
1-6 其他联结词

条件否定

定义1-6.2 条件否定

设P和Q是两个命题公

式，复合命题 $P \supset Q$

称作P和Q的条件否

定。 $P \supset Q$ 的真值为T，

当且仅当P的真值为

T，Q的真值为F，否

则， $P \supset Q$ 的真值为F。

真值表如右：

P	Q	$P \supset Q$
T	T	F
T	F	T
F	T	F
F	F	F

条件否定的性质

由定义可知：

$$P \overset{c}{\rightarrow} Q \Leftrightarrow \neg (P \rightarrow Q)$$

与非 \uparrow

定义1-6.3 与非

设P和Q是两个命题公式，复合命题 $P \uparrow Q$ 称作P和Q的“与非”。当且仅当P和Q的真值都为T时， $P \uparrow Q$ 的真值为F，否则 $P \uparrow Q$ 的真值都为T。真值表如右：

P	Q	$P \uparrow Q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

与非性质

$$(1) \quad P \uparrow Q \Leftrightarrow \neg (P \wedge Q)$$

$$(2) \quad P \uparrow P \Leftrightarrow \neg (P \wedge P) \Leftrightarrow \neg P$$

$$(3) \quad (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q) \Leftrightarrow \neg (P \uparrow Q) \\ \Leftrightarrow P \wedge Q$$

$$(4) \quad (P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q) \Leftrightarrow \neg P \uparrow \neg Q \\ \Leftrightarrow \neg (\neg P \wedge \neg Q) \Leftrightarrow P \vee Q$$

或非↓

定义1-6.4 或非

设 P 和 Q 是两个命题公式，复合命题 $P \downarrow Q$ 称作 P 和 Q 的“或非”。当且仅当 P 和 Q 的真值都为 F 时， $P \downarrow Q$ 的真值为 T ，否则， $P \downarrow Q$ 的真值都为 F 。
真值表如右：

P	Q	$P \downarrow Q$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

或非性质

$$(1) \quad P \downarrow Q \Leftrightarrow \neg (P \vee Q)$$

$$(2) \quad P \downarrow P \Leftrightarrow \neg (P \vee P) \Leftrightarrow \neg P$$

$$(3) \quad (P \downarrow Q) \downarrow (P \downarrow Q) \Leftrightarrow \neg (P \downarrow Q) \\ \Leftrightarrow P \vee Q$$

$$(4) \quad (P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q) \Leftrightarrow \neg P \downarrow \neg Q \\ \Leftrightarrow \neg (\neg P \vee \neg Q) \Leftrightarrow P \wedge Q$$

P27 表1-6.5

P	Q	1	2	3	4	5	6	7	8
T	T	T	F	T	T	F	F	T	F
T	F	T	F	T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T	T	F	F	T
F	F	T	F	F	F	T	T	F	T

P	Q	9	10	11	12	13	14	15	16
T	T	T	F	T	F	T	F	T	F
T	F	T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T	F	T
F	F	F	T	T	F	T	F	T	F

最小联结词组

虽然我们定义了9个联结词，但是事实上，并非每个联结词都是必要的。

有些联结词可以使用其他联结词等价代换。

如：

$$P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$$

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$$P \wedge Q \Leftrightarrow \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

$$P \vee Q \Leftrightarrow \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

最小联结词组

最小联结词组应为 $\{\neg, \vee\}$ 或 $\{\neg, \wedge\}$, 亦可以为 $\{\uparrow\}$ 或 $\{\downarrow\}$ 。

证明: 1) 用这些联结词组可以表示其它的联结词。

2) 用 $\{\vee\}$, $\{\wedge\}$ 以及 $\{\vee, \wedge\}$ 不能表示其它的联结词。

① $\{\neg\}$ 不能表示 \vee , \wedge , ...

因为含有二元联结词的命题公式不能用仅含一元联结词的命题公式等价代换。

最小联结词组

② $\{\vee\}$ ， $\{\wedge\}$ 或 $\{\vee, \wedge\}$ 不能表示 \neg

因为如果有 $\neg P \Leftrightarrow (\dots (P \wedge Q) \vee \dots \wedge \dots)$

若对右边所出现的变元都指派真值为 T，由 \vee ， \wedge 定义可知其真值必为 T，而左边的真值为 F，矛盾。

一般来说，命题公式用 $\{\neg, \vee, \wedge\}$ 表示。

课堂练习

■ P29 习题 (1) 把下列各式用只含有 \vee 和 \neg 的等价式表达

1. $(P \wedge Q) \wedge \neg P$

2. $(P \rightarrow (Q \vee \neg R)) \wedge \neg P \wedge Q$

3. $\neg P \wedge \neg Q \wedge (\neg R \rightarrow P)$

谢谢