

## (7) Macro Avançada

Gustavo Baamonde

June 1, 2021

- Modelo de *overlapping generations*
- Um jovem e um velho;
- Jovens produzem mas não consomem, velhos consomem não produzem;
- Agentes trabalham  $n$  e consomem  $c$

Se eles estocam:

$$\max_n [U(n) - n] \quad (1)$$

$$U'(n^*) = 1 \quad (2)$$

O interessante é se não pode estocar. Assim, se uma unidade de moeda é  $p$ , o jovem pode produzir  $n$  e vender no mercado e conseguir  $pn$  unidade de dinheiro. Se não há inflação, quando velho eles compram  $\frac{pn}{p'} = n$  unidade de produto. Assim, introduzir moeda na economia pode levar a produção, os agentes dão valor à moeda. Mas como as coisas funcionam se a quantidade de moeda muda ou a taxa de crescimento da moeda afeta a produção?

Vamos assumir que cada membro da geração de velhos começa com  $m$  unidades de dinheiro, e cada agente jovem recebe uma transferência lump-sum de  $(x - 1)m$  entre sua idade jovem e velha. Assim o jovem resolve:

$$\max_n \left[ U \left( \frac{pn + (x - 1)m}{p'} \right) - n \right] \quad (3)$$

Onde  $p$  é o preço da moeda quando novo e  $p'$  quando velho. A condição de primeira ordem é:

$$U' \left( \frac{pn + (x - 1)m}{p'} \right) \frac{p}{p'} = 1 \quad (4)$$

Para resolver esse problema temos que fazer uma conjectura sobre os valores de  $p$  e  $p'$  e examinar se essa conjectura é válida. Isso é o mesmo que achar o Equilíbrio de Expectativas Racionais.

Uma conjectura natural é:

$$p = km \quad (5)$$

Isto é, os preços aumentam na proporção da quantidade de moeda na economia. É natural pois a quantidade de moeda é uma característica da economia que realmente muda ao longo do tempo.

Vamos considerar o caso em que a quantidade produzida é constante e igual à  $\hat{n}$ . Isso implica que:

$$\hat{n} = \frac{m}{p} \quad (6)$$

Então temos que:

$$U' \left( \frac{km\hat{n} + (x-1)km\hat{n}}{km'} \right) \frac{km}{km'} = 1 \quad (7)$$

Sabendo que  $\hat{n} = \frac{m}{p}$ , ficamos com

$$U' \left( \frac{km\hat{n} + (x-1)km\hat{n}}{kxm} \right) \frac{km}{kxm} = 1 \quad (8)$$

Ou seja,

$$U'(\hat{n}) = x \quad (9)$$

Portanto, um aumento no crescimento da moeda leva a uma queda na produção. Isso vai contra o esperado se você olhar para a evidência empírica.

O que está acontecendo aqui é que a injeção de moeda reduz o incentivo do jovem trabalhar para conseguir dinheiro (inflation tax). Para contornar esse problema poderíamos assumir que a injeção de dinheiro adquirido pelo agente mais jovem. O problema então fica:

$$\max_n \left[ U \left( \frac{pn + (x-1)pn}{p'} \right) - n \right] \quad (10)$$

FOC

$$U \left( \frac{pn + (x-1)pn}{p'} \right) \frac{px}{p'} = 1 \quad (11)$$

Isto é:

$$U(n^*) = 1 \quad (12)$$