2013 级高等数学 I(2)考试卷(A)

使用专业、班级______________ 学号______________ 姓名____________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题得分	

一、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

(1) 已知 $|\boldsymbol{a}|=3, |\boldsymbol{b}|=2$, $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta=\dfrac{2\pi}{3}$, 则 $\mathrm{Prj}_{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{b}=$ ____________

(2) 设 $\mathrm{e}^z-xyz=0$, 则 $\mathrm{d}z=$ __________________________

(3) 交换积分次序, 有 $\int_0^1\mathrm{d}y\int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{2-y}f(x,y)\mathrm{d}x=$ ____________________________________

(4) 设 L 是圆周 $x^2+y^2=2x$, 则曲线积分 $\oint_L(x^2+y^2)\mathrm{d}s=$ ____________

(5) 函数 $f(x)=\dfrac{1}{(1-x)^2}$ 展开成 x 的幂级数, $f(x)=$ __________________________ , $x\in$ __________

本题得分	

二、单项选择题(每小题 4 分, 共 16 分)

(1) 曲线 $\begin{cases}y^2+z^2-2x=0\\ z=3\end{cases}$ 在 xOy 平面上的投影曲线方程是

(A) $\begin{cases}y^2=2x\\ z=0\end{cases}$ (B) $\begin{cases}y^2=2x-9\\ z=0\end{cases}$ (C) $\begin{cases}y^2=2x\\ z=3\end{cases}$ (D) $\begin{cases}y^2=2x-9\\ z=3\end{cases}$ 【 】

(2) 函数 $z=xy^2z$ 在点 $(1,-1,2)$ 处方向导数最大的方向是

(A) $\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+2\boldsymbol{k}$. (B) $-\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$. (C) $-2\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$. (D) $2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$. 【 】

(3) 设 Σ 是分片光滑的闭曲面的外侧, 则其所围立体的体积为

(A) $\dfrac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ (B) $\dfrac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma}x\mathrm{d}x\mathrm{d}y+y\mathrm{d}y\mathrm{d}z+z\mathrm{d}z\mathrm{d}x$

(C) $\dfrac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma}x\mathrm{d}z\mathrm{d}x+y\mathrm{d}x\mathrm{d}y+z\mathrm{d}y\mathrm{d}z$ (D) $\dfrac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z-y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 【 】

(4) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 都发散, 则

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 必发散. (B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$ 必发散.

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n^2+v_n^2)$ 必发散. (D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|u_n|+|v_n|)$ 必发散. 【 】

本题得分	

三、计算下列各题(每小题 8 分, 共 32 分)

(1) 设 $z=x^3f\left(xy,\dfrac{y}{x}\right)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\dfrac{\partial z}{\partial z},\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

(2) 求过点 $(2,1,3)$, 且与两平面 $3x-y+z+6=0$, $x+2y-3z-7=0$ 都平行的直线的方程.

考试形式开卷( )、闭卷(√)开课教研室 大学数学部 命题教师 命题组 命题时间 2013-5-28 使用学期 2013-2014-2 总张数 3 教研室主任审核签字 ______________

(3) 计算二重积分 $\iint\limits_{D}\frac{x^2}{y^2}\mathrm{d}\sigma$, 其中 D 是由直线 $x=2,\ y=x$ 及曲线 $xy=1$ 所围成的闭区域.

(4) 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} z\mathrm{d}v$, 其中 Ω 是由曲面 $z=1-x^2-y^2$ 与平面 $z=0$ 所围成的闭区域.

本题得分	

四、(本题 9 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)}{n!}x^{2n}$ 的收敛域及和函数.

本题得分	

五、(本题 9 分) 在椭球面 $2x^2+y^2+z^2=1$ 上求距离平面 $2x+y-z-6=0$ 最近和最远的点, 并求出最近距离和最远距离.

本题得分	

六、（本题 9 分）计算曲线积分 $\int_L (2xy^3 - y^2\cos x + 2y)\mathrm{d}x + (x - 2y\sin x + 3x^2y^3)\mathrm{d}y$，其中 L 是曲线 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 上从点 $O(0,0)$ 到点 $A(2,0)$ 的有向弧段.

本题得分	

七、（本题 5 分）证明调和级数 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\cdots$ 发散.