

《数值分析》期末考试卷

(B)

使用专业、班级

学号

姓名

题数	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题得分

一、填空题 【每空 1 分，共计 15 分】

1. $x^* = 3.1415$ 作为准确值 π 的近似值，它具有_____位有效数字， $x^* = 3.1416$ 具有_____位有效数字。

2. 序列 $\{y_n\}$ 满足递推关系 $y_n = 5y_{n-1} + 1(n = 1, 2, \cdots)$ 。若 $y_0 = \sqrt{2} \approx 1.41$ （三位有效数字），计算到 y_{20} 时的误差限是_____，这个计算过程是_____（填稳定或不稳定）。

3. $S(x) = \begin{cases} x^3 + x^2, 0 \leq x \leq 1 \\ 2x^3 + bx^2 + cx - 1, 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 是以 0，1，2 为节点的三次样条函数，则 $b =$ _____， $c =$ _____。

4. 形如 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$ 插值型求积公式，其代数精度至少可达_____阶，至多只能达_____阶。

5. 勒让德（Legendre）多项式是区间_____上，带权函数_____的正交多项式。

6. 已知函数表

x_i	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
$f(x_i)$	0.512	0.729	1	1.331	1.728

采用中点公式，计算当 $h = 0.1$ 时， $f'(1.0) =$ _____， $f''(1.0) =$ _____。

7. 迭代过程 $x_{n+1} = \varphi(x_n)(n = 0, 1, \cdots)$ 收敛的一个充分条件是迭代函数 $\varphi(x)$ 满足_____。

8. 解微分方程初值问题的显式 Euler 法是_____阶，隐式 Euler 法是_____阶。

本题得分

二、单选题 【每个 2 分，共计 10 分】

1. 用全主元素消去法解线性方程组 $\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 = -2 \\ -7x_1 + 8x_2 - 10x_3 = 1 \\ x_1 + 20x_2 - 25x_3 = -3 \end{cases}$ 第一次消元选取的主元素是（ ）。

A 20

B -7

C 5

D -25

2. 设线性方程组的系数矩阵 $A = D - L - U$ ，Gauss-Seidel 迭代法的迭代矩阵是（ ）。

A $D^{-1}(L + U)$

B $(D - L)^{-1}U$

C $(D - U)^{-1}L$

D $(D - L)U$

3. 数值积分公式中复合辛普森公式的截断误差是（ ）。

A $O(h^2)$

B $O(h^4)$

C $O(h^6)$

D $O(h^8)$

4. 一元方程牛顿迭代法的迭代格式是（ ）。

A $x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k)$

B $x_{k+1} = x_k + f(x_k)/f'(x_k)$

C $x_{k+1} = x_k - f'(x_k)/f(x_k)$

D $x_{k+1} = x_k + f'(x_k)/f(x_k)$

5. 改进 Euler 法的绝对稳定区间是（ ）。

A $-2 \leq \lambda h \leq 0$

B $-2.51 \leq \lambda h \leq 0$

C $-2.785 \leq \lambda h \leq 0$

D $-\infty \leq \lambda h \leq 0$

考试形式开卷（）、闭卷（√），在选项上打（√）

开课教研室_信计_命题教师_殷萍_命题时间_2023/2/9_使用学期_2022-2023-1_总张数_3_教研室主任审核签字

1

本题 得分	
----------	--

三、给定方程组

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (1) 确定a的取值范围，使方程组对应的 Jacobi 迭代收敛；【7 分】
(2) 当a = 2时，用三角分解法求方程组的解。【8 分】

本题 得分	
----------	--

四、已知函数f(x)的数据表如下

x_i	1	2	3
f_i	2	4	12
f'_i		3	

构造一个不超过三次的插值多项式 $H_3(x)$ 。【15 分】

本题 得分	
----------	--

五、考虑 $\int_a^b f(x)dx$ 的数值积分公式 $\sum_{i=0}^n A_i f(x_i)$

- (1) 陈述具有m次代数精度的定义；【5 分】
(2) 若求积公式是 Gauss 型求积公式， $l_k(x)$ 是 x_k 处对应的 Lagrange 基函数，证明：

$$\int_{-1}^1 l_k^2(x)dx = \int_{-1}^1 l_k(x)dx, k = 0,1,\cdots,n \quad \text{【10 分】}$$

本题	
得分	

六、证明方程 $x^2 + 10x - 18 = 0$ 在 $(1,2)$ 内只有一根。若用简单迭代法 $x_{n+1} = \frac{18-x_n^2}{10}$ 求解此方程，取初始值 $x_0 = 1.5$ ，验证此格式是收敛的。〔15 分〕

本题	
得分	

七、设微分方程初值问题为
$$\begin{cases} y' = \lambda y, (\lambda < 0) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$
(1) 写出求解此问题的改进 Euler 格式；〔5 分〕
(2) 给出该改进 Euler 格式的绝对稳定区间。〔10 分〕