

## 2016 级《 数学分析 1 》期末考试卷(A)

使用专业、班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

题 数	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

本题	
得分	

一、填空题 【每小题 5 分，共计 20 分】

- (1) 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}) =$  ( )
- (2) 函数  $y = x^2 \sin 2x$  的二阶微分是 ( )
- (3) 设  $(1,3)$  为  $y = ax^3 + bx^2$  的拐点,则  $a, b$  值分别为 ( ), ( )
- (4) 定积分  $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1-x^2}} dx$  的值是 ( )

本题	
得分	

二、计算题 【8 分】

求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\pi}{2} - \arctan x \right)^{\frac{1}{\ln x}}$ 。

考试形式开卷 ( )、闭卷 (√)，在选项上打 (√)

开课教研室 信息与计算科学系 命题教师 孔祥智 命题时间 2016.12 使用学期 16-17.1

本题	
得分	

三、计算题 【8分】

设  $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ , 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$

本题	
得分	

四、计算题 【8分】

求  $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} dx$

本题 得分	
----------	--

五、计算题 【8分】

设  $f(x) = \int_0^x e^{-y^2+2y} dy$ , 求  $\int_0^1 (x-1)^2 f(x) dx$ .

本题	
得分	

六、计算题 【8 分】

写出  $f(x) = e^{\frac{-x^2}{3}}$  的带拉格朗日型余项的麦克劳林公式并求  $f^{(98)}(0)$ 、 $f^{(99)}(0)$ 。

本题	
得分	

七、证明题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 设  $x_0 > 0, x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{1}{x_n} \right)$ ，证明数列  $\{x_n\}$  收敛并求极限。

2. 证明：当  $a, b, c > 0$  时， $(abc)^{\frac{a+b+c}{3}} \leq a^a b^b c^c$ 。

3. 若  $f(x) \in C[a, b]$ ，证明： $2 \int_a^b f(x) \left[ \int_x^b f(t) dt \right] dx = \left( \int_a^b f(x) dx \right)^2$ 。

4.若  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续,在  $(0,1)$  内可导且  $f(0)=0, f(1)=1$ .证明

1) 存在  $\xi \in (0,1)$  使得  $f(\xi)=1-\xi$ ;

2) 存在两个不同的点  $\sigma, \tau \in (0,1)$  使得  $f'(\sigma)f'(\tau)=1$ 。