

## 2015 级《高等数学 I(2)》期末考试卷(A)

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

本题得分	
------	--

一、填空题(1~5小题, 每小题4分, 共20分)

1. 已知函数  $z = z(x, y)$  由方程  $z^3 - 3xyz + x^3 - 2 = 0$  所确定, 则  $\left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=1, y=0} =$  \_\_\_\_\_.2. 函数  $z = x^2 + y^2$  在点  $A(1, 2)$  处沿从  $A$  点指向  $B(2, 2 + \sqrt{3})$  点的方向的方向导数为 \_\_\_\_\_.3. 设  $C$  是圆周  $x^2 + y^2 = 2x$ , 则第一类曲线积分  $\int_C x ds =$  \_\_\_\_\_.4. 曲面积分  $\iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy =$  \_\_\_\_\_, 其中  $\Sigma$  为上半球面  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  的上侧.5. 将函数  $\frac{1}{(x-1)^2}$  展开成  $x$  的幂级数为 \_\_\_\_\_.

本题得分	
------	--

二、单项选择题(6~10 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

6. 考虑二元函数  $f(x, y)$  的下面 4 条性质:

- ①函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处连续;    ②函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处两个偏导数连续;  
 ③函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微;    ④函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处两个偏导数存在.

则下面结论正确的是【    】

- (A) ②  $\Rightarrow$  ③  $\Rightarrow$  ①    (B) ③  $\Rightarrow$  ②  $\Rightarrow$  ①    (C) ③  $\Rightarrow$  ④  $\Rightarrow$  ①    (D) ③  $\Rightarrow$  ①  $\Rightarrow$  ④

7. 设  $D$  是  $xOy$  平面上以  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$  和  $(-1, -1)$  为顶点的三角形区域,  $D_1$  是  $D$  在第一象限的部分, 则  $\iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dx dy$  等于【    】

- (A)  $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y dx dy$     (B)  $2 \iint_{D_1} xy dx dy$     (C)  $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dx dy$     (D) 0

8. 累次积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos \theta} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$  可以写成【    】

- (A)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$     (B)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$   
 (C)  $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$     (D)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

9. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-2)^n$  在  $x = -1$  处收敛, 则此级数在  $x = 4$  处【    】

- (A) 条件收敛    (B) 绝对收敛    (C) 发散    (D) 收敛性不能确定

10. 已知级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \sin \frac{1}{n^\alpha}$  绝对收敛, 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^{2-\alpha}}$  条件收敛, 则【    】

- (A)  $0 < \alpha \leq \frac{1}{2}$     (B)  $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$     (C)  $1 < \alpha \leq \frac{3}{2}$     (D)  $\frac{3}{2} < \alpha < 2$

本题得分	
------	--

三、计算题(11~15小题, 每小题 7 分, 共 35 分)

11. 求曲面  $z = x^2 + y^2$  的一个切平面, 使此切平面与直线  $\begin{cases} x+2z=1 \\ y+2z=2 \end{cases}$  垂直.

考试形式开卷( )、闭卷(√), 在选项上打(√)

开课教研室 大学数学部    命题教师 命题组    命题时间 2016-5-15    使用学期 15-16-2    总张数 3    教研室主任审核签字 \_\_\_\_\_

12. 设  $z = f(x, \frac{x}{y})$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

13. 计算曲线积分

$$\int_L (x^2 - y)dx - (x + \sin^2 y)dy$$

其中  $L$  是在圆周  $y = \sqrt{2x - x^2}$  上由点  $O(0, 0)$  到点  $A(1, 1)$  的一段弧.

14. 求曲面片  $\Sigma$ :  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  ( $0 \leq z \leq 1$ ) 的面积.

15. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$ , 其中  $\Omega$  是由  $xoz$  平面上的曲线  $z = x^2$  绕  $z$  轴旋转一周所得的曲面与平面  $z = 4$  所围成的闭区域.

本题 得分	
----------	--

四、解答题(16~17小题，每小题9分，共18分)

16. 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^n$  的和函数.

17. 求内接于半径为  $R$  的球且具有最大体积的长方体.

本题 得分	
----------	--

五、证明题(18小题，7分)

18. 设  $u_n > 0, n = 1, 2, \dots$ , 且满足:

(1)  $u_n \geq u_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$  ,      (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$  ,

证明: 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$  收敛.