2-3 谓词公式与翻译

谓词公式

一、 原子谓词公式

称 n 元谓词 $P(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ 为原子谓词公式。

例如 P，Q(x)，A(x,y)，B(x,y,a) 都是原子谓词公式。

谓词公式

二、谓词合式公式

定义

(1) 原子谓词公式是合式公式。

(2) 如果 A 是合式公式，则 ¬A 也是合式公式。

(3) 如果 A、B 是合式公式，则 (A∧B)、(A∨B)、(A→B)、(A↔B) 都是合式公式。

(4) 如果 A 是合式公式，x 是 A 中的个体变元，则 ∀xA 和 ∃xA 也是合式公式。

(5) 只有有限次地应用(1)至(4) 得到的符号串才是合式公式。

谓词公式

合式公式也称为谓词公式。

下面都是合式公式：

P、(P→Q)、(Q(x)∧P)、∃x(A(x)→B(x))、∀xC(x)

下面都不是合式公式：

x∀y∃P(x) 、P(∃x)∧Q(x)∀∃x

谓词公式

为了方便，最外层括号可以省略。

注意：若量词后边有括号，则此括号不能省略。

例：公式 $\exists x(A(x) \rightarrow B(x))$

$\exists x$ 后边的括号不是最外层括号，所以不能省略。

谓词演算中的命题符号化

命题符号化

命题的符号化表达式与个体域有关系。

个体域的指定随题目而定。

能指定个体域的当然要指定，这样会使表达式变得简单。

若不指定个体域，则为全总个体域。

命题符号化

在谓词演算中，最基本的命题符号化就三种类型：

1、主语、宾语是具体个体对象的，用谓词加括号，括号里是具体个体表示。

例1. 张强和李平都是足球运动员。

解： 令 Z(x)：x是足球运动员；

a：张强，b：李平。

命题的表达式为：

$$Z(a) \wedge Z(b)$$

命题符号化

2、描述所有的、任意的个体对象，用全称量词，特性谓词作蕴含前件。

例2. 符号化命题：　凡人都呼吸。

令 $M(x)$：x是人。　$F(x)$：x呼吸。

符号化为

$$\forall x(M(x) \rightarrow F(x))$$

若写成 $\forall x(M(x) \wedge F(x))$，

则表达“宇宙间所有个体都是人并且都呼吸”错误

命题符号化

3、描述一些、某些客体对象，用存在量词，特性谓词作合取项。

例3. 符号化命题： 有的人用左手写字。

令 M(x)：x是人。 G(x)：x用左手写字。

符号化为：

$$\exists x(M(x) \land G(x))$$

若写成 $\exists x(M(x) \to G(x))$，则表达“宇宙间存在个体，若这个个体是人，则他用左手写字”。错误

命题符号化

例1 这只大红书柜摆满了那些古书。

解1： 设 $F(x,y)$：x摆满了y；

a：这只大红书柜；b：那些古书；

符号化表达：

$$F(a,b)$$

解2：设 $A(x)$：x是书柜；$B(x)$：x是大的；

$C(x)$：x是红的；$D(y)$：y是古老的；

$E(y)$：y是图书； $F(x,y)$：x摆满了y；

a：这只；b：那些

$$A(a)\wedge B(a)\wedge C(a)\wedge D(b)\wedge E(b)\wedge F(a,b)$$

命题符号化

例2. 不是所有的自然数都是偶数。

解： 令 N(x)：x是自然数，E(x)：x是偶数，

命题的表达为：

$$\neg\forall x(N(x)\rightarrow E(x))$$

“不是所有的. . . ”，可以按照字面直译, 表达为 “$\neg\forall x$...”

这句话也等价于：

存在一些自然数不是偶数。

$\exists x(N(x)\wedge\neg E(x))$

命题符号化

例3. 没有不犯错误的人。

解： 这句话等价于“没有人不犯错误”。

令 M(x)：x是人，F(x)：x犯错误，

命题表达为：

$$\neg\exists x(M(x)\land\neg F(x))$$

“没有”就是“不存在”之意，用“$\neg\exists x$”表达。

这句话也等价于： 所有的人都要犯错误。

$$\forall x(M(x)\rightarrow F(x))$$

命题符号化

例4. 所有大学生都喜欢一些歌星。

解：　令 $S(x)$：x是大学生，$G(x)$：x是歌星，

$L(x,y)$：x喜欢y。

则命题表达为：

$$\forall x(S(x) \rightarrow \exists y(G(y) \land L(x,y)))$$

命题符号化

例5. 每个自然数都有唯一的后继数。

解： 令 A(x,y)：y是x的后继数。

E(x,y)：x=y。 个体域：{自然数}，

则命题的表达式为：

$$\forall x\exists y(A(x,y)\wedge\forall z(A(x,z)\rightarrow E(y,z)))$$

命题符号化

在有些命题中，某些个体对象的量词没有明确给出，要仔细分析并写出这些隐含的量词。

例6. 金子闪光，但闪光的不一定都是金子。

解： 令 G(x)：x是金子， F(x)：x闪光；

命题表达为：

$$\forall x(G(x)\rightarrow F(x))\wedge\neg\forall x(F(x)\rightarrow G(x))$$

或

$$\forall x(G(x)\rightarrow F(x))\wedge\exists x(F(x)\wedge\neg G(x))$$

命题符号化

注意：

命题的符号表达式中所有个体变元必须都是约束变元，才表示命题。

即在命题的符号化表达式中，一定没有自由变元。

谢 谢