《高等数学 I (2)》考试卷(A)

使用专业、班级______________ 学号______________ 姓名____________________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

本题得分	

一、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

(1) 向量 $\boldsymbol{a}=(4,-3,4)$ 在向量 $\boldsymbol{b}=(2,2,1)$ 上的投影 $\mathrm{prj}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{a}=$ ______________

(2) 设 $z=z(x,y)$ 是由 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 所确定的隐函数, 则 $\mathrm{d}z\big|_{(1,0,1)}=$ ______________

(3) 交换积分次序: $\int_0^2 \mathrm{d}y\int_{y^2}^{2y} f(x,y)\mathrm{d}x=$ ______________

(4) 设 L 为圆周 $x^2+y^2=a^2$, 则曲线积分 $\oint_L (x+y)^2\mathrm{d}s=$ ______________

(5) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}x^n$ 的收敛区间是 ______________

本题得分	

二、单项选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

(1) 曲线 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}-\frac{z^2}{5}=1\\ y=0\end{cases}$ 绕 z 轴旋转而成的旋转曲面的方程为

(A) $\frac{x^2+y^2}{4}-\frac{z^2}{5}=1$.　　(B) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2+z^2}{5}=1$.

(C) $\frac{(x-y)^2}{4}-\frac{z^2}{5}=1$.　　(D) $\frac{x^2}{4}-\frac{(y+z)^2}{5}=1$.　　【　　】

(2) 已知点 $A(1,0,1)$, $B(3,-2,2)$, 则函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 A 处沿方向 $\overrightarrow{AB}$ 的方向导数为

(A) $\frac{3}{2}$.　　(B) 1.　　(C) $\frac{1}{2}$.　　(D) 0.　　【　　】

(3) 设 Σ 是圆锥体 $\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 1$ 整个表面的外侧, 则 $\oiint_{\Sigma} xy^2\mathrm{d}y\mathrm{d}z+3yz^2\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(zx^2-z^3)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 等于

(A) $\frac{\pi}{2}$.　　(B) $\frac{\pi}{3}$.　　(C) $\frac{\pi}{6}$.　　(D) $\frac{\pi}{10}$.　　【　　】

(4) 设 Ω 是半球体 $x^2+y^2+z^2\le 1, x\ge 0$, Ω_1 是 Ω 在第一卦限的部分, 则必有

(A) $\iiint_{\Omega} x\mathrm{d}v=4\iiint_{\Omega_1} x\mathrm{d}v$.　　(B) $\iiint_{\Omega} y\mathrm{d}v=4\iiint_{\Omega_1} y\mathrm{d}v$.

(C) $\iiint_{\Omega} z\mathrm{d}v=4\iiint_{\Omega_1} z\mathrm{d}v$.　　(D) $\iiint_{\Omega} xyz\mathrm{d}v=4\iiint_{\Omega_1} xyz\mathrm{d}v$.　　【　　】

(5) 设常数 $k>0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+k}{n^2}$

(A) 绝对收敛.　　(B) 条件收敛.

(C) 发散.　　(D) 收敛性与 k 有关.　　【　　】

本题得分	

三、计算下列各题(每小题 7 分, 共 28 分)

(1) 设 $z=f(2x-y, y\sin x)$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

(2) 计算二重积分 $\iint_D (x^2+y^2+3y+4)\mathrm{d}\sigma$, 其中 D 是单位圆 $x^2+y^2\le 1$.

考试形式开卷（ ）、闭卷（√）开课教研室 大学数学部 命题教师 命题组 命题时间 2012-5-28 使用学期 11-12-2 总张数 3 教研室主任审核签字 ______________

(3) 求抛物面壳 $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$ $(0\le z\le 1)$ 的质量, 此壳的面密度为 $\mu=z$.

(4) 求过点 $A(1,2,1)$ 且与两直线 $\begin{cases} x+2y-z+1=0 \\ x-y+z-1=0 \end{cases}$ 和 $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$ 都平行的平面方程.

本题得分	

四、(本题 9 分) 将函数 $f(x)=\ln(6-x-x^2)$ 展开成 x 的幂级数.

本题得分	

五、(本题 9 分) 将正数 a 分成三个正数 x,y,z 之和, 使得 $x^m y^n z^p$ 最大, 其中 m,n,p 为正常数.

本题得分	

六、(本题 9 分) 设 $\varphi(y)$ 具有连续导数, $\varphi(0)=0$, L 为上半圆周 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 上从点 $A(2,0)$ 到点 $O(0,0)$ 的有向弧段, 计算曲线积分

$$I=\int_L[\varphi(y)\mathrm{e}^x-\pi y]\mathrm{d}x+[\varphi'(y)\mathrm{e}^x-\pi]\mathrm{d}y.$$

本题得分	

七、(本题 5 分) 判定级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-3)^n}{(3^n+2^n)n}$ 是绝对收敛、条件收敛还是发散的.