2-2 量词

量词

在命题中，表示对个体量化的词，称之为量词。

例如：有些人是大学生。

所有事物都是发展变化的。

“有些”，“所有的”，就是对个体量化的词。

量词

有两种量词：

(1)存在量词：记作 $\exists$ ，表示“有些”、“一些”、“某些”、“至少一个”等。

(2)全称量词：记作 $\forall$ ，表示“每个”、“任何一个”、“一切”、“所有的”、“凡是”、“任意的”等。

全称量词

定义1．全称量词(universal quantifier)

用符号“∀”表示，“∀x”表示对个体域里的所有个体。(∀x)P(x)表示对个体域里的所有个体都有属性P。

表达“对所有的”，“每一个”，“对任一个”，“凡”，“一切”等词。

The universal quantifier ∀, an upside-down A, is used to build compound propositions of the form (∀x)P(x), which we read as “for all x, P(x).” Other translations of ∀ are “for each,” “for every,” “for any.” The compound proposition (∀x)P(x) is assigned truth value as follows:

(∀x)P(x) is true if P(x) is true for every x in U;otherwise (∀x)P(x) is false.

存在量词

定义2．存在量词(existential quantifier)

用符号“∃”表示。∃x表示存在个体域里的个体。(∃x)P(x)表示存在个体域里的个体具有性质P。

符号“∃”称为存在量词，用以表达“某个”，“存在一些”，“至少有一个”，“对于一些”等词。

The existential quantifier ∃, a backward E is used to form propositions like (∃x) P(x), which we read as “there exists an x such that P(x),” “there is an x such that P(x),” or “for some x, P(x).” The compound proposition (∃x) P(x) has these truth values: (∃x) P(x) is true if P(x) is true for at least one x in U;

(∃x) P(x) is false if P(x) is false for every x in U.

指导变元

量词的指导变元：量词后边要有一个个体变元，指明对哪个个体变元进行量化，称此个体变元是**指导变元**。

如 $\forall x$(读作“任意x”)，$\exists x$(读作“存在x”)，其中的 **x 就是指导变元**。

当F是谓词常项时，

$\forall xF(x)$ 是一个命题。若对个体域中的任意一个个体 a 均有 F(a) 为T，则$\forall xF(x)$ 为 T。若个体域中有一个个体 a 使得 F(a) 为 F，则 $\forall xF(x)$为F。

$\exists xF(x)$也是一个命题。若个体域中存在某个体 a 使得 F(a) 为 T，则 $\exists xF(x)$ 为 T。若对个体域中的任意一个个体 a 均使得 F(a) 为 F，则 $\exists xF(x)$ 为 F。

例子

例1. 所有的自然数都是整数。

解1： 设 $I(x)$：x是整数，个体域：{自然数}。

此命题可以写成：

$$\forall x(\ I(x)\ )$$

解2： 若没设个体域，即个体域为全总个体域，

需用特性谓词加以限定。

设 $N(x)$：x 是自然数(特性谓词)。$I(x)$：x是整数。

此命题可以写成 $\forall x(N(x)\rightarrow I(x))$。

量词

例2. 有些大学生吸烟。

解1：令A(x)：x吸烟，个体域：{大学生}

则命题的表达式为 $\exists x A(x)$。

解2：若没设个体域，个体域即为全总个体域，

需用特性谓词加以限定。

设 S(x)：x是大学生（特性谓词）。

A(x)：x吸烟。

命题可以表达为 $\exists x(S(x) \land A(x))$。

特性谓词

特性谓词：

一般来说，特性谓词是描述个体特征的谓词，往往就是给定命题中量词后边的那个名词。

比如：有些大学生吸烟中，有些后面的大学生是特性谓词。

特性谓词的添加规则：

对全称量词，特性谓词常作蕴涵前件。

对存在量词，特性谓词常作合取项。

特性谓词

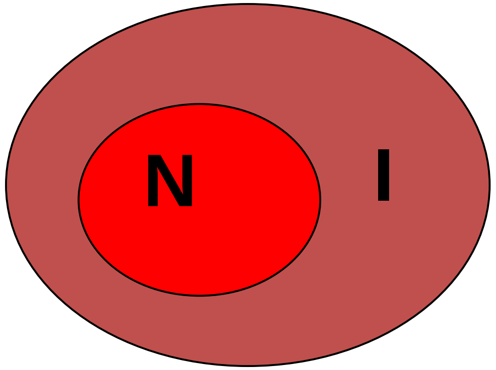
为什么必须这样添加特性谓词?

特性谓词

分析一下特性谓词和原谓词所表达概念之间的关系：

对于全称量词：例如，所有的自然数都是整数。

令 N：自然数集合，I：整数集合。



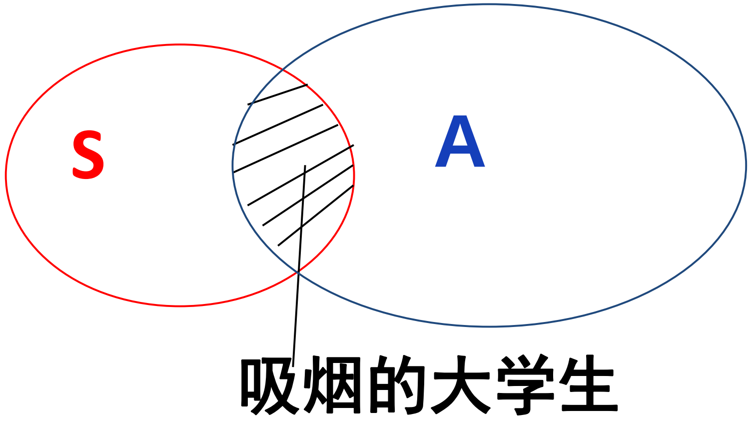
I 包含 N

$\forall x(N(x)\rightarrow I(x))$

特性谓词

对于存在量词：例如， 有些大学生吸烟。

令 S：大学生集合，A：烟民的集合。



吸烟大学生是 S 与 A 的交集

$\exists x(S(x) \wedge A(x))$

特性谓词

例题3.　每个人都有一个生母。

解1：　设个体域为：{人}，

M(x,y)：y 是 x 的生母。

此命题可以表达为：

$$\forall x \exists y M(x,y)$$

解2：　设 P(x)：x是人，

M(x,y)：y 是 x 的生母。

此命题可以写成：

$$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y(P(y) \wedge M(x,y)))$$

谢 谢