江南大学 2017-2018 学年第 1 学期期末考试试卷(A 卷)

课程名称：自动控制原理 考试时间：120 分钟 年级：___级

题目部分，（卷面共有 19 题，100 分，各大题标有题量和总分）

一、填空（横线）（3 小题，共 3 分）

1、采样定理中采样周期 T 与输入信号最大角频率 ω_h 之间应满足________________关系。

答案：

2、线性系统的频率响应是指系统在________________作用下，系统的稳态输出。

答案：正弦输入信号

3、典型二阶系统极点分布如图所示，则

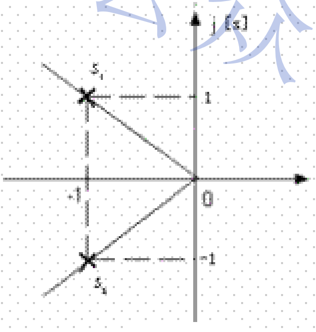


图 1

① 无阻尼自然频率 $\omega_n =$________________；② 阻尼比 $\xi =$________________；

答案：1.414，0.707

二、选择 (2)（4 小题，共 8 分）

1、闭环系统的动态性能主要取决于开环对数幅频特性的：

A、低频段 B、开环增益 C、高频段 D、中频段

答案： D

2、已知单位反馈系统的开环传递函数为 $\dfrac{4}{s(s+2\sqrt{2})}$，则其幅值裕度 h_{db} 等于：

更多考试真题

请扫码获取

A、0　B、∞　C、4　D、$2\sqrt{2}$

答案：B

3、已知单位反馈系统的开环传递函数为 $\frac{16\sqrt{2}}{s(s+4)}$，则其幅值裕度 h_{db} 等于：

A、0　B、∞　C、4　D、$2\sqrt{2}$

答案： B

4、采用串联超前校正时，通常可使校正后系统的截止频率 ω_c

A、减小 B、不变 C、增大 D、可能增大，也可能减小

答案：C

三、判断（正确错误）（2 小题，共 2 分）

1、参数根轨迹方法只在绘制所研究系统的闭环根轨迹时有意义。

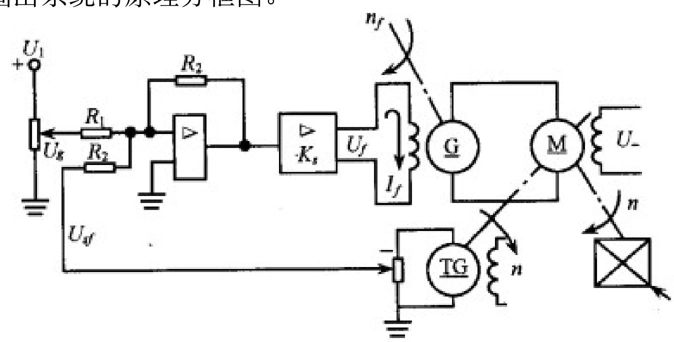
答案：对

2、线性定常系统不可能出现自振。

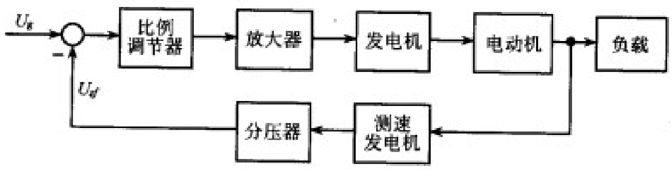
答案：对

四、计算分析（6 小题，共 55 分）

1、下图为发电机-电动机组转速负反馈控制系统，图中，U_g 为输入量，转速 n 为输出量，K_s 表示电压放大器，G 为发电机，M 为电动机，TG 为测速发电机。若不考虑扰动量，试画出系统的原理方框图。



答案：系统原理方框图如下图所示。



^^

2、设系统特征方程如下，试用劳思判据确定系统正实部根的个数。

（1） $s^4+3s^3+s^2+3s+1=0$

（2） $s^3+10s^2+16s+160=0$

答案：（1）由劳思表知，第 3 行第 1 列的元为零，其余各元不为零，故可用一个很小正数 ε 代替这个零，其劳思表为

$$\begin{array}{llll} s^4 & 1 & 1 & 1 \\ s^3 & 3 & 3 & \\ s^2 & \varepsilon & 1 & \\ s^1 & 3-\dfrac{3}{\varepsilon} & & \\ s^0 & 1 & & \end{array}$$

因 ε 很小，$3-\dfrac{3}{\varepsilon}<0$，劳思表第 1 列变号 2 次，故系统有 2 个正实部根。

（2）由劳思表知，第 3 行为全零行，需构造辅助方程，其劳思表为

$$\begin{array}{lll} s^3 & 1 & 16 \\ s^2 & 10 & 160 \rightarrow \text{辅助方程 } 10s^2+160=0 \\ & & \qquad\qquad \downarrow \text{求导} \\ s^1 & 20 & 0 \xleftarrow{\text{构成新行}} 20s+0=0 \\ s^0 & 160 & \end{array}$$

第 1 列不变号，故系统无正实部根。但由辅助方程知，系统有一对纯虚根 $\pm j4$。

3、已知系统开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{10}{s^2(2s+1)(-s+1)}$$

试绘制奈氏曲线和逆奈氏曲线，并分别用奈氏判据和逆奈氏判据判断闭环系统的稳定性。

答案：（1）绘制奈氏曲线：先求起点和终点

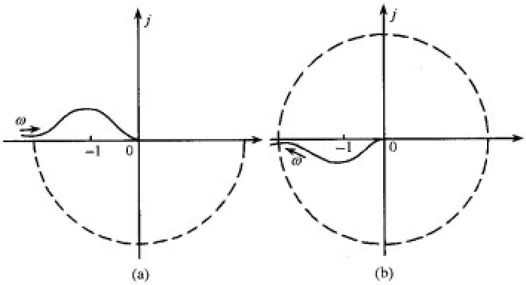
$$\lim_{\omega\to 0^+} G(j\omega)H(j\omega)=+\infty\angle -180^\circ$$

$$\lim_{\omega\to \infty} G(j\omega)H(j\omega)=0\angle -180^\circ$$

再求奈氏曲线与实轴的交点。因为

$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{-10(1+2\omega^2-j\omega)}{\omega^2(1+4\omega^2)(1+\omega^2)}$$

当 $\omega>0$ 时，$\mathrm{Im}[G(j\omega)H(j\omega)]>0$，开环幅相曲线与实轴无非零交点。因为 $\mathrm{Re}[G(j\omega)\cdot H(j\omega)]<0$，故奈氏曲线在第二象限内变化。绘奈氏曲线于图(a)。



（2）绘制逆奈氏曲线

$$\lim_{\omega\to 0^+}\frac{1}{G(j\omega)H(j\omega)}=0\underline{|180^\circ}$$
$$\lim_{\omega\to \infty}\frac{1}{G(j\omega)H(j\omega)}=\infty\underline{|180^\circ}$$

$$\frac{1}{G(j\omega)H(j\omega)}=-\frac{1}{10}\omega^2(1+2\omega^2+j\omega)$$

因此，逆奈氏曲线在第三象限内变化，与实轴无非零交点。绘逆奈氏曲线如图(b)所示。

（3）判断系统的闭环稳定性：因为 $v=2$，从奈氏曲线上 $\omega=0^+$ 的对应点起逆时针补作 180°，半径为无穷大的虚圆弧。由于 $n+v-m=4>0$，从逆奈氏曲线上 $\omega=+\infty$ 的对应点起，顺时针补作 360°，半径为无穷大的虚圆弧。

$G(s)H(s)$ 在 s 右半平面的极点数 P=1，由奈氏曲线知 $N_-=1, N_+=0, N=-1$。运用奈氏判据，得

$$Z=P-2N=1+2\times 1=3$$

故系统闭环不稳定。

$G(s)H(s)$ 在 s 右半平面的零点数 P=0。由逆奈氏曲线知 $N_-=\frac{3}{2}, N_+=0, N=\frac{3}{2}$。运用逆奈氏判据，得

$$Z = P - 2N = 0 + 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

故系统闭环不稳定。

4、试判断下列系统的可观测性：

(1) $$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

(2) $$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

(3) $$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & \\ & -1 & & \\ & & -2 & 1 \\ & & & -2 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} x$$

(4) $$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

答案：解：

（1） $$P_c = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & -1 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$rank\ P_c = 3 = n$ 该系统可观。

（2） $$P_c = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 4 & 13 & 1 \end{bmatrix}$$

$rank\ P_c = 3 = n$ 该系统可观。

（3） 该形式为约当标准型，直接判定，该系统可观。

（4） 该形式为约当标准型， 直接判定，该系统不可观。

5、已知系统动态方程为
$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -2 & -3 & 0\\ -1 & 1 & 3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 2\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}x\end{cases}$$
，试求传递函数 $G(s)$。

答案： $G(s)=\dfrac{2s^2+7s+3}{s^3-7s-6}$

6、已知控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{K^*(s+2)}{(s^2+4s+9)^2}$$

试概略绘制系统根轨迹。

答案：**解** 根轨迹绘制如下：

① 实轴上的根轨迹： $\left[-\infty,-2\right]$

② 渐近线：

$$\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{-2-j\sqrt{5}-2+j\sqrt{5}-(-2)}{3}=-\dfrac{2}{3}\\ \varphi_a=\dfrac{(2k+1)\pi}{3}=\pm\dfrac{\pi}{3},\pi\end{cases}$$

③ 分离点： $\dfrac{2}{d+2+j\sqrt{5}}+\dfrac{2}{d+2-j\sqrt{5}}=\dfrac{1}{d+2}$

解之得：d= -3.29 d= 0.71(舍去)

④ 与虚轴交点：闭环特征方程为

D（S）= $(s^2+4s+9)^2+K^*(s+2)$ =0

把 s=jω 代入上方程，令

$$\begin{cases}\mathrm{Re}(D(j\omega))=\omega^4-34\omega^2+81+2K^*=0\\ \mathrm{Im}(D(j\omega))=(72+K^*)\omega-8\omega^3=0\end{cases}$$

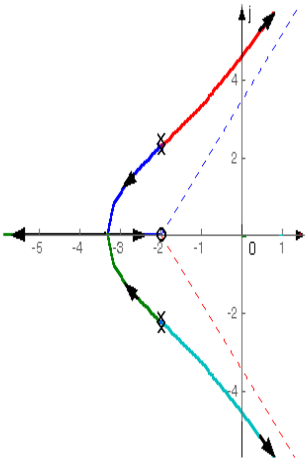
解得：

$$\begin{cases}\omega=\pm\sqrt{21}\\ K^*=96\end{cases}$$

⑤ 起始角： $90^\circ-(2\theta_{p_1}-2\times 90^\circ)=(2k+1)\pi$

解出 $\theta_{p_1}=45^\circ,\theta_{p_2}=-135^\circ$

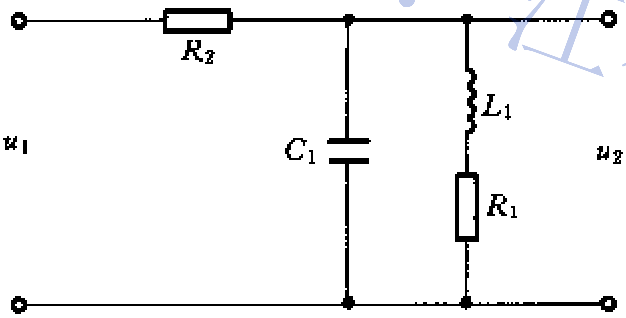
根轨迹如图解所示。



五、证明题（4 小题，共 32 分）

1、试证明下图所示网络的传递函数为：

$$\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{\frac{L_1}{R_1}s+1}{\frac{L_1}{R_1}R_2C_1s_2\left(\frac{L_1}{R_1}+R_2C_1\right)s+\frac{R_1+R_2}{R_1}}$$



答案：利用等效复数阻抗的概念。

$\frac{1}{C_1s}$ 与 (L_1s+R_1) 并联后的阻抗为：

$$\frac{\frac{1}{C_1s}(L_1s+R_1)}{\frac{1}{C_1s}+(L_1s+R_2)}=\frac{L_1s+R_1}{1+R_1C_1s+L_1C_1s^2}$$

所以

$$\frac{U_2(S)}{U_1(s)}=\frac{\dfrac{L_1s+R_1}{1+R_1C_1s+L_1C_1s^2}}{R_2\dfrac{L_1s+R_1}{1+R_1C_1s+L_1C_1s^2}}$$

$$=\frac{L_1s+R_1}{R_2(1+R_1C_1s+L_1C_1s^2)+L_1s+R_1}$$

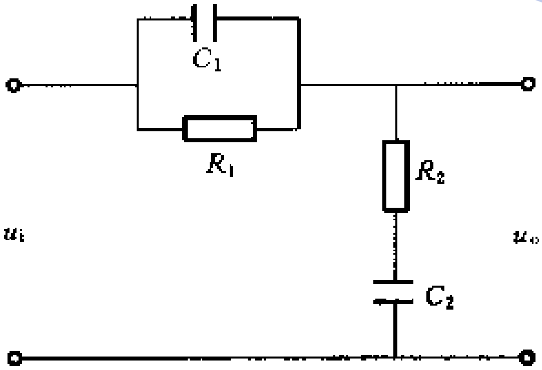
$$=\frac{L_1s+R_1}{R_2L_1C_1s^2+(R_1R_2C_1+L_1)s+(R_1+R_2)}$$

$$=\frac{\dfrac{L_1}{R_1}s+1}{\dfrac{L_1}{R_1}R_2C_1s^2+\left(\dfrac{L_1}{R_1}+R_2C_1\right)s+\dfrac{R_1+R_2}{R_1}}$$

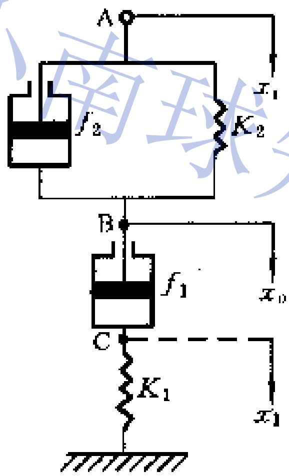
得证!

^^

2、试证明图（a）所示的电网络与图（b）所示的机械系统有相同的数学模型。



（a）



（b）

答案：对于图（a）所示系统，利用复数阻抗的方法，则有：

$$G_a(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{R_2+\dfrac{1}{c_2s}}{\dfrac{R_1\cdot\dfrac{1}{C_1s}}{R_1+\dfrac{1}{C_1s}}+\left(R_2+\dfrac{1}{C_2s}\right)}$$

$$=\frac{R_1R_2C_1C_2s^2+(R_1C_1+R_2C_2)s+1}{R_1R_2C_1C_2s^2+(R_1C_1+R_2C_2+R_1C_2)s+1}$$

对于图（b）所示系统：

引入中间变量 C 点，并设 A、B、C 点的位移分别为 x_i、x_o、x_1。根据牛顿第二定律，有：

对于 B 点和 C 点，分别有：

B 点：$K_2(x_i-x_o)+f_2(x_i-x_o)'-f_1(x_i-x_o)'$ （1）

C 点：$K_1x_1=f_1(x_i-x_o)'$ （2）

对于 2）式，等式两边同时做拉氏变换，则有：

$$K_1X_1(s)=f_1sX_o(s)-f_1sX_1(s)(x_i-x_o)'x_1$$

$$X_1(s)=\frac{f_1s}{K_1+f_1s}X_o(s) \qquad 3)$$

又，将 1）式两边同时做拉氏变换，有：

$$K_2X_i(s)-K_2X_o(s)+f_2\cdot sX_i(s)-f_2\cdot sX_o(s)$$

$$=f_1s\cdot X_o(s)-f_1\cdot sX_1(s)$$

将 3）式代入上式并整理，得：

$$(K_2+f_2s)X_i(s)=\left[f_2s+K_2+\frac{K_1f_1s}{K_1+f_1s}\right]X_o(s)$$

所以：

$$G_b(s)=\frac{X_o(s)}{X_i(s)}=\frac{f_1f_2s^2+(K_2f_1+K_1f_2)s+K_1K_2}{f_1f_2s^2+(K_2f_1+K_1f_2+K_1f_1)s+K_1K_2}$$

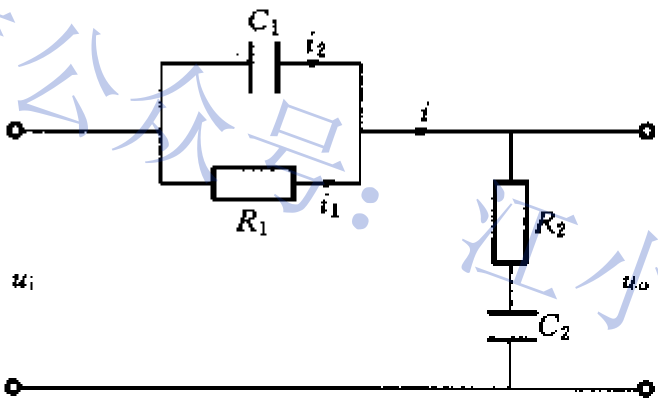
比较 $G_a(s)$、$G_b(s)$，可见：

$G_a(s)$、$G_b(s)$两传递函数类型相同，即两系统具有相同的数学模型，且在力-电压相似时，

两者参数相似关系为：$K_1 \sim \frac{1}{C_1}$，$f_1 \sim R_1$，$K_2 \sim \frac{1}{C_2}$，$f_2 \sim R_2$

如下图所示，引入中间变量i_1、i_2、i，得到如下一组方程式：

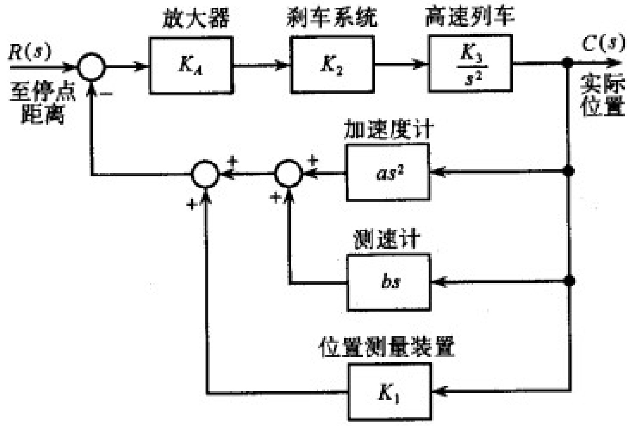
$$\begin{cases} i = i_1 + i_2 \\ R_1 i_1 = \frac{1}{C_1}\int i_2 dt \\ u_i = R_1 i_1 + u_o \\ u_o = R_2 i + \frac{1}{C_2}\int i dt \end{cases}$$



将上方程组进行拉氏变换，并消去中间变量i_1、i_2、i，得到的传递函数与前面采用复数阻抗法所得结论相同。

3、设高速列车停车位置控制系统如下图所示，其中参数

$$K_1 = 1，K_2 = 1000，K_3 = 0.001，a = 0.1，b = 0.1$$



试证明当放大器增益 K_A 取为任何正值时，系统都是稳定的。

答案：由题图可得闭环系统传递函数

$$\Phi(s)=\frac{K_AK_2K_3}{(1+K_AK_2K_3a)s^2+K_AK_2K_3bs+K_1K_2K_3K_A}$$

代入已知数据，得二阶系统特征方程

$$(1+0.1K_A)s^2+0.1K_As+K_A=0$$

当 K_A 取为任何正数时，二阶特征方程各项系数均为正值，故系统必然是稳定的。

本题也可应用劳思判据证明。列出劳思表

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1+0.1K_A & K_A \\ s^1 & 0.1K_A & \\ s^0 & K_A & \end{array}$$

可见，只要 $K_A>0$，劳思表首列各元均为正值，故系统是稳定的。 证毕

4、若传递函数

$$G(s)=\frac{K}{s^v}G_0(s)$$

其中 $G_0(s)$ 为 $G(s)$ 中除比例、微分或积分环节外的部分，且有 $\lim\limits_{s\to 0}G_0(s)=1$。试证明：

（1） $L_a(\omega_1)=20\lg|K|-20v\lg\omega_1$ 。$(\omega_1,L_a(\omega_1))$ 为对数幅频渐近特性曲线最左端直线或其延长线上的任一点。

（2） $L_a(1)=20\lg|K|$ 。 $L_a(1)$ 为对数幅频渐近特性曲线最左端直线或其延长线上 $\omega=1$

时的幅值。

（3）当$v \neq 0$时，$\omega_1 = |K|^{\frac{1}{v}}$。$\omega_1$为对数幅频渐近特性曲线最左端直线或其延长线与零分贝线的交点。

答案：提示：对数幅频渐近特性的低频段（$\omega < \omega_{\min}$最小交接频率）：

$$L_a(\omega) = 20\lg|K| - 20v\lg\omega$$