

《 复变函数与记分变换》 期末考试卷

使用专业、班级_____ 学号_____ 姓名_____

题 数	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

一 填空题（每小题 5 分，共 25 分）

- 1 设 $z=(2-3i)(-2+i)$ ，则 $\arg z=$ _____.
- 2 计算 $i^i=$ _____.
- 3 计算积分 $\oint_{|z|=2} \frac{zdz}{z-3}=$ _____.
- 4 将函数 $f(z)=e^{\frac{z}{z-1}}$ 在 $z=0$ 展开成幂级数的收敛半径 $R=$ _____.
- 5 函数 $f(t)=1-te^t$ 的 Laplace 变换 $F(s)=$ _____.

二 （10 分）找出函数 $f(z)=\frac{1}{(z-2)(z^2+1)^3}$ 在扩充复平面内的孤立奇点并进行分类，如果是极点，请指出它的级数，并说明理由。

三 计算下列积分（每小题 10 分，共 20 分）

- 1 $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(z+i)^{10}(z-i)(z-3)}$
- 2 $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^4}dx$

四 计算题（每小题 8 分，共 16 分）

- 1 设 $f(z)=xy^2+ix^2y$ ，问 $f(z)$ 在何处可导？何处解析？并在可导处求出导数值。

2 将函数 $f(z)=\frac{z}{(z+1)(z-2)}$ 在展开成洛朗级数

五 设调和函数 $u=2(x-1)y$ ，求 u 的共轭调和函数 v ，并求出解析函数 $f(z)=u+iv$ ，且满足

$f(2)=-i$ （10 分）

六 求函数 $f(t)=\begin{cases} \alpha e^{-\beta t}, & t>0 \\ 0, & t<0 \end{cases}$ 的傅氏变换，并证明：

$$\int_0^{+\infty} \frac{\beta \cos \omega t + \omega \sin \omega t}{\beta^2 + \omega^2} d\omega = \begin{cases} \pi e^{-\beta t}, & t>0 \\ \frac{\pi}{2}, & t=0 \\ 0, & t<0 \end{cases}$$
 （10 分）

七 求初值问题 $y'''-3y''+3y'-y=e^t, y(0)=y'(0)=y''(0)=0$ （9 分）