

解直角三角形

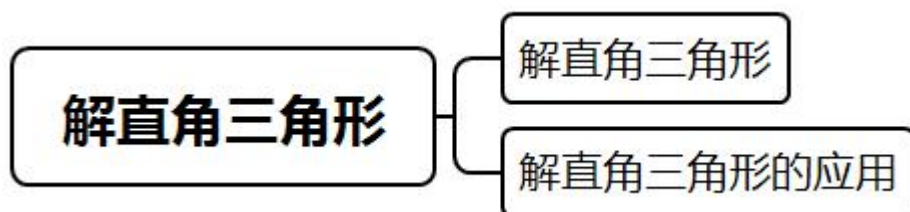


内容分析

解直角三角形是九年级上学期第二章第二节的内容，通过本节的学习，需要掌握直角三角形中，除直角外其余五个元素之间的关系，并熟练运用锐角三角比的意义解直角三角形，以及解直角三角形的相关应用。重点在于理解仰角、俯角、方向角、坡度、坡角等概念，并能利用其解决实际问题；难点在于，若一个三角形不是直角三角形，要有意识把它化归为解直角三角形的问题。



知识结构



模块一：解直角三角形



知识精讲

1、解直角三角形

在直角三角形中，由已知元素求出所有未知元素的过程，叫做解直角三角形。

在 $Rt\triangle ABC$ 中，如果 $\angle C=90^\circ$ ，那么它的三条边和两个锐角之间有以下的关系：

(1) 三边之间的关系：

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(2) 锐角之间的关系：

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

(3) 边角之间的关系：

$$\sin A = \cos B = \frac{a}{c}, \quad \cos A = \sin B = \frac{b}{c}$$

$$\tan A = \cot B = \frac{a}{b}, \quad \cot A = \tan B = \frac{b}{a}$$



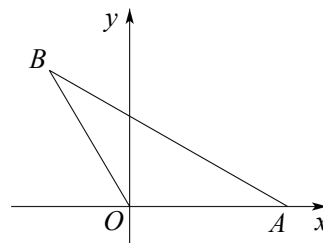
例题解析

【例 1】若菱形的周长为 8，相邻两内角之比为 3:1，则菱形的高是_____.

【难度】★

【例 2】如图， $\triangle OAB$ 中， $OA = OB$ ， $\angle AOB = 125^\circ$. 已知点 A 的坐标是 $(4, 0)$ ，则点 B 的坐标是_____。（用锐角三角比表示）

【难度】★★



【例 3】如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， D 为边 AC 的中点， $DE \perp BC$ 于点 E ，连接 BD ，则 $\tan \angle DBC$ 的值为（ ）

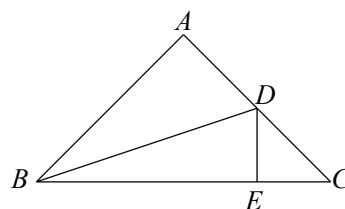
A. $\frac{1}{3}$

B. $\sqrt{2} - 1$

C. $2 - \sqrt{3}$

D. $\frac{1}{4}$

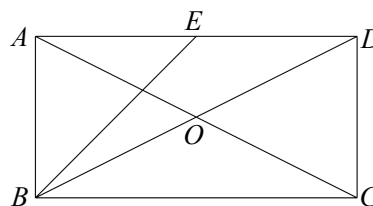
【难度】★★



【例 4】如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， E 是边 AD 的中点，若 $AC = 10$ ， $DC = 2\sqrt{5}$ ，则 $BO =$ _____， $\angle EBD$ 的度数约为 _____° _____'（参考数据：

$\tan 26^\circ 34' \approx \frac{1}{2}$ ）.

【难度】★★



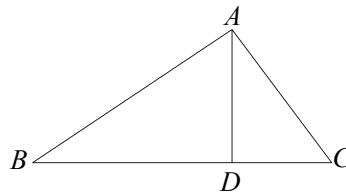


【例 5】在锐角 $\triangle ABC$ 中， $AB = 14$ ， $BC = 14$ ， $S_{\triangle ABC} = 84$ ，求 $\cot C$ 的值.

【难度】★★

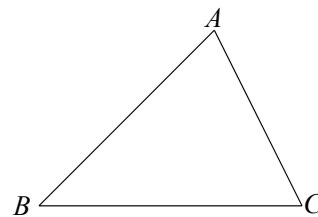
【例 6】如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $AC = 2$ ，边 BC 上的高 $AD = \sqrt{3}$ ，求 $S_{\triangle ABC}$ 和 $\angle BAC$ 的大小.

【难度】★★



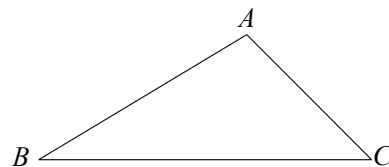
【例 7】如图，在锐角 $\triangle ABC$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ， $\tan C = 2$ ，且 $S_{\triangle ABC} = 40$ ，求 BC 的长.

【难度】★★



【例 8】如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AB - AC = 2 - \sqrt{2}$ ，求 BC 的长.

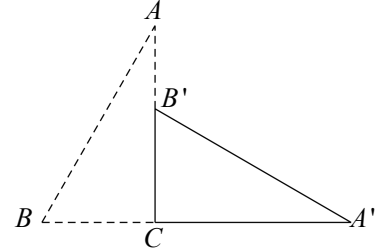
【难度】★★





【例 9】如图，先将斜边 AB 长 6 cm ， $\angle A = 30^\circ$ 的直角三角板 ABC 绕点 C 顺时针方向旋转 90° 至 $\triangle A'B'C$ 位置，再沿 CB 向左平移，使点 B 落在原三角板 ABC 位置的斜边 AB 上，则平移的距离为_____.

【难度】★★

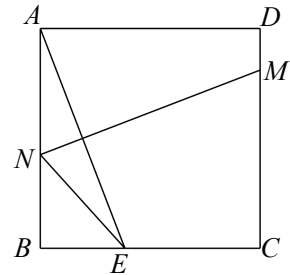


【例 10】如图，正方形 $ABCD$ 中， E 为边 BC 上一点，将正方形折叠，使 A 点与 E 点重合，折痕为 MN ，若 $\tan \angle AEN = \frac{1}{3}$ ， $DC + CE = 10$.

(1) 求 $\triangle ANE$ 的面积；

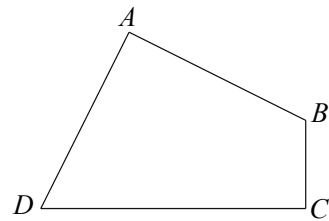
(2) 求 $\sin \angle ENB$ 的值.

【难度】★★



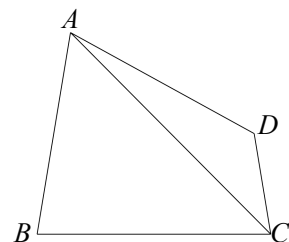
【例 11】如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 120^\circ$ ， $AB = 4$ ， $BC = 2$ ，求四边形的面积.

【难度】★★★



【例 12】如图，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AD = AB = BC$ ，连接 AC ，且 $\angle ACD = 30^\circ$ ， $\tan \angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $CD = 3$ ，求 AC 的长.

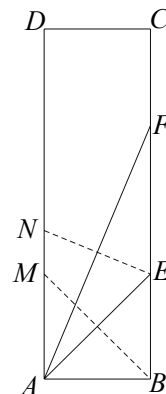
【难度】★★★





【例 13】 小智在学习特殊角的三角比时发现，将如图所示的矩形纸片 $ABCD$ 沿过 B 点的直线折叠，使点 A 落在 BC 上的点 E 处，折痕 BM 。还原后，再沿过点 E 的直线折叠，使点 A 落在 BC 上的点 F 处，折痕 EN 。利用这种方法，可以求出 $\tan 67.5^\circ$ 的值是 $\sqrt{2} + 1$ ，试证明之。

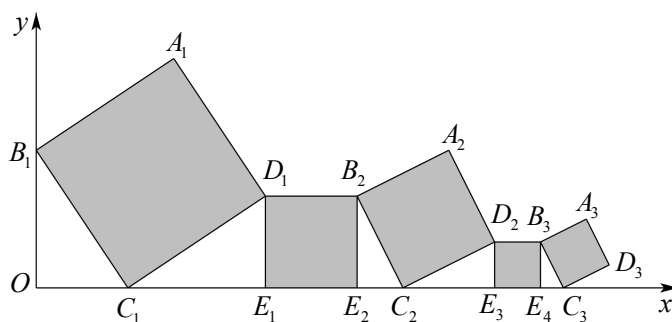
【难度】★★★



【例 14】 在平面直角坐标系内，放置了 5 个如图所示的正方形（用阴影表示）。点 B_1 在 y 轴上，点 C_1 、 E_1 、 E_2 、 C_2 、 E_3 、 E_4 、 C_3 在 x 轴上。已知正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1， $\angle B_1C_1O = 60^\circ$ ， $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3$ ，则点 A_3 到 x 轴的距离是（ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}+3}{18}$ B. $\frac{\sqrt{3}+1}{18}$ C. $\frac{\sqrt{3}+3}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}+1}{6}$

【难度】★★★





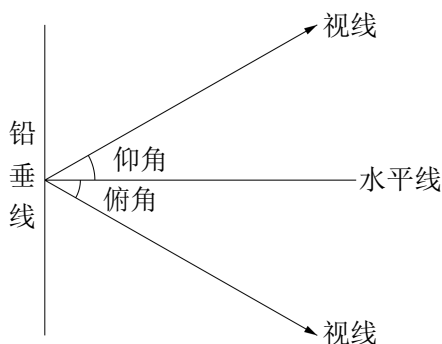
模块二：解直角三角形的应用



知识精讲

1、仰角与俯角

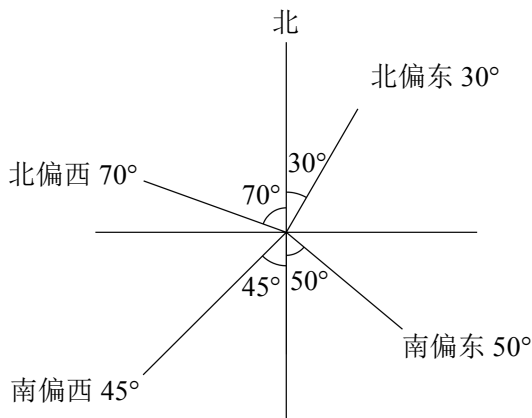
在测量过程中，常常会遇到仰角和俯角。如图，当我们进行测量时，在视线与水平线所成的角中，视线在水平线上方的角叫做**仰角**，视线在水平线下方的角叫做**俯角**。



2、方向角

指北或指南方向线与目标方向线所成的小于 90° 的角叫做方向角。

如图：北偏东 30° ，北偏西 70° ，南偏东 50° ，南偏西 45° 。



3、坡度（坡比）、坡角

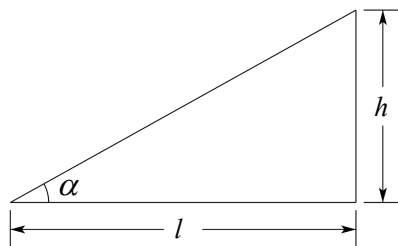
在修路、挖河、开渠等设计图纸上，都需要注明斜坡的倾斜程度。

如图，坡面的铅垂高度 h 和水平宽度 l 的比叫做坡面的**坡度**（或**坡比**），记作 i ，即 $i = \frac{h}{l}$ 。

坡度通常写成 $1:m$ 的形式，如 $i = 1:1.5$ 。

坡面与水平面的夹角叫做坡角，记作 α 。

坡度 i 与坡角 α 之间的关系： $i = \frac{h}{l} = \tan \alpha$ 。



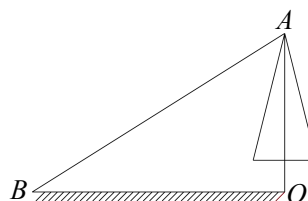


例题解析

【例 15】 如图，为测量一棵与地面垂直的树 OA 的高度，在距离树的底端 30 米的 B 处，测得树顶 A 的仰角 $\angle ABO$ 为 α ，则树 OA 的高度为（ ）

- A. $\frac{30}{\tan \alpha}$ B. $30 \sin \alpha$ C. $30 \tan \alpha$ D. $30 \cos \alpha$

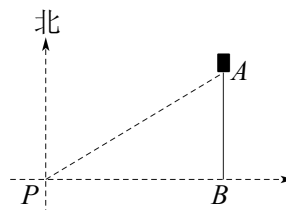
【难度】★



【例 16】 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 55° 方向，距离灯塔 2 海里的点 A 处. 如果海轮沿着正南方向航行到灯塔的正东方向，那么海轮航行的距离 AB 的长是（ ）海里

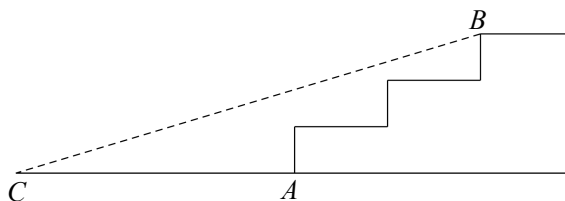
- A. 2 B. $2 \sin 55^\circ$ C. $2 \cos 55^\circ$ D. $2 \tan 55^\circ$

【难度】★



【例 17】 如图所示，某公园入口处原有三级台阶，每级台阶高为 18 厘米，深为 30 厘米，为方便残疾人士，拟将台阶改为斜坡，设台阶的起点为 A ，斜坡的起始点为 C ，现设计斜坡 BC 的坡度 $i = 1 : 5$ ，那么 AC 的长度是_____厘米.

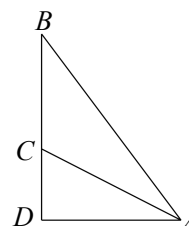
【难度】★



【例 18】 如图，斜面 AC 的坡度为 $1 : 2$ ， $AC = 3\sqrt{5}$ 米，坡顶有一旗杆 BC ，旗杆顶端 B 点与 A 点有一条彩带相连，若 $AB = 10$ 米，则旗杆 BC 的高度为（ ）米

- A. 5 B. 6 C. 8 D. $3 + \sqrt{5}$

【难度】★★

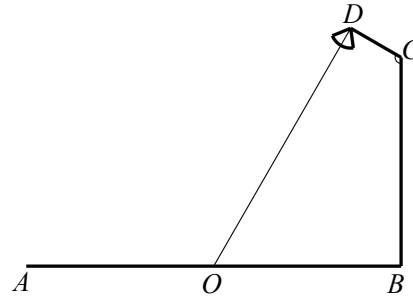




【例 19】 如图，要在宽为 22 米的大道 AB 两边安装路灯，路灯的灯臂 CD 长 2 米，且与灯柱 BC 成 120° 角，路灯采用圆锥形灯罩，灯罩的轴线 DO 与灯臂 CD 垂直．当灯罩的轴线 DO 通过公路路面中心线时照明效果最佳．此时，路灯的灯柱 BC 的高度应该设计为（ ）米

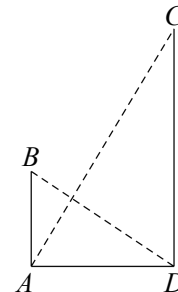
- A. $11 - 2\sqrt{2}$ B. $11 - 2\sqrt{3}$
C. $11\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ D. $11\sqrt{3} - 4$

【难度】★★



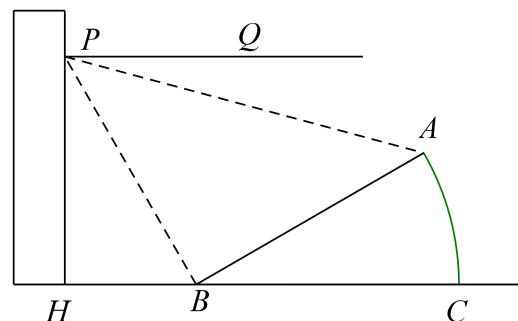
【例 20】 如图，为测得一栋大厦 CD 的高度，一人先在附近一楼房的底端 A 点观测大厦顶端 C 处的仰角是 60° ，然后爬到该楼房顶端 B 处观测大厦底部 D 处的俯角是 30° ，已知楼房高 AB 约是 45 m，根据以上观测数据可求大厦的高 CD 是_____m.

【难度】★★



【例 21】 如图，小智在大楼 30 米高（即 $PH = 30$ 米）的窗口 P 处进行观测，测得山坡上 A 处的俯角为 15° ，山脚 B 处的俯角为 60° ．已知山坡的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，点 P 、 H 、 B 、 C 、 A 在同一平面上，点 H 、 B 、 C 在同一直线上，且 $PH \perp HC$ ．则山坡上 A 、 B 两点间的距离为_____.

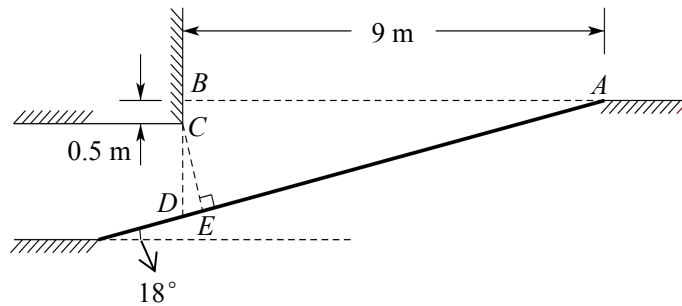
【难度】★★





【例 22】 某单位拟建造地下停车库，设计师提供了车库入口设计示意图（如图），按规定，地下停车库坡道口上方要张贴限高标志，以便告知停车人车辆能否安全驶入，为标明限高，请你计算图中 CE 的长。（参考数据： $\sin 18^\circ \approx 0.309$ ， $\cos 18^\circ \approx 0.951$ ， $\tan 18^\circ \approx 0.325$ ， $\cot 18^\circ \approx 3.078$ ，结果精确到 0.1 m ）

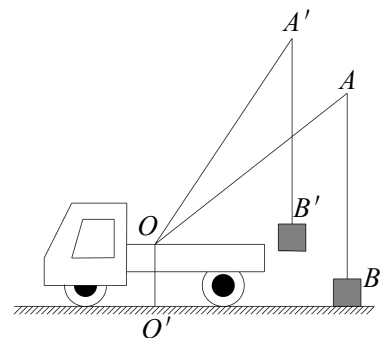
【难度】★★



【例 23】 小方在课外活动中观察吊车的工作过程，绘制了如图所示的平面图形．已知吊车吊臂的支点 O 距离地面高 $OO' = 2$ 米．当吊臂顶端由点 A 抬升至点 A' （吊臂长度不变）时，地面 B 处的重物（高度不计）被吊至 B' 处，紧绷着的吊缆 $A'B' = AB$ ． AB 垂直地面 $O'B$ 于点 B ，直线 $A'B'$ 垂直地面 $O'B$ 于点 C ，吊臂长度 $OA' = OA = 10$ 米，且 $\cos A = \frac{3}{5}$ ， $\sin A' = \frac{1}{2}$ ．

- （1）求重物在水平方向移动的距离 BC ；
- （2）求重物在竖直方向提升的高度 $B'C$ ．

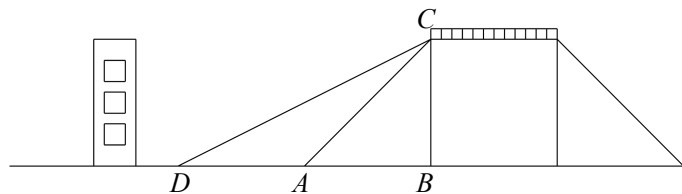
【难度】★★





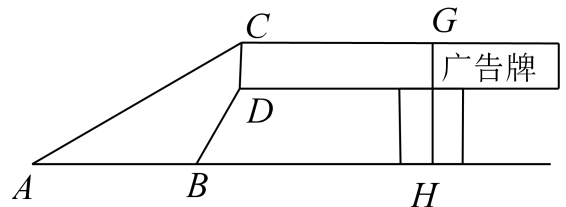
【例 24】 如图，是一座人行天桥的示意图，天桥的高度是 10 米， $CB \perp DB$ ，坡面 AC 的坡角为 45° ．为了方便行人推车过天桥，市政部门决定降低坡度，使新坡面 DC 的坡度为 $i = \sqrt{3}:3$ ．若新坡角下需留 3 米宽的人行道，问离原坡角（ A 点处）10 米的建筑物是否需要拆除？（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）

【难度】★★



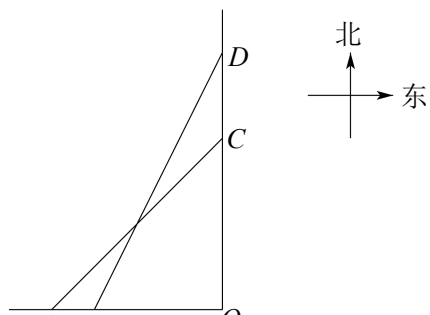
【例 25】 数学兴趣小组准备利用所学的知识测量公路旁某广告牌的高度．如图所示，先在水平面上点 A 处测得对广告牌上沿点 C 的仰角为 30° ，然后沿 AH 方向前进 10 米至点 B 处，测得对广告牌下沿点 D 的仰角为 60° ．已知矩形广告牌垂直于地面的一边 CD 高 2 米．求广告牌的高度 GH （结果保留根号）．

【难度】★★



【例 26】 如图，轮船甲位于码头 O 的正西方向 A 处，轮船乙位于码头 O 的正北方向 C 处，测得 $\angle CAO = 45^\circ$ ．轮船甲自西向东匀速行驶，同时轮船乙沿正北方向匀速行驶，它们的速度分别为 45 km/h 和 36 km/h ．经过 0.1 h ，轮船甲行驶至 B 处，轮船乙行驶至 D 处，测得 $\angle DBO = 58^\circ$ ．此时 B 处距离码头 O 有多远？（参考数据： $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ， $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ， $\tan 58^\circ \approx 1.60$ ）

【难度】★★

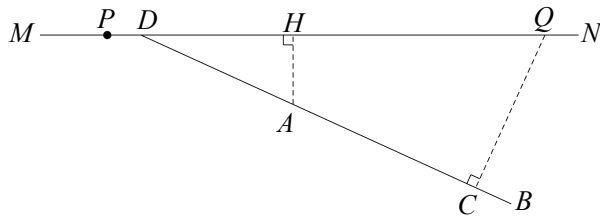




【例 27】 如图， MN 表示一段笔直的高架道路，线段 AB 表示高架道路旁的一排居民楼. 已知点 A 到 MN 的距离为 15 米， BA 的延长线与 MN 相交于点 D ，且 $\angle BDN = 30^\circ$ ，假设汽车在高架道路上行驶时，周围 39 米以内会受到噪音的影响.

- (1) 过点 A 作 MN 的垂线，垂足为 H . 如果汽车沿着从 M 到 N 的方向在 MN 上行驶，当汽车到达点 P 处时，噪音开始影响这一排居民楼，那么此时汽车与点 H 的距离为多少米？
- (2) 降低噪音的一种方法是在高架道路旁安装隔音板. 当汽车行驶到点 Q 时，它与这一排居民楼的距离 QC 为 39 米，那么对于这一排居民楼，高架道路旁安装的隔音板至少需要多少米长？（结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）

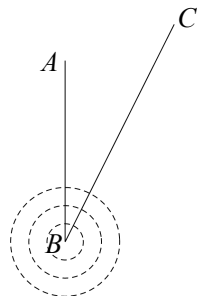
【难度】★★★



【例 28】 台风是一种自然灾害，它以台风中心为圆心，在周围数十千米范围内形成气旋风暴，有极强的破坏力. 据气象部门观测，某沿海城市 A 正南方向相距 220 km 的 B 处有一台风中心，中心最大风力为 12 级，每远离台风中心 20 km，风力就会减弱一级. 现台风中心正以 15 km/h 的速度沿北偏东 30° 方向移动，如图所示. 若城市所受风力达到或超过 4 级，则称为受台风影响.

- (1) 设台风中心风力不变，该城市是否会受到这次台风的影响？请说明理由.
- (2) 如该城市受台风影响，那么台风影响该城市的持续时间有多长？
- (3) 该城市受到台风影响时的最大风力为几级？

【难度】★★★

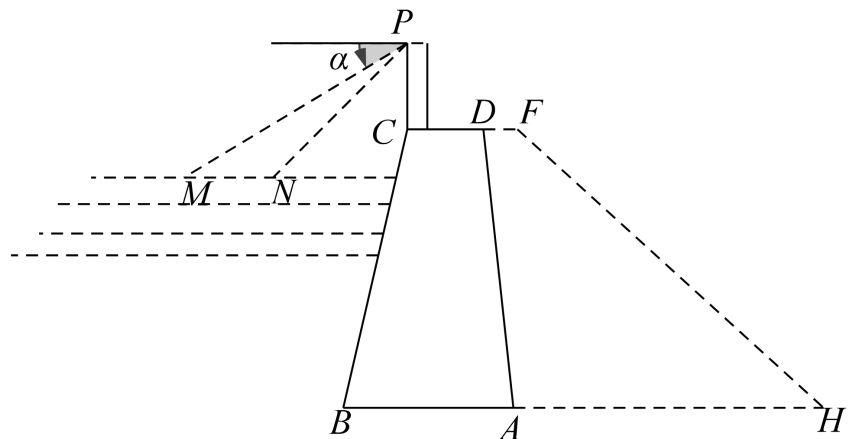




【例 29】 某水库大坝的横截面积是如图所示的四边形 $ABCD$ ，其中 $AB \parallel CD$ ．瞭望台 PC 正前方水面上有两艘渔船 M 、 N ，观察员在瞭望台顶端 P 处观测渔船 M 的俯角 $\alpha = 31^\circ$ ，观测渔船 N 的俯角 $\beta = 45^\circ$ ．已知 MN 所在直线与 PC 所在直线垂直，垂足为 E ， PE 长为 30 米．

- (1) 求两渔船 M 、 N 之间的距离（结果精确到 1 米）
- (2) 已知坝高 24 米，坝长 100 米，背水坡 AD 的坡度 $i = 1 : 0.25$ ．为了提高大坝的防洪能力，某施工队在大坝的背水坡填筑土石方加固，加固后坝顶加宽 3 米，背水坡 FH 的坡度为 $i = 1 : 1.5$ ．施工 12 天后，为尽快完成加固任务，施工队增加了机械设备，工作效率提高到原来的 1.5 倍，结果比原计划提前 20 天完成加固任务．施工队原计划平均每天填筑土石方多少立方米？（参考数据： $\tan 31^\circ \approx 0.60$ ， $\sin 31^\circ \approx 0.52$ ）

【难度】★★★

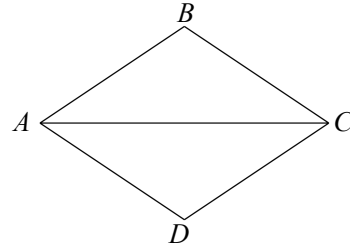




随堂检测

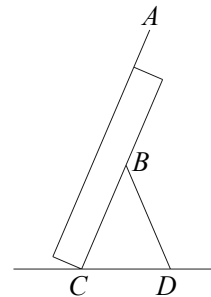
【习题 1】 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 15， $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$ ，则对角线 AC 的长为_____.

【难度】★



【习题 2】 有一个相框的侧面抽象为如图所示的几何图形，已知 $BC = BD = 15 \text{ cm}$ ， $\angle CBD = 40^\circ$ ，则点 B 到 CD 的距离为_____ cm . (参考数据： $\sin 20^\circ \approx 0.342$ ， $\cos 20^\circ \approx 0.940$ ， $\sin 40^\circ \approx 0.642$ ， $\cos 40^\circ \approx 0.766$ ，结果精确到 0.1 cm)

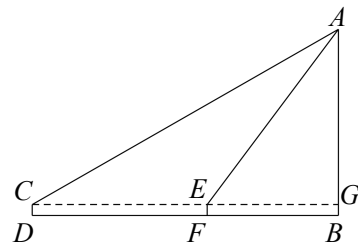
【难度】★



【习题 3】 如图，为了测得电视塔的高度 AB ，在 D 处用高为 1 米的测角仪 CD 测得电视塔顶端 A 的仰角为 30° ，再向电视塔方向前进 100 米到达 F 处，又测得电视塔顶端 A 的仰角为 60° ，则这个电视塔的高度 AB 为 ()

- A. $50\sqrt{3}$ 米 B. 51 米 C. $(50\sqrt{3}+1)$ 米 D. 101 米

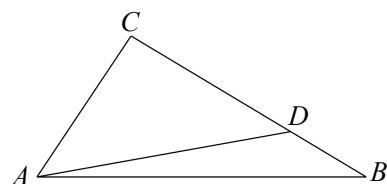
【难度】★★



【习题 4】 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$. D 是 BC 上一点，已知 $\angle ADC = 45^\circ$ ，

$DC = 6$ ，求 $\tan \angle BAD$ 的值.

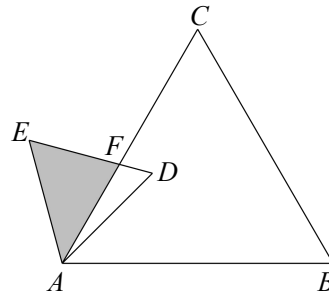
【难度】★★





【习题 5】 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形， $AB = 2AD$ ，已知 $\angle BAD = 45^\circ$ ， AC 与 DE 相交于点 F ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，求阴影部分的面积。

【难度】★★

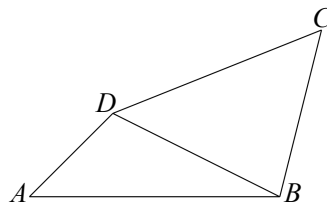


【习题 6】 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle C = 45^\circ$ ， $\angle ADB = \angle ABC = 105^\circ$ 。

(1) 若 $AD = 2$ ，求 AB ；

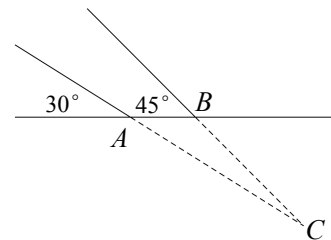
(2) 若 $AB + CD = 2\sqrt{3} + 2$ ，求 AB 。

【难度】★★



【习题 7】 2015 年 4 月 25 日 14 时 11 分，尼泊尔发生 8.1 级地震，震源深度为 20 千米。中国救援队火速赶往灾区救援，探测出某建筑物废墟下方 C 处有生命迹象。在废墟一侧某面上选两探测点 A 、 B ，点 A 、 B 相距 2 米，探测线与该面的夹角分别是 30° 和 45° （如图），试确定生命所在的点 C 与探测面的距离（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）

【难度】★★



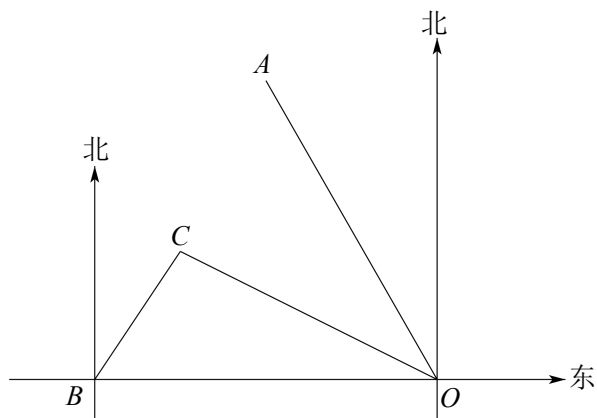
【习题 8】 利用几何图形，求 $\sin 18^\circ$ 的值。

【难度】★★★



- 【习题 9】 如图，港口 B 位于港口 O 正西方向 120 km 处，小岛 C 位于港口 O 北偏西 60° 方向上．一艘游船从港口 O 出发，沿 OA 方向（北偏西 30° ）以 $v\text{ km/h}$ 的速度驶离港口 O ，同时一艘快艇从港口 B 出发，沿北偏东 30° 的方向以 60 km/h 的速度驶向小岛 C ，在小岛 C 用 1 h 加装补给物资后，立即按原来的速度给游船送去．
- 快艇从港口 B 到小岛 C 需要多长时间？
 - 若快艇从小岛 C 到与游船相遇恰好用时 1 h ，求 v 的值及相遇处与港口 O 的距离．

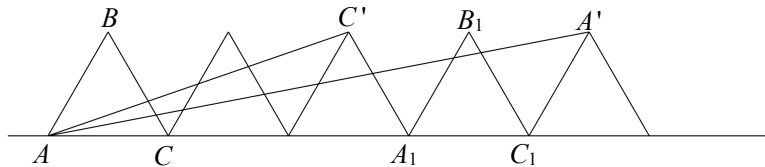
【难度】★★



- 【习题 10】 如图所示，已知边长为 2 的正三角形 ABC 沿直线 l 顺时针滚动．

- 当 $\triangle ABC$ 滚动一周到 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位置时， A 点所运动的路程约为_____；
(精确到 0.1)
- 设 $\triangle ABC$ 滚动 240° ， C 点的位置为 C' ，当 $\triangle ABC$ 滚动 480° 时， A 点的位置再 A' ，请你利用正切的两角和公式 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$ ，求出 $\angle CAC' + \angle CAA'$ 的度数．

【难度】★★★★

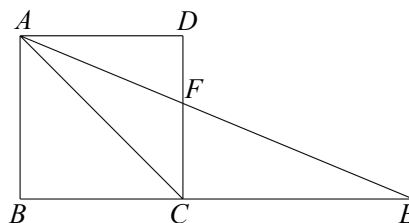




课后作业

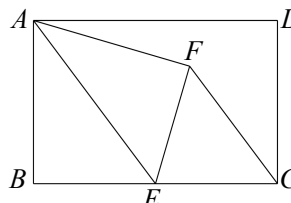
【作业 1】 如图，将正方形 $ABCD$ 的边 BC 延长到点 E ，使得 $CE = AC$ ， AE 与 CD 相交于点 F ，求 $\angle E$ 的余切值.

【难度】★



【作业 2】 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 12$ ， E 是 BC 的中点，连接 AE ，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠，点 B 落在点 F 处，连接 FC ，则 $\sin \angle EFC$ 的值为_____.

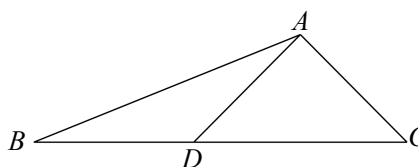
【难度】★★



【作业 3】 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $\tan B = \frac{1}{3}$ ， $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $AC = \sqrt{2}$. 求：

(1) BC 的长；(2) $\sin \angle ADC$ 的值.

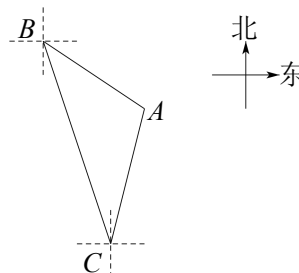
【难度】★★



【作业 4】 如图，轮船从 B 处以每小时 60 海里的速度沿南偏东 20° 的方向匀速航行，在 B 处观测灯塔 A 位于南偏东 50° 方向上. 轮船航行 40 分钟到达 C 处，在 C 处观测灯塔 A 位于北偏东 10° 方向上，则 C 处与灯塔 A 的距离是 ()

A. 20 海里 B. 40 海里 C. $\frac{20}{3}\sqrt{3}$ 海里 D. $\frac{40}{3}\sqrt{3}$ 海里

【难度】★★

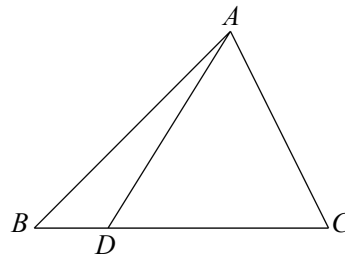




【作业 5】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 45^\circ$ ， $AB = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ ， D 是 BC 上一点， $AD = 5$ ， $CD =$

3，求 $\angle ADC$ 的度数及 AC 的长.

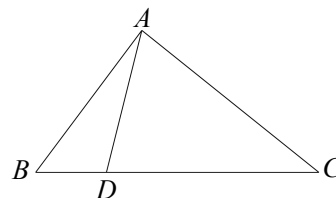
【难度】★★



【作业 6】 如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上， $\angle C + \angle BAD = \angle DAC$ ， $\tan \angle BAD = \frac{4}{7}$ ，

$AD = \sqrt{65}$ ， $CD = 13$ ，求线段 AC 的长.

【难度】★★

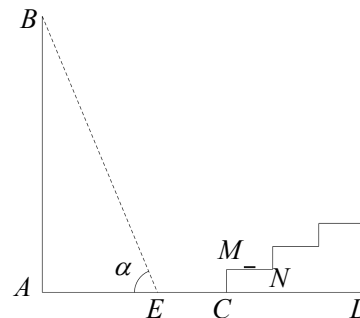


【作业 7】 如图，一栋楼房 AB 背后有一台阶 CD ，台阶每层高 0.2 米，且 $AC = 17.2$ 米. 设太阳光线与水平地面的夹角为 α ，当 $\alpha = 60^\circ$ 时，测得楼房在地面上的影长 $AE = 10$ 米. 现有一只小猫睡在台阶的 MN 这层上晒太阳. (参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$)

(1) 楼房的高度约为多少米?

(2) 过了一会儿，当 $\alpha = 45^\circ$ 时，问小猫能否还晒到太阳？请说明理由.

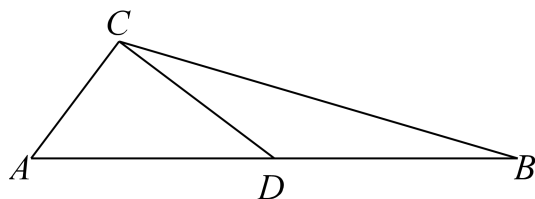
【难度】★★





【作业 8】 如图， CD 是 $\triangle ABC$ 的中线，已知 $\angle ACD = 90^\circ$ ， $\cos A = \frac{3}{5}$ ，求 $\tan \angle BCD$ 的值。

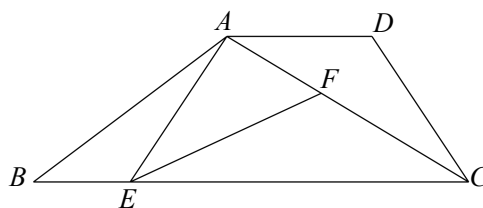
【难度】★★★



【作业 9】 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = 4$ ， $BC = 6$ ， $\angle DAC = \angle B = \angle AEF$ ，点 E 、 F 分别在 BC 、 AC 上（点 E 与 B 、 C 不重合），设 $BE = x$ ， $AF = y$ 。

- (1) 求 $\cos B$ ；
- (2) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ ；
- (3) 求 y 关于 x 的代数式；
- (4) 当点 E 在 BC 上移动时， $\triangle AEF$ 是否有可能是直角三角形？若有可能，请求出 BE 的长；若不能，请说明理由。

【难度】★★★



【作业 10】 如图 (a) 所示，已知正方形 $ABCD$ 在直线 MN 的上方， BC 在直线 MN 上， E 是 BC 上一点，以 AE 为边在直线 MN 的上方作正方形 $AEFG$ 。

- (1) 连接 GD ，求证： $\triangle ADG \cong \triangle ABE$ ；
- (2) 连接 FC ，观察并猜测 $\angle FCN$ 的度数，并说明理由；
- (3) 如图 (b) 所示，将图 (a) 中正方形 $ABCD$ 改为矩形 $ABCD$ ， $AB = a$ ， $BC = b$ (a 、 b 为常数)， E 是线段 BC 上一动点（不含端点 B 、 C ），以 AE 为边在直线 MN 上方作矩形 $AEFG$ ，使顶点 G 恰好落在射线 CD 上。判断当点 E 由 B 向 C 运动时， $\angle FCN$ 的大小是否总保持不变，若 $\angle FCN$ 的大小不变，请用含 a 、 b 的代数式表示 $\tan \angle FCN$ 的值；若 $\angle FCN$ 的大小改变，请举例说明。

【难度】★★★

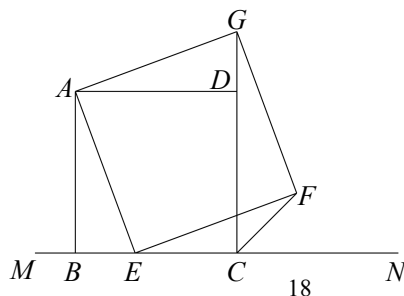


图 (a)

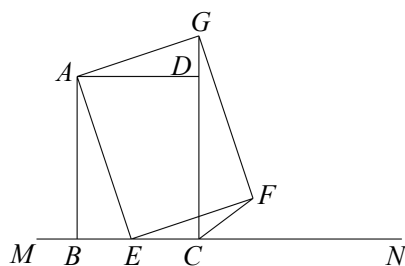


图 (b)