

《 概率论与数理统计 》 期末考试卷 （A）								
使用专业、班级_____ 学号_____ 姓名_____								
题 数	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

本题  
得分

一、填空题【每小题 5 分，共计 25 分】

1、设  $A, B, C$  是三个随机事件，则事件  $\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$  表达的涵义是\_\_\_\_\_。

2、设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立，且  $X \sim N(0, 1/3)$ ， $Y \sim N(0, 2/3)$ ，则  $E[X - Y] =$ \_\_\_\_\_。

3、已知  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $x_1, \cdots, x_n$  来自总体  $X$  的样本（ $n > 1$ ），则  $\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2$  服从的分布为\_\_\_\_\_。

4、已知  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $x_1, \cdots, x_n$  来自总体  $X$  的样本（ $n > 1$ ），其样本均值和样本方差分别记为  $\bar{x}$  和  $s^2$ 。 $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的右侧置信区间是\_\_\_\_\_；相应的所用枢轴量为\_\_\_\_\_（注：指明分布）。

5、概率的定义主要有\_\_\_\_\_；在本课程学习中主要采用\_\_\_\_\_。

本题  
得分

二、【计 10 分】设有甲、乙、丙三人三人比赛，规定：每局两人比赛，胜者与第三人比赛，依次循环，直到有一人连胜两局为止，此人即为冠军。假设每局比赛双方取胜的概率都是 0.5，且局与局之间的胜负结果是相互独立的。现甲、乙两人率先比赛，试求各人获得冠军的概率。

本题  
得分

三、【计 14 分】设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度函数是 
$$p(x, y) = \begin{cases} k \cdot x \cdot (1 - y), & 0 < x^2 < y < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$
 其中  $k$  为常数，且  $k > 0$ ，试求：  
(1) 常数  $k$ ；  
(2) 判别随机变量  $X$  与  $Y$  是否相互独立；  
(3) 设  $Z = X + Y$ ，求  $Z$  的概率密度函数  $p_Z(z)$ 。

考试形式开卷（ ）、闭卷（√），在选项上打（√）  
开课教研室 应用数学 命题教师 命题组 命题时间 2018-12-25 使用学期 2018-2019（1） 总张数 3 教研室主任审核签字 \_\_\_\_\_

1

本题 得分	
----------	--

四、〔11 分〕设  $X \sim \text{Exp}(\lambda^{-1})$ ， $x_1, \cdots, x_n$  来自总体  $X$  的样本  
( $n > 1$ )，试求参数  $\lambda$  的最大似然估计量，并判断它是否是相合估计和无偏估计。

本题 得分	
----------	--

五、〔计 10 分〕已知机器 A 和 B 都生产同一型号的钢管，记它们生产的  
钢管内径分别为  $X$  和  $Y$ 。现从机器 A 和 B 生产的钢管中随机抽出 19 根和 13 根进  
行检测，测得它们的样本方差分别为  $s_1^2 = 0.34$  和  $s_2^2 = 0.29$ 。假设  $X$  和  $Y$  是相互  
独立，且都服从正态分布。试问是否能认为两台机器生产的钢管内径的稳定程度  
(即方差)无显著差异?(取  $\alpha = 0.1$ )

本题 得分	
----------	--

六、〔计 15 分〕某工厂在分析产量与成本关系时，选取 10 个生产小时  
作样本，测得数据如下：

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 777, \sum_{i=1}^{10} y_i = 1629, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 70903, \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 267723, \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 131124。$$

假定成本  $y$  与产量  $x$  间具有近似线性关系，试求：(1)  $y$  对  $x$  的线性回归方  
程；(2) 对建立的回归方程进行显著性检验 ( $\alpha = 0.05$ )；(3) 当  $x = 80.5$ ，  
计算  $y$  的预测区间 ( $\alpha = 0.05$ )。

本题	
得分	

七、〔计 10 分〕设随机变量  $X \sim Ga(\alpha, \lambda)$ ，证明：当  $\alpha \rightarrow +\infty$  时，随机变量  $Y_\alpha = (\lambda X - \alpha) / \sqrt{\alpha}$  依分布收敛于标准正态变量，即

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} P(Y_\alpha \leq y) = \Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-t^2/2} dt$$

其中随机变量  $X$  的特征函数为  $\varphi_X(t) = (1 - it/\lambda)^{-\alpha}$ 。

本题	
得分	

八、〔计 5 分〕东汉末年，曹操和袁绍之间爆发了著名的官渡之战。战争初期，曹操实力远弱于袁绍，节节后撤。在无法继续后撤的地方，即官渡，曹操据险坚守，陷入苦战，危在旦夕。但在此时，袁绍的谋士许攸深夜投奔曹操。曹操听从许攸的计谋，绕道前往乌巢，烧了袁绍的军粮。事件的结果：袁绍军心大乱，曹操以弱胜强。面对这一结果：有人说许攸的叛变是随机事件；也有人说许攸的叛变是必然事件——其必然性是由袁绍的用人特点和许攸的性格特点共同决定的。  
在科学研究中，你该如何认定一件事是随机事件？

附：  $u_{0.95} = 1.645$ ,  $u_{0.975} = 1.96$ ,  
 $F_{0.025}(1,9) = 1/963.28, F_{0.975}(1,9) = 7.21, F_{0.95}(1,9) = 5.12$ ,  
 $F_{0.025}(1,8) = 1/956.66, F_{0.975}(1,8) = 7.57, F_{0.95}(1,8) = 5.32$ ,  
 $F_{0.95}(19,13) = 2.48, F_{0.05}(19,13) = 1 / 2.31, F_{0.90}(19,13) = 2.02$ ,  
 $F_{0.95}(18,12) = 2.57, F_{0.05}(18,12) = 1 / 2.34, F_{0.90}(18,12) = 2.08$   
 $t_{0.95}(8) = 1.8595, t_{0.95}(9) = 1.8331, t_{0.95}(10) = 1.8125$   
 $t_{0.975}(8) = 2.3060, t_{0.975}(9) = 2.2622, t_{0.975}(10) = 2.2281$