

《线性代数 I》 期末考试卷 (A)

注意事项:

1. 本试卷共 12 道题, 第一页 6 题, 第二页 3 题, 第三页 3 题, 共三页, 分三次发布, 每次发布一页, 请在固定的时间段内答题, 不得拖延;
2. 每次只能使用一张答题纸, 不答题也要在答题纸上填写相关个人信息, 然后提交;
3. 答题须规范拍照 (竖拍, JPG 格式), 须按规范命名, 点对点及时发给监考老师。

第二页

(7-9 小题, 共 32 分, 答题时间: 14:10-14:50, 提交时间: 14:50-14:55)

7. (本题 12 分) 讨论方程组 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 1, \\ x_1 + kx_2 + x_3 = k, \\ kx_1 + x_2 + x_3 = k^2 \end{cases}$$
 解的情况, 有无穷多解时请写出通解。

8. (本题 12 分)  $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  和  $\beta_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \beta_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  是  $\mathbb{R}^2$  的两组基,  $\gamma = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 。

- (1) 求从  $\alpha_1, \alpha_2$  到  $\beta_1, \beta_2$  的过渡矩阵;
- (2) 求  $\gamma$  在这两组基下的坐标。

9. (本题 8 分) 设三阶方阵  $A$  有三个不同的非零特征值  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , 对应的特征向量分别为  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ . 令  $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3, \beta_3 = \alpha_3 + \alpha_1$ , 证明  $A\beta_1, A\beta_2, A\beta_3$  线性无关。