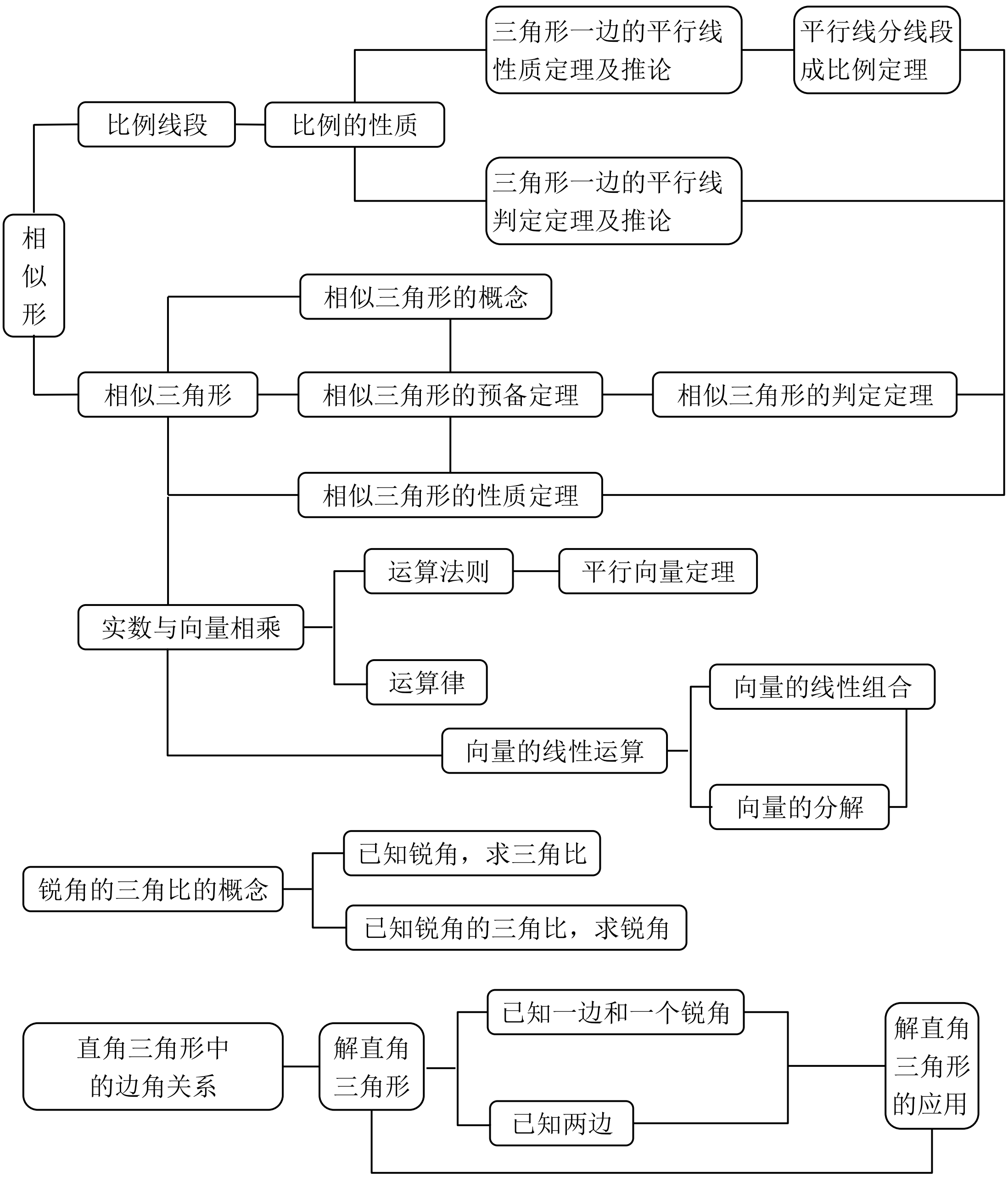
# 期中练习

## 内容分析

本讲整理了关于前两章相似三角形和锐角三角比的相关练习，以帮助同学们巩固所学.

## 知识结构



## 选择题

【练习 1】已知在$\Delta ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A=\alpha$，$AC=3$，那么$AB$的长为（　　）

A．$3\sin\alpha$　　B．$3\cos\alpha$　　C．$\dfrac{3}{\sin\alpha}$　　D．$\dfrac{3}{\cos\alpha}$

【难度】★

【答案】D

【解析】根据锐角三角比的概念，可得$\cos A=\dfrac{AC}{AB}$，即得：$AB=\dfrac{AC}{\cos A}=\dfrac{3}{\cos\alpha}$．

【总结】本题主要考查锐角三角比的概念．

【练习 2】在$\Delta ABC$中，若$\left(\sin A-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left|\cot B-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right|=0$，则$\Delta ABC$的形状是（　　）

A．等边三角形　　B．直角三角形　　C．锐角三角形　　D．钝角三角形

【难度】★

【答案】B

【解析】由$\left(\sin A-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left|\cot B-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right|=0$，即可得$\sin A=\dfrac{1}{2}$，$\cot B=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，由此可得$\angle A=30^\circ$，

$\angle B=60^\circ$，则$\angle C=180^\circ-\angle A-\angle B=90^\circ$，故选 B．

【总结】本题主要考查两非负数相加和为 0，则两个数均为 0 的知识点，结合特殊角的锐角三角比进行计算．

【练习 3】已知在$\Delta ABC$中，$\angle C=90^\circ$，设$\cos B=n$，当$\angle B$是最小的内角时，$n$的取值范围是（　　）

A．$0<n<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$0<n<\dfrac{1}{2}$

C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}<n<1$　　D．$\dfrac{1}{2}<n<1$

【难度】★

【答案】C

【解析】$\angle B$是最小内角，则$0^\circ<\angle B<45^\circ$，根据余弦值的增减性，$\cos B>\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

根据$0<\cos B<1$，故选 C．

【总结】本题主要考查锐角三角比的增减性．

【练习 4】如果向量$\vec{a}$与单位向量$\vec{e}$方向相反，且长度为$\frac{1}{2}$，那么向量$\vec{a}$用单位向量$\vec{e}$表示为（　　）

A．$\vec{a}=\frac{1}{2}\vec{e}$　　B．$\vec{a}=2\vec{e}$　　C．$\vec{a}=-\frac{1}{2}\vec{e}$　　D．$\vec{a}=-2\vec{e}$

【难度】★

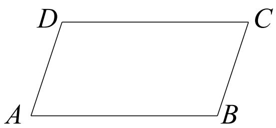
【答案】C

【解析】方向相反，即可表示为$\vec{a}=-n\vec{e}\left(n>0\right)$，长度为$\frac{1}{2}$，可得$n=\frac{1}{2}$，故选 C.

【总结】考查平行向量的表示.

【练习 5】如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，如果$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，那么$\vec{a}+\vec{b}$等于（　　）

A．$\overrightarrow{BD}$　　B．$\overrightarrow{AC}$　　C．$\overrightarrow{DB}$　　D．$\overrightarrow{CA}$




【难度】★

【答案】B

【解析】根据向量的“平行四边形法则”，得$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

【总结】考查向量运算的“平行四边形”法则.

【练习 6】下列不等式中正确的个数是（　　）

①$\sin 47°>\sin 48°$；②$\cos 70°>\sin 30°$；③$\tan 55°>\cot 55°$；④$\cos 46°>\sin 46°$；⑤$\sin 80°>\cot 42°$.

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【难度】★★

【答案】A

【解析】根据正弦值增减性，锐角正弦值随着角度增大而变大，①错误；$\cos 70°=\sin 20°$，②错误；锐角正切值随着角度增大而变大，$\cot 55°=\tan 35°$，③正确；$\cos 46°=\sin 44°$，④错误；$\cot 42°=\tan 48°>\tan 45°=1$，$0<\sin 80°<1$，⑤错误；③正确，故选 A.

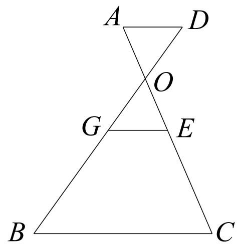
【总结】考查锐角三角比的转化和相关增减性.

【练习 7】如图，已知 $AD // BC$，$AC$ 与 $BD$ 相交于点 $O$，点 $G$ 是 $BD$ 的中点，过点 $G$ 作 $GE // BC$ 交 $AC$ 于点 $E$，如果 $AD = 1$，$BC = 3$，那么 $GE : BC$ 等于（　　）

A．1 : 2　　　B．1 : 3　　　C．1 : 4　　　D．2 : 3

【难度】★★

【答案】B




【解析】根据三角形一边平行线的性质定理，可得：$\dfrac{DO}{BO}=\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{1}{3}$，

点 $G$ 是 $BD$ 中点，可得：$DO = GO$，则有 $\dfrac{AD}{GE}=\dfrac{DO}{GO}=1$，

则有 $GE : BC = AD : BC = 1:3$．

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的应用．

【练习 8】下列命题正确的个数有（　　）个

（1）长度相等的两个非零向量相等

（2）平行向量一定在同一直线上

（3）与零向量相等的向量必定是零向量

（4）任意两个相等的非零向量的始点与终点是一平行四边形的四个顶点

A．0 个　　　B．1 个　　　C．2 个　　　D．3 个

【难度】★★

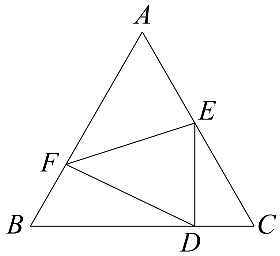
【答案】B

【解析】相等的向量需确保方向相同，（1）错误；平行向量是同一平面内平行的两条有向线段，不一定在同一直线上，（2）错误；只有零向量模长为 0，可知与零向量相等的必定是零向量，（3）正确；相等向量可以在同一直线上，此时四个点不能构成四边形，（4）错误．综上所述，只有（3）正确，故选 B．

【总结】考查与向量有关的相关定义的理解和把握．

【练习 9】如图，已知边长为 5 的等边三角形 $ABC$ 纸片，点 $E$ 在 $AC$ 边上，点 $F$ 在 $AB$ 边上，沿着 $EF$ 折叠，使点 $A$ 落在 $BC$ 边上的点 $D$ 的位置，且 $ED\perp BC$，则 $CE$ 的长是（　　）

A．$10\sqrt{3}-15$　　B．$10-5\sqrt{3}$　　C．$5\sqrt{3}-5$　　D．$20-10\sqrt{3}$




【难度】★★

【答案】D

【解析】是等边三角形，则有 $\angle C=60°$，由 $ED\perp BC$，

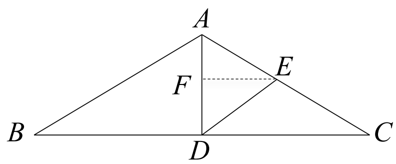
可得：$DE=CE\cdot\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}CE$，翻折可得 $AE=DE$，

即有 $AC=AE+CE=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)CE=5$，得：$CE=20-10\sqrt{3}$．

【总结】考查特殊图形结合特殊锐角三角比的相关应用．

【练习 10】如图，已知 $AD$ 是等腰 $\Delta ABC$ 底边上的高，且 $\tan\angle B=\dfrac{3}{4}$，$AC$ 上有一点 $E$，满足 $AE:CE=2:3$，则 $\tan\angle ADE$ 的值是（　　）

A．$\dfrac{9}{8}$　　B．$\dfrac{4}{5}$　　C．$\dfrac{8}{9}$　　D．$\dfrac{7}{9}$




【难度】★★

【答案】C

【解析】作 $EF\perp AD$ 交 $AD$ 于点 $F$，

则有 $EF//CD$，$\dfrac{EF}{CD}=\dfrac{AF}{AD}=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{2}{5}$，

因为 $\Delta ABC$ 是等腰三角形，则有 $\tan C=\tan B=\dfrac{3}{4}$，设 $AD=3a$，则 $CD=4a$，

由此可得：$AF=\dfrac{6}{5}a$，$EF=\dfrac{8}{5}a$，则 $DF=AD-AF=\dfrac{9}{5}a$，$\tan\angle ADE=\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{8}{9}$．

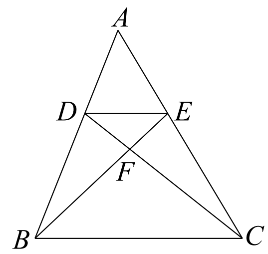
【总结】考查相似三角形和相关锐角三角比的应用，通过作高把所求锐角放到直角三角形中即可．

【练习 11】如图，$D$、$E$ 分别是 $\Delta ABC$ 的边 $AB$、$AC$ 上的点，且 $DE // BC$，$BE$ 交 $DC$ 于点 $F$，$EF:FB=1:3$，则 $S_{\Delta ADE}:S_{\Delta BCF}$ 的值为（　　）

A．$1:9$　　B．$1:3$　　C．$2:9$　　D．$1:7$

【难度】★★

【答案】C




【解析】由 $DE // BC$，即得：$\frac{DE}{BC}=\frac{EF}{FB}=\frac{1}{3}=\frac{AD}{AB}$，则有 $\frac{AD}{DB}=\frac{1}{2}$，

设 $S_{\Delta ADE}=a$，则 $S_{\Delta BDE}=2a$，由 $\frac{EF}{FB}=\frac{1}{3}$，即可得 $S_{\Delta DEF}=\frac{1}{2}a$，

又 $\frac{S_{\Delta DEF}}{S_{\Delta BCF}}=\left(\frac{EF}{FB}\right)^2=\frac{1}{9}$，即得：$S_{\Delta BCF}=\frac{9}{2}a$．

由此可得：$S_{\Delta ADE}:S_{\Delta BCF}=a:\frac{9}{2}a=2:9$．

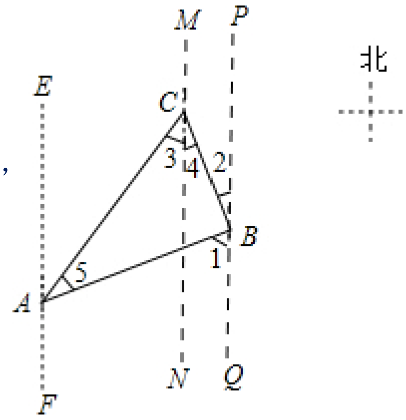
【总结】考查三角形一边平行线性质定理的应用，“A”字型和“8”字型的叠合应用，同时注意等高三角形面积和相似三角形面积比与相应边长的关系．

【练习 12】在一次夏令营活动中，小智从位于 $A$ 点的营地出发，沿北偏东 60°方向走了 5 km 到达 $B$ 地，然后再沿北偏西 30°方向走了若干千米到达 $C$ 地，测得 $A$ 地在 $C$ 地南偏西 30°方向，则 $A$、$C$ 两地的距离为（　　）$km$

A．$\frac{10\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{5\sqrt{3}}{3}$　　C．$5\sqrt{2}$　　D．$5\sqrt{3}$

【难度】★★

【答案】A




【解析】依题意可得到如图所示的图形，则有 $\angle BAE=60°$，

$\angle 2=\angle 3=30°$，由 $EF//MN//PQ$，可得：$\angle 2=\angle 4=30°$，

$\angle 1=\angle BAE=60°$，则有 $\angle ABC=180°-\angle 1-\angle 2=90°$，

$\angle 5=\angle EAB-\angle CAE=30°$，则有 $\angle ACB=60°$，

由此可得：$\frac{AB}{AC}=\sin\angle ACB$，又 $AB=5$，

即得：$AC=\frac{AB}{\sin 60°}=\frac{10\sqrt{3}}{3}km$．

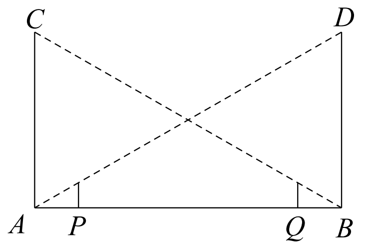
【总结】考查方位角知识的综合应用，结合特殊角的锐角三角比进行求解计算．

【练习 13】如图，小方同学在晚上由路灯 $AC$ 走向路灯 $BD$，当他走到点 $P$ 时，发现身后他影子的顶部刚好接触到路灯 $AC$ 的底部，当他向前再步行 20 m 到达 $Q$ 点时，发现身前他影子的顶部刚好接触到路灯 $BD$ 的底部，已知小方的身高是 1.5 m，两个路灯的高度都是 9 m，则两路灯之间的距离是（　　）米

A．20　　B．25　　C．30　　D．35

【难度】★★

【答案】C




【解析】设 $AP=x$，依题意可得：$BQ=AP$，$\dfrac{1.5}{BD}=\dfrac{AP}{AB}$，

即 $\dfrac{1.5}{9}=\dfrac{x}{2x+20}$，解得：$x=5$，则 $AB=20+2x=30$，

故选 C．

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的实际应用．

【练习 14】如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，$BA=BC$，点 $D$ 是 $AB$ 的中点，连接 $CD$，过点 $B$ 作 $BG\perp CD$，分别交 $CD$、$CA$ 于点 $E$、$F$，与过点 $A$ 且垂直于 $AB$ 的直线相交于点 $G$，连接 $DF$．给出以下四个结论：

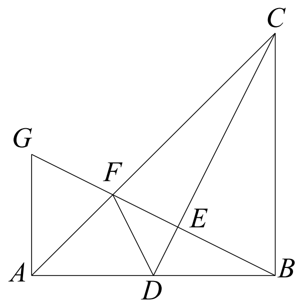
（1）$\dfrac{AG}{AB}=\dfrac{FG}{FB}$；（2）点 $F$ 是 $GE$ 的中点；（3）$AF=\dfrac{\sqrt{2}}{3}AB$；（4）$S_{\Delta ABC}=5S_{\Delta BDF}$，

其中正确的个数有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【难度】★★★

【答案】B




【解析】由 $\angle BAG=\angle ABC=90^\circ$，$\angle ABG=\angle BCD$，$AB=AC$，

可得：$\Delta ABG\cong\Delta BCD$，且有 $AG//BC$，则有 $AG=BD=\dfrac{1}{2}BC$，

由此可得：$\dfrac{AF}{CF}=\dfrac{GF}{BF}=\dfrac{AG}{BC}=\dfrac{1}{2}$，可知（1）正确；同时，$CD$ 不是 $\angle ACB$ 的角平分线，可得 $BE\neq FE$，则 $F$ 不是 $GE$ 中点，

（2）错误；此时可得 $AF=\dfrac{1}{3}AC=\dfrac{\sqrt{2}}{3}AB$，（3）正确；则有 $S_{\Delta ABC}=3S_{\Delta ABF}=6S_{\Delta BDF}$，

（4）错误；综上所述，正确的是（1）（3），故选 B．

【总结】考查等腰直角三角形结合平行问题中特殊边角关系的综合应用．

【练习 15】如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 $P$ 是 $AB$ 上一动点（不与 $A$、$B$ 重合），对角线 $AC$、$BD$ 相交于点 $O$，过点 $P$ 分别作 $AC$、$BD$ 的垂线，分别交 $AC$、$BD$ 于点 $E$、$F$，交 $AD$、$BC$ 于点 $M$、$N$，下列结论：

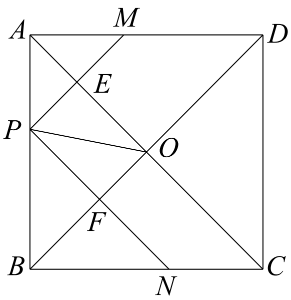
（1）$\Delta APE\cong\Delta AME$；（2）$PM+PN=AC$；（3）$PE^2+PF^2=PO^2$；（4）$\Delta POF\backsim\Delta BNF$；（5）当 $\Delta PMN\backsim\Delta AMP$ 时，点 $P$ 是 $AB$ 的中点．

其中正确的结论有（　　）

A．5 个　　B．4 个　　C．3 个　　D．2 个

【难度】★★★

【答案】B




【解析】根据正方形的性质，即可得 $\angle PAE=\angle MAE=45°$，由 $PM\perp AE$，$AE=AE$，可得 $\Delta APE\cong\Delta AME$，（1）正确；同理可得 $\Delta PBF\cong\Delta NBF$，则有 $PM=\sqrt{2}AP$，$PN=\sqrt{2}PB$，则有 $PM+PN=\sqrt{2}(PA+PB)=\sqrt{2}AB=AC$，（2）正确；由 $\angle AOB=90°$，可知四边形 $PEOF$ 是矩形，则有 $PE^2+PF^2=PO^2$，（3）正确；$\Delta BNF$ 为等腰直角三角形，$\Delta POF$ 是直角三角形，但不能确定为等腰，（4）错误；$\Delta PMN\backsim\Delta AMP$ 时，则有 $PM=PN$，即 $\sqrt{2}AP=\sqrt{2}BP$，由此可得 $AP=BP$，$P$ 为 $AB$ 中点，（5）正确；综上所述，正确的是（1）（2）（3）（5），故选 B．

【总结】本题综合性较强，主要考查正方形性质的综合应用，注意题目中由正方形得到的边角关系，从而利用勾股定理完成解题．

## 填空题

【练习 16】$\alpha$ 为锐角，（1）$\sin\alpha=\frac{2}{3}$，则 $\tan\alpha=$______；（2）$\cot\alpha=3$，则 $\sin\alpha=$______．

【难度】★

【答案】（1）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$；（2）$\frac{\sqrt{10}}{10}$．

【解析】（1）由 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，可得：$\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}$，则 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$；

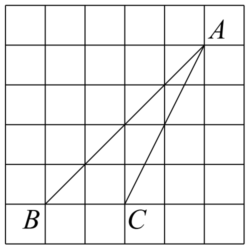
（2）由 $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=3$，可得 $\cos\alpha=3\sin\alpha$，又 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，即 $10\sin^2\alpha=1$，即得：$\sin\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$．

【总结】考查锐角三角比之间的相互关系的转化，或利用设“$k$”法表示长度进行求解．

【练习 17】在正方形网格中，$\Delta ABC$ 的位置如图所示，则 $\cos\angle B$ 的值为______.

【难度】★

【答案】$\frac{\sqrt{2}}{2}$.



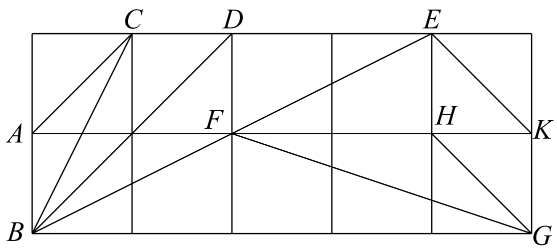

【解析】由图中所示格点位置，知 $\angle B=45°$，则 $\cos\angle B=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【总结】考查利用格点三角形得到相关角的锐角三角比.

【练习 18】如图，在正方形网格上有 6 个三角形：①$\Delta ABC$；②$\Delta CDB$；③$\Delta DEB$；④$\Delta FBG$；⑤$\Delta HGF$；⑥$\Delta EKF$，在②~⑥中，与①相似的三角形是____________（填序号）.

【难度】★

【答案】③④⑤




【解析】由图示可得：$\angle BAC=135°$，且有 $\frac{AC}{AB}=\sqrt{2}$，满足条件的图形只有③⑤．同时利用三边对应成比例，也可证得④成立.

【总结】考查“格点三角形”中根据勾股定理得到特殊边角关系和长度的应用.

【练习 19】已知 $P$ 是线段 $AB$ 的一个黄金分割点，且 $AB=20$ cm，$AP<BP$，那么 $AP=$______.

【难度】★★

【答案】$\left(30-10\sqrt{5}\right)cm$.

【解析】根据黄金分割点的意义，由 $AP<BP$，可得 $BP=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=10\sqrt{5}-10$，则有

$$AP=AB-BP=20-\left(10\sqrt{5}-10\right)=\left(30-10\sqrt{5}\right)cm.$$

【总结】考查线段的黄金分割点和相应的黄金比，注意线段的黄金分割点有两个.

【练习 20】如果从灯塔 A 处观察到船 B 在它的北偏东 35°方向上，那么从船 B 观察灯塔 A 的方向是______.

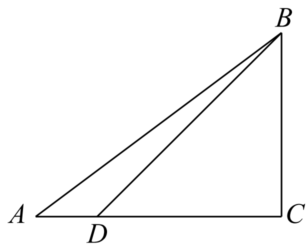
【难度】★★

【答案】南偏西$35°$.

【解析】换位观察，方向变为相反，偏离角度大小不变，即得.

【总结】考查方位角的基本性质.

【练习 21】如图，$\Delta ABC$中，$\angle C=90°$，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，$D$为$AC$上一点，且$BD=AC$，$DC=7$ $cm$，则$AD=$______.




【难度】★★

【答案】$\left(4\sqrt{7}-7\right)cm$.

【解析】设$BC=acm$，由$\sin A=\dfrac{3}{5}$，可得：$AB=\dfrac{5}{3}a$，$AC=\dfrac{4}{3}a$，

根据勾股定理可得$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{a^2+49}=AC=\dfrac{4}{3}a$，

即可解得：$a=3\sqrt{7}$，则$AC=4\sqrt{7}$，$AD=AC-DC=\left(4\sqrt{7}-7\right)cm$.

【总结】考查共直角边的两个直角三角形结合锐角三角比的应用，根据题目条件进行边角转换即可.

【练习 22】传送带和地面所成斜坡的坡度为 $1:0.75$，它把物体从地面送到离地面高 8 米的地方，物体在传送带上所经过的路程为______米.

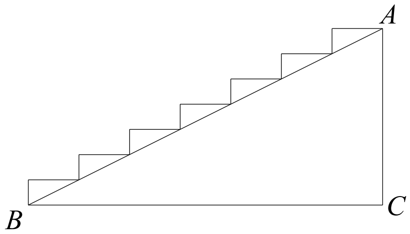
【难度】★★

【答案】10.

【解析】传送带和地面所成坡度$i=1:0.75$，可知物体传送的水平距离即为$\dfrac{8}{i}=6m$，根据勾股定理即可得物体在传送带经过路程为$\sqrt{8^2+6^2}=10m$.

【总结】考查坡度的意义和应用.

【练习 23】如图，在坡度为 $1:2.5$ 的楼梯表面铺地毯，已知楼梯高度 $AC=2$ 米，则地毯长度至少是______.



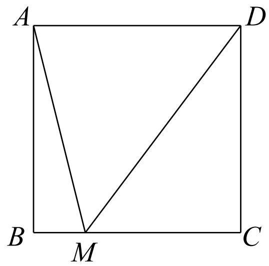

【难度】★★

【答案】$7m$.

【解析】楼梯的坡度为 1 ： 2.5，可得楼梯水平长度 $BC=\frac{AC}{i}=5m$，则地毯长度至少为 $2+5=7m$.

【总结】考查坡度意义的综合应用，注意地毯要沿着楼梯铺设，完全覆盖.

【练习 24】如图，正方形 $ABCD$ 中，$M$ 是边 $BC$ 上一点，且 $BM=\frac{1}{4}BC$. 若 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DM}=$______.



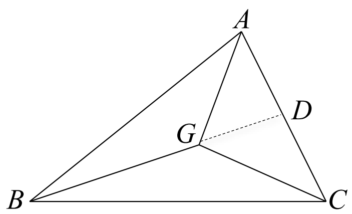

【难度】★★

【答案】$\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}$.

【解析】$\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{MC}$，根据正方形的性质，可得：$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，由 $BM=\frac{1}{4}BC$，可得：$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{4}\vec{b}$，则有 $\overrightarrow{MC}=\frac{3}{4}\vec{b}$，$\overrightarrow{DM}=\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}$.

【总结】考查平面向量的线性运算，注意把握好相等向量的定义.

【练习 25】如图，点 $G$ 是 $\Delta ABC$ 的重心，$AG\perp GC$，$AC=4$，那么 $BG$ 的长为______.




【难度】★★

【答案】4

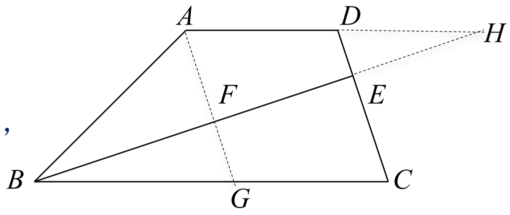
【解析】延长 $BG$ 交 $AC$ 于点 $D$，则 $D$ 是 $AC$ 中点，由 $AG\perp GC$，则有 $GD=\frac{1}{2}AC=2$，根据重心性质，即可得 $BG=2GD=4$.

【总结】本题主要考查重心性质的应用.

【练习 26】如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\ //\ BC$，$BE$ 平分 $\angle ABC$ 交 $CD$ 于 $E$，且 $BE\perp CD$，$CE:ED=2:1$，如果 $\Delta BEC$ 的面积为 2，那么四边形 $ABED$ 的面积是______.

【难度】★★

【答案】$\frac{7}{4}$.




【解析】作 $AG//DC$ 交 $BC$ 于点 $G$，交 $BE$ 于点 $F$，延长 $BE$ 交 $AD$ 延长线于点 $H$.

由 $AD//BC$，得 $\Delta DEH\backsim\Delta CEB$，$\Delta DEH\backsim\Delta AFH$，

则有 $\frac{S_{\Delta DEH}}{S_{\Delta CEB}}=\left(\frac{DE}{CE}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$，可得：$S_{\Delta DEH}=\frac{1}{2}$.

由 $BE\perp CD$，$AG//CD$，得 $AF\perp BH$，又 $BE$ 平分 $\angle ABC$，则有 $AF=FG=\frac{1}{2}AG$，

即得：$DE=\frac{1}{3}CD=\frac{1}{3}AG=\frac{2}{3}AF$，由此可得：$\frac{S_{\Delta DEH}}{S_{\Delta AFH}}=\left(\frac{DE}{AF}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$，得 $S_{\Delta AFH}=\frac{9}{8}$，

由 $AD//BC$，$BE$ 平分 $\angle ABC$，可知 $\Delta ABH$ 为等腰三角形，

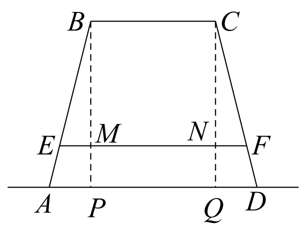
则有 $S_{四边形ABED}=2S_{\Delta AFH}-S_{\Delta DEH}=2\times\frac{9}{8}-\frac{1}{2}=\frac{7}{4}$.

【总结】考查根据平行构造相似三角形“A”字型和“8”字型的应用，相似三角形面积比即为相似比的平方，同时考查平行线与角平分线得到等腰三角形的基本图形.

【练习 27】某学校为新生设计的学生板凳的正面视图如图所示，其中 $BA=CD$，$BC=20\ cm$，$BC$、$EF$ 平行于地面 $AD$ 且到地面 $AD$ 的距离分别为 $40\ cm$、$8\ cm$. 为使板凳两腿底端 $A$、$D$ 之间的距离为 $50\ cm$，那么横梁 $EF$ =______. （材质及其厚度等暂忽略不计）.

【难度】★★

【答案】$44cm$.




【解析】如图，分别延长 $BM$、$CN$ 交 $AD$ 于点 $P$ 和点 $Q$.

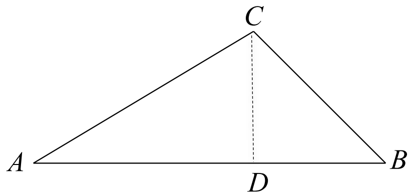
在等腰梯形中易得 $AP=DQ$，$EM=FN$，

由 $BC//EF//AD$，即得：$BC=MN=PQ=20$，则有 $AP=15$，题中 $BM=40-8=32$，$BP=40$，由 $EF//AD$，则有 $\frac{EM}{AP}=\frac{BM}{BP}$，

即 $\frac{EM}{15}=\frac{32}{40}$，得 $EM=12=FM$，则 $EF=EM+MN+NF=44cm$.

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的实际应用.

【练习 28】如图，在 $\Delta ABC$ 中，$\angle A=\alpha$，$\angle B=\beta$，$AB=c$，用 $\alpha$、$\beta$、$c$ 表示 $S_{\Delta ABC}=$______.




【难度】★★

【答案】$\dfrac{c^2\tan\alpha\tan\beta}{2(\tan\alpha+\tan\beta)}$.

【解析】作 $CD\perp AB$ 交 $AB$ 于点 $D$，

则有 $\tan A=\dfrac{CD}{AD}$， $\tan B=\dfrac{CD}{BD}$， 由此可得 $AD=\dfrac{CD}{\tan\alpha}$， $BD=\dfrac{CD}{\tan\beta}$， $AB=AD+BD$，

即 $\dfrac{CD}{\tan\alpha}+\dfrac{CD}{\tan\beta}=c$，可得：$CD=\dfrac{c\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha+\tan\beta}$，则 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}CD\cdot AB=\dfrac{c^2\tan\alpha\tan\beta}{2(\tan\alpha+\tan\beta)}$.

【总结】考查锐角三角比性质的综合应用，通过作高实现边角转换.

【练习 29】在 $Rt\Delta ABC$ 中，斜边 $AB=2\sqrt{5}$，且 $\tan A+\tan B=\dfrac{5}{2}$，则 $Rt\Delta ABC$ 的面积是______.

【难度】★★

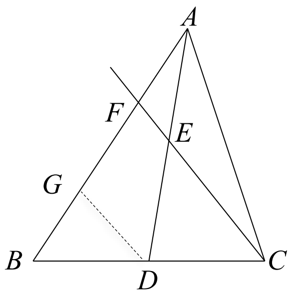
【答案】4.

【解析】设两直角边长分别为 $a$、$b$，根据锐角三角比的定义，$\tan A+\tan B=\dfrac{5}{2}$，即 $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{5}{2}$，

$\dfrac{a^2+b^2}{ab}=\dfrac{5}{2}$， 由勾股定理可得 $a^2+b^2=AB^2=20$， 则有 $ab=8$， $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ab=4$.

【总结】考查锐角三角比的基本定义结合勾股定理的应用.

【练习 30】已知：如图，$AD$ 是 $\Delta ABC$ 的中线，$E$ 为 $AD$ 上的一点，且 $\dfrac{AE}{ED}=\dfrac{1}{k}$，射线 $CE$ 交 $AB$ 于 $F$， $\dfrac{AF}{FB}=$______.




【难度】★★

【答案】$\dfrac{1}{2k}$.

【解析】作 $DG//EF$ 交 $AB$ 于点 $G$， 则有 $\dfrac{AF}{FG}=\dfrac{AE}{ED}=\dfrac{1}{k}$，

因为 $D$ 为 $BC$ 中点，且 $DG//CF$， 则 $G$ 为 $BF$ 中点，

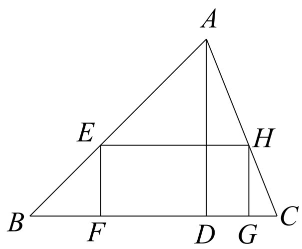
即有 $BF=2FG$， 则 $\dfrac{AF}{FB}=\dfrac{AF}{2FG}=\dfrac{1}{2k}$.

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的应用，构造“A”“8”叠加的基本图形.

【练习 31】如图，在$\Delta ABC$中，$AD$是$BC$上的高，且$BC=5$，$AD=3$，矩形$EFGH$的顶点$F$、$G$在边$BC$上，顶点$E$、$H$分别在边$AB$和$AC$上，如果设边$EF$的长为$x(0<x<3)$，矩形$EFGH$的面积为$y$，那么$y$关于$x$的函数解析式是______.

【难度】★★

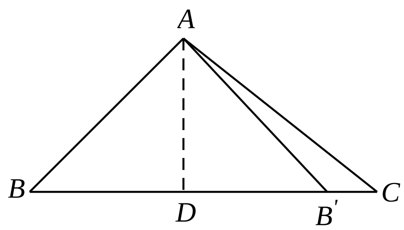
【答案】$y=5x-\frac{5}{3}x^2$.




【解析】由$EH//BC$，$EF//AD$，根据三角形一边平行线的性质，即得：$\frac{EF}{AD}=\frac{BE}{AB}$，$\frac{EH}{BC}=\frac{AE}{AB}$，则有$\frac{EF}{AD}+\frac{EH}{BC}=1$，即$\frac{x}{3}+\frac{EH}{5}=1$，得：$EH=5-\frac{5}{3}x$，$y=EH\cdot EF=5x-\frac{5}{3}x^2$.

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的综合应用，进行比例转化解决问题.

【练习 32】已知：在$\Delta ABC$中，$AC=a$，$\cos C=\frac{4}{5}$，$AB$与$BC$所在直线成45°角，则$AC$边上的高的长是______.




【难度】★★★

【答案】$\frac{21}{25}a$或$\frac{3}{25}a$.

【解析】作$AD\perp BC$所在直线于点$D$，由$AC=a$，$\cos C=\frac{4}{5}$，可得$CD=\frac{4}{5}a$，勾股定理得$AD=\frac{3}{5}a$，$AB$与$BC$所在直线成45°角，由此需进行分类讨论，

（1）$B$在$D$点左侧，有$\angle B=45°$，可得$BD=AD=\frac{3}{5}a$，则$BC=CD+BD=\frac{7}{5}a$，

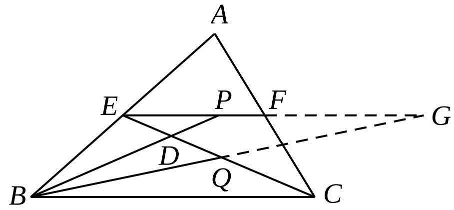
由面积法可得$AC$边上的高长为$\frac{AD\cdot BC}{AC}=\frac{\frac{3}{5}a\cdot\frac{7}{5}a}{a}=\frac{21}{25}a$；

（2）$B'$在$D$点右侧，有$\angle B'=45°$，可得$B'D=AD=\frac{3}{5}a$，则$B'C=CD-B'D=\frac{1}{5}a$，

由面积法可得$AC$边上的高长为$\frac{AD\cdot BC}{AC}=\frac{\frac{3}{5}a\cdot\frac{1}{5}a}{a}=\frac{3}{25}a$.

【总结】考查多解性问题，由直线可知题目存在多解，结合锐角三角比和面积法即可求得高长，也可直接利用锐角三角比求高长.

【练习 33】如图所示，在 $\Delta ABC$ 中，$BC=6$，$E$、$F$ 分别是 $AB$、$AC$ 的中点，动点 $P$ 在射线 $EF$ 上，$BP$ 交 $CE$ 于 $D$，$\angle CBP$ 的平分线交 $CE$ 于 $Q$，当 $CQ=\frac{1}{3}CE$ 时，$EP+BP=$______.




【难度】★★★

【答案】12.

【解析】延长 $BQ$ 交 $EF$ 延长线于点 $G$.

由 $E$、$F$ 分别是 $AB$、$AC$ 中点，得 $EF$ 为 $\Delta ABC$ 中位线，

则有 $EF//BC$，可得: $\angle G=\angle GBC$，由 $\angle PBQ=\angle CBG$，则有 $\angle PBQ=\angle G$，

则有 $BP=PG$，$EP+BP=EG$，由 $CQ=\frac{1}{3}CE$，则有 $CQ=\frac{1}{2}EQ$，则有 $\frac{BC}{EG}=\frac{CQ}{EQ}=\frac{1}{2}$，

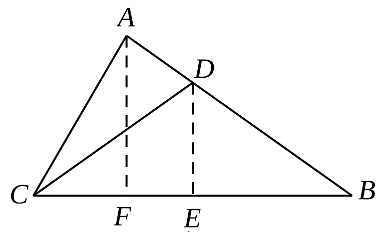
由 $BC=6$，则 $EG=2BC=12$，即 $EP+BP=12$.

【总结】考查角平分线与平行线产生等腰三角形的基本图形，构成“8”字型比例转换即可.

【练习 34】已知在 $\Delta ABC$ 中，$\angle ACB=60°$，$AC=2$，$BC=6$，将 $\Delta ABC$ 沿着 $DE$ 翻折，使点 $B$ 与点 $C$ 重合，折痕 $DE$ 交 $AB$ 于点 $D$，交 $BC$ 于点 $E$，那么 $\Delta ACD$ 的面积为______.

【难度】★★★

【答案】$\frac{6\sqrt{3}}{5}$.




【解析】作 $AF\perp BC$ 交 $BC$ 于点 $F$，

由 $AC=2$，$\angle ACB=60°$，可得：$AF=AC\cdot\sin\angle ACB=\sqrt{3}$，

$CF=AC\cdot\cos\angle ACB=1$，依题意可得 $DE$ 垂直平分 $BC$，则有 $BE=CE=\frac{1}{2}BC=3$，

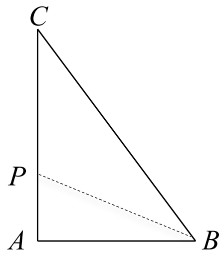
$\frac{DE}{AF}=\frac{BE}{BF}=\frac{3}{5}$，得：$DE=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，$S_{\Delta ACD}=S_{\Delta ABC}-S_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}AF\cdot BC-\frac{1}{2}DE\cdot BC=\frac{6\sqrt{3}}{5}$.

【总结】考查特殊角的锐角三角比的应用和翻折性质的理解应用.

【练习 35】根据三角形外心的概念，我们可引入如下一个新定义：

定义：到三角形的两个顶点距离相等的点，叫做此三角形的准外心．

根据准外心的定义，探究如下问题：如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle A=90°$，$BC=10$，$AB=6$，如果准外心 $P$ 在边 $AC$ 上，那么 $PA$ 的长为______．




【难度】★★★

【答案】4 或 $\dfrac{7}{4}$．

【解析】根据勾股定理，可得：$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=8$．

（1）点 $P$ 到点 $A$ 和点 $C$ 距离相等，则 $P$ 为 $AC$ 中点，此时则有 $PA=\dfrac{1}{2}AC=4$；

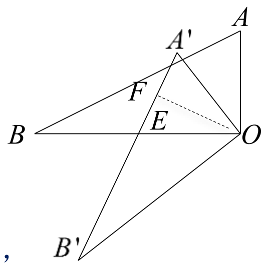
（2）点 $P$ 到点 $B$ 和点 $C$ 距离相等，则有 $PB=PC$，设 $PA=x$，则 $PC=8-x=PB$，

在 $Rt\Delta ABP$ 中用勾股定理，则有 $BP^2=AB^2+AP^2$，即 $(8-x)^2=6^2+x^2$，解得：$x=\dfrac{7}{4}$．

故 $AP$ 的长为 4 或 $\dfrac{7}{4}$．

【总结】本题应注意多解问题的存在性，也可采用锐角三角比进行求解．

【练习 36】如图，在 $\Delta AOB$ 中，已知 $\angle AOB=90°$，$AO=3$，$BO=6$，将 $\Delta AOB$ 绕顶点 $O$ 逆时针旋转到 $\Delta A'OB'$ 处，此时线段 $A'B'$ 与 $BO$ 的交点 $E$ 为 $BO$ 的中点，那么线段 $B'E$ 的长度为______．




【难度】★★★

【答案】$\dfrac{9\sqrt{5}}{5}$．

【解析】作 $OF\perp A'B'$ 交 $A'B'$ 于点 $F$，根据勾股定理可得：

$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=3\sqrt{5}$，根据面积法可得：$OF=\dfrac{AO\cdot BO}{AB}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$，

勾股定理可得：$EF=\sqrt{EO^2-OF^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，根据旋转性质 $\tan B=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{2}=\tan B'=\dfrac{OF}{B'F}$，

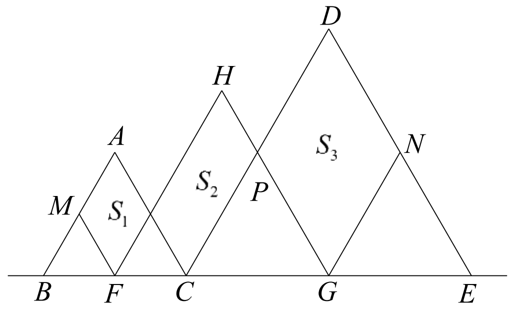
由此可得：$B'F=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$，$B'E=B'F-EF=\dfrac{9\sqrt{5}}{5}$．

【总结】考查旋转性质的综合应用．

【练习 37】如图，在直线 $m$ 上摆放着三个正三角形：$\Delta ABC$ 、$\Delta HFG$ 、$\Delta DCE$ ，已知 $BC=\frac{1}{2}CE$ ，$F$、$G$ 分别是 $BC$、$CE$ 的中点，$FM$ // $AC$，$GN$ // $DC$．设图中三个平行四边形的面积依次是 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ，若 $S_1+S_3=10$ ，则 $S_2=$______．

【难度】★★★

【答案】4．




【解析】设 $CD$ 与 $GH$ 交点为 $P$ ，

由 $AB//FH//CD$ ，可得：$\frac{S_1}{S_2}=\frac{AM}{CP}=\frac{CF}{CG}=\frac{1}{2}$ ，

即得：$S_2=2S_1$ ，同理可得 $\frac{S_2}{S_3}=\frac{1}{2}$ ，

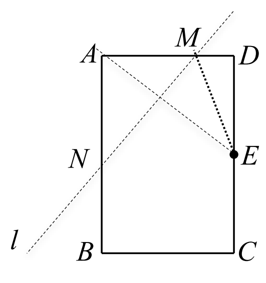
则有 $S_3=2S_2=4S_1$ ，由 $S_1+S_3=10$ ，可得：$S_1=2$ ，则 $S_2=2S_1=4$ ．

【总结】考查平行线分等边三角形也得到等边三角形以及面积等比的转化．

【练习 38】如图，在矩形 $ABCD$ 中，已知 $AB=12$，$AD=8$，如果将矩形沿直线 $l$ 翻折后点 $A$ 落在边 $CD$ 的中点 $E$ 处，直线 $l$ 分别与边 $AB$、$AD$ 交于点 $M$、$N$，那么 $MN=$______．

【难度】★★★

【答案】$\frac{125}{12}$ ．




【解析】连结 $ME$ ，依题意可得 $MN$ 垂直平分 $AE$ ，则有 $AM=ME$ ，

设 $AM=x$ ，则有 $ME=x$ ， $AD=8-x$ ，

在 $Rt\Delta DME$ 中用勾股定理，则有 $DM^2+DE^2=ME^2$ ，

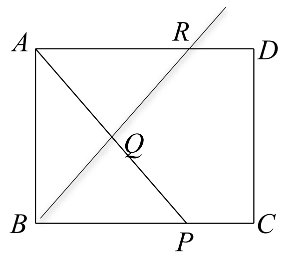
即 $(8-x)^2+6^2=x^2$ ，解得: $x=\frac{25}{4}$ ， $MN\perp AE$ ， $\angle BAD=90°$ ，易得 $\angle DAE=\angle ANM$ ，

勾股定理得： $AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=10$ ，则有 $\sin\angle DAE=\frac{DE}{AE}=\frac{3}{5}=\sin\angle ANM=\frac{AM}{MN}$ ，

即 $\frac{\frac{25}{4}}{MN}=\frac{3}{5}$ ，得： $MN=\frac{125}{12}$ ．

【总结】考查翻折的性质和锐角三角比的综合应用．

【练习 39】如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$BC=9$，点 $P$ 在 $BC$ 边上，$CP=3$，点 $Q$ 为线段 $AP$ 上的动点，射线 $BQ$ 与矩形 $ABCD$ 的一边交于点 $R$，且 $AP=BR$，则 $\dfrac{QR}{BQ}=$______.




【难度】★★★

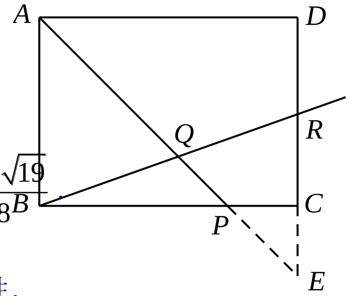
【答案】1 或 $\dfrac{4+\sqrt{19}}{8}$.

【解析】由 $BC=9$，$CP=3$，可得 $BP=BC-CP=6$，

勾股定理可得：$AP=\sqrt{AB^2+BP^2}=10=BR$.

（1）当射线 $BQ$ 与 $AD$ 交于点 $R$ 时，可得 $AR=BP=6$，由 $AD//BC$，则有 $\dfrac{QR}{BQ}=\dfrac{AR}{BP}=1$；

（2）射线 $BQ$ 与 $CD$ 交于点 $R$，延长 $AP$ 交 $DC$ 延长线于点 $E$，




勾股定理可得：$CR=\sqrt{BR^2-BC^2}=\sqrt{19}$，由 $AB//CD$，

则有 $\dfrac{BP}{CP}=\dfrac{AB}{CE}$，即 $\dfrac{6}{3}=\dfrac{8}{CE}$，得 $CE=4$，由此可得：$\dfrac{QR}{BQ}=\dfrac{RE}{AB}=\dfrac{4+\sqrt{19}}{8}$

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的综合应用，注意题目的多解性.

## 解答题

【练习 40】（1）$\dfrac{2}{\tan 30^\circ}-2\sin 60^\circ\cos 45^\circ+3\tan 30^\circ\sin 45^\circ$.

（2）$\sqrt{\tan^2 30^\circ-2\tan 30^\circ+1}-\sqrt{\tan 70^\circ\cdot\tan 20^\circ-4\cos 30^\circ+4\cos^2 30^\circ}$.

（3）$\sqrt{(1-\tan 60^\circ)^2}+\left|\tan 60^\circ-3\tan 45^\circ\right|-\left|\cot 40^\circ\cdot\cot 50^\circ-\dfrac{8}{3}\sin^2 60^\circ\right|$.

【难度】★★

【答案】（1）$2\sqrt{3}$；（2）$2-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$；（3）1.

【解析】（1）原式$=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}$；

（2）原式$=\left|1-\tan 30^\circ\right|-\left|2\cos 30^\circ-1\right|=\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)-\left(2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\right)=2-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$；

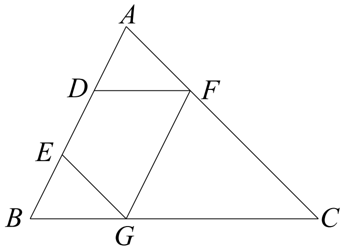
（3）原式$=\left|\tan 60^\circ-1\right|+\left|\sqrt{3}-3\times 1\right|-\left|1-\dfrac{8}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right|=\left(\sqrt{3}-1\right)+\left(3-\sqrt{3}\right)-1=1$.

【总结】考查特殊角锐角三角比的计算，去绝对值注意符号.

【练习 41】如图，$D$、$E$ 是 $\Delta ABC$ 边 $AB$ 上的点，$F$、$G$ 分别是边 $AC$、$BC$ 上的点，且满足 $AD=DE=EB$，$DF // BC$，$EG // AC$.

（1）求证：$FG // AB$；

（2）设 $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，请用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{GF}$．




【难度】★★

【答案】（1）略；（2）$\overrightarrow{GF}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$．

【解析】(1)证明：$\because DF//BC$，$\therefore \frac{DF}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$，即 $DF=\frac{1}{3}BC$，

$\because EG//AC$，$\therefore \frac{BG}{BC}=\frac{BE}{AB}=\frac{1}{3}$，即 $BG=\frac{1}{3}BC$，　$\therefore BG=DF$．

$\because BG//DF$，　$\therefore$ 四边形 $BGFD$ 是平行四边形．　$\therefore FG/BD$，即 $FG//AB$；

（2）由（1）可得：$\frac{BG}{BC}=\frac{BE}{AB}=\frac{1}{3}$，又 $FG//AB$，则有 $\frac{FG}{AB}=\frac{CG}{BC}=\frac{2}{3}$，

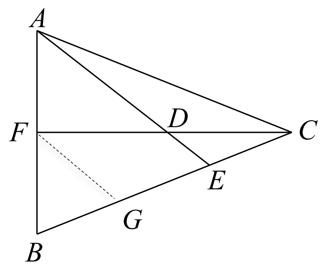
即得 $\overrightarrow{GF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}\right)=\frac{2}{3}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$．

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的综合应用，同时考查同向向量的意义和向量的线性运算．

【练习 42】如图，$\Delta ABC$ 中，$AC=BC$，$F$ 为底边 $AB$ 上一点，$\frac{BF}{AF}=\frac{m}{n}$（$m$、$n>0$），$D$ 是 $CF$ 中点，联结 $AD$ 并延长交 $BC$ 于 $E$.

（1）求 $\frac{BE}{EC}$ 的值；

（2）若 $BE=2EC$，求证：$CF\perp AB$．




【难度】★★

【答案】（1）$\frac{m+n}{n}$；（2）略.

【解析】(1) 过点 $F$ 作 $FG//DE$ 交 $BC$ 于点 $G$，

则有 $\frac{BG}{GE}=\frac{BF}{AF}=\frac{m}{n}$，又 $D$ 为 $CF$ 中点，可知 $E$ 为 $GC$ 中点，

由此可得：$\frac{BE}{CE}=\frac{m+n}{n}$；

（2）证明：$BE=2EC$，则有 $\frac{BE}{CE}=\frac{m+n}{n}=2$，

由此可得：$m=n$，则有 $AF=FB$，即 $F$ 为 $AB$ 中点．　$\because AC=BC$，$\therefore CF\perp AB$．

【总结】考查三角形一边平行线性质定理的综合应用，作平行线构造“A”字型和“8”字型等基本图形进行比例变换即可．

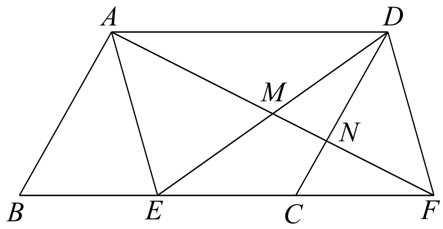
【练习 43】在平行四边形 $ABCD$ 中，点 $E$ 在 $BC$ 边上，点 $F$ 在 $BC$ 边的延长线上，且 $BE=CF$.

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（2）连接 $AF$，分别交 $DE$、$CD$ 于 $M$、$N$，若 $\angle B=\angle AME$，求证：$ND\bullet AD=AN\bullet ME$.

【难度】★★

【答案】略.




【解析】证明：（1）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，$AD=BC$，$\because BE=CF$，

$\therefore EF=EC+CF=EC+BE=BC=AD$，

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（2）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore \angle B=\angle ADC$.

$\because \angle AME=\angle DMN$，$\angle B=\angle AME$，$\therefore \angle ADN=\angle DMN$.

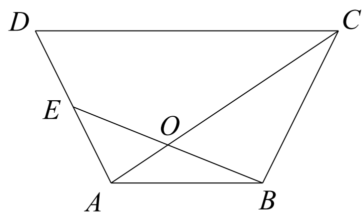
$\because \angle MND=\angle DNA$，$\therefore \Delta ADN \backsim \Delta DMN$，$\therefore \dfrac{AN}{DN}=\dfrac{AD}{DM}$.

$\because MD=ME$，$\therefore ND\cdot AD=AN\cdot ME$.

【总结】考查平行四边形性质和相似的结合应用.

【练习 44】如图，梯形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AD=BC$，点 $E$ 在边 $AD$ 上，$BE$ 与 $AC$ 相交于点 $O$，且 $\angle ABE=\angle BCA$.

求证：（1）$\Delta BAE \backsim \Delta BOA$；（2）$BO\bullet BE=BC\bullet AE$.




【难度】★★

【答案】略.

【解析】证明：（1）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，

$\therefore \angle DAB=\angle ABC$.

$\because \angle ABE=\angle BCA$，$\angle OAB=\angle BAC$，

$\therefore \Delta AOB \backsim \Delta ABC$.

$\therefore \angle AOB=\angle ABC=\angle DAB$.

$\because \angle ABO=\angle ABE$，$\therefore \Delta BAE \backsim \Delta BOA$；

（2）由 $\Delta BAE \backsim \Delta BOA$，则有 $\dfrac{AE}{OA}=\dfrac{BE}{AB}$，$\therefore \dfrac{BE}{AE}=\dfrac{AB}{OA}$.

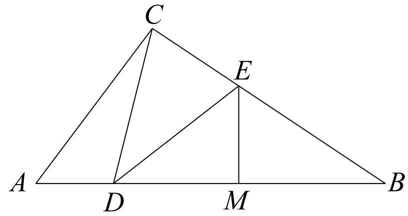
由 $\Delta AOB \backsim \Delta ABC$，则有 $\dfrac{OA}{AB}=\dfrac{OB}{BC}$，$\therefore \dfrac{BE}{AE}=\dfrac{BC}{BO}$，即证 $BO\bullet BE=BC\bullet AE$.

【总结】考查相似三角形的判定，先判定在应用进行等比转换.

【练习 45】如图，在$\Delta ABC$中，$\angle ACB=90°$，点 $D$ 在边 $AB$ 上，$DE$ 平分$\angle CDB$交边 $BC$ 于点 $E$，$EM$ 是线段 $BD$ 的垂直平分线.

（1）求证：$\dfrac{CD}{BC}=\dfrac{BE}{BD}$；

（2）若 $AB=10$，$\cos B=\dfrac{4}{5}$，求 $CD$ 的长.




【难度】★★

【答案】（1）略；（2）5.

【解析】证明：（1）$\because EM$ 是线段 $BD$ 的垂直平分线，$\therefore BE=DE$，$\angle B=\angle EDB$.

$\because \angle EDB=\angle CDE$，$\therefore \angle CDE=\angle B$.

$\because \angle DCE=\angle BCD$，$\therefore \Delta CDE \backsim \Delta CBD$，$\therefore \dfrac{CD}{BC}=\dfrac{DE}{BD}=\dfrac{BE}{BD}$.

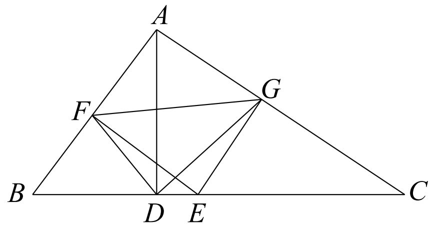
（2）由$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{4}{5}$，可得：$BC=8$，同时$\cos B=\dfrac{BM}{BE}=\dfrac{4}{5}$，即得：$\dfrac{BE}{BD}=\dfrac{BE}{2BM}=\dfrac{5}{8}$，

$\therefore \dfrac{CD}{BC}=\dfrac{BE}{BD}=\dfrac{5}{8}$，即得$CD=5$.

【总结】考查锐角三角比在直角三角形中的综合应用.

【练习 46】如图，在$\Delta ABC$中，$\angle BAC=90°$，$AD$ 是 $BC$ 边上的高，点 $E$ 在线段 $DC$ 上，$EF\perp AB$，$EG\perp AC$，垂足分别为 $F$，$G$．求证：（1）$\dfrac{EG}{AD}=\dfrac{CG}{CD}$；（2）$FD\perp DG$.

【难度】★★




【答案】略.

【解析】（1）$\because EG\perp AC$，$AD$ 是边 $BC$ 上的高，

$\therefore \angle ADC=\angle EGC=90°$．$\because \angle C=\angle C$，

$\therefore \Delta EGC \backsim \Delta ADC$，$\therefore \dfrac{EG}{AD}=\dfrac{CG}{CD}$.

（2）$\because \angle BAC=90°$，$EF\perp AB$，$EG\perp AC$，$\therefore$四边形是 $AFEG$ 矩形，$\therefore AF=EG$.

$\because \dfrac{EG}{AD}=\dfrac{CG}{CD}$，$\therefore \dfrac{AF}{CG}=\dfrac{AD}{CD}$.

$\because EG\perp AC$，$AD$ 是边 $BC$ 上的高，即有$\angle DAC+\angle DAF=90°$，$\angle DAC+\angle C=90°$，

$\therefore \angle DAF=\angle C$，$\therefore \Delta FAD \backsim \Delta GCD$，

$\therefore \angle FDA=\angle GDC$，$\therefore \angle FDA+\angle GDA=\angle GDC+\angle GDA$，即$\angle FDG=\angle ADC$，

$\therefore FD\perp DG$.

【总结】考查相似三角形判定定理 1 与定理 2 和相似三角形性质的综合题，需要根据题目需求进行变形，找准题目所求结论，然后根据性质和判定进行灵活转换.

【练习 47】据新华社 2014 年 12 月 13 日电，参加湄公河联合巡逻执法的中国巡逻船顺利返航．已知在巡逻过程中，某一天上午，我巡逻船正在由西向东匀速行驶，10:00 巡逻船在 $A$ 处发现北偏东 53.1°方向，相距 10 海里的 $C$ 处有一个不明物体正在向正东方向移动，10:15 巡逻船在 $B$ 处又测得该物体位于北偏东 18.4°方向的 $D$ 处．若巡逻船的速度是每小时 36 海里．

（1）试在图中画出点 $D$ 的大致位置，并求不明物体移动的速度；

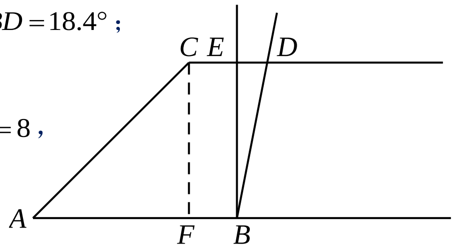
（2）假设该不明物体移动的方向和速度保持不变，巡逻船航行的方向和速度也不变，试问什么时间该物体与我巡逻船之间的距离最近？

（备用数据：$\sin 53.1^\circ = 0.8$，$\cos 53.1^\circ = 0.6$，$\cot 53.1^\circ = 0.75$，$\sin 18.4^\circ = 0.32$，$\cos 18.4^\circ = 0.95$，$\cot 18.4^\circ = 3$）

【难度】★★★

【答案】（1）$D$ 点位置如图，不明物体移动速度为每小时 12 海里；（2）10:20 该物体与巡逻船距离最近．

【解析】（1）$B$ 点北偏东 18.4° 即为 $D$ 点位置，如图所示，$\angle EBD = 18.4^\circ$；




作 $CF \perp AB$ 交 $AB$ 于点 $F$，则有 $CF = BE$，

则有 $\angle ACF = 53.1^\circ$，由此可得 $AF = AC \cdot \sin\angle ACF = 10 \times 0.8 = 8$，

$CF = AC \cdot \cos\angle ACF = 10 \times 0.6 = 6 = BE$，

由此可得：$DE = \dfrac{BE}{\cot\angle EBD} = \dfrac{6}{3} = 2$，

巡逻船速度为每小时 36 海里，可得 $AB = \dfrac{15}{60} \times 36 = 9$，则有 $FB = AB - AF = 1 = CE$，

则 $CD = CE + ED = 3$，不明物体速度为 $3 \div \dfrac{15}{60} = 12$ 海里/小时；

（2）两物体距离最近，巡逻船正好在不明物体的下方，转化为追及问题，可知巡逻船行驶时间为 $8 \div (36 - 12) = \dfrac{1}{3} h = 20 \min$，即 10:20 时该物体与我巡逻船距离最近．

【总结】考查方位角和锐角三角比在实际问题中的应用，把相应的长度转化为直角三角形的边长即可．

【练习48】如图，在$\Delta ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$AC=4$，$BC=3$，$O$是$AB$上一点，

且$AO:OB=2:5$．

（1）过点$O$作$OH\perp AC$垂足为点$H$，求点$O$到直线$AC$的距离$OH$的长；（图1）

（2）若$P$是边$AC$上的一个动点，作$PQ\perp OP$交线段$BC$于点$Q$（不与$B$、$C$重合）（图2）

①求证：$\Delta POH\backsim\Delta QPC$；

②设$AP=x$，$CQ=y$，试求$y$关于$x$的函数解析式，并写出定义域；

③当$AP$为何值时，能使$\Delta OPQ$与$\Delta CPQ$相似．

【难度】★★★

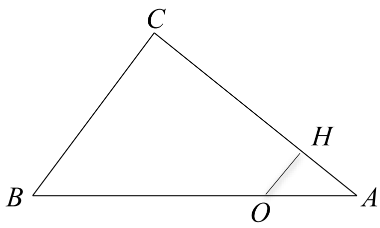



图1

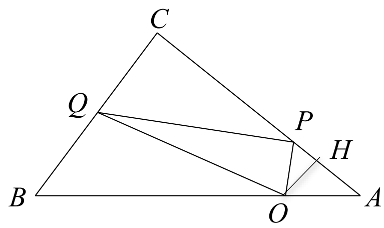



图2

【答案】（1）$\dfrac{6}{7}$；

（2）①略；

② $y=-\dfrac{7}{6}x^2+6x-\dfrac{16}{3}$，

定义域为$\dfrac{8}{7}<x<4$；

③ $\dfrac{26}{7}$或$\dfrac{10}{7}$或$\dfrac{18}{7}$．

【解析】(1)由$OH\perp AC$，$\angle C=90^\circ$，可得$OH//BC$，则有$\dfrac{OH}{BC}=\dfrac{OA}{AB}=\dfrac{2}{7}$，由此可得：$OH=\dfrac{6}{7}$；

（2）①$\because\angle OPQ=90^\circ$，$\therefore\angle CPQ+\angle OPH=90^\circ$．$\because\angle C=90^\circ$，$\therefore\angle CPQ+\angle CQP=90^\circ$．

$\therefore\angle CPQ=\angle OPH$．$\because\angle C=\angle PHO=90^\circ$，$\therefore\Delta POH\backsim\Delta QPC$；

②$\Delta POH\backsim\Delta QPC$，则有$\dfrac{PH}{CQ}=\dfrac{OH}{PC}$，由$\tan A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3}{4}=\dfrac{OH}{AH}$，可得：$AH=\dfrac{8}{7}$，

则有$PH=x-\dfrac{8}{7}$，$CP=4-x$，即得$\dfrac{x-\frac{8}{7}}{y}=\dfrac{\frac{6}{7}}{4-x}$，整理得：$y=-\dfrac{7}{6}x^2+6x-\dfrac{16}{3}\left(\dfrac{8}{7}<x<4\right)$；

③$\Delta POH\backsim\Delta QPC$，则有$\dfrac{OP}{PQ}=\dfrac{OH}{CP}$，若$\Delta OPQ$与$\Delta CPQ$相似，则应有$\dfrac{OH}{PC}=\dfrac{PH}{OH}$或

$\dfrac{OH}{PC}=\dfrac{OH}{PH}$，即可得：$\dfrac{\frac{6}{7}}{4-x}=\dfrac{\frac{6}{7}}{x-\frac{8}{7}}$或$\dfrac{\frac{6}{7}}{4-x}=\dfrac{x-\frac{8}{7}}{\frac{6}{7}}$，分别解得：$x=\dfrac{18}{7}$，$\dfrac{10}{7}$，$\dfrac{26}{7}$．

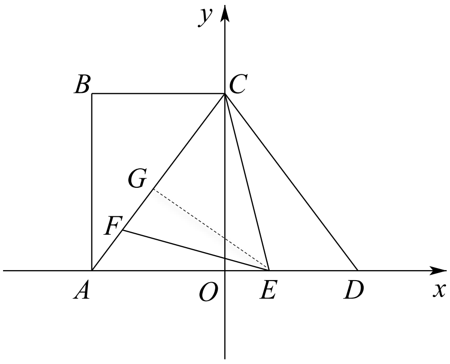
【总结】相似的分类讨论只需要转化为一个三角形中的边的关系即可，分类时要注意变化顺序．

【练习 49】如图，在平面直角坐标系中，点 $A$、$C$ 分别在 $x$ 轴，$y$ 轴上，四边形 $ABCO$ 为矩形，$AB=16$，点 $D$ 与点 $A$ 关于 $y$ 轴对称，$\tan\angle ACB=\frac{4}{3}$，点 $E$、$F$ 分别是线段 $AD$、$AC$ 上的动点（点 $E$ 不与点 $A$、$D$ 重合），且 $\angle CEF=\angle ACB$.

（1）求 $AC$ 的长和点 $D$ 的坐标；

（2）说明 $\Delta AEF$ 与 $\Delta DCE$ 相似；

（3）当 $\Delta EFC$ 为等腰三角形时，求点 $E$ 的坐标.




【难度】★★★

【答案】（1）$AC=20$，$D(12{,}0)$；（2）略；

（3）$(8{,}0)$ 或 $\left(\frac{14}{3},0\right)$.

【解析】（1）由 $AB=16$，$\tan\angle ACB=\frac{4}{3}$，可得：$BC=\frac{AB}{\tan\angle ACB}=12$，勾股定理可得 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=20$，同时可得：$AO=BC=12$，则有 $A(-12{,}0)$，点 $D$ 与点 $A$ 关于 $y$ 轴对称，可知 $D(12,0)$；

（2）$CO\perp AD$，$AO=OD$，可得：$AC=CD$，则有 $\angle CAO=\angle CDO$，又 $BC//AO$，得 $\angle CAO=\angle ACB=\angle CEF$，由外角可得 $\angle CEA=\angle ECD+\angle CDE=\angle CEF+\angle AEF$，由此可得：$\angle ECD=\angle AEF$，即证 $\Delta AEF\backsim\Delta DCE$；

（3）由（2）可得：$\angle CEF=\angle CAE$，由 $\angle FCE=\angle ACE$，可得 $\Delta EFC\backsim\Delta AEC$，$\Delta EFC$ 为等腰三角形，即为 $\Delta AEC$ 等腰三角形，由此进行分类讨论：

① $AE=AC$ 时，则有 $AE=20$，$EO=8$，即得 $E$ 点坐标 $(8{,}0)$；

② $AE=CE$ 时，作 $EG\perp AC$ 交 $AC$ 于点 $G$，则有 $AG=\frac{1}{2}AC=10$，此时 $\tan\angle GAE=\tan\angle BCA=\frac{4}{3}=\frac{GE}{AG}$，则 $GE=\frac{40}{3}$，勾股定理得：$AE=\sqrt{AG^2+GE^2}=\frac{50}{3}$，此时 $EO=\frac{14}{3}$，即得：$E$ 点坐标 $\left(\frac{14}{3},0\right)$；

③ $CE=AC$ 时，此时 $D$、$E$ 重合，不符合题意，即不存在；

综上所述，点 $E$ 坐标为 $(8{,}0)$ 或 $\left(\frac{14}{3},0\right)$.

【总结】（2）考查利用“一线三等角”基本模型证相似，（3）中的等腰三角形问题通过转化找到简单易算的三角形进行分类讨论即可.

【练习 50】在平行四边形 $ABOC$ 中，$AO\perp BO$，且 $AO=BO$，以 $AO$、$BO$ 所在直线为坐标轴建立如图所示的平面直角坐标系，已知 $B$（$-6$，0），直线 $y=3x+b$ 过点 $C$ 且与 $x$ 轴交于点 $D$.

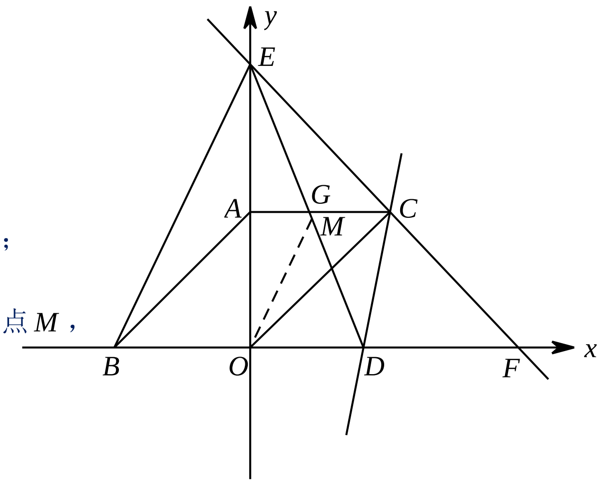
（1）求点 $D$ 的坐标；

（2）点 $E$ 为 $y$ 轴正半轴上一点，当 $\angle BED=45°$ 时，求直线 $EC$ 的解析式；

（3）在（2）的条件下，设直线 $EC$ 与 $x$ 轴交于点 $F$，$ED$ 与 $AC$ 交于点 $G$．点 $P$ 从点 $O$ 出发以每秒 1 个单位的速度沿折线 $OF$—$FE$ 运动，在运动过程中直线 $PA$ 交 $BE$ 于 $H$，设运动时间为 $t$．当以 $E$、$H$、$A$ 为顶点的三角形与 $\Delta EGC$ 相似时，求 $t$ 的值．

【难度】★★★

【答案】（1）$D(4,0)$；（2）$y=-x+12$；（3）6 或 $\frac{15}{2}\sqrt{2}+12$．




【解析】（1）由 $AC=BO=AO$，$B$（$-6$，0），

可得：$C(6,6)$，直线 $y=3x+b$ 过点 $C$，

则有 $3\times6+b=6$，得：$b=-12$，

令 $y=3x-12=0$，得：$x=4$，即得 $D(4,0)$；

（2）设 $E(0,\ a)$，过点 $O$ 作 $OM//BE$ 交 $DE$ 于点 $M$，

则有 $\angle OMD=\angle BED=45°$，

由此可得：$\angle OME=135°=\angle BAE$，

根据外角可知 $\angle BAO=\angle ABE+\angle BEA=45°$，$\angle BED=\angle BEA+\angle AED=45°$，

所以 $\angle ABE=\angle MEO$．

由此 $\Delta BAE\backsim\Delta EMO$，则有 $\frac{BE}{OE}=\frac{AE}{MO}$，勾股定理可得 $BE=\sqrt{BO^2+OE^2}=\sqrt{a^2+36}$，

又 $\frac{OM}{BE}=\frac{OD}{DB}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，可得 $OM=\frac{2}{5}\sqrt{a^2+36}$，代入即为 $\frac{\sqrt{a^2+36}}{a}=\frac{a-6}{\frac{2}{5}\sqrt{a^2+36}}$，

整理得：$a^2-10a-24=0$，解得：$a_1=12$，$a_2=-2$（舍），即得 $E(0,12)$，

由此可设 $CE:y=kx+12$ 过点 $C(6,6)$，则有 $6k+12=6$，得：$k=-1$，

由此可知直线 $EC$ 解析式为：$y=-x+12$；

（3）分类讨论：①点 $P$ 在 $OF$ 上运动时，由 $CE:y=-x+12$，可得：$F(12,0)$，则有

$\angle OFE=\angle ACE=\angle AEC=45°$，由此可得 $\angle HEA=\angle GEC$，$\Delta EHA$ 与 $\Delta EGC$ 相似，

则应有 $\angle EAH=\angle ECG=45°$，由此可得 $\angle OAP=\angle EAH=45°$，$OP=OA=6$，

$P$ 点运动时间 $t=6\div1=6s$；

②点 $P$ 在 $EF$ 上运动时，由 $CE: y=-x+12$，可得：$F(12,0)$，

则有 $\angle OFE=\angle ACE=\angle AEC=45°$，同①可得 $\angle HEA=\angle GEC$，$\Delta EHA$ 与 $\Delta EGC$ 相似，

则应有 $\angle EHA=\angle ECG=45°$，由 $\angle BED=45°$，可得：$DE\perp PH$，

可得：直线 $PH$ 解析式为 $y=\frac{1}{3}x+6$，令 $y=\frac{1}{3}x+6=-x+12$，解得 $x=\frac{9}{2}$，即 $P\left(\frac{9}{2},\frac{15}{2}\right)$，

由此根据勾股定理可得 $PF=\sqrt{\left(12-\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{15}{2}\right)^2}=\frac{15\sqrt{2}}{2}$，

由此可知点 $P$ 运动时间为：$\left(\frac{15\sqrt{2}}{2}+12\right)\div 1=\left(\frac{15\sqrt{2}}{2}+12\right)s$．

【总结】考查由角的转化构造找相似三角形的问题.