2023级《线性代数 II》期末考试试题(B)

班级____________________ 学号________________ 姓名_________________

所有题目必须在答题卡上规定位置作答，在试卷上或答题卡上非规定位置的作答一律无效。

一、填空题（1-7小题，每小题4分，共28分）

1. 已知矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$，$A_{ij}$ 表示 $|A|$ 中 (i, j) 元的代数余子式，则 $A_{11}-A_{12}=$__.

2. 矩阵乘积 $(x \quad y)\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=$ ___________.

3. 矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵 $A^{-1}=$___________.

4. 若 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$，$A^4=$___________.

5. 已知三阶方阵 A 的特征值为 $1,2,3$. 若方阵 B 与 A 相似，$|3B^{-1}|=$______.

6. 设 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 为3阶矩阵，α_1,α_2 线性无关，且 $\alpha_3=-\alpha_1+2\alpha_2$,则线性方程 $Ax=0$ 的通解为______.

7. 已知 n 阶矩阵 A 满足 $A^2+2A-4E=O$，则 $(A-E)^{-1}=$______.

二、选择题（8-12小题，每小题4分，共20分）

8. 下列矩阵中不是初等矩阵的是【】

（A）$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ （B）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，（C）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ （D）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

9. 下列叙述中不正确的是【】

（A）若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$，$\alpha_5$ 线性相关，则向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性相关。

（B）若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$，$\alpha_5$ 线性无关，则向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关。

（C）若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则 向量组 $\alpha_1,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$ 线性无关。

（D）若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则 向量组 $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1$ 线性无关。

10.若矩阵A经过初等列变换变化成B，则【】

（A）存在矩阵P，使得PA=B　　（B）存在矩阵P，使得BP=A

（C）存在矩阵P，使得PB=A　　（D）方程组 $Ax=0$ 与 $Bx=0$ 同解

11. 设A是4阶矩阵，A^* 是其伴随矩阵。若 A 的秩 $r(A)=2$，则其伴随矩阵 A 的秩 $r(A^*)=$【】

（A）0　（B）1　（C）2　（D）3

12. 下列矩阵中不能相似于对角矩阵的是【】

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

三、计算题（13-15小题，每小题12分，共36分）

13. 讨论含参数 λ 的线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1+x_2+x_3=1, \\ x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda, \\ x_1+x_2+\lambda x_3=\lambda^2 \end{cases}$ 解的情况，若有无穷多个解求出方程组的结构式同解。

14. 求向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$，$\alpha_5=\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 的秩、极大线性无关组并将其余向量用极大线性无关组表示出来。

15. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2024 & 2024 & 2024 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P 及对角矩阵 Λ，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$.

四、证明题（16-17小题，每小题8分，共16分）

16. 设向量组 α,β,γ 两两正交，证明：向量组 α,β,γ 线性无关。

17. 设 A 为 n 阶矩阵，$r(A)$ 表示矩阵 A 的秩，求证：$r(A^TA)=r(A)$。

考试形式开卷（ ）、闭卷（√），在选项上打（√）

开课教研室__大学数学部__ 命题教师_______ 命题时间__2024.5.20__ 使用学期__2023-2024-2__ 总张数__1__ 教研室主任审核签字