

《高等数学 I(2)》 考试卷(A)

使用专业、班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

本题  
得分

一、填空题(每小题 5 分,共 20 分)

- (1) 设向量  $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$  的模  $|\boldsymbol{a}|=2, |\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$ , 且  $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}|=2$ , 则  $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} =$  \_\_\_\_\_.
- (2) 设函数  $z = e^{x^2+y^2}$ , 则全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_.
- (3) 交换积分次序  $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy =$  \_\_\_\_\_.
- (4) 函数  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  展开成  $(x-1)$  的幂级数为  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

本题  
得分

二、选择题(每小题 5 分,共 20 分)

- (1) 设向量  $\boldsymbol{a} = (k+2, 2, 1-k^2), \boldsymbol{b} = (k, k-1, 1)$ , 且  $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$ , 则  $k$  等于  
(A) 1. (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{1}{3}$ . (D)  $\frac{1}{4}$ . 【 】
- (2) 设  $f(x, y) = 4(x-y) - x^2 - y^2$  的极大值点的是  
(A)  $(2, 2)$ . (B)  $(2, -2)$ . (C)  $(-2, 2)$ . (D)  $(-2, -2)$ . 【 】
- (3) 设  $f(x, y)$  是连续函数, 则  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\sqrt{2}} f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \rho d\rho$  等于  
(A)  $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$ . (B)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$ .  
(C)  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$ . (D)  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$ . 【 】
- (4) 设常数  $k > 0$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n} \ln \left( 1 + \frac{k}{n} \right)$   
(A) 发散. (B) 条件收敛. (C) 绝对收敛. (D) 收敛性与  $k$  有关. 【 】

本题  
得分

三、计算下列各题(每小题 7 分,共 28 分)

- (1) 设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $z^5 - x^3 y^2 z = a^2$  所确定, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  及  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .
- (2) 设  $z = f(x+y, xy)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .
- (3) 计算二重积分  $\iint_D x \sqrt{y} dx dy$ , 其中  $D$  是由直线  $y = x, x = 1$  及  $x$  轴所围成的闭区域.
- (4) 判定正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{\pi}{2^n}$  的收敛性.

本题 得分	
----------	--

四、(本题 8 分) 求由锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  及球面  $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$  所围成的立体的体积

本题 得分	
----------	--

五、(本题 10 分) 在平面  $x + 2y + 3z = 6$  的第一卦限部分上求一点, 使该点到三个坐标面的距离的乘积为最大.

本题 得分	
----------	--

六、(本题 8 分) 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  的收敛域与和函数.

本题 得分	
----------	--

七、(本题 6 分) 设正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  和  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  都收敛, 证明级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)^2$  也收敛.