(5) Macro Avançada

Gustavo Baamonde

May 29, 2021

1 Resolução do Problema

1.1 Enunciado

Seja da função de produção Cobb-Douglas

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \tag{1}$$

Uma fração δ do estoque de capital deprecia em cada período. O agente representativo maximiza a utilidade

$$U_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_0 \left[\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right]. \tag{2}$$

Ele pode oferecer uma unidade de trabalho sem custo para receber a renda w_t. A renda total pode ser alocada entre consumo e investimento de capital. A produtividade segue um processo autorregressivo de primeira ordem:

$$\ln A_t = \rho \ln A_{t-1} + \epsilon_t, \tag{3}$$

onde ϵ_t é um ruído branco.

1.2 Construção

Podemos começar calculando as produtividades marginais do trabalho e capital na função de produção

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L} = (1-\alpha) A_t \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha} = (1-\alpha) A_t k_t^{\alpha} = w_t$$
$$\frac{\partial Y_t}{\partial K} = \alpha A_t \left(\frac{L_t}{K_t} \right)^{1-\alpha} = \alpha A_t k_t^{\alpha-1} = r_t$$

A restrição orçamentária será:

$$k_{t+1} = (1 - \delta + r_t)k_t + w_t - c_t$$

Temos o problemas de maximizar

$$\cdots + \beta^t \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \beta^{t+1} E_t \left[\frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right] + \ldots$$

que pode ser reescritos como

$$\cdots + \beta^t \frac{[(1-\delta+r_t)k_t + w_t - k_{t+1}]^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \beta^{t+1} E_t \left[\frac{[(1-\delta+r_t)k_{t+1} + w_t - k_{t+2}]^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right] + \ldots$$

Derivando em relação a K_{t+1}, obtemos

$$-c_t^{-\sigma} + \beta E_t[c_{t+1}^{-\sigma}(1 - \delta + r_{t+1})] = 0$$

$$\frac{1}{c_t^{\sigma}} = \beta E_t \left[\frac{1 - \delta + r_{t+1}}{c_{t+1}^{\sigma}} \right] \tag{4}$$

Podemos substituir r_t e w_t na equação acima

$$\frac{1}{c_t^{\sigma}} = \beta E_t \left[\frac{1 - \delta + \alpha A_{t+1} \left(\frac{L_{t+1}}{K_{t+1}}\right)^{1-\alpha}}{c_{t+1}^{\sigma}} \right]$$

Como $L_t = 1$, podemos reescrever a dinâmica do consumo (equação de Euler) como

$$\frac{1}{C_t^{\sigma}} = \beta E_t \left[\frac{1 - \delta + \alpha A_{t+1} K_{t+1}^{1-\alpha}}{C_{t+1}^{\sigma}} \right] \tag{5}$$

e a do capital como

$$k_{t+1} = \left(1 - \delta + \alpha A_t \left(\frac{L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha}\right) k_t + (1-\alpha) A_t \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha} - c_t$$

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + A_t K_t^{\alpha} - C_t \tag{6}$$

1.3 Steady State

No steady-state teremos $K_t = K^*$, $C_t = C^*$ e $A_t = A^*$. Então

$$\ln A^* = \rho \ln A^* \implies A^* = 1 \tag{7}$$
$$C^* = A^* K^{*\alpha} - \delta K^* = K^{*\alpha} - \delta K^* \tag{8}$$

e da Equação de Euler

$$1 = \beta \left(1 - \delta + \alpha A^* K^{*\alpha - 1}\right)$$
$$K^* = \left(\frac{\alpha\beta A^*}{1 - \beta + \beta\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{\alpha\beta}{1 - \beta + \beta\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \tag{9}$$

1.4 Log-Linearization

Queremos log-linearizar as equações (5), (3) e (6) em torno do steady-state acima. Usando uma aproximação de Taylor de 1ª ordem [1], o lado esquerdo da eq. (6) será

$$\ln K_{t+1} = \ln K^* + \frac{K_{t+1} - K^*}{K^*} = \ln K^* + \hat{K}_{t+1}, \tag{10}$$

O lado direito é um pouco mais complicado. Temos que:

$$f(K_t, A_t, C_t) = \ln[(1-\delta)K_t + A_t K_t^\alpha - C_t]$$
$$\frac{\partial f}{\partial K_t} = \frac{1 - \delta + \alpha A_t K_t^{\alpha-1}}{(1-\delta)K_t + A_t K_t^\alpha - C_t}$$
$$\frac{\partial f}{\partial A_t} = \frac{K_t^\alpha}{(1-\delta)K_t + A_t K_t^\alpha - C_t}$$
$$\frac{\partial f}{\partial C_t} = \frac{-1}{(1-\delta)K_t + A_t K_t^\alpha - C_t}$$

Utilizando os valores de K^*, A^* e C^*, vemos que o termo do denominador das derivadas fica

$$(1-\delta)K^* + A^* K^{*\alpha} - C^* = (1-\delta)K^* + K^{*\alpha} - K^{*\alpha} + \delta K^* = K^*$$

[1] A aproximação da função $f(x)$ em torno de um valor a será $f(a) + f'(a)(x - a)$

de modo que

$$
\begin{aligned}
f(K^*, A^*, C^*) &= \ln[(1-\delta)K^* + A^*K^{*\alpha} - C^*] = \ln K^* \\
\left.\frac{\partial f}{\partial K_t}\right|_{K^*,A^*,C^*} &= \frac{1-\delta+\alpha K^{*\alpha-1}}{K^*} \\
\left.\frac{\partial f}{\partial A_t}\right|_{K^*,A^*,C^*} &= \frac{K^{*\alpha}}{K^*} \\
\left.\frac{\partial f}{\partial C_t}\right|_{K^*,A^*,C^*} &= \frac{-1}{K^*}
\end{aligned}
$$

Relembrando a estrutura de uma aproximação de Taylor de 1º com três variáveis:

$$
\begin{aligned}
T(K^*, A^*, C^*) = &f(K^*, A^*, C^*) + f_K(K^*, A^*, C^*) * (K_t - K^*) + f_A(K^*, A^*, C^*)(A_t - A^*) \\
&+ f_C(K^*, A^*, C^*)(C_t - C^*)
\end{aligned} \tag{11}
$$

Portanto, teremos

$$
\ln K^* + (1-\delta+\alpha K^{*\alpha-1})\frac{K_t - K^*}{K^*} - \frac{C_t - C^*}{K^*} + \frac{K^{*\alpha}}{K^*}(A_t - A^*)
$$

que pode ser reescrito como

$$
\ln K^* + (1-\delta+\alpha K^{*\alpha-1})\hat{K}_t - \frac{C^*}{K^*}\hat{C}_t + \frac{K^{*\alpha}}{K^*}\hat{A}_t
$$

Finalmente combinando os dois lados, temos

$$
\hat{K}_{t+1} = (1-\delta+\alpha K^{*\alpha-1})\hat{K}_t - \frac{C^*}{K^*}\hat{C}_t + \frac{K^{*\alpha}}{K^*}\hat{A}_t \tag{12}
$$

Podemos reescrever a eq. (5) como:

$$
\begin{aligned}
1 &= E_t\left[\frac{\beta(1-\delta+\alpha A_{t+1}K_{t+1}^{\alpha-1})C_t^\sigma}{C_{t+1}^\sigma}\right] \\
1 &= E_t\left[e^{\ln\left(\frac{\beta(1-\delta+\alpha A_{t+1}K_{t+1}^{\alpha-1})C_t^\sigma}{C_{t+1}^\sigma}\right)}\right] \\
1 &= E_t\left[e^{\ln\beta+\ln(1-\delta+\alpha A_{t+1}K_{t+1}^{\alpha-1})+\sigma\ln C)t-\sigma\ln C_{t+1}}\right] = E_t[e^\phi]
\end{aligned}
$$

A expansão de Taylor para o termo e^{ϕ} ao redor do steady-state resulta em

$$
\begin{aligned}
&e^{\phi^*} + e^{\phi^*}\frac{\alpha(\alpha-1)K^{*\alpha-2}}{1-\delta+\alpha K^{*\alpha-1}}(K_{t+1}-K^*)\\
&e^{\phi^*}\frac{\alpha K^{\alpha-1}}{1-\delta+\alpha K^{*\alpha-1}}(A_{t+1}-A^*)\\
&e^{\phi^*}\frac{\sigma}{C^*}(C_t-C^*) - e^{\phi^*}\frac{\sigma}{C^*}(C_{t+1}-C^*)
\end{aligned}
$$

No steady-state $e^{\phi^*} = e^{\ln\beta-\ln\beta} = 1$, de modo que a expansão acima pode ser reescrita como

$$
\begin{aligned}
1 + \frac{\alpha K^{*\alpha-1}}{1-\delta+\alpha K^{*\alpha-1}}[(\alpha-1)\hat{K}_{t+1} + \hat{A}_{t+1}] + \sigma\hat{C}_t - \sigma\hat{C}_{t+1}\\
1 + (1-\beta+\beta\delta)[(\alpha-1)\hat{K}_{t+1} + \hat{A}_{t+1}] + \sigma\hat{C}_t - \sigma\hat{C}_{t+1}
\end{aligned}
$$

Unindo ambos os lados da Equação de Euler após a expansão de Taylor, obtemos:

$$1 = E_t\left[1 + (1-\beta+\beta\delta)[(\alpha-1)\hat{K}_{t+1} + \hat{A}_{t+1}] + \sigma\hat{C}_t - \sigma\hat{C}_{t+1}\right]$$

que pode ser reescrita como

$$\sigma E_t\left[\hat{C}_{t+1}\right] = \sigma\hat{C}_t + (1-\beta+\beta\delta)E_t\left[\ \hat{A}_{t+1} - (1-\alpha)\hat{K}_{t+1} + \right]. \tag{13}$$

A equação (12) pode ser reescrita como

$$\hat{K}_{t+1} = \frac{1}{\beta}\hat{K}_t - \frac{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta}{\alpha\beta}\hat{C}_t + \frac{1-\beta+\beta\delta}{\alpha\beta}\hat{A}_t$$

Temos, portanto, o seguinte sistema linear

$$
\begin{aligned}
\sigma E_t\left[\hat{C}_{t+1}\right] &= \sigma\hat{C}_t + (1-\beta+\beta\delta)E_t\left[\ \hat{A}_{t+1} - (1-\alpha)\hat{K}_{t+1} + \right]\\
\hat{K}_{t+1} &= \frac{1}{\beta}\hat{K}_t - \frac{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta}{\alpha\beta}\hat{C}_t + \frac{1-\beta+\beta\delta}{\alpha\beta}\hat{A}_t\\
\hat{A}_{t+1} &= \rho\hat{A}_t + \epsilon_{t+1}
\end{aligned}
$$

Podemos supor uma solução da forma

$$
\begin{aligned}
\hat{K}_{t+1} &= v_{kk}\hat{K}_t + v_{ka}\hat{A}_t\\
\hat{C} &= v_{ck}\hat{K}_t + v_{ca}\hat{A}_t
\end{aligned}
$$

Plugando este candidato na eq. (13) obtemos

$$
\begin{aligned}
v_{ck}v_{kk}\sigma\hat{K}_t + (v_{ck}v_{ka} + v_{ca}\rho)\sigma\hat{A}_t = [&\sigma v_{ck} - (1-\beta+\beta\delta)(1-\alpha)v_{kk}]\hat{K}_t \\
&+ [\sigma v_{ca} + (1-\beta+\beta\delta)(\rho - (1-\alpha)v_{ka}]\hat{A}_t.
\end{aligned} \tag{14}
$$

onde usamos que $E_t[\hat{A}_{t+1}] = \rho\hat{A}_t$. Plugando agora a possível solução na eq. (1.4), obtemos

$$
\begin{aligned}
v_{kk}\hat{K}_t + v_{ka}\hat{A}_t = &\left[\frac{1}{\beta} - \frac{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta}{\alpha\beta}v_{dk}\right]\hat{K}_t \\
&+ \left[\frac{1-\beta+\beta\delta}{\alpha\beta} - \frac{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta}{\alpha\beta}v_{ca}\right]\hat{A}_t.
\end{aligned} \tag{15}
$$

Temos, portanto, o seguinte sistema de coeficientes:

$$v_{ck}v_{kk}\sigma = \sigma v_{ck} - (1-\beta+\beta\delta)(1-\alpha)v_{kk} \tag{16}$$

$$(v_{ck}v_{ka} + v_{ca}\rho)\sigma = \sigma v_{ca} + (1-\beta+\beta\delta)(\rho - (1-\alpha)v_{ka} \tag{17}$$

$$v_{kk} = \frac{1}{\beta} - \frac{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta}{\alpha\beta}v_{dk} \tag{18}$$

$$v_{ka} = \frac{1-\beta+\beta\delta}{\alpha\beta} - \frac{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta}{\alpha\beta}v_{ca}. \tag{19}$$

2 Derivação do modelo

[2]

Devemos adicionar elasticidade da oferta de trabalho no modelo do capítulo anterior. Teremos agora uma função utilidade da forma $\ln c_t + \gamma \ln(1-l_t)$. Temos que

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$$

$$\ln A_t = \rho \ln A_{t-1} + \epsilon_t,$$

Queremos maximizar

$$\cdots + \beta^t[\ln c_t + \gamma\ln(1-l_t)] + \beta^{t+1}E_t\left[\ln c_{t+1} + \gamma\ln(1-l_{t+1})\right] + \ldots$$

[2] Esse é um modelo extra que o professor pediu para derivar

sujeito a restrição orçamentária

$$c_t + i_t = r_t k_t + w_t l_t$$

e a lei de movimento do capital $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + Y_t - C_t$

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t \tag{20}$$

Podemos montar o Lagrangeano

$$L = E_o \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c_t + \gamma \ln(1-l_t) - \lambda_t (c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t - w_t l_t - r_t k_t)] \tag{21}$$

que resultará nas CPOs:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = E_t \beta^t \left(\frac{1}{c_t} - \lambda_t \right) = 0 \implies \lambda_t = \frac{1}{c_t} \tag{22}$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_t} = E_t \beta^t \left(-\gamma \frac{1}{1-l_t} + \lambda_t w_t \right) = 0 \implies \gamma \frac{1}{1-l_t} = \lambda_t w_t \tag{23}$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} = E_t \beta^t \left[-\lambda_t + \beta \lambda_{t+1} ((1-\delta) + r_{t+1}) \right] = 0 \implies \lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} (1 + r_{t+1} - \delta). \tag{24}$$

Combinando as três relações acima, obtemos

$$c_t = \frac{w_t(1-l_t)}{\gamma} \tag{25}$$

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left[\frac{1 + r_{t+1} - \delta}{c_{t+1}} \right] \tag{26}$$

As firmas enfrentam o problema estático de maximizar o seu lucro:

$$A_t k_t^{\alpha} l_t^{1-\alpha} - w_t l_t - r_r k_t \tag{27}$$

que resulta em

$$w_t = (1-\alpha) A_t \left(\frac{k_t}{l_t} \right)^{\alpha} \tag{28}$$

$$r_t = \alpha A_t \left(\frac{k_t}{l_t} \right)^{\alpha - 1}. \tag{29}$$

Substituindo esses valores nas relações anteriores obtemos:

$$c_t = \frac{(1-l_t)(1-\alpha)A_t}{\gamma}\left(\frac{k_t}{l_t}\right)^{\alpha} \tag{30}$$

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}}\left[1-\delta+\alpha A_{t+1}\left(\frac{k_{t+1}}{l_{t+1}}\right)^{\alpha-1}\right] \tag{31}$$

O equilíbrio no mercado de bens requer:

$$c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t = A_t k_t^{\alpha} l_t^{1-\alpha}. \tag{32}$$

2.1 Steady-states

No steady-state teremos $c_t = c$, $l_t = l$ e $A_t = A = 1$. Então,

$$\gamma\frac{1}{1-l}c = (1-\alpha)A\left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha}$$
$$c = Ak^{\alpha}l^{1-\alpha} + \delta k$$
$$\frac{k}{l} = \left(\frac{\alpha\beta A}{1-\beta+\delta\beta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Podemos substituir o terceiro termo no primeiro, obtendo

$$c = \frac{(1-l)(1-\alpha)A}{\gamma}\left(\frac{\alpha\beta A}{1-\beta-\delta\beta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

2.2 Log-linearização

Começando a log-linearização por (30), o lado esquerdo será $\ln c + \hat{c}_t$. Teremos no direito

$$f(k_t, l_t, A_t) = \ln(1-l_t) + \ln(1-\alpha) + \ln(A_t) + \alpha\ln k_t - \alpha\ln l_t - \ln\gamma$$
$$f_k = \frac{\alpha}{k_t}$$
$$f_l = -\frac{\alpha}{l_t} - \frac{1}{1-l_t} = \frac{\alpha l_t - \alpha - l_t}{l_t(1-l_t)}$$
$$f_A = \frac{1}{A_t}$$

Fazendo a aproximação de Taylor em torno do steady-state, obteremos

$$\begin{aligned}T &= f(k,l,A) + \frac{\alpha(k_t-k)}{k} + \frac{A_t - A}{A} + \frac{(\alpha l - \alpha - l)(l_t - l)}{l(1-l)} \\ &= f(k,l,A) + \alpha\hat{k}_t + \hat{A}_t + \frac{(a(l-1)-l)}{1-l}\hat{l}_t\end{aligned}$$

Unindo os dois lados da equação, temos

$$\hat{c}_t = +\alpha\hat{k}_t + \hat{A}_t + \frac{(a(l-1)-l)}{1-l}\hat{l}_t \tag{33}$$

Faremos agora a log-linearização da equação de Euler (31)

$$\begin{aligned}1 &= \beta E_t\left[\frac{(1-\delta+\alpha A_{t+1})c_t}{c_{t+1}}\left(\frac{k_{t+1}}{l_{t+1}}\right)^{\alpha-1}\right] \\ &= E_t\left[e^{(\ln\beta+\ln(1-\delta+\alpha A_{t+1})+\ln c_t - \ln c_{t+1} + (\alpha-1)\ln k_{t+1} - (\alpha-1)\ln l_{t+1})}\right] \\ &= E_t[e^{\phi}]\end{aligned}$$

Queremos fazer a aproximação de Taylor de $E_t[e^{\phi}]$ em torno do steady-state.

$$\begin{aligned}f(k_t,l_t,A_t,c_t,c_{t+1}) &= e^{(\ln\beta+\ln(1-\delta+\alpha A_{t+1})+\ln c_t - \ln c_{t+1} + (\alpha-1)\ln k_{t+1} - (\alpha-1)\ln l_{t+1})} \\ f_k &= \frac{(\alpha-1)}{k_{t+1}}e^{\phi} \\ f_l &= \frac{(1-\alpha)}{l_{t+1}}e^{\phi} \\ f_A &= \frac{\alpha}{1-\delta+\alpha A_{t+1}}e^{\phi} \\ f_c &= \frac{1}{c_t}e^{\phi}\end{aligned}$$

Calculando

$$\begin{aligned}T = e^{\phi} &+ \frac{(\alpha-1)}{k}e^{\phi}(k_{t+1}-k) + \frac{(1-\alpha)}{l}e^{\phi}(l_{t+1}-l) \\ &+ \frac{\alpha}{1-\delta+\alpha}e^{\phi}(A_{t+1}-A) + \frac{1}{c}e^{\phi}(c_t - c) - \frac{1}{c}e^{\phi}(c_{t+1}-c)\end{aligned}$$

No steady-state $e^{\phi} = 1$. Portanto, temos

$$1 = E_t\left[1 + (\alpha-1)\hat{k}_{t+1} - (\alpha-1)\hat{l}_{t+1} + \hat{c}_t - \hat{c}_{t+1} + \frac{\alpha\hat{A}_{t+1}}{1-\delta+\alpha}\right]$$

Podemos reescrever

$$E_t\hat{c}_{t+1} = 1 + \hat{c}_t + E_t\left[(\alpha-1)\hat{k}_{t+1} - (\alpha-1)\hat{l}_{t+1} + \frac{\alpha\hat{A}_{t+1}}{1-\delta+\alpha}\right] \tag{34}$$

Fazendo agora para $c_t + k_{t+1} - (1-\delta)k_t = A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha}$:

$$\begin{aligned}
f &= \ln(A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t - +k_{t+1}) \\
f_A &= \frac{k_t^\alpha l_t^{1-\alpha}}{A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t - k_{t+1}} \\
f_{k_t} &= \frac{(1-\delta)}{A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t - k_{t+1}} \\
f_{k_{t+1}} &= \frac{1}{A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} + (1-\delta)k_t - k_{t+1}}
\end{aligned}$$

A aproximação será

$$\begin{aligned}
T &= f(A,k,l) + \frac{k^\alpha l^{1-\alpha}}{k^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k}(A_t - A) + \frac{(1-\delta)}{k^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k}(k_t - k) + \frac{1}{k^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k}(k_{t+1} - k) \\
&= f(A,k,l) + \frac{k^\alpha l^{1-\alpha}}{k^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k}\hat{A}_t + \frac{(1-\delta)}{k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta}\hat{k}_t + \frac{1}{k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta}\hat{k}_{t+1}
\end{aligned}$$

Juntando os dois lados, teremos:

$$\hat{c}_t = \frac{k^\alpha l^{1-\alpha}}{k^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k}\hat{A}_t + \frac{(1-\delta)}{k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta}\hat{k}_t + \frac{1}{k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta}\hat{k}_{t+1} \tag{35}$$

Montando o sistema de equações:

$$\alpha\hat{k}_t = \hat{c}_t - \hat{A}_t - \frac{(a(l-1)-l)}{1-l}\hat{l}_t \tag{36}$$

$$E_t\hat{c}_{t+1} = 1 + \hat{c}_t + E_t\left[(\alpha-1)\hat{k}_{t+1} - (\alpha-1)\hat{l}_{t+1} + \frac{\alpha\hat{A}_{t+1}}{1-\delta+\alpha}\right] \tag{37}$$

$$\hat{c}_t = \frac{k^\alpha l^{1-\alpha}}{k^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k}\hat{A}_t + \frac{(1-\delta)}{k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta}\hat{k}_t + \frac{1}{k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta}\hat{k}_{t+1} \tag{38}$$

$$\hat{A}_{t+1} = \rho\hat{A}_t + \epsilon_{t+1} \tag{39}$$

Vamos supor uma solução da forma:

$$\hat{k}_t = v_{ka}\hat{A}_t + v_{kl}\hat{l}_t + v_{kc}\hat{c}_t \tag{40}$$

$$\hat{c}_{t+1} = v_{ca}\hat{A}_t + v_{kl}\hat{l}_t + v_{kc}\hat{c}_t \tag{41}$$

$$\hat{c}_t = v_{ka}\hat{A}_t + v_{kl}\hat{l}_t + v_{kc}\hat{c}_t \tag{42}$$