

# 扬州大学《离散数学》2020-2021 第二学期期末试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
分数										

## 注意事项:

- 答卷前请将密封线内的项目填写清楚。重修学生需明确标注重修。
- 所有试题不得在试卷上作答，均填写到答题纸上，考试结束后将答题纸和试卷一并交回。

得分	评判人

## 一、选择题（每小题3分，本题共24分）

- [ ]1. 下列命题是真命题的是 ( )
- A.  $2 < 1$  当且仅当  $3 < 2$       B.  $2 > 1$  仅当  $3 < 2$
- C.  $2 < 1$  且  $3 < 2$       D.  $2 < 1$  或  $3 < 2$
- [ ]2. 下列公式中，与其它公式不等值的是 ( )
- A.  $A \rightarrow A$     B.  $A \leftrightarrow A$     C.  $A \vee 1$     D.  $A \vee 0$
- [ ]3. 下列推理中，错误的是 ( )
- A.  $A \Rightarrow A \vee B$       B.  $A \wedge B \Rightarrow A$
- C.  $(A \vee B) \wedge \neg B \Rightarrow A$       D.  $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow A$
- [ ]4. 设公式  $A(x)$  中含  $x$  的自由出现， $B$  中不含  $x$  的自由出现，则下列等值式不正确的是 ( )
- A.  $\forall x(A(x) \vee B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \vee B$     B.  $\forall x(A(x) \wedge B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \wedge B$
- C.  $\forall x(A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow B$     D.  $\forall x(B \rightarrow A(x)) \Leftrightarrow B \rightarrow \forall x A(x)$

- [ ]5. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ，则下列关系中哪一个是  $A$  上的自反关系 ( )

- A.  $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$       B.  $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$
- C.  $\{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \}$       D.  $\{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \}$

- [ ]6. 下列关系中不能构成函数的是 ( )

- A.  $F = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{N}, x+y=1 \}$     B.  $F = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{Z}, x+y=1 \}$
- C.  $F = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{Q}, x+y=1 \}$     D.  $F = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in \mathbb{R}, x+y=1 \}$

- [ ]7. 设  $n\mathbb{Z} = \{nz \mid z \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$ ，则下列代数系统中，具有单位元的是

- ( )
- A.  $\langle \mathbb{Z}, \times \rangle$     B.  $\langle 3\mathbb{Z}, \times \rangle$     C.  $\langle 5\mathbb{Z}, \times \rangle$     D.  $\langle 7\mathbb{Z}, \times \rangle$

- [ ]8. 下列代数系统中，具有幂等律的是 ( )

- A. 半群    B. 含么半群    C. 群    D. 格

得分	评判人

## 二、填空题（每小题2分，本题共16分）

- [ ]1. 公式  $(p \rightarrow q) \wedge p$  的类型是\_\_\_\_\_
- [ ]2. 在一阶逻辑中，“火车都比汽车快”符号化为\_\_\_\_\_
- [ ]3. 设  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ，则  $P(\cup A) =$ \_\_\_\_\_
- [ ]4. 设  $A = \{1, 2, 3\}$ ， $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$ ，则  $R \circ R =$ \_\_\_\_\_
- [ ]5. 设  $A = \{1, 2, 3\}$ ，则  $A$  上有\_\_\_\_\_个等价关系。（填数字）

[ 16.  $f: N \rightarrow N$  且  $f(x) = \begin{cases} 2^x & x=2n+1, n \in N \\ x^2 & x=2n, n \in N \end{cases}$ ,

$f^{-1}(\{0,1,2\}) = \underline{\hspace{2cm}}$

[ 17. 在  $\langle Z_3, \oplus \rangle$  中,  $\oplus$  为模 3 的加法, 则  $1^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

[ 18. 设  $S = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $\leq$  为整除关系, 在格  $\langle S, \leq \rangle$  中,  $2 \wedge 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

得分	评判人

答题 (每小题 2 分, 本题共 20 分)

[ 11. “只有 6 是奇数 3 才能被 2 整除.” 是真命题。 ( )

[ 12. 公式的主析取范式可以确定公式的真值表。 ( )

[ 13. 命题逻辑中, 前提为假可以推出任何结论。 ( )

[ 14.  $\{a\} \in \{a, b, \langle a, b \rangle, \{a, b\}\}^\circ$  ( )

[ 15. 偏序集中, 上确界是极大元。 ( )

[ 16. 函数  $f$  有反函数仅当  $f$  是单射。 ( )

[ 17. 减法是整数集上的运算。 ( )

[ 18. 半群中的元素可以没有逆元。 ( )

[ 19. 任何偏序集都可以构成格。 ( )

[ 110. 空集的幂集是空集。 ( )

得分	评判人

答题 (每小题 8 分, 本题共 40 分)

[ 11. 求公式  $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$  的真值表, 并用真值表求公式的主析取范式,

给出所有成真赋值。

[ 12. 构造下列推理的证明

前提:  $p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \neg s$

结论:  $r \wedge (p \vee q)$

[ 13. 在 1~1 000 之间 (包括 1 和 1 000 在内) 可以被 3 或 5 整除, 但不能被 7 整除的数有多少个?

[ 14. 设  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $R$  是  $A$  上的关系且  $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 4, 5 \rangle\}$ , 设

$R^* = \text{tsr}(R)$ , 则  $R^*$  是  $A$  上的等价关系。

(1) 给出  $R^*$  的关系矩阵;

(2) 写出  $R^*$  导出的划分。

[ 15. 设  $A = \{a, b, c, d\}$ , 其中:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\circ$  为矩阵的乘法。

(1) 给出  $A$  关于  $\circ$  运算的运算表;

(2)  $\langle A, \circ \rangle$  中是否有单位元, 如果有, 请写出单位元和所有可逆元

素的逆元。