# (1) Macro Avançada II

Gustavo Baamonde

October 16, 2021

## 1 Modelo

[1]

A utilidade é dada por:

$$U_t = \log C_{Y,t} + \beta \log C_{O,t+1} \tag{1}$$

A restrição orçamentária das famílias é:

$$(w - c_{Y,t} - T)(1 + r) + B = c_{O,t+1} \tag{2}$$

Note que o primeiro termo em parênteses representa a poupança do primeiro período, ou seja, quanto investimos, por isso está multiplicada por $(1 + r)$.

Antes de escrever a restrição do governo, vamos definir algumas variáveis:

- $N_t$: jovens no tempo $t$;
- $N_{t-1} = \frac{N_t}{(1+n)}$: velhos em $t$;
- $D$: representa a dívida em títulos do governo.
- Note que $D$ é a dívida total, então para ter a dívida per capita fazemos: $d_{t+1} = \frac{D_{t+1}}{N_t}$.
- $B$: benefício pago aos velhos (aposentadoria);
- $T$: *lump-sum tax*

Com isso em mente, a restrição do governo é dada por:

$$T \cdot N_t + D_{t+1} = B \cdot N_{t-1} + (1 + r)D_t \tag{3}$$

[1] O resultado pode ter algum errinho matemático, mas as restrições estão certas.

Note que do lado esquerdo temos como o governo se financia, com imposto e dívida. Já no lado direito temos o dinheiro que sai, aquele para pagar a aposentadoria e a dívida do período anterior. Dividindo a restrição por $N_t$, temos:

$$T + d_{t+1} = \frac{B}{(1+n)} + \frac{(1+r)}{(1+n)} d_t \tag{4}$$

Para resolver o modelo, podemos substituir a restrição na utilidade e derivar com relação à $c_{Y,t}$.

$$\max_{C_{y,t}} \log C_{Y,t} + \beta \log \left[(w - c_{Y,t} - T)(1+r) + B\right] \tag{5}$$

CPO:

$$\frac{1}{c_{Y,t}} = \frac{\beta(1+r)}{(w - c_{Y,t} - T)(1+r) + B} \tag{6}$$

Isolando o $c_{Y,t}$, temos:

$$\frac{(w - c_{Y,t} - T)(1+r) + B}{c_{Y,t}} = \beta(1+r)$$

$$(w - T)(1+r) + B = c_{Y,t}\beta(1+r) + c_{Y,t}(1+r) \tag{7}$$

$$c_{Y,t} = \frac{(w-T)(1+r) + B}{(1+r)(1+\beta)} \tag{8}$$

Substituindo de volta na restrição orçamentária:

$$c_{O,t+1} = (w - c_{Y,t} - T)(1+r) + B$$

$$c_{O,t+1} = \left(w - \left[\frac{(w-T)(1+r) + B}{(1+r)(1+\beta)}\right] - T\right)(1+r) + B \tag{9}$$

$$c_{O,t+1} = \left(\frac{\cancel{w(1+r)}(1+\beta) - \cancel{(w-t)(1+r)} - B - \cancel{T(1+r)}(1+\beta)}{\cancel{(1+r)}(1+\beta)}\right)\cancel{(1+r)} + B$$

$$c_{O,t+1} = \frac{\beta(w-t)(1+r) - B}{(1+\beta)} + B$$

$$c_{O,t+1} = \frac{\beta}{(1+\beta)}\left[(w-t)(1+r) + B\right]$$

# 2 Dívida

A restrição do governo é:

$$T + d_{t+1} = \frac{B}{(1+n)} + \frac{(1+r)}{(1+n)} d_t \tag{10}$$

Para que a dívida seja constante (*steady-state*), temos que $d = d_t = d_{t+1}$

$$T + d = \frac{B}{(1+n)} + \frac{(1+r)}{(1+n)} d \tag{11}$$

$$d - \frac{(1+r)}{(1+n)} d = \underbrace{\frac{B}{(1+n)} - T}_{\text{deficit primário}} \tag{12}$$

Aqui temos algumas relações interessantes. Perceba que, como indicado, o lado direito da equação acima representa o deficit (ou superavit) primário, ou seja, quanto o governo arrecada e paga de despesa não contando dívida. Já no lado esquerdo temos uma situação interessante, pois, neste modelo, não temos a condição de No-Ponzi Scheme, ou seja, neste modelo podemos ficar financiando a dívida com outra dívida. Note que no caso em que $n > r$, podemos fazer esse esqueda. O pierluca disse que quando os juros estão baixos, como acontece em países desenvolvidos, os economistas já começam a pensar em fazer ponzi scheme para financiar a dívida pública.