(10) Macro Avançada

Gustavo Baamonde

June 30, 2021

1 Problema 10

Nesse problema, a restrição orçamentária é dada

$$\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di + Q_tB_t \leq B_{t-1} + W_tN_t + T_t \tag{1}$$

Aqui, precisamos achar a preço quando eles são flexíveis. Note que temos uma variedade de produtos, logo precisamos saber como a família aloca seus gastos com consumo em cada produto. Portanto, Precisamos maximizar

$$C_t \equiv \left(\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} di\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \tag{2}$$

Sujeito à um nível qualquer de gasto, isto é, sujeito à

$$\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di \equiv Z_t \tag{3}$$

Assim, o Lagrangiano será;

$$\mathcal{L} = \left[\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} di\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \lambda\left(\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di - Z_t\right) \tag{4}$$

A condição de primeira ordem implica que :

$$\begin{aligned} &\tfrac{\epsilon}{\epsilon-1}C_t(i)^{-\frac{1}{\epsilon}}C_t^{\frac{1}{\epsilon}}\tfrac{\epsilon-1}{\epsilon} - \lambda P_t(i) = 0 \\ &C_t(i)^{-\frac{1}{\epsilon}}C_t^{\frac{1}{\epsilon}} = \lambda P_t(i) \end{aligned} \tag{5}$$

Para qualquer dois produtos (i, j), temos

$$\frac{C_t(i)^{-\frac{1}{\epsilon}}C_t^{\frac{1}{\epsilon}}}{C_t(j)^{-\frac{1}{\epsilon}}C_t^{\frac{1}{\epsilon}}} = \frac{\lambda P_t(i)}{\lambda P_t(j)} \tag{6}$$

$$C_t(i) = C_t(j)\left(\frac{P_t(i)}{P_t(j)}\right)^{-\varepsilon} \tag{7}$$

Multiplicando os dois lados por $P_t(j)^{1-\varepsilon}$, temos

$$C_t(i)P_t(j)^{1-\varepsilon} = C_t(j)P_t(j)\left(\frac{1}{P_t(i)}\right)^{\varepsilon}$$

Integrando dois dois lados em j, ou seja, usando a equação 3, temos

$$C_t(i)P_t^{1-\varepsilon} = \left(\frac{1}{P_t(i)}\right)^{\varepsilon} Z$$

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t}{P_t(i)}\right)^{\varepsilon} \frac{Z}{P_t} \tag{8}$$

Plugando esse resultado em

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} di\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$$C_t = ZP_t^{\varepsilon-1} \underbrace{\left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}}_{P_t^{-\varepsilon}}$$

Logo, ficamos com

$$C_tP_t = Z$$

Voltando na equação 8, temos

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t \tag{9}$$

Com isso, note que a restrição orçamentária fica igual ao problema passado (portanto o problema a ser resolvido é igual), ou seja,

$$P_tC_t + Q_tB_t \leq B_{t-1} + W_tN_t - T_t \tag{10}$$

As firmas resolvem o seguinte problema:

$$\max_{P_t(i)} \{P_t(i)Y_t(i) - W_tL_t(i)\} \tag{11}$$

Como as empresas são competidoras monopolísticas, elas maximizam seu lucro levando em consideração o consumo de cada consumidor(ou seja, levando em conta a demanda). Logo, o lucro é dado por:

Sabemos que a função produção é dada por:

$$Y_t = A_t L_t(i) \tag{12}$$

E que no equilíbrio $Y_t = C_t$.

$$\begin{aligned}
\pi_t(i) =& C_t(i)P_t - W_t\frac{C_t(i)}{A_t} \\
=& \left(\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t\right) P_t - \frac{W_t}{A_t}\left(\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t\right) \\
=& \frac{P_t(i)^{(1-\varepsilon)}}{P_t^{-\varepsilon}} C_t - \frac{W_t}{A_t}\left(\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_t(i)}{\partial P_t(i)} =& 0 \\
=& (1-\varepsilon)\frac{P_t^{-\varepsilon}}{\cancel{P_t^{-\varepsilon}}}\cancel{C_t} = (-\varepsilon)\left(\frac{W_t}{A_t}\right)\frac{P_t(i)^{-\varepsilon-1}}{\cancel{P_t^{-\varepsilon}}}\cancel{C_t} \\
=& (1-\varepsilon)\cancel{P_t(i)^{-\varepsilon}} = -\varepsilon\left(\frac{W_t}{A_t}\right)P_t(i)^{-1-\cancel{\varepsilon})}
\end{aligned}$$

Logo, o preço ótimo é dado por:

$$P_t^* = \underbrace{\frac{-\varepsilon}{1-\varepsilon}}_{\text{Mark-up}} \overbrace{\frac{W_t}{A_t}}^{\text{Marginal Cost}} \tag{13}$$

O problema pede o custo marginal real, ou seja, o custo marginal dividido pelo preço. Logo, basta usar a equação 13 acima e chegar que o custo marginal real é dado por:

$$\underbrace{\frac{W_t}{A_t P_t^*}}_{\text{Real Marginal Cost}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \tag{14}$$

Se o problema tivesse empresas em competição perfeita, esse custo marginal real seria igual à 1.