(2) Macro Avançada

Gustavo Baamonde

May 15, 2021

1 Modelo

O Lagrangiano será:

$$\mathcal{L} = log(c_1) + b(log(1 - l_1) + \beta E_1[log(c_2 + blog(1 - l_2)] - \lambda[w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{1 + r} - c_1 - \frac{c_2}{1 + r}] \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{c_1} = \frac{1}{c_1} - \lambda = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{l_1} = -\frac{b}{1 - l_1} - \lambda A_1 = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{c_2} = \beta E_1 \left(\frac{1}{c_2}\right) - \frac{\lambda}{1 + r} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{c_1} = \beta \frac{b}{1 - l_2} - \frac{\lambda A_2}{1 + r} = 0 \tag{5}$$

Usando as equações acima, podemos mostrar que:

$$\frac{1}{c_1} = \beta(1 + r)E_1(\frac{1}{c_2}) \tag{6}$$

Assumindo que $1 + r = \frac{1}{\beta}$, temos:

$$\frac{1}{c_1} = E_1(\frac{1}{c_2}) \tag{7}$$

Usando as outras equações do Lagrange, podemos mostrar também que:

$$\frac{A_1}{c_1} = \frac{b}{1 - l_1} \tag{8}$$

E

$$\frac{A_2}{c_2} = \frac{b}{1-l_2} \tag{9}$$

Reescrevendo a restrição como;

$$A_2 l_2 = c_2 - (1+r)\left(A_1 l_1 - c_1\right). \tag{10}$$

Podemos mostrar que:

$$c_2 = \frac{A_2 + (1+r)\left(A_1 l_1 - c_1\right)}{1+b}. \tag{11}$$

Sabendo que:

$$\frac{(1-l_1)A_1}{b} = c_1 \tag{12}$$

Juntando as duas, temos:

$$\frac{1}{c_2} = \frac{1+b}{A_2 + (1+r)\left[A_1 l_1 - \frac{A_1(1-l_1)}{b}\right]} \tag{13}$$

Além disso, da equação 8 e da equação de euler, temos que:

$$\frac{b}{A_1\left(1-L_1\right)} = E_1\left[\frac{1+b}{A_2 + (1+r)\left[A_1 L_1 - \frac{A_1(1-L_1)}{b}\right]}\right] \tag{14}$$

Isolando para b, temos

$$b = E_1\left[\frac{(1+b)\left(1-L_1\right)}{\frac{A_2}{A_1} + \beta\left[L_1 - \frac{(1-L_1)}{b}\right]}\right] \tag{15}$$