理学院 2018 级 《数学分析（1）》期末考试卷（A）

使用专业、班级_______________ 学号_____________ 姓名__________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

本题得分	

一、填空题〖每小题 5 分，共计 20 分〗

1.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x<0,\\ \ln(x+a), & x\geq 0,\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，则 $a=$____.

2. 已知函数 $y=(x)^{\sin x}$，则 $dy=$ __________.

3. $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}(\cos\frac{\pi}{n}+\cos\frac{2\pi}{n}+\cdots+\cos\frac{n-1}{n}\pi)$ 的值为 __________.

4.若 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上可积，则 $\int_{-1}^{1}(x\sin^4 x+e^x)dx=$ __________.

本题得分	

二、选择题 〖每小题 5 分，共计 20 分〗

（1） 设 $f(x)=\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}$，则下列答案正确的是（ ）

（A）$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$ （B） $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=2$

（C） $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\infty$ （D） $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在，且不是∞

（2） 若 $x\to 0$ 时，$(1-ax^2)^{\frac{1}{4}}-1$ 与 $x\sin x$ 是等价无穷小，则 $a=$（ ）

（A）1. （B）2. （C）-4. （D）4.

（3） 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x, & x\leq 0,\\ \dfrac{a+b\cos x}{x}, & x>0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，则 （ ）

（A）$a=-2,b=-2$ （B）$a=2,b=-2$

（C）$a=-1,b=-1$ （D）$a=1,b=1$

（4） $f(x)$ 为连续函数，且 $F(x)=\int_{3x}^{\sin x}f(t)dt$，则 $F'(x)=$（ ）

（A） $f(\sin x)+f(3x)$ （B） $f(\sin x)-f(3x)$

（C） $f(\sin x)\cos x+3f(3x)$ （D） $f(\sin x)\cos x-3f(3x)$

本题得分	

三、计算题 〖每小题 7 分，共计 28 分〗

（1）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\tan x}{x-\sin x}$

考试形式开卷（ ）、闭卷（√），在选项上打（√）

开课教研室 信计系 命题教师： 程 浩 命题时间 2018.12 使用学期 2018-2019-01 总张数 3 教研室主任审核签字______________

（2）已知函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{y}+6xy+x^{2}-1=0$确定，求y'' 在$(0,0)$ 处的值.

（3）计算$\int_{0}^{1}\sqrt{x}\sin(\pi\sqrt{x})dx$

（4）设$2\int_{0}^{1}f(x)dx+f(x)-x=1$，求函数 $f(x)$ 的表达式.

本题得分	

四、（本题 8 分）

证明：函数 $f(x)=\sqrt[3]{x}$ 在$[0,+\infty)$上一致连续.

本题得分	

五、（本题 8 分）证明：当 $0<x<1$ 时，$\dfrac{\ln(1+x)}{\arcsin x}>\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}$.

本题得分	

六、（本题 8 分）求函数 $f(x)=\arctan x$ 的带佩亚诺型余项的麦克劳林公式（注：到含 x^5 的项）.

.

本题得分	

七、（本题 8 分）设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可微，且 $f(1)-2\int_0^{\frac{1}{2}}xf(x)dx=0$，证明：至少存在一点 $\xi\in(0,1)$，使得 $f'(\xi)=-\dfrac{f(\xi)}{\xi}$.