《复变函数》期末考试卷 （A）

使用专业、班级＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

题 数	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

本题得分	

一、填空题 〖每空 4 分，共计 20 分〗

1. 已知 $\sin z+\cos z=0$，则 $z=$＿＿＿＿＿＿.

2. 积分 $\oint_C \frac{z\cdot e^{2z}}{(z-1)^2}dz=$＿＿＿＿＿＿，其中 C 是包含 $z=1$ 的正向闭曲线.

3. 求函数 $f(z)=\frac{\ln(1+z)}{z-1}$ 展开成 $z-i$ 的幂级数的收敛半径 $R=$＿＿＿＿＿＿＿。

4. 已知 $f(z)=\frac{2z}{z^2+4}$，则 $\mathrm{Re}s(f(z),\infty)=$＿＿＿＿＿ 。

5. 已知 $L[\cos 2t]=\frac{s}{s^2+4}$， $f(t)=t\cdot e^{-t}\cdot\cos 2t$ 。则 $f(t)$ 的 Laplace 变换

$L[f(t)]=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

本题得分	

二、计算题 〖每小题 9 分，共计 27 分〗

1. 求函数 $f(z)=\frac{(z^2-1)\cdot(z-2)^3}{\sin^3(\pi z)}$ 在扩充复平面上的孤立奇点及分类。如果是极点，请指出它的级数，并说明理由。

2. 已知 $F(s)=\frac{2s^2+s+5}{s^3+6s^2+11s+6}$，求其 Laplace 逆变换 $L^{-1}[F(s)]$。

考试形式开卷（ ）、闭卷（√），在选项上打（√）

开课教研室＿应用数学＿ 命题教师＿唐旭清＿ 命题时间＿2011.12＿ 使用学期＿2011-2012（1）＿ 总张数＿3＿ 教研室主任审核签字＿＿＿＿＿

3. 将函数 $f(z)=\dfrac{1}{z\cdot(1-z)^2}$ 展开成以 $z_0=0$ 中心的圆环域内的洛朗级数。

本题得分	

三、（10 分）计算积分 $\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{(1+x^2)\cdot\cos 2x}{1+x^2+x^4}dx$ 。

本题得分	

四、（11 分）已知函数 $v(x,y)=\arctan(\dfrac{y}{x})$（ $x>0$ ）是调和函数，求以 $v(x,y)$ 为虚部的解析函数 $f(z)=u(x,y)+i\cdot v(x,y)$，其中 $z=x+y\cdot i$ 。

本题得分	

五、（11 分）求函数 $f(t)=e^{-|t|}\cdot\cos 2t$ 的傅氏变换及相应的积分表达式。

本题得分	

六、（10 分）求解初值问题：$\begin{cases} y''+6y'+25y=f(t) \\ y(0)=0, y'(0)=1 \end{cases}$

其中 $f(t)$ 的 Laplace 变换存在。

本题得分	

七、（11 分）求分式线性映射 $w=f(z)$ 将 Z 平面上的上半平面 $\operatorname{Im}(z)>0$ 映射成 W 平面上的圆盘 $|w|<R$，并满足：$f(i)=0$，$f'(i)=1$。