

江南大学《离散数学》2017-2018 学年 第一学期期末试卷

总分：90 分

学院（系）_____专业班_____

姓名：_____成绩报告表序号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题：（每空 1 分，本大题共 10 分）

1. 设 $A = \{2, a, \{3\}, 4\}$, $B = \{\{a\}, 3, 4, 1\}$, 请在下列每对集合中填入适当的符号：
 \in , \subseteq .

(1) $\{a\}$ _____ B , (2) $\{a, 4, \{3\}\}$ _____ A .

2. 设 $A = \{0, 1\}$, N 为自然数集, $f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ 是奇数,} \\ 1, & x \text{ 是偶数.} \end{cases}$ 若 $f: A \rightarrow A$, 则 f 是 _____ 射的, 若 $f: N \rightarrow A$, 则 f 是 _____ 射的.

3. 设图 $G = \langle V, E \rangle$ 中有 7 个结点, 各结点的次数分别为 2, 4, 4, 6, 5, 5, 2, 则 G 中有 _____ 条边, 根据 _____.

4. 两个重言式的析取是重言式, 一个重言式和一个矛盾式的合取是 _____.

5. 设个体域为自然数集, 命题“不存在最大自然数”符号化为 _____.

6. 设 S 为非空有限集, 代数系统 $\langle 2^S, \cup \rangle$ 中么元为 _____, 零元为 _____.

7. 设 P 、 Q 为两个命题, 其 De-Morgan 律可表示为

$\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$, $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$;
 $P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$, $P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$ _____.

8. 当 $|G| = 8$ 时, 群 $\langle G, * \rangle$ 只能有 _____ 阶非平凡子群, 不能有 _____ 阶子群, 平凡子群为 _____.

9. 设 P : 它占据空间, Q : 它有质量, R : 它不断运动, S : 它叫做物质. 命题“占据空间的, 有质量的而
 且不断运动的叫做物质”的符号化为 _____.

10. 如果有限集合 A 有 n 个元素, 则 $|2^A| =$ _____.

二、单项选择题：（每小题 1 分，本大题共 15 分）

1. 设 $A = \{x \mid x \text{ 是整数且 } x^2 < 16\}$, 下面哪个命题为假 ().

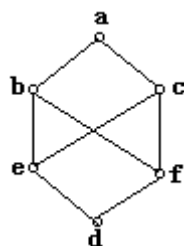
A、 $\{0, 1, 2, 4\} \subseteq A$; B、 $\{-3, -2, -1\} \subseteq A$;
 C、 $\Phi \subseteq A$; D、 $\{x \mid x \text{ 是整数且 } |x| < 4\} \subseteq A$.

2. 设 $A = \Phi$, $B = \{\Phi, \{\Phi\}\}$, 则 $B - A$ 是 ().

A、 $\{\{\Phi\}\}$; B、 $\{\Phi\}$; C、 $\{\Phi, \{\Phi\}\}$; D、 Φ .

3. 下图描述的偏序集中, 子集 $\{b, e, f\}$ 的上界为 ().

A、 b, c ; B、 a, b ;



更多考试真题
请扫码获取



C、 b ; D、 a, b, c 。

4. 设 f 和 g 都是 X 上的双射函数, 则 $(f \circ g)^{-1}$ 为 ()。

A、 $f^{-1} \circ g^{-1}$; B、 $(g \circ f)^{-1}$; C、 $g^{-1} \circ f^{-1}$; D、 $g \circ f^{-1}$ 。

5. 下面集合 () 关于减法运算是封闭的。 I 是整数

A、 N ; B、 $\{2x \mid x \in I\}$; C、 $\{2x+1 \mid x \in I\}$; D、 $\{x \mid x \text{ 是质数}\}$ 。

6. 具有如下定义的代数系统 $\langle G, * \rangle$, () 不构成群。

A、 $G = \{1, 10\}$, $*$ 是模 11 乘; B、 $G = \{1, 3, 4, 5, 9\}$, $*$ 是模 11 乘;

C、 $G = Q$ (有理数集), $*$ 是普通加法; D、 $G = Q$ (有理数集), $*$ 是普通乘法。(0 不符合

7. 设 $G = \{2^m \times 3^n \mid m, n \in I\}$, $*$ 为普通乘法。则代数系统 $\langle G, * \rangle$ 的幺元为 ()。

A、不存在; B、 $e = 2^0 \times 3^0$; C、 $e = 2 \times 3$; D、 $e = 2^{-1} \times 3^{-1}$ 。

8. 下面集合 () 关于整除关系构成格。

A、 $\{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$; B、 $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$;

C、 $\{1, 2, 3, 5, 6, 15, 30\}$; D、 $\{3, 6, 9, 12\}$ 。

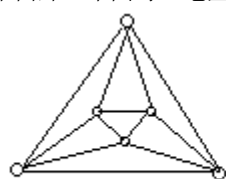
9. 设 $V = \{a, b, c, d, e, f\}$,

$E = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle a, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle f, e \rangle\}$, 则有向图

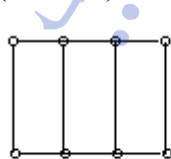
$G = \langle V, E \rangle$ 是 ()。

A、强连通的; B、单侧连通的; C、弱连通的; D、不连通的。

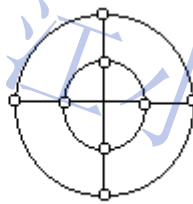
10. 下面那一个图可一笔画出 ()。



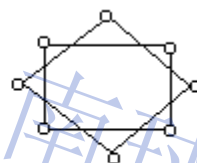
(A)



(B)



(C)



(D)

11. 在任何图中必定有偶数个 ()。

A、度数为偶数的结点; B、入度为奇数的结点;

C、度数为奇数的结点; D、出度为奇数的结点。

12. 含有 3 个命题变元的具有不同真值的命题公式的个数为 ()。

A、 2^3 ; B、 3^2 ; C、 2^{2^3} ; D、 2^{3^2} 。

13. 下列集合中哪个是最小联结词集 ()。

A、 $\{\neg, \rightarrow\}$; B、 $\{\neg, \leftrightarrow\}$; C、 $\{\rightarrow, \leftrightarrow\}$; D、 $\{\neg, \wedge, \vee\}$ 。

14. 下面哪个命题公式是重言式 ()。

A、 $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$; B、 $(P \wedge Q) \rightarrow P$;

C、 $(\neg P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge \neg Q)$; D、 $\neg(P \vee Q) \wedge P$ 。

15. 在谓词演算中, 下列各式哪个是正确的 ()。

A、 $\exists x \exists y A(x, y) \Leftrightarrow \exists y \exists x A(x, y)$; B、 $\exists x \exists y A(x, y) \Leftrightarrow \forall y \forall x A(x, y)$;

C、 $\exists x \forall y A(x, y) \Leftrightarrow \forall y \exists x A(x, y)$; D、 $A(a) \Rightarrow \forall x A(x)$ 。

三、判断改正题: (每小题 2 分, 本大题共 20 分)

1. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a\}$, 则 $2^A \cup 2^B = 2^{A \cup B}$ 。(其中 2^A 为 $P(A)$) ()

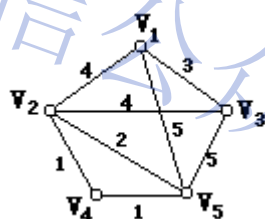
2. 设 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$, 则

$$A^2 \times B = \{ \langle 0, 1, 1 \rangle, \langle 0, 1, 2 \rangle, \langle 1, 0, 1 \rangle, \langle 1, 0, 2 \rangle \} \quad ()$$

3. 集合 A 上的恒等关系是一个双射函数。 ()
4. 设 Q 为有理数集, Q 上运算 * 定义为 $a * b = \max(a, b)$, 则 $\langle Q, * \rangle$ 是半群。 ()
5. 阶数为偶数的有限群中, 周期为 2 的元素的个数一定为偶数。 ()
6. 在完全二元树中, 若有 t 片叶子, 则边的总数 $e = 2t - 1$ 。 ()
7. 能一笔画出的图不一定是欧拉图。 ()
8. 设 P, Q 是两个命题, 当且仅当 P, Q 的真值均为 T 时, $P \leftrightarrow Q$ 的值为 T。 ()
9. 命题公式 $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ 是重言式。 ()
10. 设 $P(x)$: x 是研究生, $Q(x)$: x 曾读过大学, 命题“所有的研究生都读过大学”符号化为:
 $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ 。 ()

四、简答题: (25 分, 每个 5 分)

1. 设 $A = \{a, b, c\}$, A 上的关系 $\rho = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle \}$, 求出 $r(\rho)$, $s(\rho)$ 和 $t(\rho)$ 。
2. 集合 $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ 上的偏序关系, 为整除关系。设 $B = \{6, 12\}$, $C = \{2, 3, 6\}$, 试画出 A, B, C 的哈斯图, 并求 A, B, C 的最大元素、极大元素、下界、上确界。



3. 图给出的赋权图表示五个城市 v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 及对应两城镇间公路的长度。试给出一个最优化的设计方案使得各城市间能够有公路连通。
4. 已知 $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, \times_7 为模 7 乘法。试说明 $\langle G, \times_7 \rangle$ 是否构成群? 是否为循环群? 若是, 生成元是什么?
5. 求 $(Q \rightarrow P) \wedge (\neg P \wedge Q)$ 的主合取范式。

五、证明题: (20 分, 每个 5 分)

1. 如果集合 A 上的关系 R 和 S 是反自反的、对称的和传递的, 证明: $R \cap S$ 是 A 上的等价关系。
2. 用推理规则证明 $\neg P(a) \wedge G(a)$ 是 $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x))), \neg(Q(a) \wedge R(a)), S(a), \forall x(S(x) \leftrightarrow G(x))$ 的有效结论。
3. 若有 n 个人, 每个人都恰有三个朋友, 则 n 必为偶数。
4. 设 G 是 $(11, m)$ 图, 证明 G 或其补图 \overline{G} 是非平面图。