2016级《线性代数I》期末考试卷(A)

班级____________ 学号______________ 姓名_____________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					

本题得分	

一、填空题(每小题4分,共20分)

(1)设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, 则其伴随矩阵 $A^*=$________.

(2)设 A 是三阶矩阵,若 A 的行列式 $|A|=2$, 则 $|3A|=$____

(3)设 $A=\begin{pmatrix}1&1\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, $B=\begin{pmatrix}1&1\end{pmatrix}$,则 $(AB)^3=$________

(4)$\mathbb{R}^2$ 的一组基 $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ 到另一组基 $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ 的过渡矩阵是 ________

(5)若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+6x_3^2+2ax_1x_3+4x_2x_3$ 正定,则 a 的范围是________.

本题得分	

二、选择题(每小题4分,共20分)

(1)设 A,B 都是 n 阶方阵,若 $AB=O$, 则下列一定成立的是【 】

(A)$A=O$ 或 $B=O$ (B)A,B 都不可逆

(C)A,B 至少有一个不可逆 (D)$A+B=O$

(2)下列矩阵中不是初等矩阵的是【 】

(A)$\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ (B)$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$,(C)$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}$ (D)$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

(3)向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\,(n\ge 2)$ 线性相关的充分必要条件是【 】

(A)$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中含有零向量

(B)$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中有两个向量对应分量成比例

(C)$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中每一个向量都可以用其它向量线性表示

(D)$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 中至少有一个向量可以用其它向量线性表示

(4)若 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 相似于对角阵,则【 】

(A)$\boldsymbol{A}$ 为可逆矩阵 (B)$\boldsymbol{A}$ 为实对称阵;

(C)$\boldsymbol{A}$ 有 n 个不同的特征值 (D)$\boldsymbol{A}$ 有 n 个线性无关的特征向量

(5)设 A 是 6×5 矩阵.若齐次线性方程组 $Ax=0$ 的解空间是2维的,则齐次线性方程组 $A^Tx=0$ 的解空间的维数是【 】

(A) 2 (B)3 (C)4 (D) 6

本题得分	

三、解答题(共53分)

(1)(本题8分) 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}-1&-1&0\\1&-2&0\\2&2&-4\end{pmatrix}$,且 $AB=A-2B$,求矩阵 B.

考试形式开卷( )、闭卷(√),在选项上打(√)

开课教研室 大学数学部 命题教师_______ 命题时间 2017-5-20 使用学期 16-17-2 总张数 3 教研室主任审核签字

（2）（本题 15 分）

讨论λ取何值时，线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=0 \\ x_1+(1+\lambda)x_2+x_3=\lambda \\ (1+\lambda)x_1+x_2+x_3=\lambda^2 \end{cases}$ (1) 有唯一解；(2) 无解；(3) 有无穷多解并求出通解.

（3）（本题 15 分）已知向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\3\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}-2\\-1\\2\end{pmatrix}$，$\alpha_5=\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}$，求向量组的秩、最大无关组，并将其余向量用最大无关组表示出来.

（4）（本题 15 分） 求一个正交变换 $x = Py$ ，将二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^3 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$$

化为标准形。

本题得分	

四、（本题 7 分） 设 λ 是实对称矩阵 A 的特征值，证明: λ^2 是 A^2 的特征值。