

# 扬州大学《离散数学》2021-2022 第一学期期末试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
分数										

## 注意事项:

- 答卷前请将密封线内的项目填写清楚。重修学生需明确标注重修。
- 所有试题不得在试卷上作答，均填写到答题纸上，考试结束后将答题纸和试卷一并交回。

得分	评判人

## 一、选择题（每小题3分，本题共24分）

- [ ] 1. 下列命题是假命题的是 ( )
- A. 只要  $2 < 1$ , 就有  $3 < 2$       B. 如果  $2 < 1$ , 那么  $3 < 2$
- C.  $2 > 1$  且  $3 > 2$       D.  $2 < 1$  或  $3 < 2$
- [ ] 2. 下列公式中, 与其它公式不等值的是 ( )
- A.  $A \rightarrow \neg A$    B.  $A \leftrightarrow \neg A$    C.  $A \wedge \neg A$    D.  $A \wedge 0$
- [ ] 3. 下列推理中, 正确的是 ( )
- A.  $A \vee B \Rightarrow A$       B.  $A \wedge B \Rightarrow A$
- C.  $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow A$       D.  $(A \rightarrow B) \wedge \neg A \Rightarrow B$
- [ ] 4. 设公式  $A(x)$  中含  $x$  的自由出现,  $B$  中不含  $x$  的自由出现, 则下列等值式不正确的是 ( )
- A.  $\exists x(A(x) \vee B) \Leftrightarrow \exists x A(x) \vee B$       B.  $\exists x(A(x) \wedge B) \Leftrightarrow \exists x A(x) \wedge B$
- C.  $\exists x(A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \exists x A(x) \rightarrow B$       D.  $\exists x(B \rightarrow A(x)) \Leftrightarrow B \rightarrow \exists x A(x)$

- [ ] 5. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 则下列关系中哪一个是  $A$  上的既对称又反对称的关系 ( )

- A.  $\{<1, 1>, <2, 2>\}$       B.  $\{<1, 1>, <1, 2>, <2, 1>\}$
- C.  $\{<1, 2>, <1, 3>\}$       D.  $\{<1, 2>, <2, 1>, <1, 3>\}$

- [ ] 6. 下列关系中不能构成函数的是 ( )

- A.  $F = \{<x, y> \mid x, y \in \mathbb{N}, x+y=0\}$       B.  $F = \{<x, y> \mid x, y \in \mathbb{Z}, x+y=0\}$
- C.  $F = \{<x, y> \mid x, y \in \mathbb{Q}, x+y=0\}$       D.  $F = \{<x, y> \mid x, y \in \mathbb{R}, x+y=0\}$

- [ ] 7. 设  $Z_n = \{0, 1, \dots, n-1\}$ ,  $\otimes$  为模  $n$  的乘法, 则下列代数系统中, 除零元外, 其它所有元素都有逆元的是 ( )

- A.  $\langle \mathbb{Z}_2, \otimes \rangle$       B.  $\langle \mathbb{Z}_4, \otimes \rangle$       C.  $\langle \mathbb{Z}_6, \otimes \rangle$       D.  $\langle \mathbb{Z}_8, \otimes \rangle$

- [ ] 8. 下列代数系统中, 具有两个运算的是 ( )

- A. 半群      B. 含么半群      C. 群      D. 格

得分	评判人

## 二、填空题（每小题2分，本题共16分）

- [ ] 1. 公式  $(p \rightarrow q) \wedge \neg q$  的类型是 \_\_\_\_\_
- [ ] 2. 在一阶逻辑中, “有的火车比有的汽车慢” 符号化为 \_\_\_\_\_
- [ ] 3. 设  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , 则  $P(\cap A) =$  \_\_\_\_\_
- [ ] 4. 设  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $R = \{<1, 2>, <3, 1>\}$ , 则  $R^{-1} =$  \_\_\_\_\_
- [ ] 5. 设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A$  上整除关系  $R =$  \_\_\_\_\_ (用集合表示)

[ 16.  $f: Z \rightarrow Z$  且  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x=2n+1, n \in Z \\ x^2 & x=2n, n \in Z \end{cases}$ ,

$f^{-1}(\{0,1,2\}) =$ \_\_\_\_\_

[ 17. 在  $\langle Z_4, \oplus \rangle$  中,  $\oplus$  为模 3 的加法, 则  $1^{-1} =$ \_\_\_\_\_

[ 18. 设  $S = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $\leq$  为整除关系, 在格  $\langle S, \leq \rangle$  中,  $2 \vee 4 =$ \_\_\_\_\_

得分	评判人

答题 (每小题 2 分, 本题共 20 分)

[ 11. “只有 6 是偶数 3 才能被 2 整除.” 是假命题。 ( )

[ 12. 公式的主合取范式可以确定公式的真值表。 ( )

[ 13. 命题逻辑中, 前提为假能推出任何结论。 ( )

[ 14.  $\{a, b\} \in \{a, b, \langle a, b \rangle, \{a, b\}\}^\circ$  ( )

[ 15. 偏序集中, 最大值必定是上确界。 ( )

[ 16. 函数  $f$  有反函数仅当  $f$  是满射。 ( )

[ 17. 乘法是有整数集上的运算。 ( )

[ 18. 半群中的元素可以有逆元。 ( )

[ 19. 有的偏序集都不可以构成格。 ( )

[ 110. 有限集的元素必定少于 它幂集的元素。 ( )

得分	评判人

答题 (每小题 8 分, 本题共 40 分)

[ 11. 求公式  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow r$  的真值表, 并用真值表求公式的主合取范式,

给出所有成假赋值。

[ 12. 构造下列推理的证明

前提:  $\neg p \vee q, \neg q \vee r, r \rightarrow s$

结论:  $p \rightarrow s$

[ 13. 在 1~1 000 之间 (包括 1 和 1 000 在内) 是能被 4 和 5 整除但不能被 7 整除的数有多少个?

[ 14. 设  $S_{110}$  为 110 的全体正因子之集,  $R$  是  $A$  上的整除关系,

$B = \{2, 5\}^\circ$

(1) 给出  $R$  的关系矩阵, 画出  $R$  的哈斯图;

(2) 写出  $B$  的极大元、极小元、上界、下界.

[ 15. 设  $A = \{x | x \in R \wedge x \neq 0, 1\}$ , 在  $A$  上定义 6 个函数如下:

$f_1(x) = x, f_2(x) = x^{-1}, f_3(x) = 1 - x,$

$f_4(x) = (1 - x)^{-1}, f_5(x) = (x - 1)x^{-1}, f_6(x) = x(x - 1)^{-1},$

令  $F = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\}$ ,  $\circ$  为函数的复合运算。

(1) 给出  $\circ$  运算在  $F$  上的运算表;

(2) 在  $\langle F, \circ \rangle$  中是否有单位元, 如果有, 请写出单位元和所有可逆

元素的逆元。