

《复变函数与积分变换》期末考试卷 (A)

使用专业、班级_____ 学号_____ 姓名_____

题 数	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

本题 得分	
----------	--

一、填空题〔每空 4 分，共计 20 分〕

1、函数 $w = \frac{1}{z}$ 把 Z 平面上曲线 $x^2 - y^2 = 4$ 变成了 W 平面上的曲线方程是 _____.

2、 $(1+i)^i =$ _____.

3、函数 $f(z) = \frac{\ln z}{z^2 + 9}$ 展开成 $(z-4)$ 的幂级数,其收敛半径 $R =$ _____.

4、 $L[t*(e^t \cdot \cos 2t)] =$ _____.

5、 $\oint_{|z|=2} \frac{e^{4z}}{(z-1)^2} dz =$ _____.

本题 得分	
----------	--

二、求解下列各题 〔每小题 8 分，共计 24 分〕

1、求函数 $f(t) = e^{-|t|} \cdot \cos t$ 的 Fourier 变换及其频谱.

考试形式开卷 ()、闭卷 (√)，在选项上打 (√)
 开课教研室 应用数学 命题教师_____ 命题时间 2008.12 使用学期 08-09(1)

2、计算积分 $I = \int_0^{+\infty} t \cdot \sin 3t \cdot e^{-2t} dt$ 。

3、求 $\text{Res}[\frac{z \cdot e^{1/z}}{(z+1) \cdot (z^3-2)}, \infty]$.

本题 得分	
----------	--

三、〔计 11 分〕试讨论函数 $f(z) = \frac{(z^2-1) \cdot (z-2)^2}{\sin^2(\pi \cdot z)}$ 在扩充复平面上有哪些奇点？如果是孤立奇点请指明它的分类；进一步，如果它是极点指明极点的级数。

试 卷 专 用 纸

本题	
得分	

四、〔计 11 分〕证明 $u(x, y) = e^x [(x+1) \cdot \cos y - y \cdot \sin y] + x$ 是调和函数，并求解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ，且满足 $f(0) = 0$ 。

本题	
得分	

五、〔计 11 分〕将函数 $f(z) = \frac{1}{z(z+1)}$ 展开成中心在 $z_0 = 0$ 的 Laurent 级数。

本题 得分	
----------	--

六、〔计 11 分〕计算积分 $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2x)}{x^2 + 9x + 13} dx$ 。

本题	
得分	

七、〔计 12 分〕试求下列初值问题的解：

$$\begin{cases} y' + x' - y - x = e^t \\ y'' - 2x'' + 4y - 8x = -6 \cdot \delta(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \\ x(0) = x'(0) = 1 \end{cases}$$

其中 $\delta(t)$ 为单位脉冲函数。