一、填空题〖每小题 5 分，共计 20 分〗

1.曲线 $y=\dfrac{2x^3}{x^2+1}$ 的渐近线方程为______________________________.

2. 已知函数 $y=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ ，则 $dy=$ __________.

3. 设 $(1,3)$ 为 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点,则 a,b 值分别为（　　），（　　）

4. $\int \arccos x dx=$ __________.

本题	
得分	

二、选择题　〖每小题 5 分，共计 20 分〗

（1）　设 $f(x)=\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}$，则下列答案正确的是（　）

（A）$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$　　（B）$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$

（C）$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$　　（D）$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 不存在，且不是 ∞

（2）　若 $x\to 0$ 时，$(1-\cos x)\ln(1+x^2)$ 与 $x\sin x^n$ 是高价的无穷小，而 $x\sin x^n$ 是 $e^{x^2}-1$ 高阶的无穷小，则 正整数 $n=$（　）

（A）1.　　（B）2.　　（C）3.　　（D）4.

（3）　设 $f''(x)+f'^2(x)=x$，$f'(0)=0$ 则 （　）

（A） $f(0)$ 是 $f(x)$ 的一个极大值

（B） $f(0)$ 是 $f(x)$ 的一个极小值

（C） $(0,f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

（D） 0 不是 $f(x)$ 的极值点，$(0,f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

（4）设 $f(x)$ 可导，下列式子中正确的是（　　）

（A） $\int f'(x)dx=f(x)$　　（B） $\dfrac{d}{dx}\left(\int f(x)dx\right)=f(x)$

（C） $d\int f(x)dx=f(x)$　　（D） $\int df(x)=f(x)$

本题	
得分	

三、计算题　〖每小题 7 分，共计 28 分〗

（1）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt[3]{1+2\sin^2 x}}{\tan^2 x}$

（2）设由方程 $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ t^2 - y + \varepsilon \sin y = 1 \ \ (0 < \varepsilon < 1) \end{cases}$ 确定函数 $y = y(x)$，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

（3）计算 $\int \frac{dx}{x\sqrt{a^2 - x^2}}$

（4）计算 $\int \frac{1}{(x-1)(x^2+1)^2} dx$

本题得分	

四、（本题 8 分）

证明：函数 $f(x) = \sin\sqrt{x}$ 在 $[0, +\infty)$ 上一致连续.

本题得分	

五、（本题 8 分）证明：当 $0<x<1$ 时，$\frac{1}{4}\ln\frac{1+x}{1-x}+\frac{1}{2}\arctan x>x$.

本题得分	

六、（本题 8 分）求函数 $f(x)=\ln(3+2x)$ 的带佩亚诺型余项的麦克劳林公式（注：到含 x^5 的项）.

.

本题得分	

七、（本题 8 分） 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f(a)=f(b)=1$，证明：存在 $\xi,\eta\in(a,b)$，使得 $e^{\eta-\xi}\left[f'(\eta)+f(\eta)\right]=1$.