

2012 级《高等数学 I(2)》考试卷(A)

使用专业、班级_____ 学号_____ 姓名_____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得 分								
阅卷人								

本题得分 一、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

- (1) 设向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,2)$, $\boldsymbol{b}=(1,1,-1)$, 则以 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 为邻边的三角形的面积等于_____
- (2) 函数 $f(x, y)=x^2 y^3$ 在点 $(2,1)$ 处沿方向 $\boldsymbol{l}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$ 的方向导数为_____
- (3) 交换二次积分的次序: $\int_0^1 \mathrm{d} y \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) \mathrm{d} x=$ _____
- (4) 设 L 是圆周 $x^2+y^2=a^2$, 则曲线积分 $\oint_L x^2 \mathrm{d} s=$ _____
- (5) 将函数 $f(x)=\frac{1}{x+1}$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数(并指出其收敛域):
 $f(x)=$ _____

本题得分 二、选择题(每小题 4 分,共 16 分)

- (1) xOy 面上的曲线 $4x^2-9y^2=36$ 绕 y 轴旋转一周所得曲面的方程是
(A) $4\left(x^2+z^2\right)-9 y^2=36$. (B) $4\left(x^2+z^2\right)-9\left(y^2+z^2\right)=36$.
(C) $4 x^2-9\left(y^2+z^2\right)=36$. (D) $4 x^2-9 y^2=36$. 【 】
- (2) 设 $z=z(x, y)$ 是由方程 $x+z=y \sin \left(x^2-z^2\right)$ 所确定的隐函数, 则 $z \frac{\partial z}{\partial x}+y \frac{\partial z}{\partial y}$ 等于
(A) x . (B) y . (C) z . (D) $y \sin \left(x^2-z^2\right)$. 【 】

- (3) 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧, 则曲面积分 $\oiint_{\Sigma} \frac{x^3 \mathrm{d} y \mathrm{d} z+y^3 \mathrm{d} z \mathrm{d} x+z^3 \mathrm{d} x \mathrm{d} y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 等于
(A) $\frac{6}{5} \pi a^4$. (B) $\frac{12}{5} \pi a^4$. (C) $2 \pi a^4$. (D) $4 \pi a^4$. 【 】
- (4) 设级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x+1)^n$ 在 $x=-2$ 处条件收敛, 则其在 $x=1$ 处
(A) 绝对收敛. (B) 条件收敛. (C) 发散. (D) 敛散性不确定. 【 】

本题得分 三、计算下列各题(每小题 7 分,共 28 分)

- (1) 设 $z=f(x, x e^y)$, 其中 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.
- (2) 求过点 $(1,0,-2)$ 且与平面 $3 x+4 y-z+6=0$ 平行, 又与直线 $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{1}$ 垂直的直线的方程.

考试形式开卷 ()、闭卷 (√), 在选项上打 (√)
开课教研室 大学数学部 命题教师 命题组 命题时间 2013-5-25 使用学期 2012-2013-2 总张数 3 教研室主任审核签字 _____

(3) 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z\sqrt{x^2+y^2}dv$, 其中 Ω 是由抛物面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=2$ 所围成的区域.

(4) 设 Σ 是圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 夹在平面 $z=1$ 和 $z=2$ 之间的部分, 其面密度为 $\mu(x,y,z)=x^2+y^2$, 试求曲面 Σ 的质量.

本题 得分	
----------	--

四、(本题10分) 设 $I = \int_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$.

(1) 证明在区域 $G = \{(x,y) | y \geq 0, x^2 + y^2 \neq 0\}$ 内曲线积分 I 与路径无关;

(2) 设 L 是摆线 $\begin{cases} x = t - \sin t - \pi \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ 上对应于 $t=0$ 到 $t=2\pi$ 的一段弧, 求 I 的值.

本题 得分	
----------	--

五、(本题10分) 求函数 $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ 的极值.

本题
得分

六、(本题 10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}$ 的收敛域与和函数.

本题
得分

七、(本题 6 分) 设 $a_n > 0 (n=1,2,\cdots)$, 且级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{n}$ 都收敛.