

《数值分析》期末考试卷 (A)								
使用专业、班级_____ 学号_____ 姓名_____								
题数	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题得分	
------	--

一、填空题 [每空 1 分, 共计 15 分]

1. 设  $x = 27.84$  是四舍五入得到的近似值, 则它的绝对误差限\_\_\_\_\_, 相对误差限\_\_\_\_\_ , 有效数字的位数\_\_\_\_\_。

2. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ , 则  $\|A\|_1 =$ \_\_\_\_\_,  $\|A\|_\infty =$ \_\_\_\_\_,  $\|A\|_2 =$ \_\_\_\_\_。

3. 解线性代数方程组的迭代方法收敛的充要条件是迭代阵的谱半径\_\_\_\_\_。

4. Simpson 数值求积公式具有 \_\_\_\_\_ 次代数精度, cotes 数值求积公式具有 \_\_\_\_\_ 次代数精度。

5. 若  $f(x) = x^7 + x^3 + 1$ , 则  $f[2^0, 2^1, \dots, 2^7] =$ \_\_\_\_\_,  $f[2^0, 2^1, \dots, 2^8] =$ \_\_\_\_\_。

6. 设  $f(x)$  充分光滑, 若  $n$  次多项式  $\varphi_n(x)$  满足  $\varphi_n(x_i) = f(x_i) (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ , 则称  $\varphi_n(x)$  是  $f(x)$  的 \_\_\_\_\_ 多项式, 且余项  $R(x) = f(x) - \varphi_n(x) =$ \_\_\_\_\_。

7. 对初值问题  $\begin{cases} y' = -1.1y + x, & 0 < x < \pi \\ y(0) = 1 \end{cases}$  取步长  $h = 2$ , 用 Euler 法计算是 \_\_\_\_\_, 用隐式 Euler 法计算是 \_\_\_\_\_ (填稳定或不稳定)。

本题得分	
------	--

二、单选题 [每个 2 分, 共计 10 分]

1. 用列主元素消去法解线性方程组  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 8x_3 = -2 \\ -9x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 8x_1 + 10x_2 - 17x_3 = -3 \end{cases}$ , 第一次消元选取的主

元素是 ( )。

- A 2
- B -9
- C 8
- D -17

2. 设  $A = \begin{bmatrix} a+1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ , 当  $a$  满足条件 ( ) 时, 矩阵  $A$  为对称正定阵。

- A  $a > -1$
- B  $a \neq -1$
- C  $a > 3$
- D  $a > -3$

3. 设  $l_i(x) (i = 0, 1, \dots, n)$  是  $n$  次 Lagrange 基函数, 则  $\sum_{i=0}^n l_i(x) =$  ( )。

- A 1
- B 0
- C  $n$
- D -1

4. 下列哪种说法正确 ( )。

- A Gauss-seidel 迭代法比 Jacobi 迭代法收敛快
- B Jacobi 迭代法比 Gauss-seidel 迭代法收敛快
- C 非线性方程的基本迭代法性质取决于迭代函数, 与初值选取无关
- D 线性方程组的基本迭代法性质取决于迭代矩阵, 与初值选取无关

5. 下列条件中, 不是分段线性插值函数  $P(x)$  必须满足的条件为 ( )。

- A  $P(x_k) = y_k (k = 0, 1, \dots, n)$
- B  $P(x)$  在  $[a, b]$  上连续
- C  $P(x)$  在各子区间上是线性函数
- D  $P(x)$  在各节点处可导

本题 得分	
----------	--

三、用 Jacobi 、 Gauss-Seidel 迭代法求解下列方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 = 4 \end{cases}$$

问是否收敛？为什么？〔10 分〕

若将原方程组变为

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 4 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$$

再用上述两种迭代法求解是否收敛？为什么？〔5 分〕

本题 得分	
----------	--

四、已知实验数据

$x$	0	1	2	3	5
$y$	1.1	1.9	3.1	3.9	4.9

试用最小二乘法求直线 $y = a_0 + a_1x$ 。〔15 分〕

本题 得分	
----------	--

五、确定求积公式的代数精度

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = 2/3[f(-1) + f(0) + f(1)]$$

〔15 分〕

本题	
得分	

六、设 $x^*$ 是 $f(x) = 0$ 的三重根， $f(x)$ 在 $x^*$ 的某邻域内有三阶连续导数。试证明对 $f(x) = 0$ 产生的 Newton 迭代法在 $x^*$ 附近是线性收敛的。〔15 分〕

本题	
得分	

七、设微分方程初值问题为
$$\begin{cases} y' = \lambda y, (\lambda < 0) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

(1) 写出求解此问题的梯形格式； 〔5 分〕

(2) 给出该梯形格式的绝对稳定区间。〔10 分〕