齐鲁工业大学21/22学年第二学期《离散数学》期末考试试卷

(A卷) （本试卷共6页）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 阅卷人 |  |

一、（总分21分）

1. (4分)符号化命题

(1)我去新华书店，仅当我有时间（命题逻辑）。

(2) 每一个计算机专业的学生都学离散数学（谓词逻辑）。

2. (6分)写出(p→q)∧(q→r)的真值表，写出成真赋值和成假赋值。

3. (5分)用等值演算法求(p∨q)→r的主析取范式，和主合取范式并判断公式的类型。

4.(3分) 设个体域D={a, b, c}, 消去公式∀x∀y(F(x)∨G(y))中的量词。

5. (3分) 判断公式F(x, y) →(G(x, y)→F(x, y))的类型。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 阅卷人 |  |

二、(总分13分)证明题：

1.(3分) 等值演算证明：¬∃*x*(*M*(*x*)∧*F*(*x*)) ⇔ ∀*x*(*M*(*x*)→¬*F*(*x*))。

2.（6分）前提：¬p∨q，¬q∨r，r→s

证明：p→s

3.（4分）前提：∀x(F(x)→G(x)), F(s)

证明：G(s)

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 阅卷人 |  |

三、（总分24分）

1. (2分) 设集合A={1, 2, 3, 4, 5}, B={2, 3, 4},

求 A-B, A⊕B。

2. (4分)设集合A={a, {a}}, B={1, 2},求P(A)×B。

3. (4分) 设A = {1, 2, 3, 4, 5}, R={<1, 2>, <3, 4>, <2,2 >},

S = {<4, 2>, <2, 5>, <3, 1>, <1, 3>},

试求R∘S， S∘S。，R-1。

4. (4分) 写出集合A={a, b, c}上的所有的等价关系。

5. (4分) 令*f*：R+→R+ , *f*(x) = (x2 + 2x+1)/x, 其中R+为正实数集。问*f*是否为函数，单射，满射，双射？

6.（6分）设<A, R>为偏序集，其中A={1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 }，R是A上的整除关系。

(1) 画出<A, R>的哈斯图；

(2) 求{2, 3, 4, 6}中的极大元、极小元、最大元、最小元、上界、下界。

|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 阅卷人 |  |

四、（总分10分）

1. （7分）设A = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12},定义A上的关系R为模3同余关系，即R={<x, y>|x, y∈A∧ x与y除以3的余数相等}

问：(1) R是否是A上的等价关系，若是说明理由。

(2) 画出关系R的关系图。

(3) 求出A关于R的商集A/R。

2. （3分）若A∪B＝A∪C，能否判定B＝C，并说明理由。

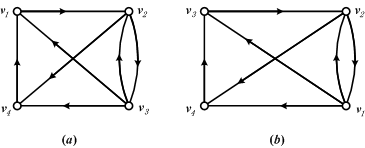
|  |  |
| --- | --- |
| 得分 |  |
| 阅卷人 |  |

五、（总分27分）

1. (4分) 画出完全图K5，并判断K5是否是欧拉图，是否是哈密顿图。

2. (4分)已知一棵无向树中有2个2度顶点、2个3度顶点、1个4度顶点，其余顶点均为树叶。求这棵树共有多少个顶点、多少条边，多少个树叶？

3. (4分) 有向图D=<V, E>，V={*v*1, v2, v3, v4}，如下图所示，写出D的邻接矩阵，并写出各点的出度和入度。



4. (4分)已知10阶无向简单图有20条边，求G的补图有多少条边？

5. (4分)如下图所示的带权图, 画出该图的最小生成树。



6. (7分）在通信中，字母a, b, c, d, e, f, g, h出现的频率如下：

a: 20% e: 30%

b: 5% f: 7%

c: 7% g: 5%

d: 11% h: 15%

求传输a, b, c, d, e, f, g, h的最优前缀码。

|  |  |
| --- | --- |
| **得分** |  |
| **阅卷人** |  |

六、（5分）设G为任意n阶无向简单图，有m条边，且△(G)为图的最大度，△(G)=max{d(v)| v∈V(G)}，δ(G)为图的最小度δ(G)=min{d(v)| v∈V(G)}。

证明： δ(G) ≤  ≤ △(G)。