《线性代数 II》 期末考试卷（A）

注意事项：

1. 本试卷共 14 题，分两页，第一页 8 题，第二页 6 题。

2. 每位同学共有三张答题纸（A4 纸），请首先在每一张答题纸的最上方一行写上班级、学号、姓名，然后在答题纸上按题号依次作答，不得乱序。 第一张答题纸上答 1-8 题，第二张答题纸上答 9-11 题，第三张答题纸上答 12-14 题。答题纸上无需抄题，但要写清题号，不做也要抄写题号并留出适当空白。

3. 交卷方式

线下考试的同学：考完后直接将答题纸交给监考老师。

线上考试的同学：考完后将答题纸在学习通上拍照上传，请确保图像清晰可辨。

第二页（9−14题）

9.（12 分） 讨论含有参数 a,b 的方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=3 \\ 2x_1+3x_2+4x_3=9 \\ 3x_1+4x_2+ax_3=b \end{cases}$ 解的情况，并在有无穷多解的情况下求出通解.

10.（12 分） 求向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix}4\\6\\8\end{pmatrix}$，$\alpha_5=\begin{pmatrix}7\\10\\13\end{pmatrix}$ 的极大线性无关组，并将其余向量用极大线性无关组表示.

11.（12 分） 设 $A=\begin{pmatrix}2&0\\2&1\end{pmatrix}$，求可逆矩阵 P 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵，并求 A^5.

12.（8 分） 设向量组 α_1,α_2 是方程组 $Ax=0$ 的基础解系，证明向量组 $\alpha_1+\alpha_2$，$\alpha_1-\alpha_2$ 仍是方程组 $Ax=0$ 的基础解系.

13.（8 分） 设三阶矩阵 A 的三个特征值分别为 1，2，3，证明矩阵 A^2-2E 可逆.

14.（8 分） 设 A 为 n 阶方阵，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 A 对应于特征值 λ 的三个线性无关的特征向量，β_1,β_2 是 A 对应于特征值 μ 的两个线性无关的特征向量，证明：若 $\lambda\neq\mu$，则向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$ 线性无关.

考试形式：开卷　　开课教研室 大学数学部　命题教师 命题组　命题时间 2022.6.1

使用学期 2，　　总张数 2，　　教研室主任审核签字__________