2016《线性代数 I》期末考试卷(A)

使用专业、班级__________ 学号____________ 姓名________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题得分	

一、选择题(每小题 4 分, 共 16 分)

(1) 设 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 均为 n 阶矩阵, 则下列结论正确的是

(A) $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$. (B) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{B}^2$.

(C) $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=|\boldsymbol{A}|+|\boldsymbol{B}|$. (D) $|\boldsymbol{AB}|=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$. 【 】

(2) 设 $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ 均为可逆矩阵, 则分块矩阵 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B} \end{bmatrix}$ 的逆矩阵是

(A) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}^{-1} \end{bmatrix}$. (B) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}^{-1} & \boldsymbol{O} \\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{A}^{-1} \end{bmatrix}$. (C) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{O} & \boldsymbol{A}^{-1} \\ \boldsymbol{B}^{-1} & \boldsymbol{O} \end{bmatrix}$. (D) $\begin{bmatrix} \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}^{-1} \\ \boldsymbol{A}^{-1} & \boldsymbol{O} \end{bmatrix}$. 【 】

(3) 设 ξ_1,ξ_2,ξ_3 是齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的一个基础解系, 则下面哪个选项也是该方程组的一个基础解系

(A) $\xi_1+\xi_2, \xi_2+\xi_3, \xi_3+\xi_1$. (B) $\xi_1-\xi_2, \xi_2-\xi_3, \xi_3-\xi_1$.

(C) $\xi_1+\xi_2+\xi_3, \xi_3-\xi_2, \xi_1+2\xi_3$. (D) $\xi_1-\xi_2, 2\xi_2-3\xi_3, 3\xi_3-2\xi_1$. 【 】

(4) n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 具有 n 个不同的特征值是 $\boldsymbol{A}$ 与对角矩阵相似的

(A) 必要但非充分条件. (B) 充分但非必要条件.

(C) 充分必要条件. (D) 既非充分又非必要条件. 【 】

本题得分	

二、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

(1) 设 $\boldsymbol{A}$ 为3阶方阵, 且 $|\boldsymbol{A}|=2$, $\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵, 则 $|\boldsymbol{A}^*|=$ ____________.

(2) 设 $\boldsymbol{a}_1=(1,1,1)^T, \boldsymbol{a}_2=(1,2,3)^T, \boldsymbol{a}_3=(1,3,t)^T$, 则当____________时, $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ 线性无关.

(3) 设矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2-3\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{E}=\boldsymbol{O}$, 则 $\boldsymbol{A}^{-1}=$ ____________.

(4) 已知3阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $1,-1,2$, 则矩阵 $\boldsymbol{B}=2\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}$ 的特征值为____________.

(5) 当 t 满足条件__________时, 二次型 $f=x_1^2+4x_2^2+2x_3^2+2tx_1x_2+2x_1x_3$ 是正定的.

(6) 已知3维向量空间的一个基为 $\boldsymbol{a}_1=(1,1,0)^T, \boldsymbol{a}_2=(1,0,1)^T, \boldsymbol{a}_3=(0,1,1)^T$, 则向量 $\boldsymbol{b}=(2,0,0)^T$ 在这个基下的坐标为____________.

本题得分	

三、计算题(每小题10 分, 共 20 分)

(1) 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$.

考试形式开卷( )、闭卷(√), 在选项上打(√)

开课教研室 大学数学部 命题教师 命题组 命题时间 2016-5 使用学期 15-16-2 总张数 3 教研室主任审核签字 ____________

(2) 设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&0&1\\1&1&0\\0&1&4\end{pmatrix}$, 且 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{B}$, 求矩阵 $\boldsymbol{B}$.

本题得分	

四、(本题10分) 设有向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2,4)^T$, $\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,1,2)^T$, $\boldsymbol{\alpha}_3=(2,-5,3,6)^T$, $\boldsymbol{\alpha}_4=(1,-2,2,0)^T$, $\boldsymbol{\alpha}_5=(1,0,3,-2)^T$, 求此向量组的一个最大无关组, 并将其余向量用该最大无关组线性表示.

本题得分	

五、(本题12分) 当 λ 为何值时, 线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+2x_3=0\\x_1+2x_2+\lambda x_3=-1\\x_1+(\lambda+1)x_2+5x_3=\lambda^2\end{cases}$ 有唯一解、无解、有无穷多解? 并在有无穷多解时求出其通解.

本题得分	

六、（本题12分）求一个正交变换$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{y}$，把二次型 $f=x_1^2+4x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2$ 化为标准形.

本题得分	

七、（本题6分）设 λ_0为可逆矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值，证明：(1) $\lambda_0\neq 0$；(2) $\dfrac{1}{\lambda_0}$ 是 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的特征值.