2014级高等数学 I(2) 考试卷 (A)

使用专业、班级______________ 学号______________ 姓名____________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题得分	

一、填空题(每小题4分, 共20分)

(1) 已知 $\boldsymbol{a}=(1,-5,5)$, $\boldsymbol{b}=(1,-3,2)$, $\boldsymbol{c}=(401,0,0)$, 则 $\boldsymbol{a}\times(2\boldsymbol{b})+5\boldsymbol{c}=$ ______________

(2) 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $xe^x-ye^y=ze^z$ 确定, 则 $\mathrm{d}z=$ ______________

(3) 交换积分次序, 有 $\int_1^{e^2}\mathrm{d}x\int_0^{\ln x}f(x,y)\mathrm{d}y=$ ______________

(4) 设 Σ 是圆柱体 $\Omega=\left\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2\le R^2, 0\le z\le h\right\}$ $(R>0,h>0)$ 的整个表面外侧, 则曲面积分

$\oiint_{\Sigma} zx\mathrm{d}y\mathrm{d}z+xy\mathrm{d}z\mathrm{d}x+yz\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ ______________

(5) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{2^n\sqrt{n}}$ 的收敛域是 ______________

本题得分	

二、单项选择题(每小题4分, 共16分)

(1) 函数 $u=xy^z$ 在点(1,1,1)处沿方向 $\boldsymbol{l}=(1,2,2)$ 的方向导数是

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3. 【 】

(2) xOz 面上的曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ $(a>0,c>0)$ 绕 x 轴旋转一周形成的旋转曲面的方程是

(A) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$. (B) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{c^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$. (C) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$. (D) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{c^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$. 【 】

(3) 设在上半平面 $y>0$ 内 $\frac{x\mathrm{d}y+ky\mathrm{d}x}{x^2+y^2}$ 是某二元函数 $u(x,y)$ 的全微分, 则 k 的值为

(A) -1. (B) 0. (C) 1. (D) 2. 【 】

(4) 设 $u_n=(-1)^{n-1}\sin\frac{1}{\sqrt{n}}$ $(n=1,2,3,\cdots)$, 则

(A) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 都发散. (B) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 收敛.

(C) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛, 而级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 发散. (D) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 都收敛. 【 】

本题得分	

三、计算下列各题(每小题8分, 共32分)

(1) 设 $z=f(x^2-y^2, e^y\sin x)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

(2) 求过两条平行直线 $\frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$ 和 $\frac{x-4}{5}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{1}$ 的平面的方程.

考试形式开卷( )、闭卷(√)开课教研室 大学数学部 命题教师 命题组 命题时间 2015-5-20 使用学期 2014-2015-2 总张数 3 教研室主任审核签字 ______________

(3) 计算二重积分 $\iint\limits_D (x+2y)\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}\sigma$, 其中 D 是由圆 $x^2+y^2=2x$ 所围成的平面区域.

(4) 求由上半球面 $x^2+y^2+z^2=2a^2\ (z\ge 0)$ 与圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的立体的体积.

本题得分	

四、(本题 8 分) 将函数 $f(x)=\arctan x$ 展开成 x 的幂级数, 并求级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2n+1}$ 的和.

本题得分	

五、(本题 9 分) 计算曲线积分 $I=\int_L (\mathrm{e}^x\sin y-x-y)\mathrm{d}x+(\mathrm{e}^x\cos y+x)\mathrm{d}y$, 其中 L 是曲线 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 上从点 $A(2,0)$ 到点 $O(0,0)$ 的有向弧段.

本题得分	

六、(本题10分)设有椭球面Σ: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$, 其中$a>0,b>0,c>0$.

(1) 证明Σ上任一点(x_0,y_0,z_0)处的切平面方程为 $\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}+\frac{z_0z}{c^2}=1$.

(2) 在第一卦限内作Σ的切平面, 使该切平面与三坐标面所围成的四面体的体积最小. 求切点坐标及最小体积.

本题得分	

七、(本题5分)已知$\lim\limits_{n\to\infty}\left|\frac{u_n}{u_{n+1}}\right|=\rho$且$\rho<1$, 问级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$是否一定收敛或一定发散?

如果一定, 请证明你的结论；如果不一定请举例说明.