姓名：________ 学号：________ 班级：________

装 订 线

江南大学本科生考试试卷

（　2020-2021　年　第二　学期）

2021-6-29

课程编号: 201912400204 课程名称: 概率论与数理统计（A 卷）

注: $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，以下数据供答卷参考：

$$\Phi(1)=0.841,\ \Phi(1.64)=0.950,\ \Phi(1.96)=0.975,\ \Phi(2)=0.977.$$

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 A,B 为两个相互独立的随机事件，且 $P(A)=0.5$， $P(B)=0.4$，则概率 $P(A-B)=$______.

(A) 0.1　　(B) 0.2　　(C) 0.3　　(D) 0.4

2. 设随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)$，其边缘分布函数分别为 $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$，则概率 $P\{X>1,Y>1\}=$______.

(A) $1-F(1,1)$　　(B) $1-F_X(1)-F_Y(1)$

(C) $1-F_X(1)-F_Y(1)+F(1,1)$　　(D) $F_X(1)+F_Y(1)-1+F(1,1)$

3. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自标准正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，则 $\dfrac{X_1^2+X_2^2}{X_3^2+X_4^2}$ 服从的分布为______.

(A) $\chi^2(2)$　　(B) $t(2)$　　(C) $F(1,1)$　　(D) $F(2,2)$

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，μ 未知，S^2 为样本方差，则 σ^2 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为______.

(A) $\left(\dfrac{nS^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)},\dfrac{nS^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right)$　　(B) $\left(\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)},\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)}\right)$

(C) $\left(\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$　　(D) $\left(\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha}(n-1)},\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)}\right)$

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 是来自正态总体 $N(\mu,4)$ 的简单随机样本，若样本均值 $\overline{x}=20.9$，在显著性水平 α 下检验假设 $H_0:\mu=\mu_0=20$； $H_1:\mu\neq\mu_0$，则下列选项中正确的是________.

(A) 当 $\alpha=0.05$ 时，接受 H_0；当 $\alpha=0.1$ 时，接受 H_0

(B) 当 $\alpha=0.05$ 时，接受 H_0；当 $\alpha=0.1$ 时，拒绝 H_0

(C) 当 $\alpha=0.05$ 时，拒绝 H_0；当 $\alpha=0.1$ 时，接受 H_0

(D) 当 $\alpha=0.05$ 时，拒绝 H_0；当 $\alpha=0.1$ 时，拒绝 H_0

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设某人投篮的命中率为 $\dfrac{1}{3}$，则此人投篮 3 次恰能投中 1 次的概率为______.

2. 在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数，则两数的平方和小于 1 的概率为______.

3. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$，则关于 t 的方程 $t^2+2t+X=0$ 有实根的概率为______.

4. 设随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2y, & 0<x<1,0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ 则概率 $P\{Y<X\}=$______.

5. 设随机变量 X 服从均匀分布 $U(0,2)$，随机变量 Y 服从二项分布 $b(2,0.5)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $E(XY)=$______.

6. 袋中有 5 张卡片，分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5，从中有放回地抽取 3 次，每次抽取 1 张卡片，若随机变量 X 表示所抽取的卡片的号码之和，则 $E(X)=$______.

更多考试真题

请扫码获取

7. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X)$ 存在，方差为 1，则利用契比雪夫不等式估计概率 $P\{|X-E(X)|\geq 3\}\leq$______.

8. 设船舶在某海区航行，已知每遭受一次波浪的冲击，纵摇角度大于 6° 的概率为 0.1，若船舶遭受了 10000 次波浪冲击，利用中心极限定理可求得纵摇角度大于 6° 的次数在 940 次到 1060 次之间的概率为______.

9. 设总体 X 服从参数为 2 的泊松分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的简单随机样本，S^2 为样本方差，则 $E(S^2)=$______.

10. 设随机变量 与 均服从 0-1 分布 $b(1,\frac{3}{4})$，且 $\rho_{XY}=\frac{1}{3}$，则概率 $P\{X+Y\leq 1\}=$______.

三、计算题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 设连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f_X(x)=\begin{cases} A\mathrm{e}^{-x}, & x>0, \\ 0, & x\leq 0. \end{cases}$$

(1) 求常数 A；

(2) 求概率 $P\{X>3\mid X>1\}$；

(3) 求随机变量 $Y=\mathrm{e}^X$ 的概率密度 $f_Y(y)$.

2. 设随机变量 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} 2, & 0<x<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1) 求 (X,Y) 的边缘概率密度 $f_X(x)$；

(2) 当 $0<x<1$ 时，求在 $X=x$ 的条件下，Y 的条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

(3) 求随机变量 $Z=Y-X$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

3. 设袋中有 3 个白球、2 个红球，第一次从袋中任取一球不放回，第二次又从袋中任取一球，设“第一次从袋中取得白球数”为随机变量 X，“第二次从袋中取得白球数”为随机变量 Y.

(1) 求 $E(X),D(X)$；

(2) 求 $E(XY)$；

(3) 求 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}，判断 X 与 Y 是否不相关？是否独立？

4. 设总体 X 服从 $[1,\theta]$ 的均匀分布，X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases} \dfrac{1}{\theta-1}, & 1\leq x\leq\theta, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

其中 $\theta>1$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的简单随机样本，其样本值为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$.

(1) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$；

(2) 求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；

(3) 判断 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 是否为 θ 的无偏估计.

四、应用题（9 分）

为了防止意外，在矿井内同时设有两种警报系统 A 与 B，每种系统单独使用时，系统 A 有效的概率为 0.9，系统 B 有效的概率为 0.95，在系统 A 失灵的条件下，系统 B 有效的概率为 0.85.

(1) 求发生意外时，这两种报警系统至少有一个有效的概率；

(2) 求在系统 B 失灵的条件下，系统 A 有效的概率.

五、证明题（6 分）

在 n 重伯努利试验中，每次试验事件 A 出现的概率为 p，证明：事件 A 出现奇数次的概率为 $\frac{1}{2}\left[1-(1-2p)^n\right]$；事件 A 出现偶数次的概率为 $\frac{1}{2}\left[1+(1-2p)^n\right]$.

装

订

线