

# **Proyecto Global Integrador AyME: Control de Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes**

Guarise Renzo, Trubiano Lucas  
Profesor: Ing. Gabriel L. Julián

Universidad Nacional de Cuyo - Facultad de Ingeniería  
Automática y Máquinas Eléctricas  
Ingeniería Mecatrónica

26 de junio de 2021

## **Resumen**

Resumen sobre el proyecto.

Al final del resumen empezamos con el resto del informe

# 1. Introducción

## 2. Desarrollo

### 2.1. Modelado, Análisis y Simulación dinámica del SISTEMA FÍSICO a “Lazo Abierto” (Sin Controlador externo de Movimiento)

#### 2.1.1. Modelo matemático equivalente (1 GDL) del subsistema mecánico completo

#### 2.1.2. Modelo dinámico del sistema físico completo

##### a. Modelo global no lineal (NL)

TEXTO

##### b. Linealización Jacobiana

Primero obtendremos el modelo **global linealizado con parámetros variables (LPV)**, para  $i_{ds}^r(t) \neq 0$  (caso gral.). Un sistema **no lineal** puede ser representado por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad , \quad x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

$$y(t) = h(x(t)) \quad (2)$$

donde  $f$  es una función vectorial de  $n \times 1$  elementos que esta en función de un vector  $x$  conformado por las variables de estado.  $n$  representa el orden del sistema y la solución de  $x(t)$  representa una curva en el espacio de estado, denominada como trayectoria de estado. Asumiendo que toda variable estará definida como,

$$z(t) \equiv Z_0 + \Delta z(t) \quad (3)$$

donde  $Z_0$  es una magnitud cuasi-estacionaria de variación muy lenta con el tiempo y  $\Delta z(t)$  una magnitud pequeña de variación rápida en el tiempo. El sistema queda expresado:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \equiv \frac{dX_o(t)}{dt} + \frac{d\Delta x(t)}{dt} = f(X_o(t) + \Delta x(t), U_o(t) + \Delta u(t)) \\ X_o(0) = x_0 ; \quad \Delta x(0) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

##### c. Linealización por Realimentación NL

- **Modelo simplificado lineal invariante (LTI) equivalente.** A continuación se presenta el modelo (LTI) en espacio de estado obtenido del modelo NL completo, considerando que la corriente  $i_{ds}^r$  en directo con el campo magnético principal generado por imanes permanentes es nula, la resistencia en los devanados del estator es constante con la temperatura y el sistema es equilibrado y simétrico, por lo que  $i_{0s}^r = 0$ .

Definimos el vector de estados  $X(t)$  ec.5 , el vector de entradas  $u(t)$  ec.6 y la perturbación  $d(t)$  ec.7:

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$u(t) = v_{qs}^r \quad (6)$$

$$d(t) = \frac{T_l(t)}{r} \quad (7)$$

Así el espacio de estados es el siguiente :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \lambda_m^{r'}}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m^{r'}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} ; X(t_0) = x_0 \\ y(t) = [1 \ 0 \ 0] X(t) \end{cases} \quad (8)$$

Es importante notar que con esta simplificaciones obtenemos un sistema algebraico completamente lineal y la matriz de coeficientes  $A$  es constante, además el torque electromagnético ec. ?? depende solamente de  $i_{qs}^r$  y la tensión inducida en el eje en cuadratura  $q$  (ec. ??) depende solamente de  $w_m$ .

En la figura 1 se muestra el diagrama de bloques en forma desagregada del sistema (rosado).

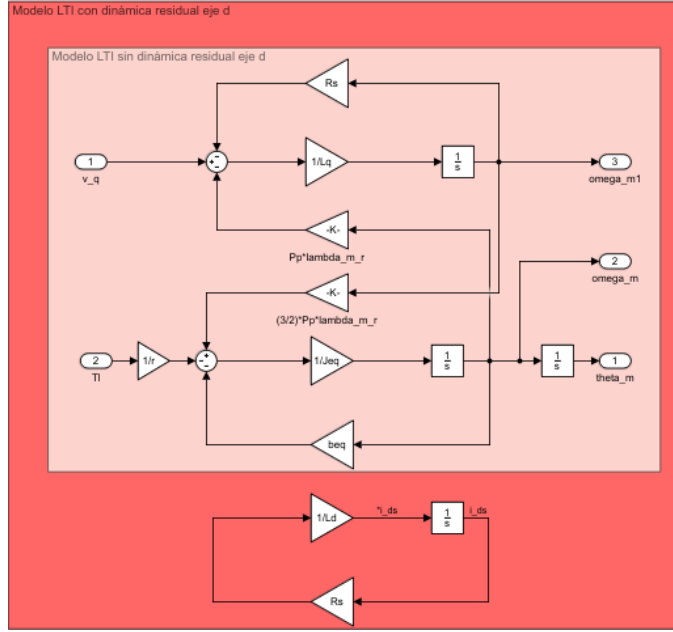


Figura 1: Diagrama de bloques de estado del modelo simplificado lineal invariante (LTI) equivalente. Con dinámica residual (rojo) y sin dinámica residual (rosado)

- **Restricción o Ley de Control mínima.** Para lograr una  $i_{ds}^r$  nula y así obtener el modelo LTI desarrollado en el punto anterior debemos aplicar sobre el eje d la ley de control expresada por la ec. 9.

$$v_{ds}^r(t) = -L_d * i_{qs}^r(t) * P_p * \omega_m(t) ; i_{ds}^r(t_0) = 0 \quad (9)$$

Esta restricción se obtiene al imponer la condición  $i_{ds}^r \equiv 0$  en la ec.??, lo que define una ecuación algebraica que representa una restricción sobre  $v_{ds}^r(t)$ . Así  $v_{ds}^r(t)$  deja de ser una variable manipulada. Como podemos ver se ha considerado que la condición inicial de  $i_{ds}^r$  es nula, ya que si esta no lo fuera tendríamos una dinámica residual de la corriente  $i_{ds}^r$  lo que provocaría que el modelo no sea lineal en los instantes iniciales, pero esto lo tocaremos en detalle más adelante. Por otro lado para implementar esta ley de control es necesario realimentar a nuestro controlador con las variables de estado  $i_{ds}^q$  y  $\omega_m$ , y que este genere una consigna de tensiones de fase congruente con dicha restricción. Para ello en el controlador se implementa una transformación directa de Park para así poder trabajar con las tensiones  $v_{qd0s}^r$ , ya que, de la planta sentimos  $v_{abcs}$ , así generamos nuestras consignas de tensiones  $v_{qd0s}^r$  y luego mediante una transformación inversa de Park obtenemos las tensiones de fase consignas  $v_{abcs}$ , capaces de reproducir dicha restricción, con las cuales generamos las consignas para alimentar al modulador de tensión, conmutado con modulación de ancho de pulso PWM. En este análisis el modulador de tensión se idealiza considerando solamente las componentes ideales de las ondas de tensión. Esta técnica se denomina **linealización por realimentación directa no lineal de estado parcial** y obtenemos así el modelo NL **desacoplado con Ley de control NL**.

En el diagrama de bloques del modelo NL (figura ??) podemos observar en rojo el desacoplamiento que esta restricción impone.

En la figura 2 se puede observar la implementación de esta ley de Control en color rojo dentro del controlador parcial.

- **Dinámica residual en el eje d** El modelo de la dinámica residual para  $i_{ds}^r$  está dado por la ec.10 y cuya ecuación de transferencia está dada por la ec.11.

$$\frac{di_{ds}^r}{dt} = \frac{R_s}{L_d} i_{ds}^r(t) \quad (10)$$

$$\frac{I_{ds}^r(s)}{E(s)} = \frac{1}{s + \frac{R_s}{L_d}} \quad (11)$$

Vemos que la dinámica residual está dada por una ecuación diferencial monótona descendiente con un cero en  $s = -154,55$  si tomamos a  $R_s$  constante e igual a 1.02. Por lo que podemos concluir que ante un estado inicial distinto de cero la corriente en el eje d va a establecer rápidamente en cero. Si incorporamos esta dinámica residual a nuestro modelo LTI obtenemos:

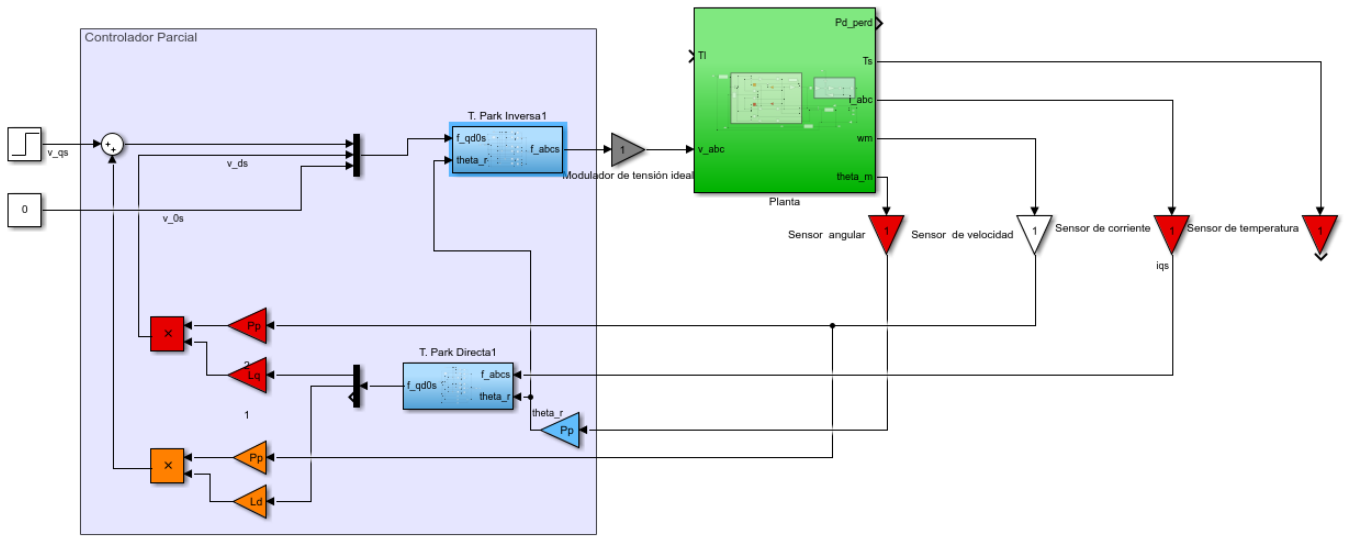


Figura 2: Impelementación controlador parcial con restricción mínima (rojo) y con restricción complementaria (naranja). Planta (verde), sensores(rojo), controlador parcial (cleste).

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \lambda_m^{r'}}{2J_{eq}} & 0 \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m^{r'}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \\ y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] X(t) \end{cases} ; X(t_0) = x_0 \quad (13)$$

Donde vemos que ahora nuestro vector de estado (ec.12) tiene un estado más y las entradas son las definidas por las ec.6 y ec.7. Como podemos ver ahora  $i_{ds}^r$  puede ser distinta de cero, sin embargo no se ha considerado el acoplamiento residual NI con el eje q (ec. 13) y esto se debe a que como comentamos mas arriba la dinámica residual de este eje es monótona descendiente por lo que rápidamente  $i_{ds}^r$  decae a cero, por lo que, en regimen forzado esta no va a tener influencia sobre el eje d.

En la figura 1 se puede apreciar el modelo LTI considerando la dinámica residual del eje d (rojo).

$$v_{qs}^{r*}(t) = L_d \cdot i_{ds}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \quad (14)$$

- **Ley de Control complementaria mínima en el eje q.** Para eliminar completamente este acoplamiento residual NL aún en régimen natural y obtener un modelo equivalente completamente lineal, independiente del estado inicial de  $i_{ds}^r$  se debe realimentar al sistema con la ley de control dada por la ec.14. En la figura 2 se puede apreciar el controlador parcial con la implementación de esta restricción en color naranja, obteniendo así el modelo **LTI equivalente aumentado** el cual aplica la ley de control mínima en el eje d y la ley de control complementaria en el eje q. En el diagrama de bloques del modelo NL (figura ??) podemos observar en naranja el desacoplamiento que esta restricción produce.

- d. Comparación del modelo dinámico LTI equivalente aumentado vs. el modelo dinámico global LPV forzando  $I_{ds0}^r \equiv 0$ . Si forzamos  $I_{ds0}^r \equiv 0$ , el modelo LPV se caracteriza por la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p \lambda_m^{r'}}{2J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m^{r'}}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_{leq}(t) \\ \Delta v_{qs}^r(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Aplicando esta restricción y considerando  $R_s$  vemos que las matrices del modelo LPV ahora no varían con el tiempo por lo que tenemos un modelo LTI en las cercanías del punto de operación, además podemos observar que las matrices son iguales a la del **modelo LTI equivalente aumentado** por lo que podríamos decir que este último es un caso particular del **modelo dinámico global LPV** obtenido anteriormente.

Evaluaremos el comportamiento del sistema para distintos puntos de operación  $I_{ds0}^T$ . Por la ecuación del torque electromagnético (ec. ??) y recordando que estamos trabajando con una máquina de polos salientes, por lo que  $L_d > L_q$ , se pueden debucir tres casos:

- a)  $i_{ds}^r(t) = 0$ : el flujo concatenado está afectado únicamente por los imanes permanentes.
- b)  $i_{ds}^r(t) > 0$ : reforzamiento del campo principal, se logra un mayor torque a costa de menor velocidad
- c)  $i_{ds}^r(t) < 0$ : debilitamiento del campo principal, se logra una mayor velocidad a costa de menor torque

Si se considera a la máquina como un sistema de potencia constante rápidamente se puede debucir porque estos cambios en el torque afectan a la velocidad.

e. Funciones de Transferencia.

### 2.1.3. Análisis de Estabilidad a lazo abierto para el modelo LTI equivalente aumentado

#### ■ Polos y ceros del sistema:

Para el cálculo de los polos y ceros se tomaron  $R_s = 1,02$  y valores nominales de los parámetros de carga. El sistema tiene un único cero dado por la entrada  $T_{leq}$

$$L_q s + R_s = 0; \quad s = -\frac{R_s}{L_q} = -175,86 \frac{rad}{s} \quad (16)$$

Los polos del sistema se obtienen mediante el polinomio característica (ec. 17)

$$s \cdot [J_{eq} L_q s^2 + (R_s J_{eq} + L_q b_{eq}) s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'^2} + R_s b_{eq}] \quad (17)$$

De donde fácilmente se obtiene:

$$s_1 = 0$$

Para calcular los otros polos utilizamos un programa de cálculo como Matlab y así obtenemos:

$$s_2 = -89,26 + 301,57i$$

$$s_2 = -89,26 - 301,57i$$

Y para calcular la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento se obtuvo de la ec. 17 la siguiente ecuación :

$$s^2 + \frac{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})}{J_{eq} L_q} s + \frac{\frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'^2} + R_s b_{eq}}{J_{eq} L_q} \quad (18)$$

y se comparó esta con la ec. 19 que se encuentra en función de  $\xi$  y  $\omega_n$ .

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \quad (19)$$

Por lo tanto se deduce que:

$$\omega_n^2 = \frac{\frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m^{r'^2} + R_s b_{eq}}{J_{eq} L_q}; \quad \omega_n = 314,5 \frac{rad}{s}$$

$$2\xi\omega_n = \frac{(R_s J_{eq} + L_q b_{eq})}{J_{eq} L_q}; \quad \xi = 0,2838$$

Se puede apreciar que estamos en presencia de un sistema subamortiguado y que el sistema estable ya que todos los polos tienen parte real negativa.

En la figura 3 se puede observa los polos en el plano imaginario.

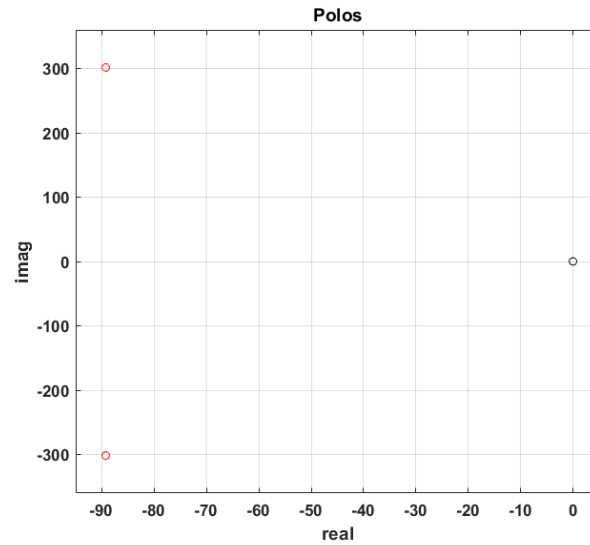


Figura 3:

Es importante aclarar que al calcular los autovalores a partir de la función de transferencia del sistema no se ha tenido en cuenta el polo de la dinámica residual calculado anteriormente (ec. 11), pero si hubiesemos tomado los autovalores de A (13) este polo aparecería.

- **Migración de propiedades:** Se hace necesario evaluar la estabilidad del sistema ante la variación de los parámetros de carga, ya que como sabemos el robot presenta dinámica no lineal acoplada y se considera como aproximación la dinámica de carga ‘vista’ desde el eje de la articulación hombro, ausmiendo variación de sus parámetros equivalentes. En la figura 4 se observa como cambian los polos del sistema cuando se varían estos parámetros dentro de sus límites de incertidumbre.

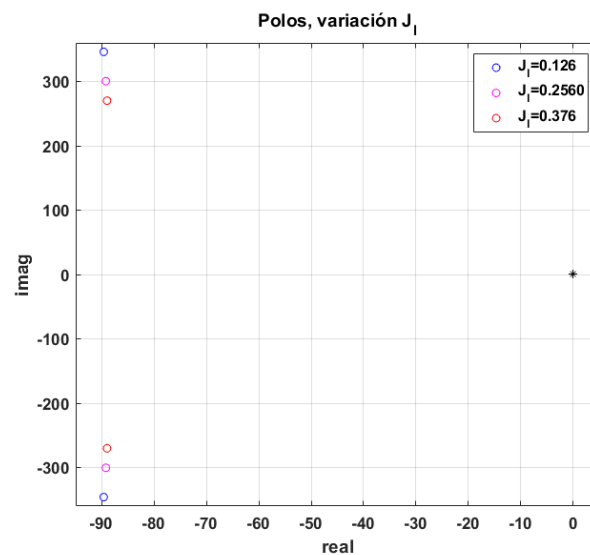


Figura 4: Migración de polos con variación de  $J_l$ .

Se puedo observar como el aumento de  $J_l$  provoca una pequeña disminución de la parte real y una mayor de la parte

imaginaria del polo y se puede concluir que si los limites de incertidumbre son correctos el sistema va a permanecer estable. Por otra lado el la figura ?? se puede ver la variación de estos con respecto a  $b_l$  y se puede concluir que la variación de este parámetro dentro de sus límites de incertidumbre prácticamente no afecta al sistema.

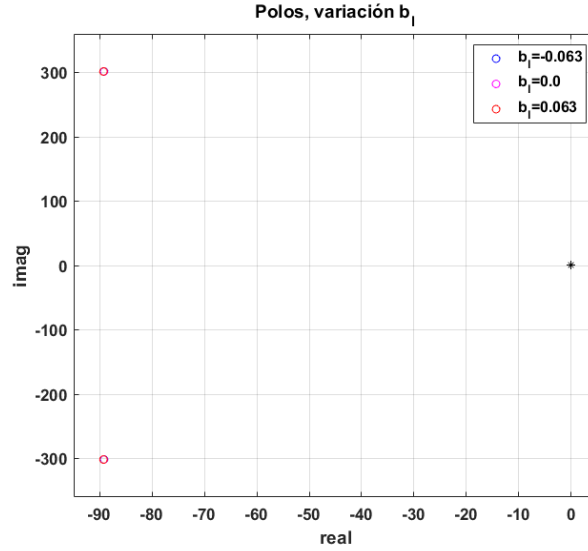


Figura 5: Migración de polos con variación de  $b_l$ .

#### 2.1.4. Análisis de Observabilidad completa de estado para el modelo LTI equivalente aumentado

Se cálculo la observabilidad del modelo LTI (ec .13) mediante el criterio de Kalman (ec.20) utilizando para esto Matlab.

$$Rango\ de\ O = \begin{bmatrix} C \\ C.A \\ \vdots \\ C.A^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (20)$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p\lambda_m'}{2J_{eq}} & 0 \\ 0 & -\frac{P_p\lambda_m'}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (22)$$

Según el criterio de Kalman para que el sistema de la matriz  $O$  tiene que ser igual a la cantidad  $n$  de estado. Al calcular la observabilidad desde  $\theta_m(t)$  en base a la ec.13 obtenemos que el rango de esta matriz es 3, por lo que el sistema no es observable, esto se debe a que  $i_{ds}^r$  no es un estado observable desde  $\theta_m(t)$ , como se puede apreciar en la ec.13 este estado no posee entradas ni salidas. Otro sería el caso si se calculara la observabilidad a partir de la ec. 8 también desde  $\theta_m(t)$  en donde obtenemos que el sistema es completamente observable.

Otra alternativa es medir la observabilidad desde  $\omega_m$  en donde obtenemos que esta se degrada aún más, ya que además de  $i_{ds}^r$ ,  $\theta_m(t)$  tampoco es observable desde esta.

#### 2.1.5. Análisis de Controlabilidad completa de estado para el modelo LTI equivalente aumentado

Se procedió a calcular la controlabilidad del modelo LTI ec.13 a partir del criterio de Kalman (ec. 23).

$$Rango\ de\ C = [B \ A.B \ \dots \ A^{n-1}.B] = n \quad (23)$$

Donde A esta definida en la ec.22 y B:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_{eq}} \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Se concluye que el sistema no es completamente controlable desde la entrada manipulada  $v_{qs}^r(t)$  ya que el rango de  $C$  es 3, esto se debe a que el estado  $i_{ds}^r$  no es controlable desde  $v_{qs}^r(t)$ , ya que como dijimos anteriormente este es un estado aislado del sistema. Para controlar este estado se debería agregar la entrada  $v_{ds}^r(t)$  volviendo al sistema completamente controlable.

#### 2.1.6. Simulación dinámica en DT, comparando el modelo NL completo desacoplado con Ley de control NL vs LTI equivalente aumentado

- **Respuesta del estado interno a pulso de consigna de tensión de estator en eje q, superpuesto con doble pulso de torque de carga.** A continuación se presentan las respuestas del sistema.

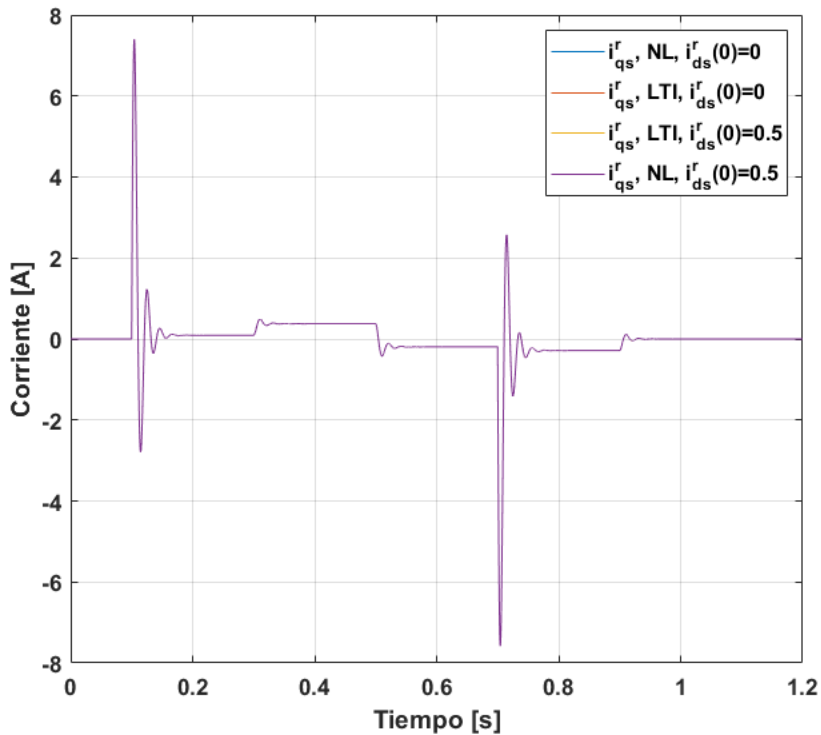


Figura 6:  $i_{qs}^r$  vs  $t$ .

En la figura 6 se puede observar que la corriente establecida en el eje q es igual para ambos modelos, tanto cuando  $i_s^r(0) = 0$  como cuando  $i_{ds}^r(0) = 0,5$  esto se debe a que como puede verse en la figura 7 decrece rápidamente a cero antes que se establezca la consigna  $v_{qs}^r$  por lo que al estar la máquina estática esta no tiene efecto alguno sobre el sistema y por lo tanto no se produce acoplamiento de esta sobre el eje q ni tiene efecto sobre el torque, es decir, que esta corriente inicial solamente se va a disipar en el devanado del estator. Es por esto que las demás gráficas solamente se graficaron para el modelo NL, ya que presentan el mismo compartamiento para el modelo LTI para la entrada dada como consigna independientemente de  $i_{ds}^r(0)$ .



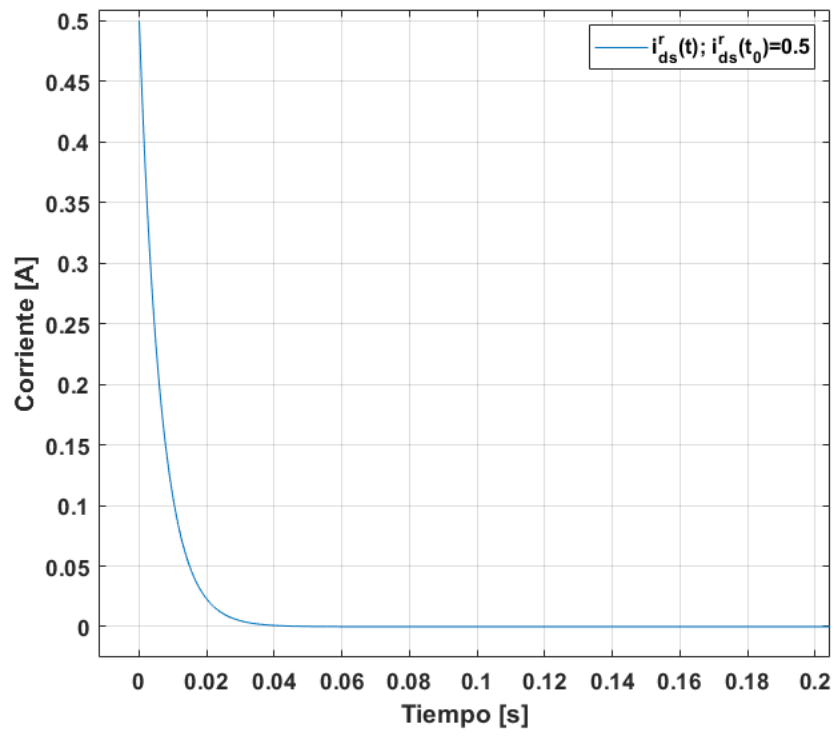


Figura 7:  $i_{ds}^r$  vs  $t$ .

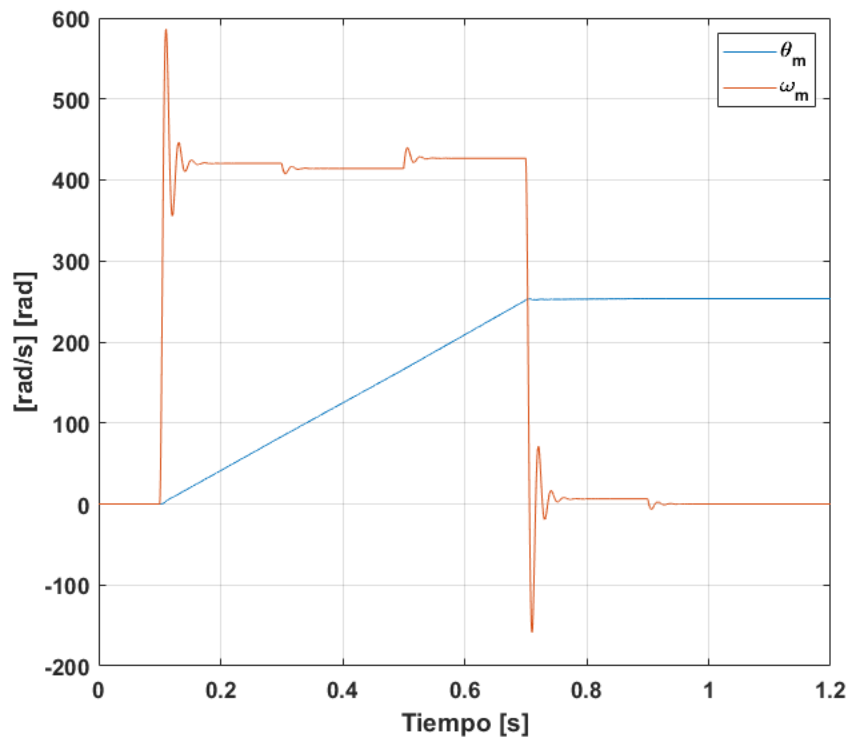


Figura 8:  $\omega_m$  vs  $t$  y  $\theta_m$  vs  $t$ .

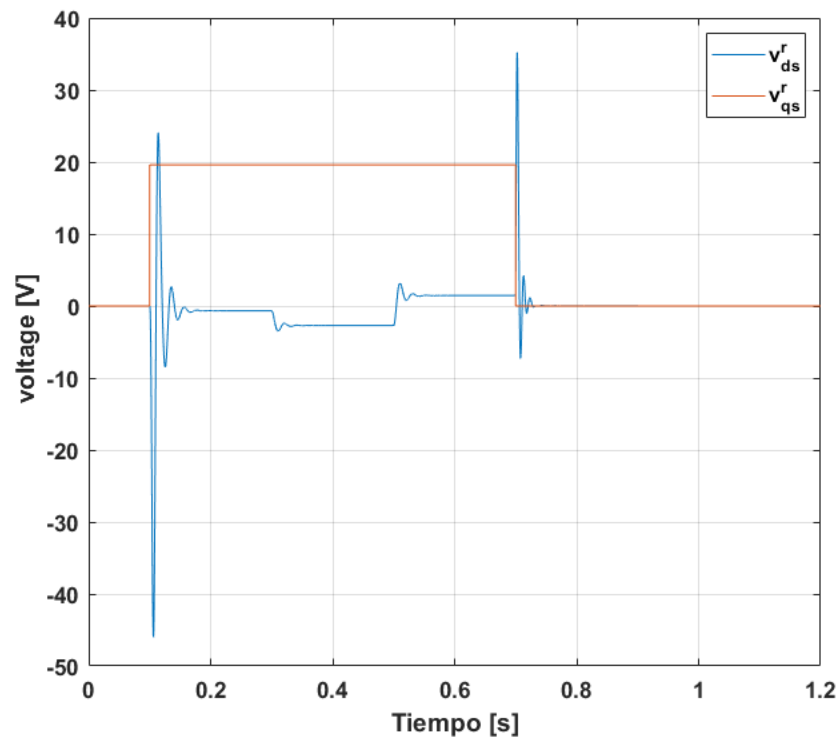


Figura 9:  $v_{ds}^r$  y  $v_{qs}^r$ .

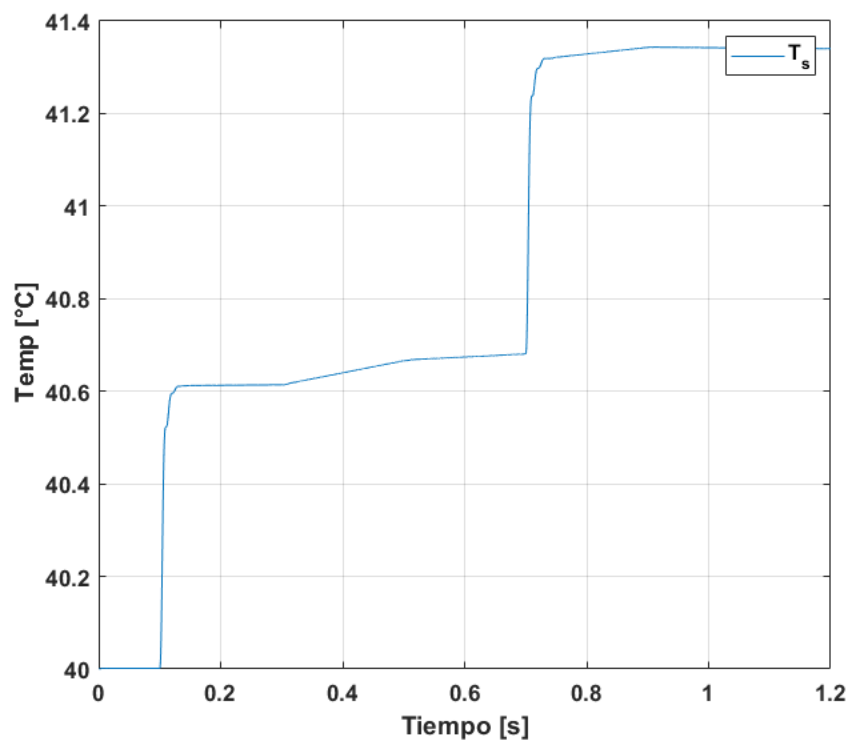


Figura 10: Temperatura vs t.

## **2.2. Diseño, Análisis y Simulación con CONTROLADOR de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial)**

**2.2.1. Modulador de Torque equivalente (Controlador interno vectorial de corriente/torque)**

**2.2.2. Controlador externo de movimientos: posición/velocidad**

**2.2.3. Incorporación y diseño de Observador de Estado de orden reducido sólo para la parte mecánica de este controlador**

**2.2.4. Simulación en tiempo continuo con modelo completo NL**

**2.2.5. Verificación de desempeño y/o mejoras**

## **3. Conclusiones**

## **4. Referencias**