cdot P_p \cdot [\lambda_m' + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^r(t) - b_{eq} \cdot \omega_m(t) - T_{eq}}{J_{eq}} \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{v_{qs}^r(t) - R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) - [\lambda_m' + L_d \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot \omega_r(t)}{L_q} \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{v_{ds}^r(t) - R_s \cdot i_{ds}^r(t) + L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_r(t)}{L_d} \\ \frac{dT_s^\circ(t)}{dt} = \frac{\frac{3}{2} \cdot R_s(t) \cdot (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2 \cdot i_{0s}^2(t)) - \frac{T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t)}{R_{ts-amb}}}{C_{ts}} \\ R_s(t) = R_{sREF} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot (T_s^\circ(t) - T_{sREF}^\circ)) \end{array} \right. \quad (26)$$

Este modelo contiene varias **no linealidades** al contener productos de variables de estado y también al depender varias de esas ecuaciones de R_s , que a su vez depende de la temperatura T_s° que es una variable de estado que varía en el tiempo t .

Este modelo **NL** puede ser representado mediante diagramas de bloques en **Simulink** como se observa en la figura 3.

b. Linealización Jacobiana

Primero obtendremos el modelo **global linealizado con parámetros variables (LPV)**, para $i_{ds}^r(t) \neq 0$ (caso gral.). Un sistema **no lineal** puede ser representado por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad , \quad x(t_0) = x_0 \quad (27)$$

$$y(t) = h(x(t)) \quad (28)$$

donde f es una función vectorial de $n \times 1$ elementos que esta en función de un vector x conformado por las variables de estado. n representa el orden del sistema y la solución de $x(t)$ representa una curva en el espacio de estado, denominada como trayectoria de estado. Asumiendo que toda variable estará definida como,

$$z(t) \equiv Z_0 + \Delta z(t) \quad (29)$$

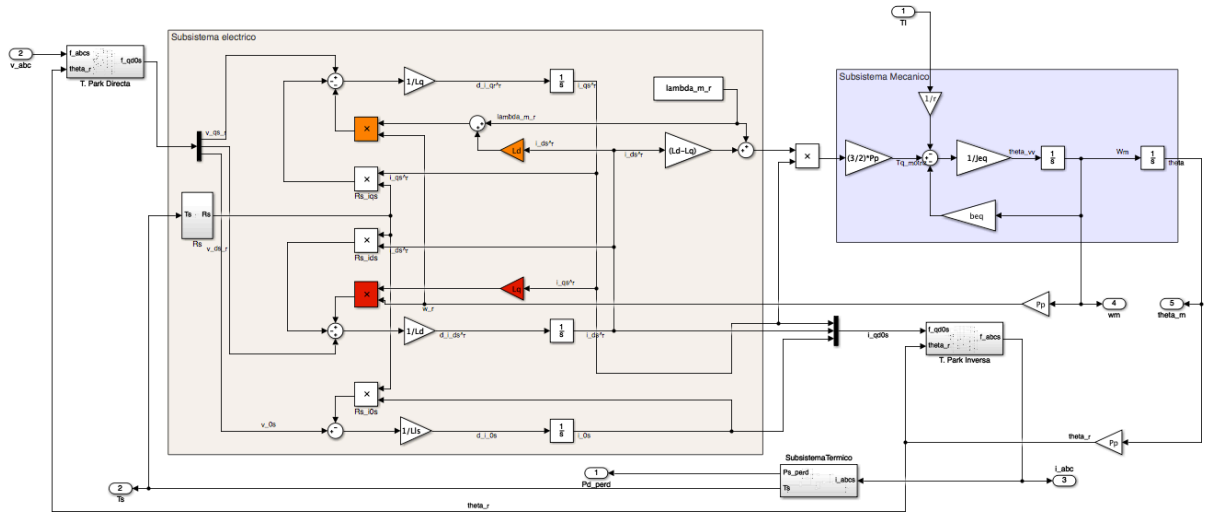


Figura 3: Diagrama en bloques del **modelo global NL en Simulink** (con transformaciones de **Park**)

donde Z_o es una magnitud cuasi-estacionaria de variación muy lenta con el tiempo y $\Delta z(t)$ una magnitud pequeña de variación rápida en el tiempo. El sistema queda expresado:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \equiv \frac{dX_o(t)}{dt} + \frac{d\Delta x(t)}{dt} = f(X_o(t) + \Delta x(t), U_o(t) + \Delta u(t)) \\ X_o(0) = x_0 ; \quad \Delta x(0) = 0 \end{cases} \quad (30)$$

c. Linealización por Realimentación NL

- **Modelo simplificado lineal invariante (LTI) equivalente.** A continuación se presenta el modelo (LTI) en espacio de estado obtenido del modelo NL completo, considerando que la corriente i_{ds}^r en directo con el campo magnético principal generado por imanes permanentes es nula, la resistencia en los devanados del estator es constante con la temperatura y el sistema es equilibrado y simétrico, por lo que $i_{0s}^r = 0$. Definimos el vector de estados $X(t)$ ec.31, el vector de entradas $u(t)$ ec.32 y la perturbación $d(t)$ ec.33:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$u(t) = v_{qs}^r \quad (32)$$

$$d(t) = \frac{T_l(t)}{r} \quad (33)$$

Así el espacio de estados es el siguiente :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \lambda_m^r}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} ; X(t_0) = x_0 \\ y(t) = [1 \ 0 \ 0] X(t) \end{cases} \quad (34)$$

Es importante notar que con estas simplificaciones obtenemos un sistema algebraico completamente lineal y la matriz de coeficientes A es constante, además el torque electromagnético ec. ?? depende solamente de i_{qs}^r y la tensión inducida en el eje en cuadratura q (ec. ??) depende solamente de w_m .

En la figura 4 se muestra el diagrama de bloques en forma desagregada del sistema (rosado).

- **Restricción o Ley de Control mínima.** Para lograr una i_{ds}^r nula y así obtener el modelo LTI desarrollado en el punto anterior debemos aplicar sobre el eje d la ley de control expresada por la ec. 35.

$$v_{ds}^r(t) = -L_q * i_{qs}^r(t) * P_p * \omega_m(t) ; i_{ds}^r(t_0) = 0 \quad (35)$$

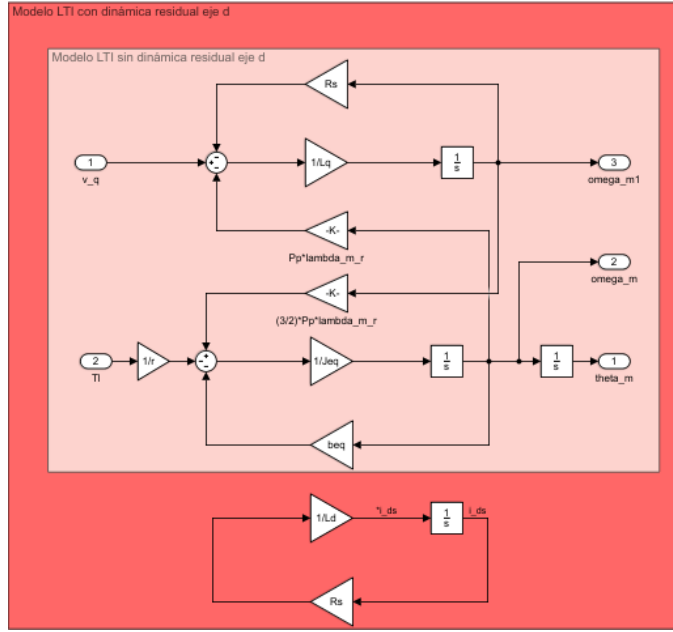


Figura 4: Diagrama de bloques de estado del modelo simplificado lineal invariante (LTI) equivalente. Con dinámica residual (rojo) y sin dinámica residual (rosado)

Esta restricción se obtiene al imponer la condición $i_{ds}^r \equiv 0$ en la ec.??, lo que define una ecuación algebraica que representa una restricción sobre $v_{ds}^r(t)$. Así $v_{ds}^r(t)$ deja de ser una variable manipulada. Como podemos ver se ha considerado que la condición inicial de i_{ds}^r es nula, ya que si esta no lo fuera tendríamos una dinámica residual de la corriente i_{ds}^r lo que provocaría que el modelo no sea lineal en los instantes iniciales, pero esto lo tocaremos en detalle más adelante. Por otro lado para implementar esta ley de control es necesario realimentar a nuestro controlador con las variables de estado i_{ds}^q y ω_m , y que este genere una consigna de tensiones de fase congruente con dicha restricción. Para ello en el controlador se implementa una transformación directa de Park para así poder trabajar con las tensiones v_{qd0s}^r , ya que, de la planta sensamos v_{abc} , así generamos nuestras consignas de tensiones v_{qd0s}^r y luego mediante una transformación inversa de Park obtenemos las tensiones de fase consignas v_{abc} , capaces de reproducir dicha restricción, con las cuales generamos las consignas para alimentar al modulador de tensión, conmutado con modulación de ancho de pulso PWM. En este análisis el modulador de tensión se idealiza considerando solamente las componentes ideales de las ondas de tensión. Esta técnica se denomina **linealización por realimentación directa no lineal de estado parcial** y obtenemos así el modelo **NL desacoplado con Ley de control NL**.

En el diagrama de bloques del modelo NL (figura ??) podemos observar en rojo el desacoplamiento que esta restricción impone.

En la figura 5 se puede observar la implementación de esta ley de Control en color rojo dentro del controlador parcial.

- **Dinámica residual en el eje d** El modelo de la dinámica residual para i_{ds}^r está dado por la ec.36 y cuya ecuación de transferencia está dada por la ec.37.

$$\frac{di_{ds}^r}{dt} = \frac{R_s}{L_d} i_{ds}^r(t) \quad (36)$$

$$\frac{I_{ds}^r(s)}{E(s)} = \frac{1}{s + \frac{R_s}{L_d}} \quad (37)$$

Vemos que la dinámica residual está dada por una ecuación diferencial monótona descendiente con un cero en $s = -154,55$ si tomamos a R_s constante e igual a 1.02. Por lo que podemos concluir que ante un estado inicial distinto de cero la corriente en el eje d va a establecer rápidamente en cero. Si incorporamos esta dinámica residual a nuestro modelo LTI obtenemos:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (38)$$

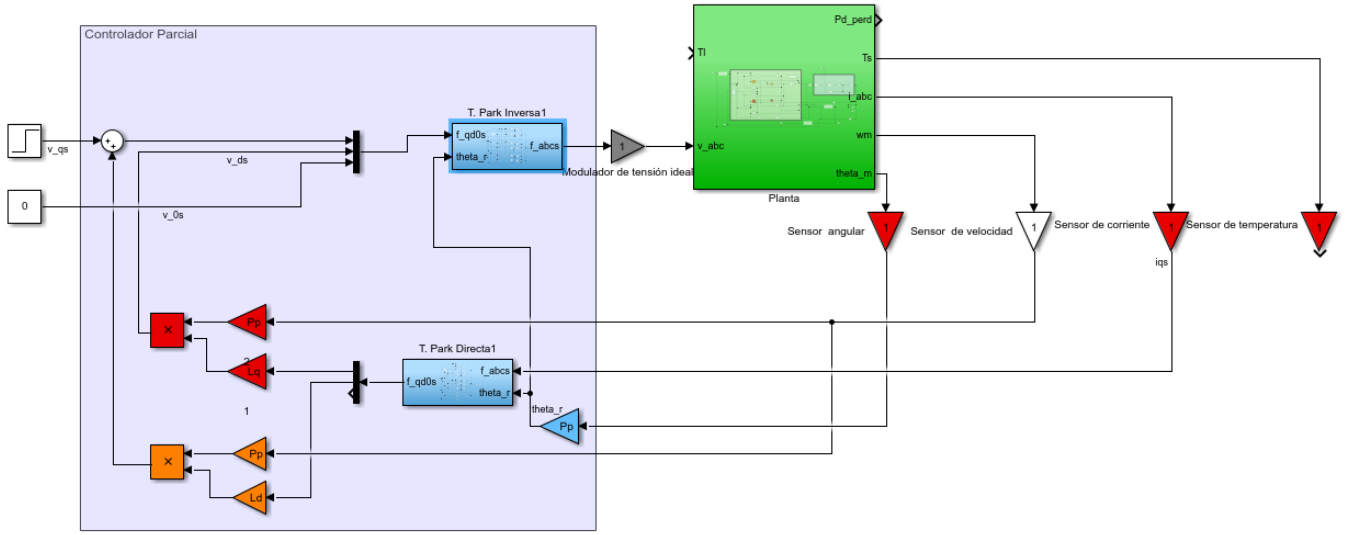


Figura 5: Impelementación controlador parcial con restricción mínima (rojo) y con restricción complementaria (naranja). Planta (verde), sensores(rojo), controlador parcial (cleste).

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p\lambda_{m'}^{r'}}{2J_{eq}} & 0 \\ 0 & -\frac{P_p\lambda_{m'}^{r'}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} ; X(t_0) = x_0 \\ y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] X(t) \end{cases} \quad (39)$$

Donde vemos que ahora nuestro vector de estado (ec.38) tiene un estado más y las entradas son las definidas por las ec.32 y ec.33. Como podemos ver ahora i_{ds}^r puede ser distinta de cero, sin embargo no se ha considerado el acoplamiento residual NI con el eje q (ec. 39) y esto se debe a que como comentamos mas arriba la dinámica residual de este eje es monótona descendiente por lo que rápidamente i_{ds}^r decae a cero, por lo que, en regimen forzado esta no va a tener influencia sobre el eje d.

En la figura 4 se puede apreciar el modelo LTI considerando la dinámica residual del eje d (rojo).

$$v_{qs}^{r*}(t) = L_d \cdot i_{ds}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \quad (40)$$

- **Ley de Control complementaria mínima en el eje q.** Para eliminar completamente este acoplamiento residual NL aún en régimen natural y obtener un modelo equivalente completamente lineal, independiente del estado inicial de i_{ds}^r se debe realimentar al sistema con la ley de control dada por la ec.40. En la figura 5 se puede apreciar el controlador parcial con la implementación de esta restricción en color naranja, obteniendo así el modelo **LTI equivalente aumentado** el cual aplica la ley de control mínima en el eje d y la ley de control complementaria en el eje q. En el diagrama de bloques del modelo NL (figura ??) podemos observar en naranja el desacoplamiento que esta restricción produce.

- d. Comparación del modelo dinámico LTI equivalente aumentado vs. el modelo dinámico global LPV forzando $I_{ds0}^r \equiv 0$. Si forzamos $I_{ds0}^r \equiv 0$, el modelo LPV se caracteriza por la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p\lambda_{m'}^{r'}}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p\lambda_{m'}^{r'}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_m(t) \\ \Delta \omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta T_{leq}(t) \end{bmatrix} \quad (41)$$

Aplicando esta restricción y considerando R_s vemos que las matrices del modelo LPV ahora no varían con el tiempo por lo que tenemos un modelo LTI en las cercanías del punto de operación, además podemos observar que las matrices son

iguales a la del **modelo LTI equivalente aumentado** por lo que podríamos decir que este último es un caso particular del **modelo dinámico global LPV** obtenido anteriormente.

Evaluaremos el comportamiento del sistema para distintos puntos de operación I_{ds0}^r . Por la ecuación del torque electromagnético (ec. ??) y recordando que estamos trabajando con una máquina de polos salientes, por lo que $L_d > L_q$, se pueden debucir tres casos:

- a) $i_{ds}^r(t) = 0$: el flujo concatenado está afectado únicamente por los imanes permanentes.
- b) $i_{ds}^r(t) > 0$: reforzamiento del campo principal, se logra un mayor torque a costa de menor velocidad
- c) $i_{ds}^r(t) < 0$: debilitamiento del campo principal, se logra una mayor velocidad a costa de menor torque

Si se considera a la máquina como un sistema de potencia constante rápidamente se puede debucir porque estos cambios en el torque afectan a la velocidad.

e. Funciones de Transferencia.

2.1.3. Análisis de Estabilidad a lazo abierto para el modelo LTI equivalente aumentado

■ Polos y ceros del sistema:

Para el cálculo de los polos y ceros se tomaron $R_s = 1,02$ y valores nominales de los parámetros de carga. El sistema tiene un único cero dado por la entrada T_{leq}

$$L_q s + R_s = 0; s = -\frac{R_s}{L_q} = -175,86 \frac{rad}{s} \quad (42)$$

Los polos del sistema se obtienen mediante el polinomio característica (ec. 43)

$$s \cdot [J_{eq} L_q s^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq}) s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'2} + R_s b_{eq}] \quad (43)$$

De donde fácilmente se obtiene:

$$s_1 = 0$$

Para calcular los otros polos utilizamos un programa de cálculo como Matlab y así obtenemos:

$$s_2 = -89,26 + 301,57i$$

$$s_2 = -89,26 - 301,57i$$

Y para calcular la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento se obtuvo de la ec. 43 la siguiente ecuación :

$$s^2 + \frac{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})}{J_{eq} L_q} s + \frac{\frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'2} + R_s b_{eq}}{J_{eq} L_q} \quad (44)$$

y se comparó esta con la ec. 45 que se encuentra en función de ξ y ω_n .

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \quad (45)$$

Por lo tanto se deduce que:

$$\omega_n^2 = \frac{\frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'2} + R_s b_{eq}}{J_{eq} L_q}; \omega_n = 314,5 \frac{rad}{s}$$

$$2\xi\omega_n = \frac{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})}{J_{eq} L_q}; \xi = 0,2838$$

Se puede apreciar que estamos en presencia de un sistema subamortiguado y que el sistema es estable ya que todos los polos tienen parte real negativa.

En la figura 6 se puede observar los polos en el plano imaginario.

Es importante aclarar que al calcular los autovalores a partir de la función de transferencia del sistema no se ha tenido en cuenta el polo de la dinámica residual calculado anteriormente (ec. 37), pero si hubiésemos tomado los autovalores de A (39) este polo aparecería.

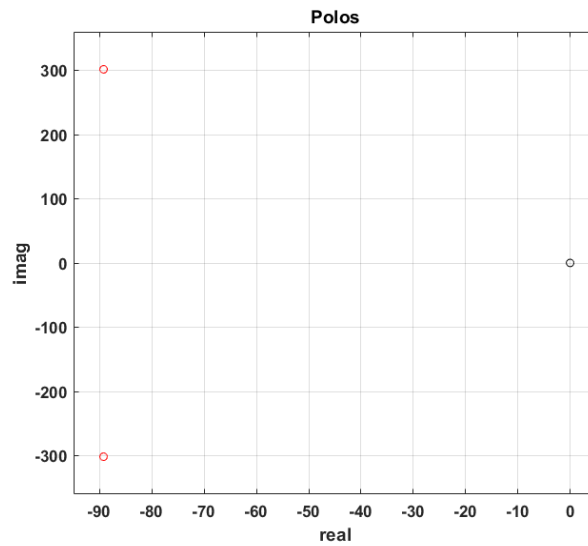


Figura 6:

- **Migración de propiedades:** Se hace necesario evaluar la estabilidad del sistema ante la variación de los parámetros de carga, ya que como sabemos el robot presenta dinámica no lineal acoplada y se considera como aproximación la dinámica de carga ‘vista’ desde el eje de la articulación hombro, ausmiendo variación de sus parámetros equivalentes. En la figura 7 se observa como cambian los polos del sistema cuando se varían estos parámetros dentro de sus límites de incertidumbre.

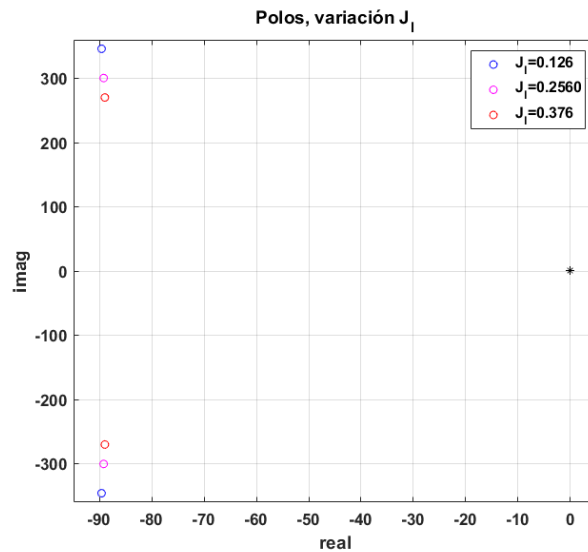


Figura 7: Migración de polos con variación de J_l .

Se puedo observar como el aumento de J_l provoca una pequeña disminución de la parte real y una mayor de la parte imaginaria del polo y se puede concluir que si los limites de incertidumbre son correctos el sistema va a permanecer estable. Por otra lado el la figura ?? se puede ver la variación de estos con respecto a b_l y se puede concluir que la variación de este parámetro dentro de sus límites de incertidumbre prácticamente no afecta al sistema.

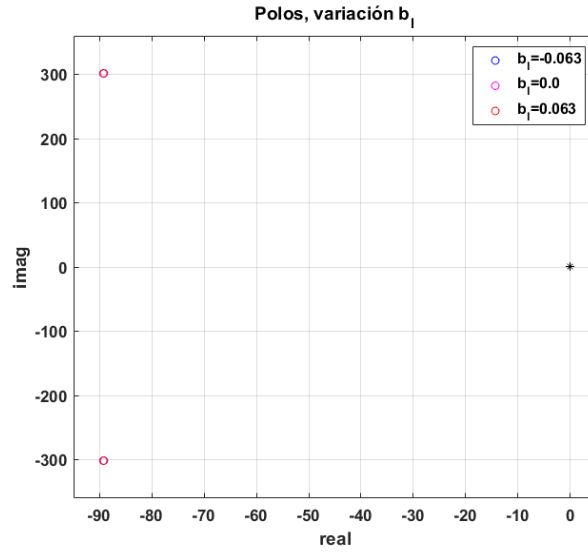


Figura 8: Migración de polos con variación de b_l .

2.1.4. Análisis de Observabilidad completa de estado para el modelo LTI equivalente aumentado

Se cálculo la observabilidad del modelo LTI (ec .39) mediante el criterio de Kalman (ec.46) utilizando para esto Matlab.

$$\text{Rango de } O = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \dots \\ C.A^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (46)$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \lambda_{rm}'}{2J_{eq}} & 0 \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_{rm}'}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (48)$$

Según el criterio de Kalman para que el sistema de la matriz O tiene que ser igual a la cantidad n de estado. Al calcular la observabilidad desde $\theta_m(t)$ en base a la ec.39 obtenemos que el rango de esta matriz es 3, por lo que el sistema no es observable, esto se debe a que i_{ds}^r no es un estado observable desde $\theta_m(t)$, como se puede apreciar en la ec.39 este estado no posee entradas ni salidas. Otro sería el caso si se calculara la observabilidad a partir de la ec. 34 también desde $\theta_m(t)$ en donde obtenemos que el sistema es completamente observable.

Otra alternativa es medir la observabilidad desde ω_m en donde obtenemos que esta se degrada aún más, ya que además de i_{ds}^r , $\theta_m(t)$ tampoco es observable desde esta.

2.1.5. Análisis de Controlabilidad completa de estado para el modelo LTI equivalente aumentado

Se procedió a calcular la controlabilidad del modelo LTI ec.39 a partir del criterio de Kalman (ec. 49).

$$\text{Rango de } C = [B \ A.B \ \dots \ A^{n-1}.B] = n \quad (49)$$

Donde A esta definida en la ec.48 y B:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Se concluye que el sistema no es completamente controlable desde la entrada manipulada $v_{qs}^r(t)$ ya que el rango de C es 3, esto se debe a que el estado i_{ds}^r no es controlable desde $v_{qs}^r(t)$, ya que como dijimos anteriormente este es un estado aislado del sistema. Para controlar este estado se debería agregar la entrada $v_{ds}^r(t)$ volviendo al sistema completamente controlable.

- **Respuesta del estado interno a pulso de consigna de tensión de estator en eje q, superpuesto con doble pulso de torque de carga.** A continuación se presentan las respuestas del sistema.

Figura 9: i_{qs}^r vs t .

Producto del forzamiento de $i'_{ds} = 0$ podemos ver que el sistema se comporta como un motor de CC, ya que la velocidad del motor depende de manera proporcional al voltage de entrada y inversalmente proporcional al torque de carga esto se puede ver claramente observando la figura 11 y la figura 12, vemos que luego de afectar con el escalón v_{qs}^r la velocidad después de un transtorio se establece constante, lo mismo ocurre en $t = 0,3$ cuando se afecta al sistema con un escalón T_l provocando una disminución de la velocidad. También hay que notar el excesivo sobrepico en i'_{qs} producto de la consigna de tensión lo que indica que no es buena práctica afectar al sistema con este tipo de entradas, también hay que notar el aumento de la corriente por la entrada de torque dado que el sistema necesitará mayor torque motor para contrarrestar este.

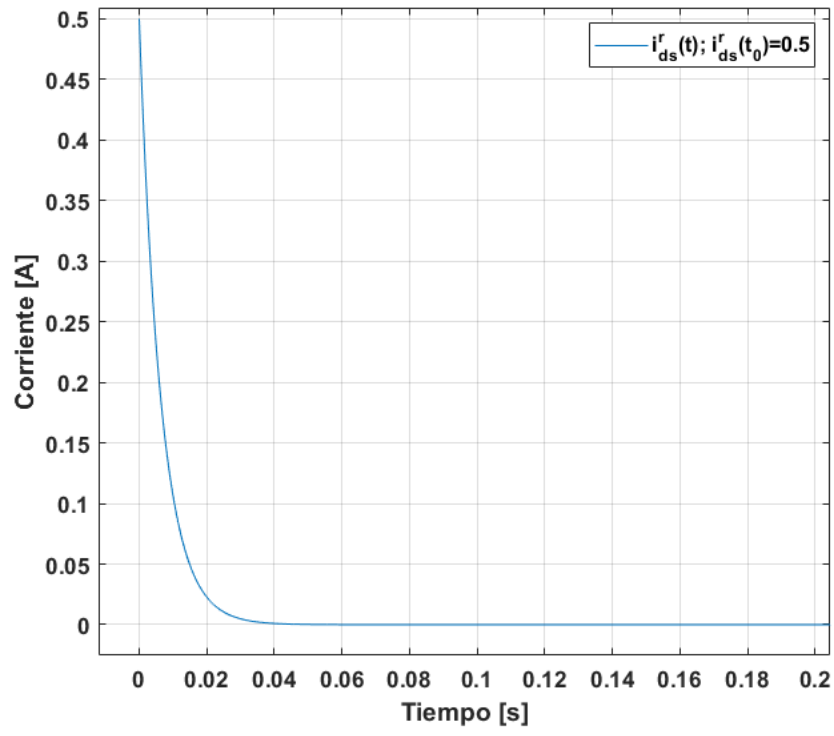


Figura 10: i_{ds}^r vs t .

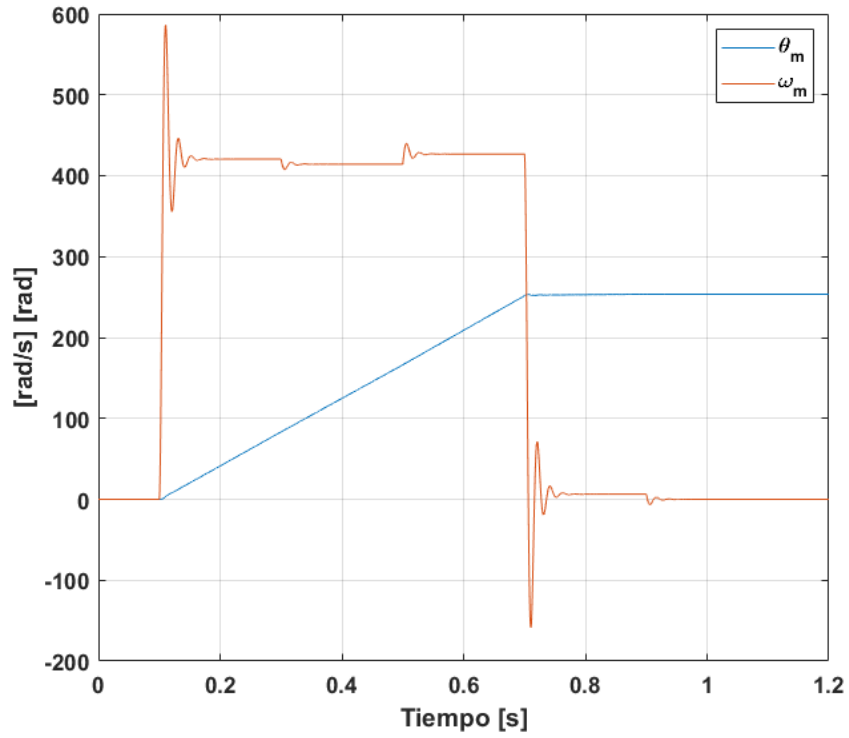


Figura 11: ω_m vs t y θ_m vs t .

estos transitorios estas convergen a tres ondas sinusoidales desfasadas 120° eléctricos de igual magnitud adoptando una frecuencia tal que $\frac{f_e \cdot 2\pi}{P_p} = \omega_{mestable}$, también se puede observar que cuando i_{qs}^r aumenta en magnitud estas también lo

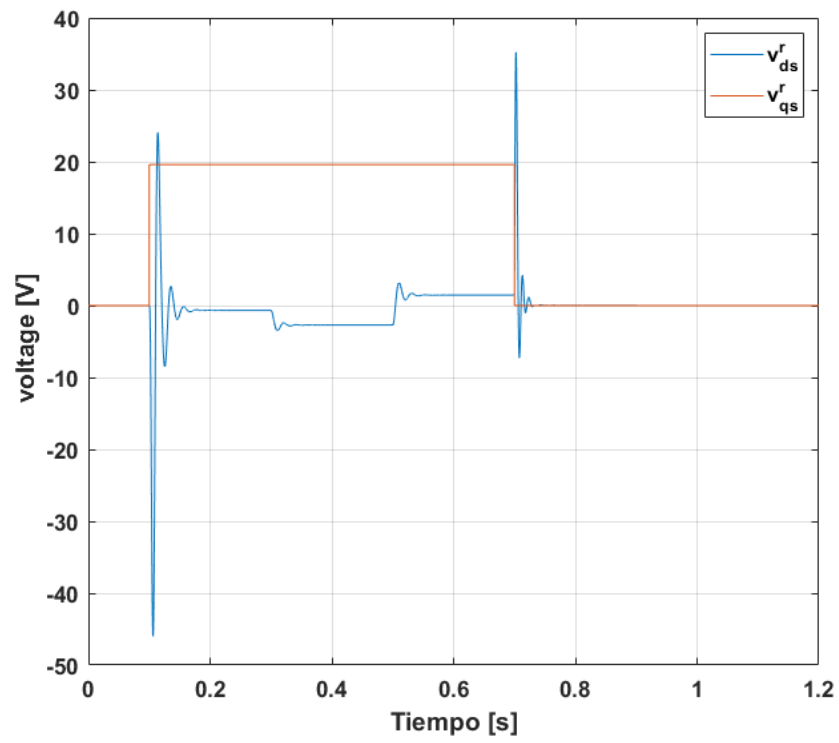


Figura 12: v_{ds}^r y v_{qs}^r .

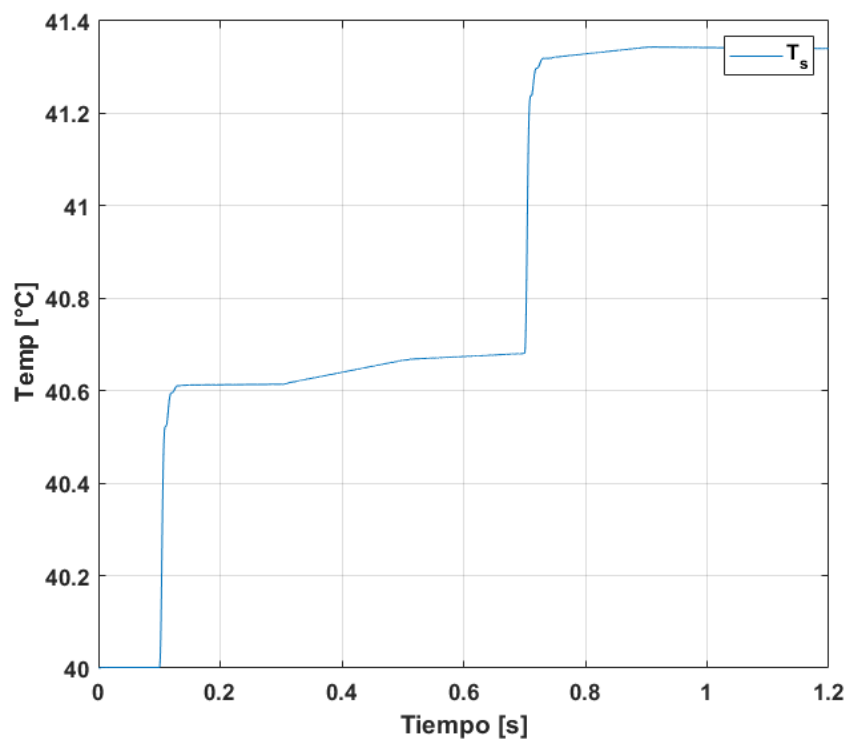


Figura 13: Temperatura vs t.

hacen y viceversa. El mismo comportamiento se puede observar para las tensiones de fase en la figura 15. Partiendo de

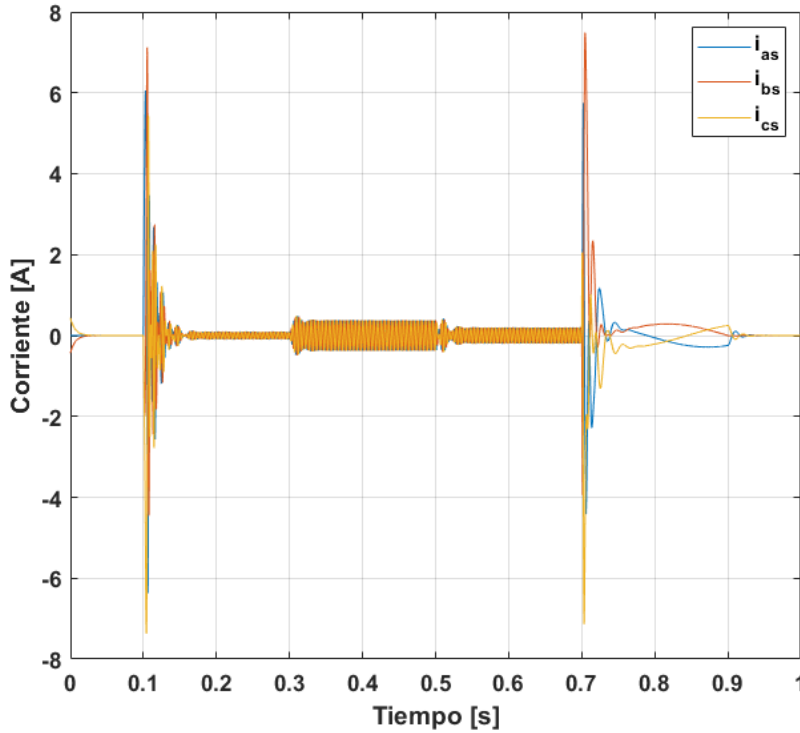


Figura 14: Corrientes de fase i_{abc} .

la transformación inversa de ParK y tomando $i_{ds}^r(t) \equiv 0$, $i_{0s}^r(t) = 0$ y $v_{0s}^r(t)$ podemos obtener analíticamente la forma de la tensión y corrientes abc .

$$\begin{aligned} i_{as}(t) &= \cos(\theta_r(t)) \cdot i_{qs}^r(t) \\ i_{bs}(t) &= \cos(\theta_r(t) - \frac{2}{3}\pi) \cdot i_{qs}^r(t) \\ i_{cs}(t) &= \cos(\theta_r(t) + \frac{2}{3}\pi) \cdot i_{qs}^r(t) \\ v_{as}(t) &= \cos(\theta_r(t)) \cdot v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t)) \cdot v_{qs}^r(t) \\ v_{bs}(t) &= \cos(\theta_r(t) - \frac{2}{3}\pi) \cdot v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t) - \frac{2}{3}\pi) \cdot v_{qs}^r(t) \\ v_{cs}(t) &= \cos(\theta_r(t) + \frac{2}{3}\pi) \cdot v_{qs}^r(t) - \sin(\theta_r(t) + \frac{2}{3}\pi) \cdot v_{qs}^r(t) \end{aligned}$$

Como se puede ver las corrientes y tensiones de fase estáticas siempre van a estar desfasadas 120° eléctricos y simétrico, y para el caso planteado la amplitud de las corrientes dependerá únicamente de $i_{qs}^r(t)$.

En la figura 16 se presenta la curva paramétrica torque vs velocidad con la cual es posible evaluar los cuadrantes de operación del sistema. En primer lugar se debe observar como el motor parte del equilibrio estacionario (cuadrado blanco) y se desplaza hacia un punto de equilibrio dinámico (cuadro verde) producto de la consigna de tensión, en este punto el motor se encuentra en el **primer cuadrante**. En segundo lugar, debido a T_l el punto de equilibrio dinámico se translada al representado por el cuadrado azul, vemos ahora que el torque motor es mayor pero la velocidad menor. Después producto de la nueva consigna de torque T_l ahora negativa, vemos que el sistema pasa a operar en el **segundo cuadrante** (cuadrado rosado), como se observa la velocidad ha aumentado y el torque motor es negativo (mayor tensión inducida que tensión de alimentación), es decir que el motor esta frenando. Luego el sistema pasa a operar en el punto dado por el cuadrado violeta debido a que se le ha quitado la alimentación a este y por lo tanto aumenta el torque motor y la acción de frenado del motor hacia el torque de carga, y disminuye la velocidad. Por último al sacar la consigna de T_l vemos como el motor comienza a oscilar hacia el punto de equilibrio estacionario (cuadrado blanco).

- **Determinación de velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio, especificaciones en el dominio del tiempo.**

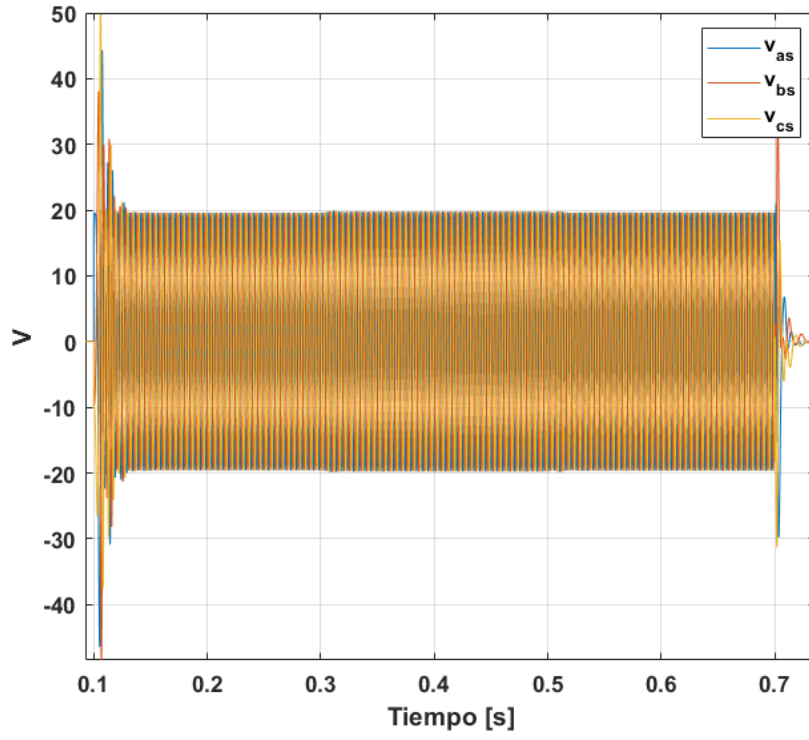
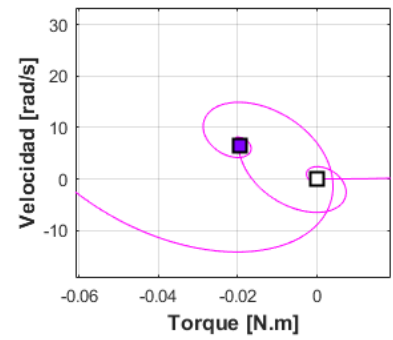
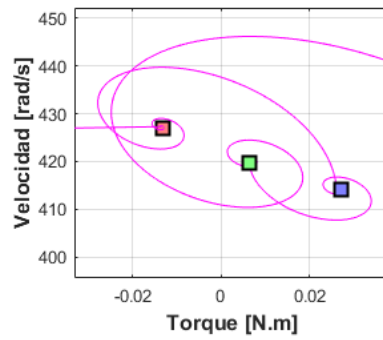
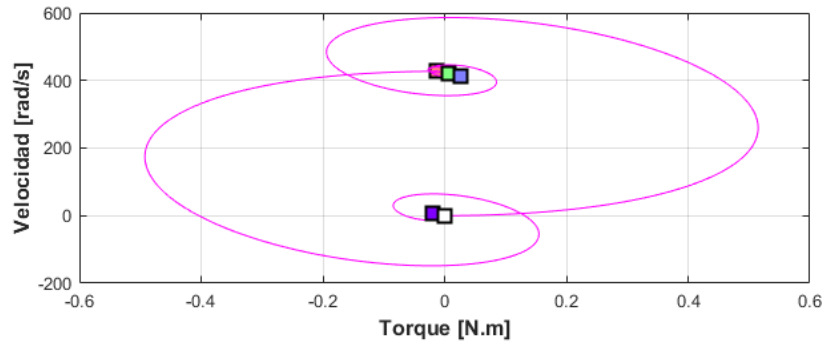


Figura 15: Tensiones de fase v_{abc} .



vs velocidad.png vs velocidad.bb

Figura 16: Curva paramétrica T_m vs ω_m .

En la siguiente tabla 1 y 2 se muestra los parámetros que caracterizan las respuesta del sistema en el dominio del tiempo.

	Escalón $v_{qs}^r = 19,596V$	Escalón $T_l = 6,28N.m$
$\omega_{establecimiento}(rad/s)$	420.5	414.2
Rise Time (s)	0.0041	0.0015
SettlingTime (s)	0.0437	0.0498
Overshoot	39.44 %	103.15 %

Cuadro 1: Parámetros temporales ω_m

	Escalón $v_{qs}^r = 19,596V$	Escalón $T_l = 6,28N.m$
i_{qs}^r Establecimiento (A)	0.09067	0.38
Rise Time (ms)	0.0026	4.1
SettlingTime (s)	0.048	0.0437
Overshoot	8056.7 %	39.44 %
Sobre pico	7.404	0.489

Cuadro 2: Parámetros temporales i_{qs}^r

Como se puede apreciar ambas entradas tienen influencia sobre i_{qs}^r y ω_m , sin embargo es notorio que la tensión tiene una mayor influencia sobre el valor de la velocidad al menos una vez pasados los transitorios, pero para i_{qs}^r el torque de carga tiene una mayor influencia sobre esta. Esta relación se puede encontrar fácilmente el teorema del valor límite, en la ec .51 se aplica a ω_m , y se puede ver claramente que el valor estacionario es proporcional con la tensión y que es inversamente proporcional con el torque de carga. Además se puede concluir también que el peso de T_l es menor, ya que el denominador se encuentra afectado por la inversa de r.

$$\omega_{estable} = \frac{\frac{3}{2}P_p\lambda_m^{r'}}{\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m^{r'^2} + R_sb_{eq}}V_{qs}^r(0) - \frac{R_s\frac{1}{r}}{\frac{3}{2}P_p^2\lambda_m^{r'^2} + R_sb_{eq}}T_l(0) \quad (51)$$

■ Field forcing and weakening a lazo abierto

Por último, se aplica una consigna de tensión en el eje d, $v_{ds}^{r*}(t) = \pm 1,9596V_{cc}$ en $t = 0,5s$ para el evaluar el efecto de reforzamiento y debilitamiento de campo. En las figuras 17 y 18 se puede observa el efecto de este para el **modelo NL desacoplado con Ley de control NL** sobre el torque y la velocidad.

Se puede observar claramente lo comentado en el inciso 2.1.2.d al aplicar a tensión consigna $v_{ds}^{r*}(t) = 1,9596V_{cc}$ se produce un reforzamiento del campo aumentando el torque y disminuyendo la velocidad, por otro lado si la consigna de tensión es $v_{ds}^{r*}(t) = -1,9596V_{cc}$ se produce un debilitamiento del campo disminuyendo el torque motor y aumentando la velocidad (en este caso esto se ve incrementado aún mas por el torque de carga).

Lo mismo se puede ver que ocurre para el ?? aunque en menor medida en la figura 19, esto se debe a que en este modelo se desacopla la influencia de i_{ds}^r sobre el eje q y por lo tanto solo influye en el torque por el siguiente término: $(L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t) \cdot i_{qs}^r(t)$ y dado que por ser un motor síncrono de polos salientes L_d y L_q son muy parecidas la ganancia de este término es ínfima en comparación a los demás.

2.2. Diseño, Análisis y Simulación con CONTROLADOR de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial)

- **Desacoplamiento de todas las realimentaciones físicas naturales de estado hacia la entrada** En la figura ?? se puede observar el desacoplamiento de todas las realimentaciones. Se ha remarcado en rojo la **La ley de control mínima** que anteriormente se implementó en el modelo NL y en naranja la **Ley de control complementaria mínima en el eje q** que se implementó en el modelo LTI equivalente aumentado, es decir que podría decirse que los modelos realizados anteriormente son un caso particular de realizar el desacoplamiento de las realimentaciones físicas. En gris se muestra el desacople de las caídas ohmicas, en verde la caída por tensión inducida producto de $\lambda_m^{r'}$ y en celeste se ha desacoplado el torque por fricción.

En la figura 21 podemos ver el efecto de la temperatura sobre la resistencia R_s y si la temperatura tiene variaciones importantes como vemos la resistencia no por lo que se podría considerar constante sin caer en grandes errores.

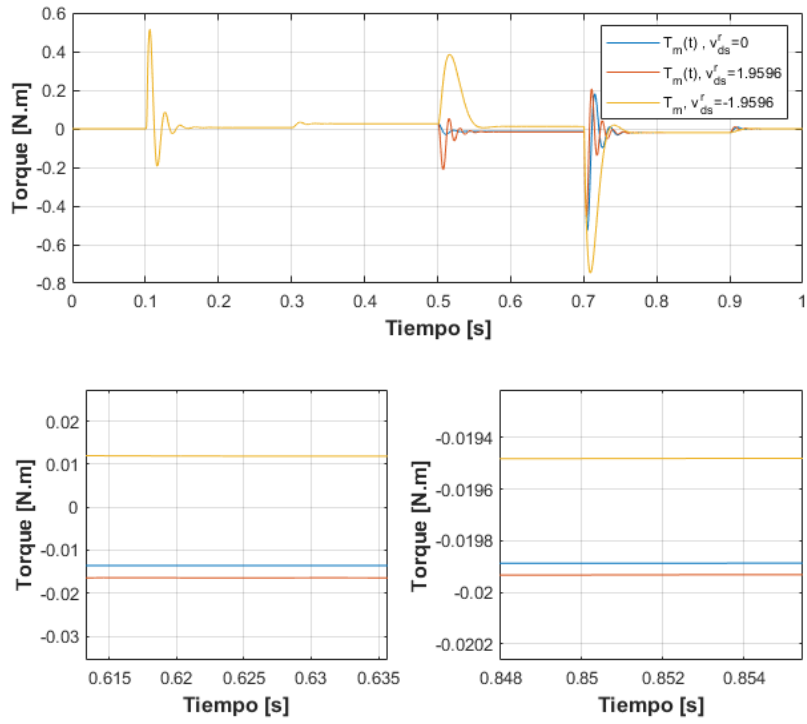


Figura 17: Field forcing and weakening T_m . Modelo NL desacoplado con Ley de control NL .

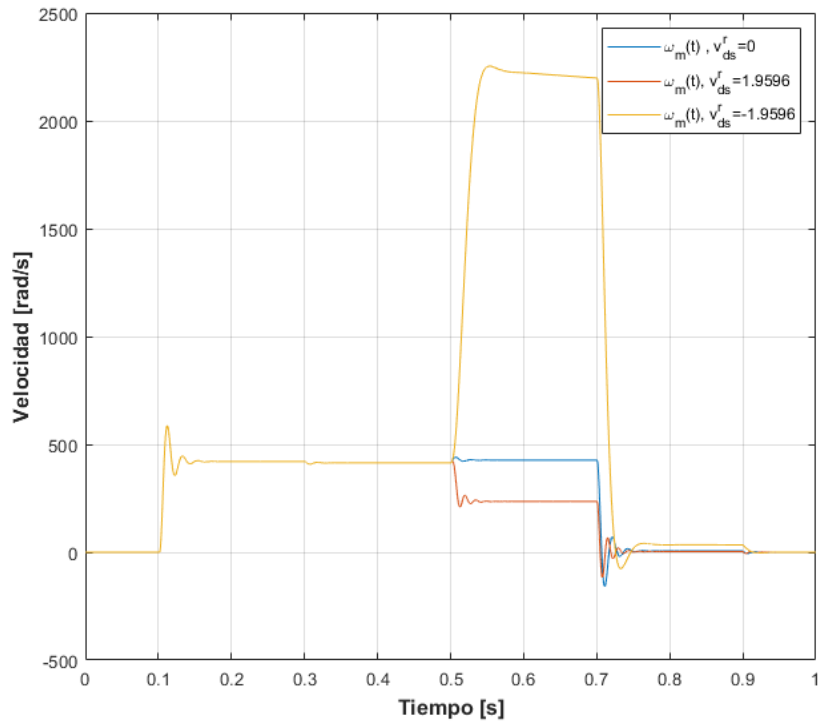


Figura 18: Field forcing and weakening ω_m . Modelo NL desacoplado con Ley de control NL .

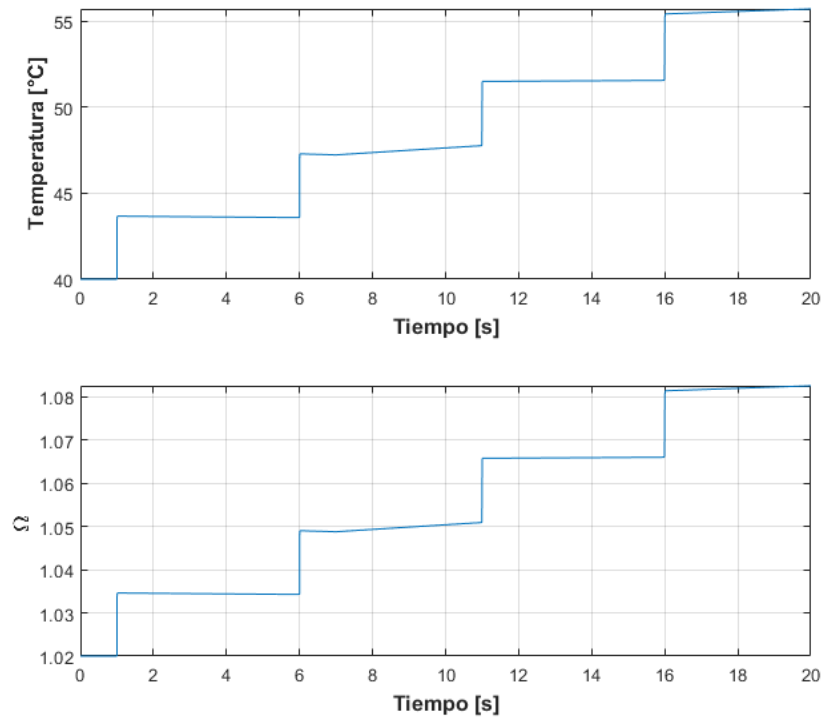


Figura 21: Modulador de Torque equivalente.Desacoplamiento de todas las realimentaciones físicas naturales.

2.2.1. Modulador de Torque equivalente (Controlador interno vectorial de corriente/torque)

2.2.2. Controlador externo de movimientos: posición/velocidad

2.2.3. Incorporación y diseño de Observador de Estado de orden reducido sólo para la parte mecánica de este controlador

2.2.4. Simulación en tiempo continuo con modelo completo NL

2.2.5. Verificación de desempeño y/o mejoras

3. Conclusiones

4. Referencias