江南大学《线性代数》2020-2021 第二学期期末试卷 A

考生姓名：________ 学号：________ 专业：_________ 班级：___________

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
评卷人										

一、填空题：（每小题 3 分，共 12 分）

装

1、设 $|A|=\begin{vmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{vmatrix}$，则 $A_{12}+A_{22}+A_{32}=$___________________________。

2、$\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\quad&\quad&\quad\\ \\ \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{11}+a_{12}&a_{11}&a_{12}\\a_{21}+a_{22}&a_{21}&a_{22}\\a_{31}+a_{32}&a_{31}&a_{32}\end{pmatrix}$。

3、 $A_{m\times n}x=0$ 有非零解的充要条件为____。

4、过点 $A(3,1,2)$ 和直线 $l:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{-3}$ 的平面为__________________________。

订

二、选择题：（每小题 3 分，共 12 分）

1、一个 $m\times n$ 矩阵 A 共有［　　］种可能的秩。

（A）m，　（B）n，　（C）$min\{m,n\}$，　（D）$min\{m,n\}+1$

2、设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 和 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$ 都是 n 维向量组，$k_1,k_2,\cdots k_m$ 和 $p_1,p_2,\cdots p_m$ 都是不全为零的数组，使得

$$(k_1+p_1)\alpha_1+(k_2+p_2)\alpha_2+\cdots+(k_m+p_m)\alpha_m+(k_1-p_1)\beta_1+(k_2-p_2)\beta_2+\cdots+(k_m-p_m)\beta_m=0$$

则［　　］。

（A）$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 和 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$ 都线性无关；

线

（B）$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 和 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$ 都线性相关；

（C）$\alpha_1+\beta_1,\alpha_2+\beta_2,\cdots,\alpha_m+\beta_m,\alpha_1-\beta_1,\alpha_2-\beta_2,\cdots,\alpha_m-\beta_m$ 线性无关；

（D）$\alpha_1+\beta_1,\alpha_2+\beta_2,\cdots,\alpha_m+\beta_m,\alpha_1-\beta_1,\alpha_2-\beta_2,\cdots,\alpha_m-\beta_m$ 线性相关。

3、A 为 $m\times n$ 矩阵，且 $m<n$, $Ax=0$ 是 $Ax=b$ 的导出线性方程组，则下述结论正确的是 [

] 。

（A） $Ax=b$ 必有无穷多解；　　（B） $Ax=0$ 必有无穷多解；

（C） $Ax=0$ 只有零解；　　（D） $Ax=b$ 必无解。

4、已知向量 $\alpha=\begin{pmatrix}-1\\1\\k\end{pmatrix}$ 是矩阵 $A=\begin{pmatrix}4&6&0\\-3&-5&0\\-3&-6&1\end{pmatrix}$ 的特征向量，则 $k=$ [　　] 。

（A）－2；　　（B）－1；　　（C）0；　　（D）1。

三、计算题：（每小题 12 分，共 60 分）

1、计算下列行列式：

（1） $\begin{vmatrix}0&1&1&1\\1&0&1&1\\1&1&0&1\\1&1&1&0\end{vmatrix}$；　　（2） $\begin{vmatrix}1&a_1&0&\cdots&0&0\\-1&1-a_1&a_2&\cdots&0&0\\0&-1&1-a_2&\cdots&0&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots\\0&0&0&\cdots&-1&1-a_n\end{vmatrix}$。

2、已知 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$A^{-1}BA=6A+BA$，求 B。

装

3、设 3 阶矩阵 A 的特征值为 1、2、－1，试求 $(A^*)^2+I$ 的行列式，其中 I 是单位矩阵。

订

线

4、设 $A=BC=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 7 & -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 4 & 5\\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$

（1）写出 $Ax=0$ 的一个基础解系；

（2）写出由 A 的列向量组成的线性子空间的一个基；

（3）求方程 $Ax=\begin{pmatrix}3\\ 3\\ 21\end{pmatrix}$ 的通解。

5、设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+5x_2^2+cx_3^2-2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$ 的秩为 2，

（1） 求参数 c 及二次型矩阵的特征值；

（2） 指出方程 $f(x_1,x_2,x_3)=1$ 表示何种二次曲面。

四、证明题：（每小题 8 分，共 16 分）

1、求证： $R(AB)\le\min\{R(A),R(B)\}$。

2、设 n 阶矩阵满足 $A^2=I$，并且 A 不是数量矩阵（即 $A\neq kI$），证明有两个特征值：1 和－1。其中 I 是单位矩阵

装

订

线