

《线性代数 II》 期末考试卷 (A)

注意事项:

1. 本试卷共 14 题, 分两页, 第一页 8 题, 第二页 6 题。
2. 每位同学共有三张答题纸 (A4 纸), 请首先在每一张答题纸的最上方一行写上班级、学号、姓名, 然后在答题纸上按题号依次作答, 不得乱序。第一张答题纸上答 1-8 题, 第二张答题纸上答 9-11 题, 第三张答题纸上答 12-14 题。答题纸上无需抄题, 但要写清题号, 不做也要抄写题号并留出适当空白。
3. 交卷方式
 线下考试的同学: 考完后直接将答题纸交给监考老师。
 线上考试的同学: 考完后将答题纸在学习通上拍照上传, 请确保图像清晰可辨。

第一页 (1-8题)

1. (5 分) 计算行列式

$$\begin{vmatrix} 2007 & 2008 & 2009 & 2010 \\ 2011 & 2012 & 2013 & 2014 \\ 2015 & 2016 & 2017 & 2018 \\ 2019 & 2020 & 2021 & 2022 \end{vmatrix}$$
2. (5 分) 已知行列式

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 2019 & 2020 & 2021 & 2022 \end{vmatrix},$$
 A_{ij} 表示 a_{ij} 的代数余子式, 求

$$A_{41} + A_{43} + A_{44}.$$

3. (5 分) 设 $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, 求 $P_1^{10} A P_2^{2022}$.

4. (5 分) 设 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2a & 2b \end{pmatrix}$, 求 A^5 .

5. (5 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$, 若矩阵 B 满足 $AB = A + 2B$, 求 B .

6. (5 分) 设 A 是行和为 0 的 3 阶非零矩阵, 若 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是非齐次方程组 $Ax = b$ 的两个解, 求齐次方程组 $Ax = 0$ 的通解.

7. (5 分) 设 $Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$, 求向量 $Q^2 \alpha$ 的模 $\|Q^2 \alpha\|$.

8. (5 分) 已知二次型 $f(x, y, z) = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$, 写出表示此二次型的对称矩阵, 并判断二次型是否正定.

考试形式: 开卷 开课教研室 大学数学部 命题教师 命题组 命题时间 2022.6.1

使用学期 2,

总张数 2,

教研室主任审核签字 _____