



相似三角形

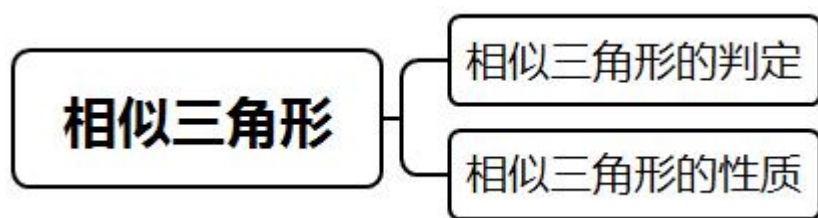


内容分析

相似三角形是九年级数学上学期第一章第三节的内容，本讲主要讲解相似三角形的判定和相似三角形的性质；重点是根据已知条件灵活运用不同的判定定理对三角形相似进行判定，并结合相似三角形的性质进行相关的证明，难点是相似三角形的性质与判定的互相结合，以及相似三角形与分类讨论及函数思想的互相结合。



知识结构



模块一：相似三角形的判定



知识精讲

1、相似三角形的定义

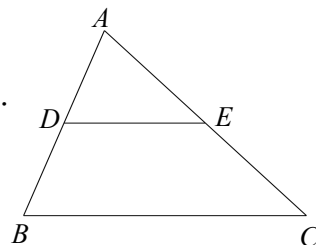
如果一个三角形的三个角与另一个三角形的三个角对应相等，且它们各自的三边对应成比例，那么这两个三角形叫做相似三角形。

如图， DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，那么在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 中，
 $\angle A = \angle A$ ， $\angle ADE = \angle B$ ， $\angle AED = \angle C$ ； $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ 。

由相似三角形的定义，可知这两个三角形相似。

用符号来表示，记作 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，其中点 A 与点 A 、点 D 与点 B 、点 E 与点 C 分别是对应顶点；符号“ \sim ”读作“相似于”。

用符号表示两个相似三角形时，通常把对应顶点的字母分别写在三角形记号“ \triangle ”后相应的位置上。





根据相似三角形的定义，可以得出：

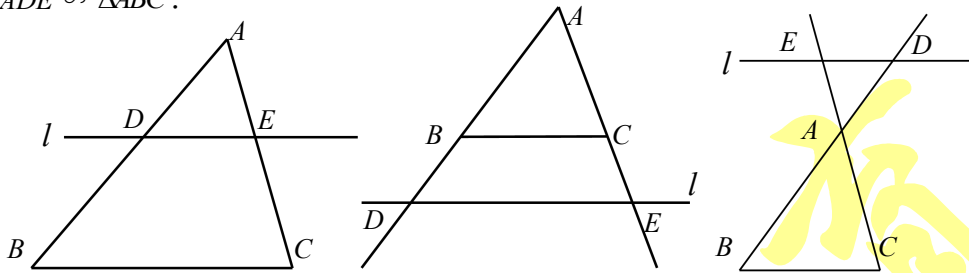
(1) 相似三角形的对应角相等，对应边成比例；两个相似三角形的对应边的比，叫做这两个三角形的**相似比**（或**相似系数**）。

(2) 如果两个三角形分别与同一个三角形相似，那么这两个三角形也相似。

2、相似三角形的预备定理

平行于三角形一边的直线截其他两边所在的直线，截得的三角形与原三角形相似。

如图，已知直线 l 与 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 所在直线分别交于点 D 和点 E ，则 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。

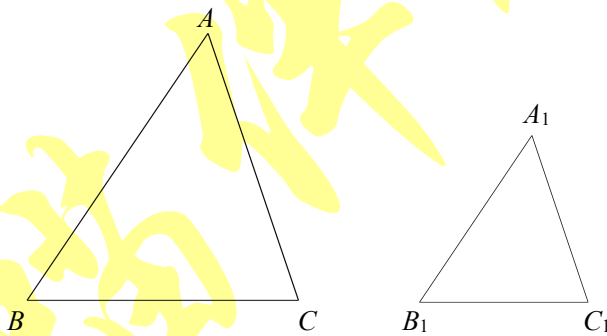


3、相似三角形判定定理 1

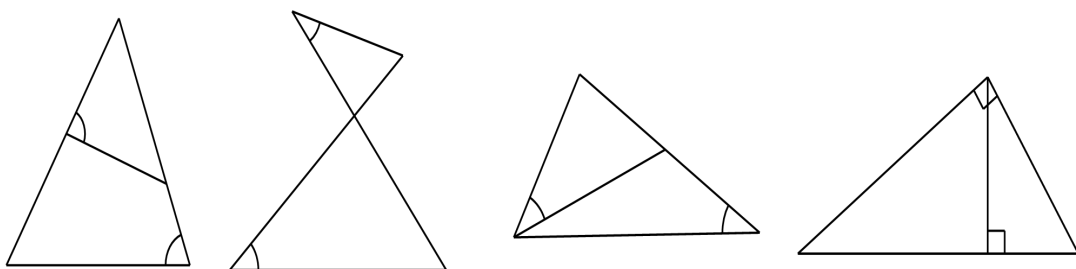
如果一个三角形的两角与另一个三角形的两角对应相等，那么这两个三角形相似。

可简述为：两角对应相等，两个三角形相似。

如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 中，如果 $\angle A = \angle A_1$ 、 $\angle B = \angle B_1$ ，那么 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ 。



常见模型如下：



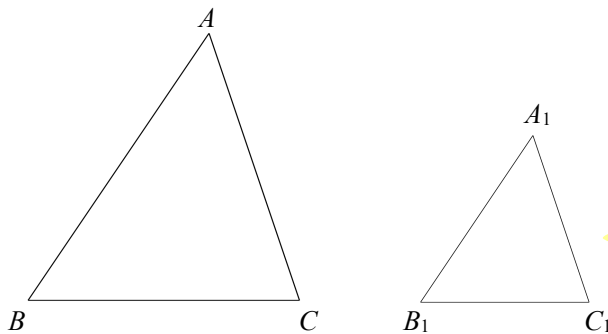


4、相似三角形判定定理 2

如果一个三角形的两边与另一个三角形的两边对应成比例，并且夹角相等，那么这两个三角形相似。

可简述为：两边对应成比例且夹角相等，两个三角形相似。

如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 中， $\angle A = \angle A_1$ ， $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$ ，那么 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ 。

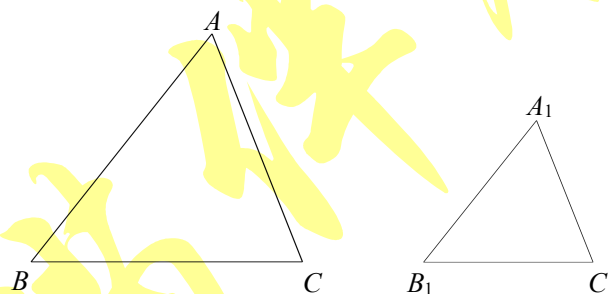


5、相似三角形判定定理 3

如果一个三角形的三条边与另一个三角形的三条边对应成比例，那么这两个三角形相似。

可简述为：三边对应成比例，两个三角形相似。

如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 中，如果 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$ ，那么 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ 。



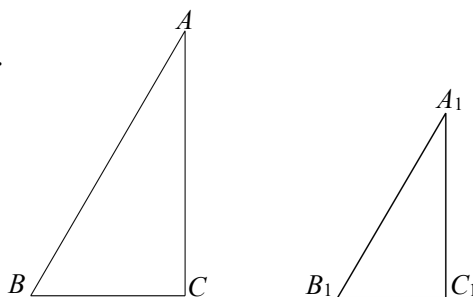
6、直角三角形相似的判定定理

如果一个直角三角形的斜边及一条直角边与另一个直角三角形的斜边及一条直角边对应成比例，那么这两个直角三角形相似。

可简述为：斜边和直角边对应成比例，两个直角三角形相似。

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle A_1B_1C_1$ 中，如果 $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$ ， $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$ ，那么

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ 。





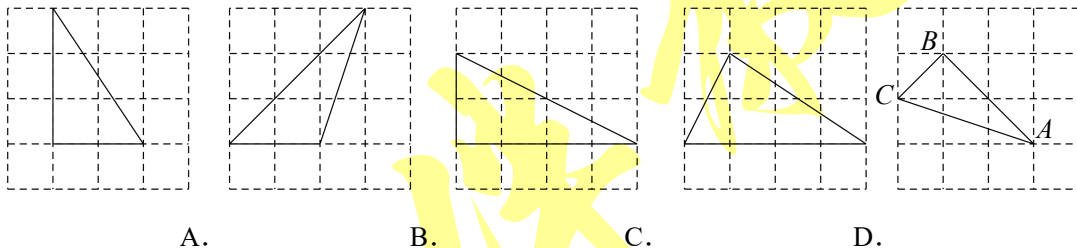
例题解析

【例 1】下列命题正确的是 ()

- A. 有一个角是 40° 的两个等腰三角形相似
- B. 有一个角是 106° 的两个等腰三角形相似
- C. 面积相等的两个直角三角形相似
- D. 两边之比为 $3:5$ 的两个直角三角形相似

【难度】★

【例 2】下列 4×4 的正方形网格中，小正方形的边长均为 1，三角形的顶点都在格点上，则与 $\triangle ABC$ 相似的三角形所在的网格图形是 ()

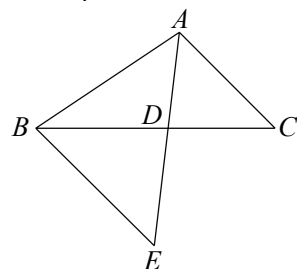


【难度】★

【例 3】如图， $\triangle ABC$ 中， AE 交 BC 于点 D ， $\angle C = \angle E$ ， $AD:DE = 3:5$ ， $AE = 8$ ， $BD = 4$ ，则 DC 的长等于 ()

- A. $\frac{4}{15}$
- B. $\frac{12}{5}$
- C. $\frac{17}{4}$
- D. $\frac{15}{4}$

【难度】★★





【例 4】在研究相似问题时，甲、乙同学的观点如下：

甲：将边长为 3、4、5 的三角形按图 1 的方式向外扩张，得到新三角形，它们的对应边间距为 1，则新三角形与原三角形相似；

乙：将邻边为 3 和 5 的矩形按图 2 的方式向外扩张，得到新的矩形，它们的对应边间距均为 1，则新矩形与原矩形相似。

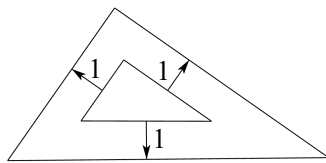


图 1

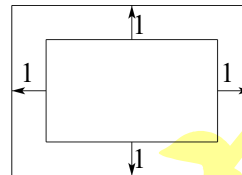


图 2

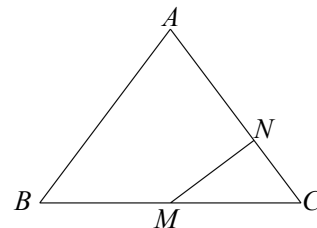
对于两人的观点，下列说法正确的是（ ）

- A. 两人都对 B. 两人都不对 C. 甲对乙不对 D. 甲不对，乙对

【难度】★★

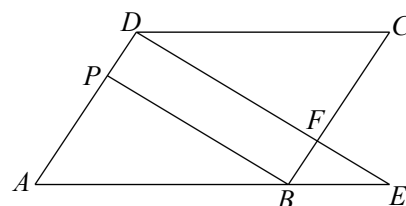
【例 5】如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ，点 M 为 BC 中点， $MN \perp AC$ 于点 N ，则 $MN = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【难度】★★



【例 6】如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， F 是 BC 上的一点，直线 DF 与 AB 的延长线相交于点 E ， $BP \parallel DF$ ，且与 AD 相交于点 P ，则图中有 对相似的三角形。

【难度】★★

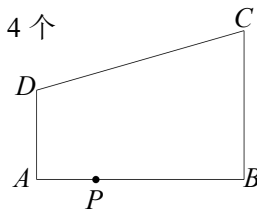




【例 7】如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ， $AD = 3$ ， $BC = 4$ ，点 P 为 AB 边上一动点，若 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PBC$ 是相似三角形，则满足条件的点 P 的个数是（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

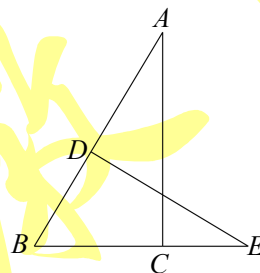
【难度】★★



【例 8】如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AC = 4$ ， AB 的垂直平分线 DE 交 BC 的延长线于点 E ，则 CE 的长为（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $\frac{25}{6}$ D. 2

【难度】★★

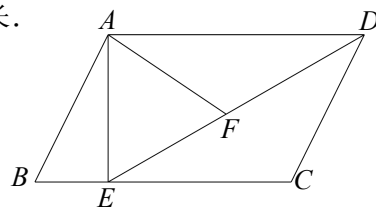


【例 9】如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过点 A 作 $AE \perp BC$ ，垂足为 E ，连接 DE ， F 为线段 DE 上一点，且 $\angle AFE = \angle B$ 。

(1) 求证： $\triangle ADF \sim \triangle DEC$ ；

(2) 若 $AB = 8$ ， $AD = 6\sqrt{3}$ ， $AF = 4\sqrt{3}$ ，求 AE 的长。

【难度】★★

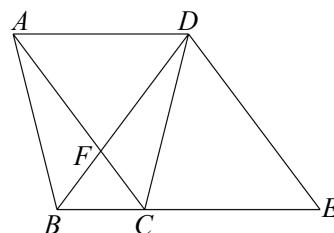


【例 10】如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，对角线 AC 、 BD 相交于点 F ，点 E 是边 BC 延长线上一点，且 $\angle CDE = \angle ABD$ 。

(1) 求证：四边形 $ACED$ 是平行四边形；

(2) 联结 AE ，交 BD 于点 G ，求证： $\frac{DG}{GB} = \frac{DF}{DB}$ 。

【难度】★★



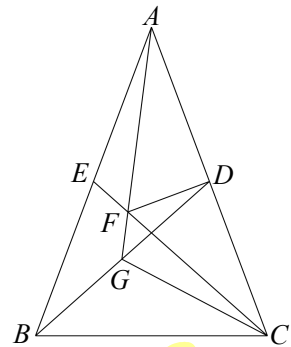


【例 11】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 分别是边 AC 、 AB 的中点， $DF \perp AC$ ， DF 与 CE 相交于点 F ， AF 的延长线与 BD 相交于点 G 。

(1) 求证： $AD^2 = DG \cdot BD$ ；

(2) 联结 CG ，求证： $\angle ECB = \angle DCG$ 。

【难度】★★

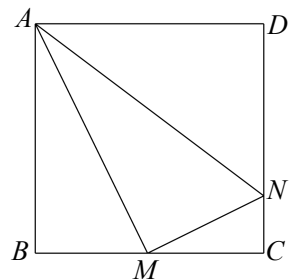


【例 12】 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 40$ ， $AC = 24$ ， $BC = 32$ ，点 D 是射线 BC 上的一点（不与端点重合），联结 AD ，如果 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 相似，求 BD 的值。

【难度】★★★

【例 13】 正方形 $ABCD$ 的边长为 1， M 、 N 分别是 BC 、 CD 上的两个动点，且始终保持 $AM \perp MN$ ，求当 BM 为多少时，四边形 $ABCN$ 的面积最大，最大面积为多少？

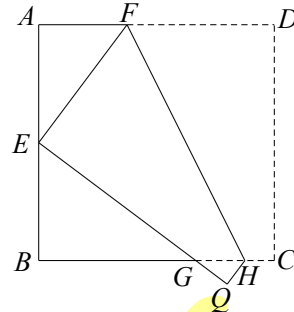
【难度】★★★★





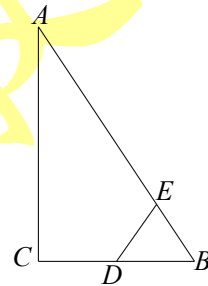
【例 14】 如图，将边长为 6 cm 的正方形 $ABCD$ 折叠，使点 D 落在 AB 边的中点 E 处，折痕为 FH ，点 C 落在 Q 处， EQ 与 BC 交于点 G ，则 $\triangle EBG$ 的周长为 _____ cm 。

【难度】★★★



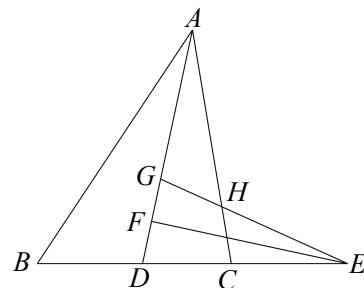
【例 15】 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4\text{ cm}$ ， $BC = 2\text{ cm}$ ， D 为 BC 的中点，若动点 E 以 1 cm/s 的速度从 A 点出发，沿着 $A \rightarrow B \rightarrow A$ 的方向运动，设点 E 的运动时间为 t 秒，联结 DE ，当 t 为何值时， $\triangle BDE$ 是直角三角形？

【难度】★★★



【例 16】 如图， $\triangle ABC$ 中， $4AB = 5AC$ ， AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 E 在 BC 的延长线上， $EF \perp AD$ 于点 F ，点 G 在 AF 上， $FG = FD$ ，联结 EG 交 AC 于点 H ，若点 H 是 AC 的中点，求 $\frac{AG}{FD}$ 的值。

【难度】★★★





模块二：相似三角形的性质



知识精讲

1、相似三角形性质定理 1

相似三角形对应高的比、对应中线的比和对应角平分线的比都等于相似比。

2、相似三角形性质定理 2

相似三角形周长的比等于相似比。

3、相似三角形性质定理 3

相似三角形的面积的比等于相似比的平方。



例题解析

【例 17】 在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，且 D 在 AB 边上， E 在 AC 边上，若 $S_{\triangle ADE} : S_{BCED} = 1:4$ ，

则 $C_{\triangle ADE} : C_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $AD:DB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【难度】★

【例 18】 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = \angle ACD = 90^\circ$ ， $AB = 2$ ， $DC = 3$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCA$ 的面积比为（ ）

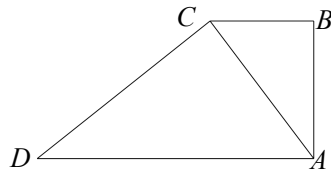
A. $2:3$

B. $2:5$

C. $4:9$

D. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$

【难度】★



【例 19】 如果一个直角三角形的两条边长分别是 6 和 8，另一个与它相似的直角三角形边长分别是 3、4 及 x ，那么 x 的值为（ ）

A. 只有 1 个

B. 可以有 2 个

C. 可以有 3 个

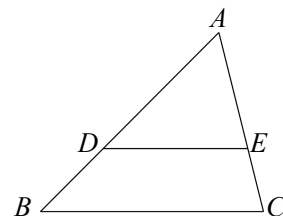
D. 有无数个

【难度】★



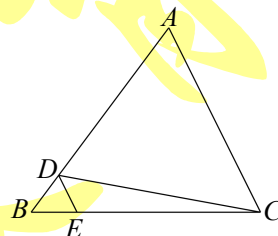
【例 20】 如图， D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上， $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ ，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 的周长之差为 15 cm ，求 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 的周长.

【难度】★★



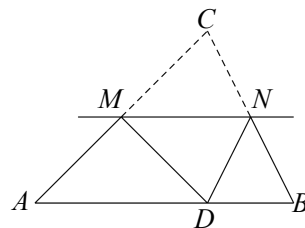
【例 21】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是 AB 、 BC 上的点，且 $DE \parallel AC$ ，若 $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1:4$ ，则 $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle ACD} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【难度】★★



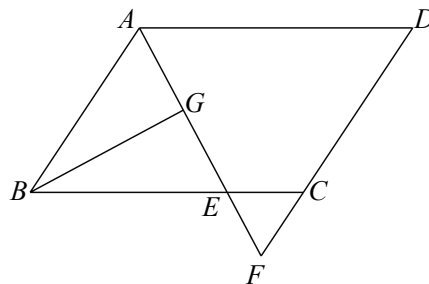
【例 22】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 MN 翻折后，顶点 C 恰好落在 AB 边上的点 D 处，已知 $MN \parallel AB$ ， $MC = 6$ ， $NC = 2\sqrt{3}$ ，那么四边形 $MABN$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【难度】★★



【例 23】 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $AD = 9$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于 E ，交 DC 的延长线与 F ， $BG \perp AE$ 于 G ，则 $\triangle EFC$ 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【难度】★★



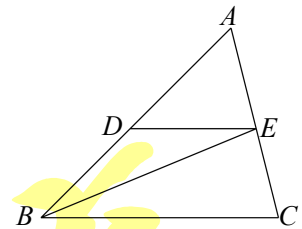


【例 24】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E ，过点 E 作 $ED \parallel BC$ 交 AB 于点 D 。

(1) 求证： $AE \cdot BC = BD \cdot AC$ ；

(2) 如果 $S_{\triangle ADE} = 3$ ， $S_{\triangle BDE} = 2$ ， $DE = 6$ ，求 BC 的长。

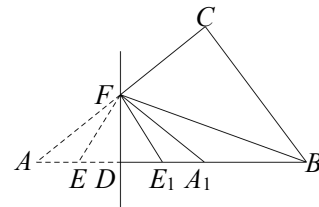
【难度】★★



【例 25】 如图，直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $BC = 6$ ，在线段 AB 上取一点 D ，作 $DF \perp AB$ 交 AC 于点 F ，现将 $\triangle ADF$ 沿 DF 折叠，使点 A 落在线段 DB 上，对应点记为 A_1 ， AD 的中点 E 的对应点记为 E_1 ，若 $\triangle E_1FA_1 \sim \triangle E_1BF$ ，

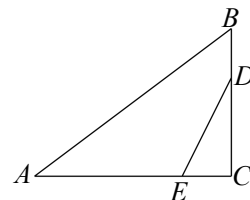
则 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【难度】★★★



【例 26】 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，点 D 、 E 分别在 BC 、 AC 上，且 $BD = CE$ ，设点 C 关于 DE 的对称点为 F ，若 $DF \parallel AB$ ，则 BD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【难度】★★★





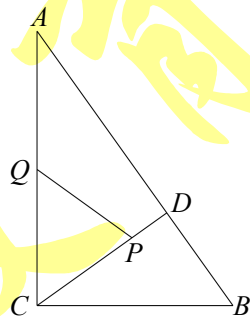
【例 27】 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ， $CD \perp AB$ 于点 D 。点 P 从点 D 出发，沿线段 CD 向点 C 运动，点 Q 从点 C 出发，沿线段 CA 向点 A 运动，两点同时出发，速度都为每秒 1 个单位长度，当点 P 运动到点 C 时，两点都停止。设运动时间为 t 秒。

(1) 求线段 CD 的长；

(2) 设 $\triangle CPQ$ 的面积为 S ，求 S 与 t 之间的关系式，并确定运动过程中是否存在某一时刻 t ，使得 $S_{\triangle CPQ} : S_{\triangle ABC} = 9 : 100$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；

(3) 当 t 为何值时， $\triangle CPQ$ 为等腰三角形？

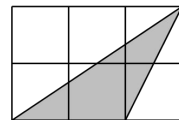
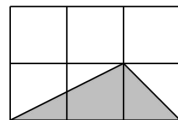
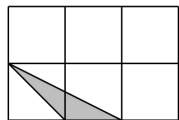
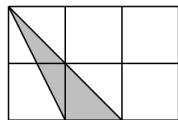
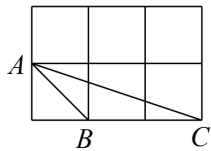
【难度】★★★





随堂检测

【习题 1】 如图，每个小正方形边长均为 1，则下列图中的三角形（阴影部分）与左图中 $\triangle ABC$ 相似的是（ ）



A.

B.

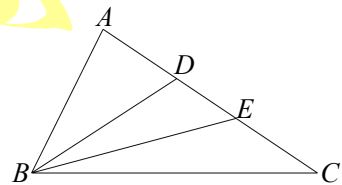
C.

D.

【难度】★

【习题 2】 如图， D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点， $\angle CBD$ 的平分线交 AC 于点 E ， $AE = AB$ ，则长度为线段 AD 、 AC 长度比例中项的线段是_____.

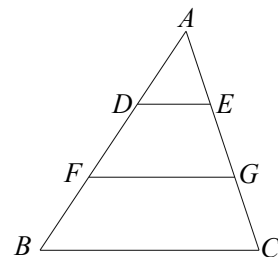
【难度】★



【习题 3】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 F 是 AB 的三等分点， $DE \parallel FG \parallel BC$ ，分别交 AC 于 E 、 G 。记 $\triangle ADE$ 、四边形 $DFGE$ 、四边形 $FBCG$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 ，则

$$S_1 : S_2 : S_3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

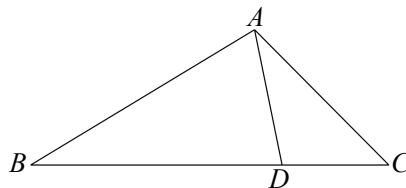
【难度】★★



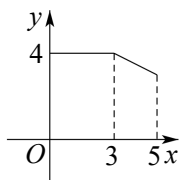
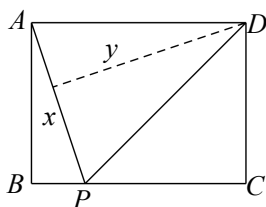


【习题 4】 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, 已知 $AB=4$, $AD=2$, $\angle DAC = \angle B$, 若 $\triangle ABD$ 的面积为 a , 则 $\triangle ACD$ 的面积为_____.

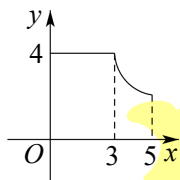
【难度】★★



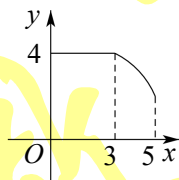
【习题 5】 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 动点 P 从 A 点出发, 按 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向在 AB 和 BC 上移动, 记 $PA=x$, 点 D 到直线 PA 的距离为 y , 则 y 关于 x 的函数图像大致是 ()



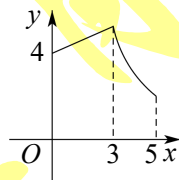
A.



B.



C.



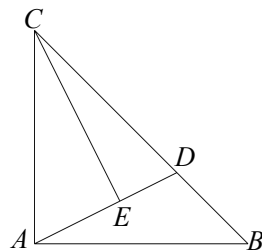
D.

【难度】★★

【习题 6】 如图, 已知点 D 是等腰直角三角形 ABC 斜边 BC 上的一点, $BC=3BD$, $CE \perp AD$,

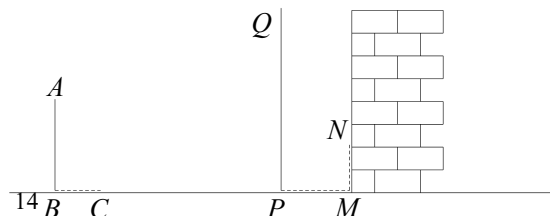
$$\text{则 } \frac{AE}{CE} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【难度】★★



【习题 7】 在同一时刻, 两根木竿在太阳光下的影子如图所示, 其中木竿 $AB=2m$, 它的影子 $BC=1.6m$, 木竿 PQ 的影子有一部分落在了墙上, $PM=1.2m$, $MN=0.8m$, 则木竿 PQ 的长度为_____m.

【难度】★★

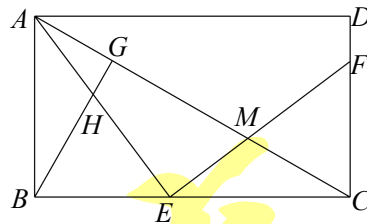




【习题 8】 如图，点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 BC 上一点， $EF \perp AE$ ， EF 分别交 AC 、 CD 于点 M 、 F ， $BG \perp AC$ ，垂足为点 G ， BG 交 AE 于点 H 。

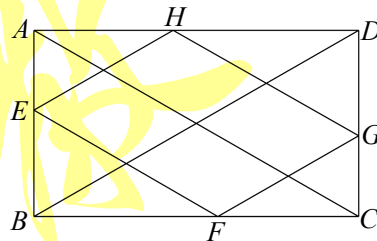
- (1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ ；
- (2) 找出与 $\triangle ABH$ 相似的三角形，并证明；
- (3) 若 E 是 BC 的中点， $BC = 2AB$ ， $AB = 2$ ，求 EM 的长。

【难度】★★



【习题 9】 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，点 E 、 F 、 G 、 H 分别在矩形 $ABCD$ 的各边上， $EF \parallel AC \parallel HG$ ， $EH \parallel BD \parallel FG$ ，求四边形 $EFGH$ 的周长。

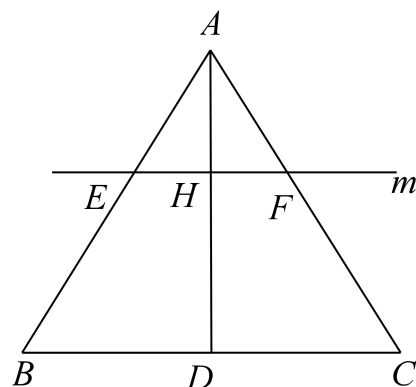
【难度】★★★



【习题 10】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp AB$ 于点 D ， $BC = 10 \text{ cm}$ ， $AD = 8 \text{ cm}$ 。点 P 从点 B 出发，在线段 BC 上以每秒 3 cm 的速度向点 C 匀速运动，与此同时，垂直于 AD 的直线 m 从底边 BC 出发，以每秒 2 cm 的速度沿 DA 方向匀速平移，分别交 AB 、 AC 、 AD 于 E 、 F 、 H ，当点 P 到达点 C 时，点 P 与直线 m 同时停止运动，设运动时间为 t 秒 ($t > 0$)。

- (1) 当 $t = 2$ 时，连接 DE 、 DF ，求证：四边形 $AEDF$ 为菱形；
- (2) 在整个运动过程中，所形成的 $\triangle PEF$ 的面积存在最大值，当 $\triangle PEF$ 的面积最大时，求线段 BP 的长；
- (3) 是否存在某一时刻 t ，使 $\triangle PEF$ 为直角三角形？若存在，请求出此时刻 t 的值；若不存在，请说明理由。

【难度】★★★



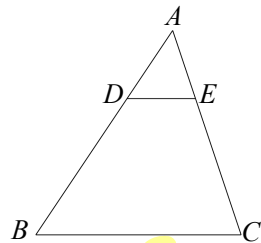


课后作业

【作业1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$
 C. $\frac{\triangle ADE \text{ 的周长}}{\triangle ABC \text{ 的周长}} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{\triangle ADE \text{ 的面积}}{\triangle ABC \text{ 的面积}} = \frac{1}{3}$

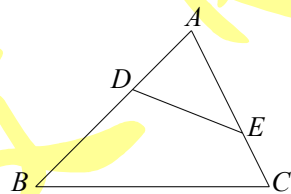
【难度】★



【作业2】 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 和点 E 分别在边 AB、AC 上，下列条件不能判定 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 的是（ ）

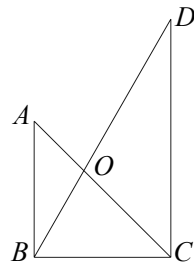
- A. $\angle AED = \angle B$ B. $\angle ADE = \angle C$
 C. $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$ D. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

【难度】★



【作业3】 一副三角尺按如图所示的方式叠放，则 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 的面积之比为 _____.

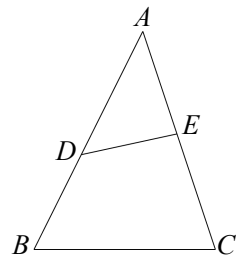
【难度】★



【作业4】 如图，点 D、E 分别在 $\triangle ABC$ 两边 AB、AC 上，且 $AD = 31$ ， $DB = 29$ ， $AE = 30$ ， $EC = 32$ 。若 $\angle A = 50^\circ$ ，则关系式“① $\angle ADE > \angle B$ ；② $\angle AED = \angle C$ ；③ $\angle ADE > \angle C$ ；④ $\angle AED = \angle B$ ”中正确的有（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【难度】★★

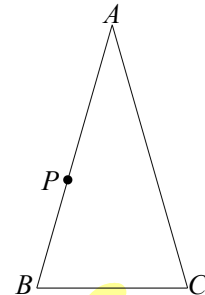




【作业5】 在 $\triangle ABC$ 中， P 是 AB 上的动点（ P 异于 A 、 B ），过点 P 的一条直线截 $\triangle ABC$ ，使截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，我们不妨称这种直线为过点 P 的相似线。

如图， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ，当点 P 在 AC 的垂直平分线上时，过点 P 的 $\triangle ABC$ 的相似线最多有_____条。

【难度】★★



【作业6】 如图，四边形 $ABCD$ 、 $CEFG$ 都是正方形，点 G 在线段 CD 上，连接 BG 、 DE ， DE 和 FG 相交于点 O ，设 $AB = a$ ， $CG = b$ （ $a > b$ ），下列结论：① $\triangle BCG \cong \triangle DCE$ ；② $BG \perp DE$ ；③ $\frac{DG}{GC} = \frac{GO}{CE}$ ；④ $(a-b)^2 S_{\triangle EFO} = b^2 S_{\triangle DGO}$ ，其中正确的个数是（ ）

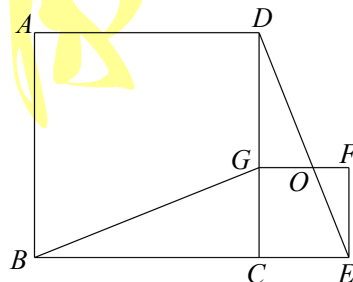
A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

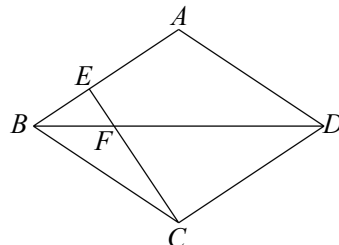
【难度】★★



【作业7】 已知，在菱形 $ABCD$ 中， $CF \perp AB$ ，垂足为 E ； CE 与 BD 相交于点 F 。

(1) 求证： $\frac{AB}{BE} = \frac{CF}{EF}$ ；(2) 求证： $DF \cdot DB = 2BC^2$ 。

【难度】★★

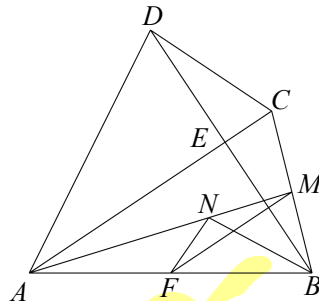




【作业 8】 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AC \perp BD$ 交 BD 与点 E ，点 F 、 M 分别是 AB ， BC 的中点， BN 平分 $\angle ABE$ 交 AM 于点 N ， $AB = AC = BD$ ，连接 MF ， NF 。

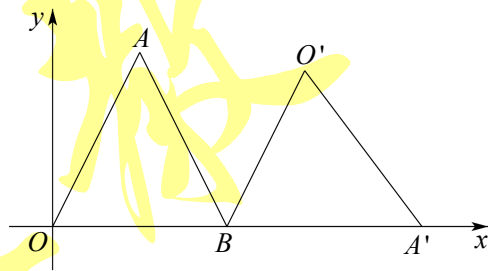
- (1) 判断 $\triangle BMN$ 的形状，并证明你的结论；
- (2) 判断 $\triangle MFN$ 与 $\triangle BDC$ 之间的关系，并说明理由。

【难度】★★



【作业 9】 如图， $\triangle AOB$ 为等腰三角形，顶点 A 的坐标为 $(2, \sqrt{5})$ 底边 OB 在 x 轴上，将 $\triangle AOB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转一定角度后得 $\triangle A'O'B$ ，点 A 的对应点 A' 在 x 轴上，求点 O' 的坐标。

【难度】★★★



【作业 10】 已知：正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 为 BC 边的中点，点 P 为 AB 边上一动点，沿 PE 翻折得到 $\triangle BPE$ ，直线 PF 交 CD 边于点 Q ，交直线 AD 于点 G 。

- (1) 如图，当 $BP = 1.5$ 时，求 CQ 的长；
- (2) 如图，当点 G 在射线 AD 上时，设 $BP = x$ ， $DG = y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；
- (3) 延长 EF 交直线 AD 于点 H ，若 $\triangle CQE$ 与 $\triangle FHG$ 相似，求 BP 的长。

【难度】★★★

