第 06 讲 平面向量的线性运算（3 种题型）

【知识梳理】

一、平面向量的相关概念

（1） **向量**：既有大小、又有方向的量叫做向量；

（2） **向量的长度**：向量的大小也叫做向量的长度（或**向量的模**）；

（3） **零向量**：长度为零的向量叫做零向量，记作 $\vec{0}$；

（4） **相等的向量**：方向相同且长度相等的两个向量叫做相等的向量；

（5） **互为相反向量**：方向相反且长度相等的两个向量叫做互为相反向量；

（6） **平行向量**：方向相同或相反的两个向量叫做平行向量．

二、平面向量的加减法则

（1） 几个向量相加的多边形法则；

（2） 向量减法的三角形法则；

（3） 向量加法的平行四边形法则．

三、实数与向量相乘的运算

设 k 是一个实数，$\vec{a}$ 是向量，那么 k 与 $\vec{a}$ 相乘所得的积是一个向量，记作 $k\vec{a}$．

（1） 如果 $k \neq 0$，且 $\vec{a} \neq \vec{0}$，那么 $k\vec{a}$ 的长度 $\left|k\vec{a}\right| = |k| \cdot \left|\vec{a}\right|$；

$k\vec{a}$ 的方向：当 $k > 0$ 时 $k\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 同方向；当 $k < 0$ 时 $k\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 反方向．

（2） 如果 $k = 0$ 或 $\vec{a} = \vec{0}$，那么 $k\vec{a} = \vec{0}$．

四、实数与向量相乘的运算律

设 m、n 为实数，则

（1） $m\left(n\vec{a}\right) = (mn)\vec{a}$；

（2） $(m+n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a}$；

（3） $m\left(\vec{a}+\vec{b}\right) = m\vec{a} + m\vec{b}$．

五、平行向量定理

如果向量 $\vec{b}$ 与非零向量 $\vec{a}$ 平行，那么存在唯一的实数 m，使 $\vec{b} = m\vec{a}$．

六、单位向量

单位向量：长度为 1 的向量叫做单位向量．设 $\vec{e}$ 为单位向量，则 $\left|\vec{e}\right| = 1$．

单位向量有无数个；不同的单位向量，是指它们的方向不同.

对于任意非零向量$\vec{a}$，与它同方向的单位向量记作$\vec{a}_0$.

由实数与向量的乘积可知：$\vec{a}=|\vec{a}|\vec{a}_0$，$\vec{a}_0=\dfrac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$

七、向量的线性运算

向量加法、减法、实数与向量相乘以及它们的混合运算叫做**向量的线性运算**.

如$2\vec{a}+5\vec{b}$、$\vec{a}-3\vec{b}$、$2\left(\vec{a}+3\vec{b}\right)$、$-\dfrac{3}{5}\vec{a}+\left(\vec{a}-\dfrac{5}{3}\vec{b}\right)$等，都是向量的线性运算.

一般来说，如果$\vec{a}$、$\vec{b}$是两个不平行的向量，$\vec{c}$是平面内的一个向量，那么$\vec{c}$可以用$\vec{a}$、$\vec{b}$表示，并且通常将其表达式整理成$\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$的形式，其中$x$、$y$是实数.

八、向量的合成与分解

如果$\vec{a}$、$\vec{b}$是两个不平行的向量，$\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$（$m$、$n$是实数），那么向量$\vec{c}$就是向量$m\vec{a}$与$n\vec{b}$的合成；也可以说向量$\vec{c}$分解为$m\vec{a}$、$n\vec{b}$两个向量，这时，向量$m\vec{a}$与$n\vec{b}$是向量$\vec{c}$分别在$\vec{a}$、$\vec{b}$方向上的分向量，$m\vec{a}+n\vec{b}$是向量$\vec{c}$关于$\vec{a}$、$\vec{b}$的分解式.

平面上任意一个向量都可以在给定的两个不平行向量的方向上分解.

【考点剖析】

题型一：实数与向量相乘

一、填空题

1．计算：$2(3\vec{b}-2\vec{a})+(\vec{a}-2\vec{b})$=______.

【答案】$-3\vec{a}+4\vec{b}$

【分析】直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得，注意去括号时符号的变化.

【详解】解：$2(3\vec{b}-2\vec{a})+(\vec{a}-2\vec{b})=6\vec{b}-4\vec{a}+\vec{a}-2\vec{b}=-3\vec{a}+4\vec{b}$

故答案为：$-3\vec{a}+4\vec{b}$.

【点睛】此题考查了平面向量的运算．此题难度不大，注意掌握运算法则是解此题的关键.

2．计算：$4\vec{a}-2\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=$_________.

【答案】$2\vec{a}+4\vec{b}$

【分析】直接利用实数与向量相乘及平面向量的加减运算法则去括号求解即可求得答案.

【详解】解：$4\vec{a}-2\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)$

$=4\vec{a}-2\vec{a}+4\vec{b}$

$=2\vec{a}+4\vec{b}$，

故答案为：$2\vec{a}+4\vec{b}$.

【点睛】此题考查了平面向量的运算法则．注意掌握去括号时的符号变化是解此题的键.

3．化简：$-3\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)+2\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)=$______.

【答案】$-\vec{a}+10\vec{b}$

【分析】根据向量的加减运算法则进行计算即可得解.

【详解】$-3\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)+2\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$

$=-3\vec{a}+6\vec{b}+2\vec{a}+4\vec{b}$

$=-\vec{a}+10\vec{b}$

故答案为：$-\vec{a}+10\vec{b}$.

【点睛】本题考查了平面向量的计算，括号前面是减号，去括号时要注意改变运算符号.

4．$-\frac{3}{7}\vec{a}+2\vec{a}=$______，$3\vec{b}-\frac{4}{5}\vec{b}+\frac{3}{4}\vec{b}=$______，$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=$______.

【答案】 $\frac{11}{7}\vec{a}$ $\frac{59}{20}\vec{b}$ $\overrightarrow{BA}$

【分析】根据向量的加减运算法则进行运算.

【详解】$-\frac{3}{7}\vec{a}+2\vec{a}=\left(-\frac{3}{7}+2\right)\vec{a}=\frac{11}{7}\vec{a}$；

$3\vec{b}-\frac{4}{5}\vec{b}+\frac{3}{4}\vec{b}=\left(3-\frac{4}{5}+\frac{3}{4}\right)\vec{b}=\frac{59}{20}\vec{b}$；

$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}$．

故答案是：$\frac{11}{7}\vec{a}$；$\frac{59}{20}\vec{b}$；$\overrightarrow{BA}$.

【点睛】本题考查向量的加减运算法则，需要注意向量的加减运算法则和数的加减运算有所区别.

5．（2023·上海·一模）计算：3（$\vec{a}$ - 2$\vec{b}$）- 2（$\vec{a}$ - 3$\vec{b}$）＝_____.

【答案】$\vec{a}$

【分析】直接利用实数的运算法则即可解答.

【详解】3（$\vec{a}$ - 2$\vec{b}$）- 2（$\vec{a}$ - 3$\vec{b}$）

＝3$\vec{a}$ - 6$\vec{b}$ - 2$\vec{a}$+6$\vec{b}$

$=（3-2）\vec{a}+（-6+6）\vec{b}$

$=\vec{a}$.

故答案是：$\vec{a}$.

【点睛】此题考查了平面向量，解题关键在于熟练掌握平面向量的加法结合律即可解题，属于基础计算题.

6．已知向量$\vec{a}$与$\vec{e}$方向相反，长度为 6，则$\vec{a}=$_______$\vec{e}$

【答案】－6

【分析】根据平面向量的方向性即可得出结论.

【详解】∵向量$\vec{a}$与$\vec{e}$方向相反，长度为 6，

∴$\vec{a}=-6\vec{e}$，故填：6.

【点睛】本题考查向量的方向性和表示方法，较为简单.

7.向量$\vec{m}$ **与－2**$\vec{m}$ 的方向_____.

【答案】相反

【分析】根据负号代表方向相反解答.

【详解】$\vec{m}$ **与－2**$\vec{m}$ 符号相反，因此放小相反，

故答案为：相反.

【点睛】本题考查向量的意义，要理解符号的含义.

8．如果$\vec{e}$为单位向量，$\vec{a}$与$\vec{e}$方向相反，且长度是 5，那么$\vec{a}=$________.（用$\vec{e}$示）

【答案】$-5\vec{e}$

【分析】根据向量的表示方法可直接进行解答.

【详解】解：∵$\vec{a}$的长度为 5，向量$\vec{e}$是单位向量，

$\therefore|\vec{a}|=5|\vec{e}|$，

∵$\vec{a}$与单位向量$\vec{e}$的方向相反，

$\therefore\vec{a}=-5\vec{e}$；

故答案为：$-5\vec{e}$.

【点睛】本题考查的是平面向量的知识，向量包括长度及方向，而长度等于 1 个单位长度的向量叫做单位向量，解决本题的关键是注意单位向量只规定大小没规定方向.

9．如果$3\vec{a}+2\vec{x}=\vec{b}$，那么$\vec{x}$用$\vec{a}$、$\vec{b}$表示为$\vec{x}=$_________.

【答案】$\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$

【分析】根据向量方程的求解方法，可以先移项，再系数化一，即可求得答案.

【详解】解：$\because 3\vec{a}+2\vec{x}=\vec{b}$

\ $2\vec{x}=\vec{b}-3\vec{a}$

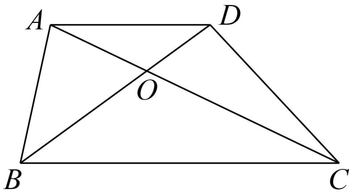
\ $\vec{x}=\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$，

故答案为：$\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$.

【点睛】此题考查了平面向量的知识，解题的关键是掌握向量方程的求解方法.

二、解答题

10.（2023·上海·一模）如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$BC=2AD$，对角线 AC、BD 相交于点 O，设 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$.试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的式子表示向量 $\overrightarrow{AO}$.



【答案】$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}$

【分析】先根据平行线分线段成比例得到 $\frac{AO}{OC}=\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}$，得到 $AO=\frac{1}{3}AC$，再根据 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ 即可求解.

【详解】$\because AD//BC,\quad BC=2AD$

$\therefore \frac{AO}{OC}=\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{AO}{AC}=\frac{1}{3}$ 即 $AO=\frac{1}{3}AC$

$\because \overrightarrow{AD}=\vec{a}$，

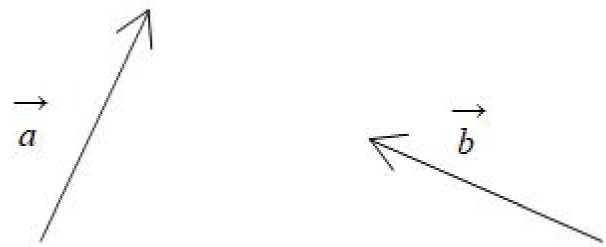
$\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 同向，$\therefore \overrightarrow{BC}=2\vec{a}$

$\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{b}+2\vec{a}$

$\therefore \overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}$

【点睛】本题考查平面向量，解题的关键是熟练掌握基本知识.

11．如图，已知两个不平行的向量 $\vec{a},\vec{b}$．先化简，再求作：$\left(\frac{1}{2}\vec{a}+3\vec{b}\right)-\left(\frac{3}{2}\vec{a}+\vec{b}\right)$.（不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量）



【答案】化简得 $-\vec{a}+2\vec{b}$；作图见解析.

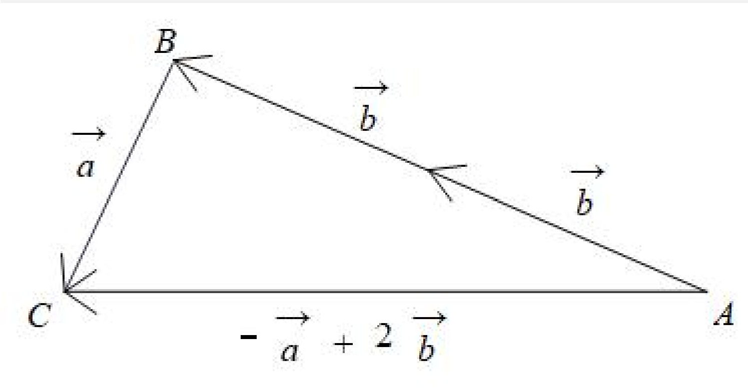
【分析】首先利用平面向量的加减运算法则化简原式，再利用三角形法则画出图形.

【详解】解：$\left(\frac{1}{2}\vec{a}+3\vec{b}\right)-\left(\frac{3}{2}\vec{a}+\vec{b}\right)=\frac{1}{2}\vec{a}+3\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}-\vec{b}=-\vec{a}+2\vec{b}$.

如图：$\overline{AB}=2\vec{b}$，$\overline{BC}=-\vec{a}$，

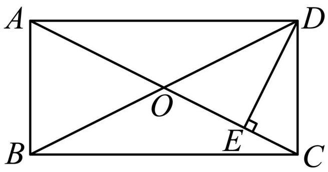
则 $\overline{AC}=-\vec{a}+2\vec{b}$，

即 $\overline{AC}$ 即为所求.



【点睛】此题考查了平面向量的运算法则以及作法．注意作图时准确利用三角形法则是关键.

12．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$DE\perp AC$ 于点 E，$\angle EDC$：$\angle EDA=1:3$，且 $AC=10$.



(1)求 DE 的长；

(2)如果 $\overline{CB}=\vec{a}$，$\overline{CD}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overline{OE}$.

【答案】(1) DE 的长为 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(2) $\overline{OE}=-\frac{\sqrt{2}}{4}\vec{a}-\frac{\sqrt{2}}{4}\vec{b}$

【分析】（1）根据 $\angle EDC$：$\angle EDA=1:3$，可得 $\angle EDC=22.5°$，$\angle EDA=67.5°$，再由 $AC=10$，求得 DE；

（2）根据向量的表示法进行求解即可.

【详解】（1）∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle ADC=90^\circ$， $AC=BD=10$， $OA=OC=\frac{1}{2}AC=5$，$OB=OD=\frac{1}{2}BD=5$，

∴ $OC=OD$，

∴ $\angle ODC=\angle OCD$，

∵ $\angle EDC$： $\angle EDA=1{:}3$， $\angle EDC+\angle EDA=90^\circ$，

∴ $\angle EDC=22.5^\circ$，$\angle EDA=67.5^\circ$，

∵ $DE\perp AC$，

∴ $\angle DEC=90^\circ$，

∴ $\angle DCE=90^\circ-\angle EDC=67.5^\circ$，

∴ $\angle ODC=\angle OCD=67.5^\circ$，

∴ $\angle ODC+\angle OCD+\angle DOC=180^\circ$，

∴ $\angle COD=45^\circ$，

∴ $OE=DE$，

∵ $OE^2+DE^2=OD^2$，

∴ $\left(2DE\right)^2=OD^2=25$，

∴ $DE=\frac{5\sqrt{2}}{2}$；

（2）∵ $OE=DE$，且 $DE=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，

∴ $OE=\frac{5\sqrt{2}}{2}$，

∵ $AC=10$，

∴ $OE=\frac{\sqrt{2}}{4}AC$，

∵ $\overrightarrow{CB}=\vec{a}$， $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$，

∴ $\overrightarrow{BC}=-\vec{a}$， $\overrightarrow{AB}=-\vec{b}$，

∴ $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\vec{a}-\vec{b}$，

∴ $\overrightarrow{OE}=\frac{\sqrt{2}}{4}\overrightarrow{AC}$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(-\vec{a}-\vec{b}\right)$

$=-\frac{\sqrt{2}}{4}\vec{a}-\frac{\sqrt{2}}{4}\vec{b}$.

【点睛】本题考查了勾股定理、矩形的性质和向量的表示，灵活运用所学知识求解是解决本题的关键.

题型二：向量的相关概念

一、单选题

1.（2023·上海松江·统考一模）已知$\vec{a}$、$\vec{b}$为非零向量，下列判断错误的是（　）

A．如果$\vec{a}=2\vec{b}$，那么$\vec{a}\parallel\vec{b}$　　B．如果$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，那么$\vec{a}\parallel\vec{b}$

C．如果$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，那么$\vec{a}=\vec{b}$或$\vec{a}=-\vec{b}$　　D．如果$\vec{e}$为单位向量，且$\vec{a}=2\vec{e}$，那么$|\vec{a}|=2$

【答案】C

【分析】根据单位向量、平行向量以及模的定义进行判断即可.

【详解】解：A、如果$\vec{a}=2\vec{b}$，那么$\vec{a}\parallel\vec{b}$，故本选正确；

B、如果$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，那么$\vec{a}\parallel\vec{b}$，故本选正确；

C、如果$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，没法判断$\vec{a}$与$\vec{b}$之间的关系，故本选项错误

D、如果$\vec{e}$为单位向量，且$\vec{a}=2\vec{e}$，那么$|\vec{a}|=2$，故本选正确；

故选：C.

【点睛】本题考查了平面向量，熟记单位向量、平行向量以及模的定义是解题的关键.

2.（2023·上海·一模）已知非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，且有$\vec{a}=-2\vec{b}$，下列说法中，不正确的是(　　)

A．$|\,|\vec{a}|=2|\vec{b}|$　　B．$\vec{a}\parallel\vec{b}$

C．$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相同　　D．$\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$

【答案】C

【分析】根据向量的相关概念逐项分析判断即可求解.

【详解】解：∵非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，且有$\vec{a}=-2\vec{b}$，

∴$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，$\vec{a}\parallel\vec{b}$，$\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$，$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反，

故A，B，D正确，C错误，

故选：C.

【点睛】本题考查了向量的相关概念，掌握向量的相关概念是解题的关键.

3.（2023·上海·一模）如果非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$互为相反向量，那么下列结论中错误的是（　）

A．$\vec{a}\parallel\vec{b}$　　B．$|\vec{a}|=|\vec{b}|$　　C．$\vec{a}+\vec{b}=0$　　D．$\vec{a}=-\vec{b}$

【答案】C

【分析】非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$互为相反向量，则非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$大小相等，方向相反，据此分析即可．

【详解】∵非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$互为相反向量，

∴$\vec{a}\parallel\vec{b}$，$\vec{a}=-\vec{b}$，$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，

∴$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，则 C 选项错误，

故选：C．

【点睛】本题考查相反向量的概念，属基础题，正确理解定义是解决问题的关键．

4．（2023·上海·一模）已知$\bar{a}$和$\bar{b}$都是单位向量，下列结论中，正确的是（　　）

A．$|\bar{a}|=|\bar{b}|$　　B．$\bar{a}=\bar{b}$　　C．$\bar{a}=1$　　D．$\bar{a}-\bar{b}=0$

【答案】A

【分析】根据平面向量的性质进行一一分析判断即可．

【详解】解：A、单位向量的模相等，故该选项正确；

B、单位向量$\bar{a}$与单位向量$\bar{b}$方向相同时，该等式才成立，故该选项错误，不符合题意；

C、$|\bar{a}|=1$，故该选项错误，不符合题意；

D、单位向量$\bar{a}$与单位向量$\bar{b}$方向相同时，该等式才成立，故该选项错误，不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题主要考查了平面向量，注意：平面向量既有大小，又有方向．

5．（2022 秋·上海·九年级校考期中）下列说法中不正确的是（　　）

A．$0\vec{a}=\vec{0}$

B．对于非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$，$\vec{a}=-\frac{1}{2}\vec{c}$，$\vec{b}=2\vec{c}$，则$\vec{a}\parallel\vec{b}$

C．若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，那么$\vec{a}=\vec{b}$或$\vec{a}=-\vec{b}$

D．若$\vec{a}$、$\vec{b}$均为单位向量，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$

【答案】C

【分析】根据平面向量的性质一一判断即可．

【详解】A．$0\vec{a}=\vec{0}$，说法正确，不符合题意；

B．对于非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$，$\vec{a}=-\frac{1}{2}\vec{c}$，$\vec{b}=2\vec{c}$，则$\vec{a}\parallel\vec{b}$，说法正确，不符合题意；

C．若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，那么$\vec{a}=\vec{b}$或$\vec{a}=-\vec{b}$，说法错误，模相等的两个向量不一定平行，符合题意；

D．若$\vec{a}$、$\vec{b}$均为单位向量，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，说法正确，不符合题意；

故选：C．

【点睛】本题考查平面向量，平行向量等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

6．（2022秋·上海静安·九年级上海市华东模范中学校考期中）已知非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$和$\vec{c}$，下列条件中不能判定$\vec{a}\parallel\vec{b}$的是（　）

A．$\vec{a}=-2\vec{b}$，$\vec{b}\parallel\vec{c}$　　B．$\vec{a}=2\vec{c}$，$\vec{b}=\vec{c}$

C．$\vec{a}=-5\vec{b}$　　D．$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$

【答案】D

【分析】根据向量平行向量的定义“方向相同或相反的非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$叫做平行向量”进行逐一判定即可．

【详解】A选项，由于$\vec{a}=-2\vec{b}$，所以$\vec{a}$、$\vec{b}$的方向相反，由于$\vec{b}\parallel\vec{c}$，故$\vec{b}$、$\vec{c}$的方向相同，所以$\vec{a}\parallel\vec{b}$，不符题意；

B选项，因为$\vec{a}=2\vec{c}$，所以$\vec{a}$和$2\vec{c}$的方向相同，由于$\vec{b}=\vec{c}$，所以$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$的方向相同，所以$\vec{a}\parallel\vec{b}$，不符题意；

C选项，因为$\vec{a}=-5\vec{b}$，所以$\vec{a}$、$\vec{b}$的方向相反，故$\vec{a}\parallel\vec{b}$的，不符题意；

D选项，因为$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，所以$\vec{a}$、$\vec{b}$的方向不能确定，故不能判定其位置关系，符合题意．

故选：D

【点睛】本题考查的是向量平行向量的定义，理解向量的定义是解决问题的关键．

7．（2022秋·上海·九年级校考期中）已知非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$和$\vec{c}$，下列条件中，不能判定$\vec{a}\parallel\vec{b}$的是（　）

A．$\vec{a}\parallel\vec{c}$，$\vec{b}\parallel\vec{c}$

B．$\vec{a}=2\vec{c}$，$\vec{b}=\vec{c}$

C．$\vec{a}=-5\vec{b}$

D．$|\vec{a}|=3|\vec{b}|$

【答案】D

【分析】根据向量平行向量的定义“方向相同或相反的非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$叫做平行向量”进行逐一判定即可．

【详解】A选项，由于$\vec{a}\parallel\vec{c}$，所以$\vec{a}$、$\vec{c}$的方向相同，由于$\vec{b}=\vec{c}$，故$\vec{b}$、$\vec{c}$的方向相同，所以$\vec{a}\parallel\vec{b}$，不符题意；

B选项，因为$\vec{a}=2\vec{c}$，所以$\vec{a}$和$2\vec{c}$的方向相同，由于$\vec{b}=\vec{c}$，所以$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$的方向相同，所以$\vec{a}\parallel\vec{b}$，不符题意；

C 选项，因为$\vec{a}=-5\vec{b}$，所以$\vec{a}$、$\vec{b}$的方向相反，故$\vec{a}\parallel\vec{b}$的，不符题意；

D 选项，因为$|\vec{a}|=3|\vec{b}|$，所以$\vec{a}$、$\vec{b}$的方向不能确定，故不能判定其位置关系，符合题意.

故选：D

【点睛】本题考查的是向量平行向量的定义，理解向量的定义是解决问题的关键.

8.（2022 秋·上海徐汇·九年级校联考期中）下列说法中正确的是（　　）

A．如果$k=0$或$\vec{a}=\vec{0}$，那么$k\vec{a}=0$

B．如果$\vec{a}$与$\vec{b}$均是单位向量，那么$\vec{a}=\vec{b}$

C．如果$\vec{e}$是单位向量，$\vec{a}$的长度为 5，那么$\vec{a}=5\vec{e}$

D．如果m、n为非零实数，$\vec{a}$为非零向量，那么$(m+n)\vec{a}=ma+na$.

【答案】A

【分析】根据向量的性质一一判断即可得到答案.

【详解】解：A、如果$k=0$或$\vec{a}=\vec{0}$，那么$k\vec{a}=0$，原说法正确，符合题意，选项正确；

B、如果$\vec{a}$与$\vec{b}$均是单位向量，那么$\vec{a}=\vec{b}$，原说法错误，模相等，方向不一定相同，不符合题意，选项错误;，

C、如果$\vec{e}$是单位向量，$\vec{a}$的长度为 5，那么$\vec{a}=5\vec{e}$，原说法错误，不符合题意，选项错误；

D、如果m、n为非零实数，$\vec{a}$为非零向量，那么$(m+n)\vec{a}=m\vec{a}+n\vec{a}$，原说法错误，不符合题意，选项错误，

故选 A.

【点睛】本题考查了向量，熟练掌握向量的性质是解题关键.

9.（2022 秋·上海青浦·九年级校考期中）已知一个单位向量$\vec{e}$，设向量$\vec{a}$、$\vec{b}$是非零向量，则下列等式中正确的是（　　）

A．$\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}=\vec{e}$　　B．$\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}=\frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}$　　C．$|\vec{b}|\vec{e}=\vec{a}$　　D．$|\vec{e}|\vec{b}=\vec{b}$

【答案】D

【分析】根据向量相等的基本概念，对选项逐个判断即可，向量相等是指向量的模相等而且方向相同.

【详解】解：A，$\vec{a}$与$\vec{e}$的方向不一定相同，选项错误，不符合题意；

B、$\vec{a}$与$\vec{b}$的方向不一定相同，选项错误，不符合题意；

C、$\vec{a}$与$\vec{e}$的方向不一定相同，选项错误，不符合题意；

D、$\vec{b}$与$\vec{b}$的方向相同，而且$\left||\vec{e}|\vec{b}\right|=|\vec{e}||\vec{b}|=|\vec{b}|$，两个向量的模相等，选项正确，符合题意.

故选：D

【点睛】此题考查了向量的有关概念，解题的关键是熟练掌握向量的有关概念．

10．（2022·上海·九年级专题练习）下列命题中是真命题的是（　　）

A．若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\vec{b}$　　B．$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$

C．若$\vec{a}=-\frac{1}{2}\vec{b}$，则$\vec{a}\parallel\vec{b}$　　D．单位向量有且只有一个

【答案】C

【分析】根据向量的性质一一判断即可．

【详解】解：A、模相等的向量不一定是等向量，本选项不符合题意．

B、根据三角形法则可知，$|\vec{a}|+|\vec{b}|\geq\vec{a}+\vec{b}$，本选项不符合题意．

C、是真命题，本选项符合题意．

D、单位向量的方向不一定相同，本选项不符合题意．

故选：C．

【点睛】本题考查命题，平面向量等知识，解题的关键是熟练掌握平面向量的性质，属于中考常考题型．

11．（2022·上海·九年级专题练习）关于非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，下列选项中错误的是（　　）

A．如果$\vec{a}=\vec{b}$，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$

B．如果$\vec{a}$，$\vec{b}$都是单位向量，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$

C．如果$\vec{a}=2\vec{b}$，那么$\vec{a}\parallel\vec{b}$

D．如果$\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$，那么$|\vec{c}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$

【答案】D

【分析】根据向量的性质和向量模的求法进行分析，判断即可．

【详解】解：A、如果$\vec{a}=\vec{b}$，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，故该选项正确，不符合题意；

B、如果$\vec{a}$，$\vec{b}$都是单位向量，那么$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，故该选项正确，不符合题意；

C、如果$\vec{a}=2\vec{b}$，那么$\vec{a}\parallel\vec{b}$，故该选项正确，不符合题意；

D、如果$\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$，那么$|\vec{c}|\leq|\vec{a}|+|\vec{b}|$，故该选项错误，符合题意．

故选：D．

【点睛】本题主要考查了平面向量的相关概念及关系，需要考虑共线向量和非共线向量两种情况．

二、填空题

12．（2022秋·上海奉贤·九年级校联考期中）已知$\vec{a}$与单位向量$\vec{e}$的方向相反，且长度为5，那么$\vec{e}$表示$\vec{a}$为______.

【答案】$-5\vec{e}$

【分析】根据向量的表示方法可直接进行解答.

【详解】解：$\because\vec{a}$的长度为5，向量$\vec{e}$是单位向量，

$\therefore|\vec{a}|=5|\vec{e}|$，

$\because\vec{a}$与单位向量$\vec{e}$的方向相反，

$\therefore\vec{a}=-5\vec{e}$；

故答案为：$-5\vec{e}$.

【点睛】本题考查的是平面向量的知识，即长度不为0的向量叫做非零向量，向量包括长度及方向，而长度等于1个单位长度的向量叫做单位向量，解决本题的关键是注意单位向量只规定大小没规定方向.

13．（2022秋·上海嘉定·九年级校考期中）长度为$\vec{a}$的2倍，且与$\vec{a}$是平行向量的向量是___________.

【答案】$2\hat{a}$或$-2\hat{a}$ / $-2\hat{a}$或$2\hat{a}$

【分析】根据向量的方向相同或相反，即可求解.

【详解】解：长度为$\vec{a}$的2倍，且与$\vec{a}$是平行向量的向量是$2\vec{a}$或$-2\vec{a}$，

故答案为：$2\vec{a}$或$-2\vec{a}$.

【点睛】本题主要考查了平面向量，注意要分类讨论：平行向量的方向有相同方向和相反方向两种情况.

14．（2022·上海·九年级上海市建平实验中学校考期中）$\vec{e}$是与$\vec{a}$方向相反的单位向量，$|\vec{a}|=3$，则$\vec{a}=$________$\vec{e}$.

【答案】-3

【分析】由题意结合平面向量的运算法则整理计算即可求得最终结果.

【详解】$\because\vec{e}$是与$\vec{a}$方向相反的单位向量，

$\therefore\vec{e}=\lambda\vec{a}$，

$\because|\vec{a}|=3$，且$\vec{e}$是与$\vec{a}$方向相反，

$\therefore\vec{a}=-3\vec{e}$.

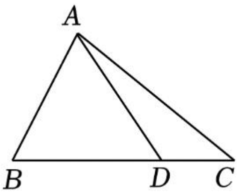
故答案为：-3 .

【点睛】本题考查向量共线的充分必要条件，掌握共线向量可以是方向相同，也可以是方向相反是解题的关键.

题型三：向量的线性运算

一、单选题

1．（2023·上海·一模）如图，在$\triangle ABC$中，点D是在边BC上一点，且$BD=2CD$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，那么$\overrightarrow{AD}$等于（　）



A．$\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\vec{b}$　　B．$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　C．$\overrightarrow{AD}=\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$　　D．$\overrightarrow{AD}=\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}$

【答案】D

【分析】由$BD=2CD$，求得$\overrightarrow{BD}$的值，然后结合平面向量的三角形法则求得$\overrightarrow{AD}$的值．

【详解】解：$\because BD=2CD$，

$\therefore BD=\frac{2}{3}BC$．

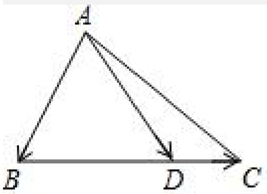
$\because \overrightarrow{BC}=\vec{a}$，

$\therefore \overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\vec{a}$．

又$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}$．

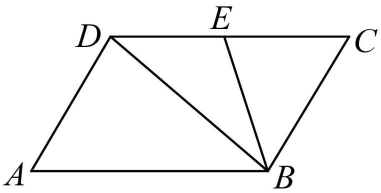
故选：D．



【点睛】此题考查了平面向量的知识，解此题的关键是注意平面向量的三角形法则与数形结合思想的应用．

二、填空题

2．（2023·上海奉贤·统考二模）如图，在平行四边形$ABCD$中，BD为对角线，E是边DC的中点，连接BE．如果设$\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BD}=\vec{b}$，那么$\overrightarrow{BE}=$_________（含$\vec{a}$、$\vec{b}$的式子表示）．



【答案】$\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}$

【分析】由 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，可得 $\overrightarrow{CD}=\vec{b}-\vec{a}$，由 E 是边 DC 的中点，可得 $\overrightarrow{ED}=\frac{1}{2}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$，从而可得答案．

【详解】解：$\because$ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，

$\therefore$ $\overrightarrow{CD}=\vec{b}-\vec{a}$，

$\because$ E 是边 DC 的中点，

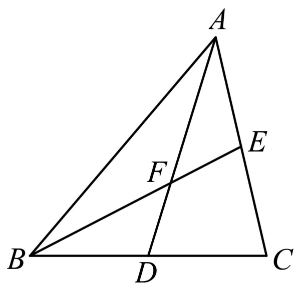
$\therefore$ $\overrightarrow{ED}=\frac{1}{2}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$，

$\therefore$ $\overrightarrow{BE}=\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}=\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}$，

故答案为：$\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}$．

【点睛】本题考查的是向量的加减法运算，理解运算法则是解本题的关键．

3．（2023·上海普陀·统考二模）如图，在 $\triangle ABC$ 中，中线 AD 、 BE 交于点 F ，设 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$， $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{AF}$ 用向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示为______．



【答案】$-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

【分析】根据重心的性质可得 $AF=2DF$ ，利用三角形法则求出 $\overrightarrow{AD}$，进而可得结果．

【详解】解：$\because$ 中线 AD 、 BE 交于点 F ，

$\therefore$ $AF=2DF$ ，

$\therefore$ $AF=\frac{2}{3}AD$ ，

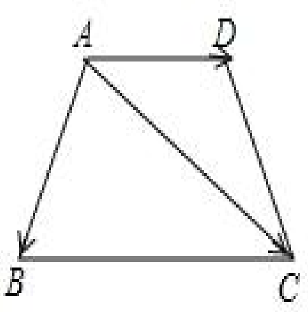
$\because$ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$，即 $\overrightarrow{AD}=-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ ，

$\therefore \overrightarrow{AF}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$.

故答案为：$-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$.

【点睛】本题考查了三角形的重心，三角形法则等知识．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用．

4.（2023·上海闵行·统考二模）如图，已知梯形 ABCD，AD∥BC，BC=2AD，如果 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{AC}$ =______（用 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示）.

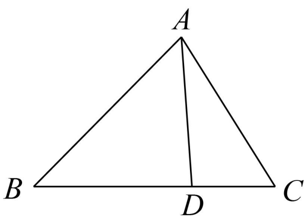


【答案】$2\vec{a}+\vec{b}$

【详解】∵梯形 ABCD，AD∥BC，BC=2AD，$\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，∴ $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD}=2\vec{a}$，∵ $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，

∴ $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\vec{a}+\vec{b}$. 故答案为 $2\vec{a}+\vec{b}$.

5.（2023·上海·模拟预测）如图，在$\triangle ABC$中，点 D 在边 BC 上，$BD=2DC$，设向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{DA}=$__（结果用 $\vec{a},\vec{b}$ 表示）.



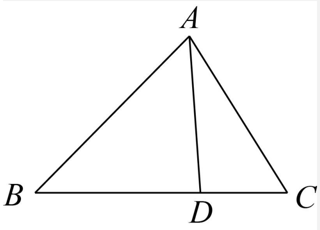
【答案】$-\hat{a}-\frac{2}{3}\hat{b}$ / $-\frac{2}{3}\hat{b}-\hat{a}$

【分析】首先由已知条件 $BD=2DC$ 得到 $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ；然后根据三角形法则求得答案.

【详解】解：如图，在$\triangle ABC$中，$BD=2DC$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，则：$\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{2}{3}\vec{b}$.

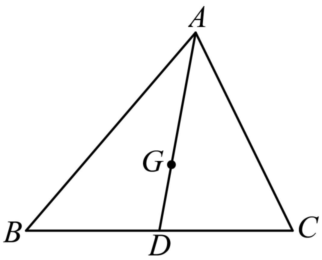
在△ABD 中，$\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AD}=-\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\right)=-\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$.

故答案是 $-\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$.



【点睛】本题主要考查了平面向量，注意：平行向量既有大小又有方向．熟练掌握三角形法则是解题的关键．

6．（2023·上海杨浦·统考三模）如图，已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，设 $\overrightarrow{CA}=\vec{a},\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{AG}$ 用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 可表示为______．



【答案】$\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$

【分析】根据三角形重心的性质得出 D 点是 BC 边的中点，求出 $\overrightarrow{CD}$，再由向量的加法法则求出 $\overrightarrow{AD}$，然后根据 G 是 $\triangle ABC$ 的重心即可求出 $\overrightarrow{AG}$．

【详解】如图，D 点是 AB 边的中点，G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

∵ $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，D 点是 AB 边的中点，

∴ $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=\frac{1}{2}\vec{b}$，

∴ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$，

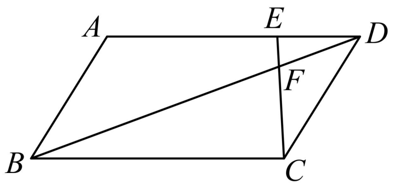
∵G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

∴ $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$．

故答案为：$\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$．

【点睛】本题考查三角形的重心，向量的计算等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

7．（2023·上海虹口·校联考二模）如图，在Y $ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上，且 $AE=2ED$，CE 交 BD 于点 F，如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DF}$ =______．



【答案】$-\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{a}$

【分析】根据平行四边形的性质得出 $AD\parallel BC$， $AD=BC$，证明$\triangle EDF\backsim\triangle CBF$，根据已知得出 $DF=\frac{1}{3}BF$，$DF=\frac{1}{4}DB$,进而根据三角形法则表示出 DB，进而即可求解.

【详解】∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD\parallel BC$， $AD=BC$，

∴ $\triangle EDF\backsim\triangle CBF$，

∴ $\frac{ED}{BC}=\frac{DF}{FB}$，

∵ $AE=2ED$，

∴ $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$，

∴ $DF=\frac{1}{3}FB$，

∴ $DF=\frac{1}{4}DB$

∵ $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$， $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，

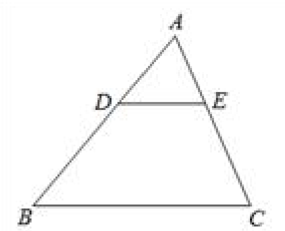
∴ $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}=-\vec{b}+\vec{a}$，

∴ $\overrightarrow{DF}=-\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{a}$，

故答案为：$-\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{a}$.

【点睛】本题考查了相似三角形的性质与判定，平行四边形的性质，向量的线性运算，熟练掌握以上知识是解题的关键.

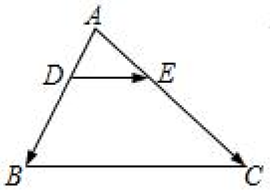
8.（2023·山西太原·山西大附中校考模拟预测）如图，已知点 D、E 是分别在△ABC 的边 AB、AC 上，$DE\parallel BC$，$AD:AB=2:5$，如果向量 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，那么 $\overrightarrow{DE}=$__________.



【答案】$\frac{2}{5}\vec{a}$

【详解】解：∵$DE // BC$，∴AD：AB=DE：BC，∵AD：AB=2：5，∴$DE=\frac{2}{5}BC$，∵$\overline{BC}=\vec{a}$，∴$\overline{DE}=\frac{2}{5}\vec{a}$．

9．（2023·安徽阜阳·统考一模）如图，已知$\triangle ABC$，D、E分别是边AB、AC上的点，且$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{3}$．设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DE}=\vec{b}$，那么$\overrightarrow{AC}=$______．（用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示）



【答案】$\vec{a}+3\vec{b}$

【分析】在△ABC中，$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，∠A=∠A，所以△$ABC$∽△$ADE$，所以DE=$\frac{1}{3}$BC，再由向量的运算可得出结果．

【详解】解：在△ABC中，$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，∠A=∠A，

∴△ABC∽△ADE，

∴DE=$\frac{1}{3}$BC，

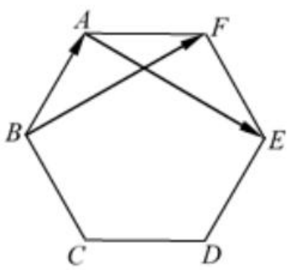
∴$\overline{BC}$=3$\overline{DE}$=3$\vec{b}$

∴$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\vec{a}+3\vec{b}$，

故答案为$\vec{a}+3\vec{b}$．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定和性质以及向量的运算．

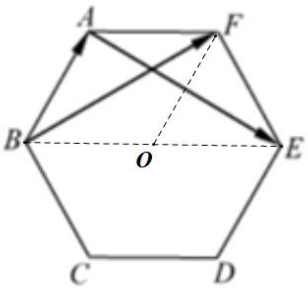
10．（2023春·九年级课时练习）如图，在正六边形$ABCDEF$中，设$\overrightarrow{BA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{b}$，那么向量$\overrightarrow{BF}$用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示为______．



【答案】$\overrightarrow{BF}=\frac{3}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

【分析】根据向量线性运算的三角形法则和正六边形的性质即可求解

【详解】连接BE，取BE的中点为O，连接OF，



$\therefore BA // OF$， $BA = OF$，

$\therefore \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OF}$，

$\therefore \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BO}$，

$\therefore \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OF}$

$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}\right) + \overrightarrow{BA}$

$= \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$

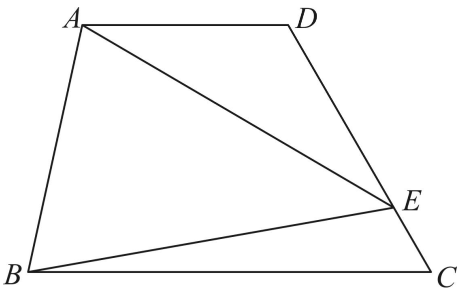
$= \frac{3}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

故答案为：$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

【点睛】本题考查平面向量，正六边形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握三角形法则

三、解答题

11．（2023·黑龙江绥化·校考模拟预测）在梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，点 E 在边 CD 上．请按要求完成下列各题：



(1)结合图形计算：$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} =$______．

(2)在图中求作 $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{EC}$ 的差向量．（作图时只需保留痕迹不必写作法）

【答案】(1) $\overrightarrow{AB}$

(2)见解析

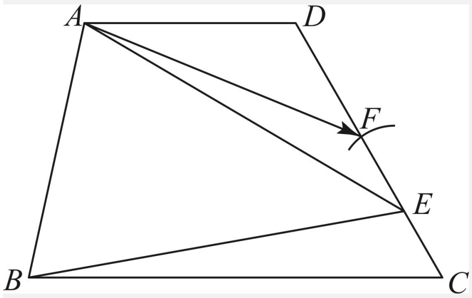
【分析】（1）根据向量的加法法则可直接求解.

（2）先作出$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CE}$，再连接$AF$即可.

【详解】（1）∵ $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AB}$，

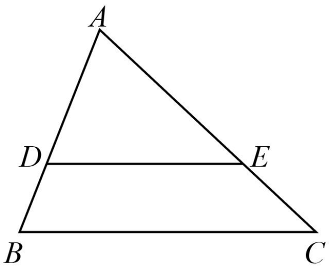
故答案为：$\overrightarrow{AB}$.

（2）如图，$\overrightarrow{AF}$即为所求.



【点睛】本题考查了向量的加减，解题关键是掌握它的运算法则.

12.（2023·上海松江·统考一模）如图，已知$\triangle ABC$中，点D、E分别在边AB、AC上，$DE \parallel BC$，$AD=2DB$.



(1)如果$BC=4$，求DE的长；

(2)设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DE}=\vec{b}$，用$\vec{a}$、$\vec{b}$表示$\overrightarrow{AC}$.

【答案】(1) $DE=\frac{8}{3}$

(2) $\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\frac{3}{2}\vec{b}$

【分析】（1）先证明$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$得到$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，再根据已知条件推出$\frac{AD}{AB}=\frac{2}{3}$，得到$\frac{DE}{BC}=\frac{2}{3}$，由此即可得到答案；

（2）先求出$\overrightarrow{BC}=\frac{3}{2}\vec{b}$，再由$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$进行求解即可.

【详解】（1）解：∵ $DE \parallel BC$，

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$

∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，

$\because AD=2DB$，

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore \dfrac{DE}{BC}=\dfrac{2}{3}$，

$\because BC=4$，

$\therefore DE=\dfrac{8}{3}$；

（2）解：$\because \overrightarrow{DE}=\vec{b}$，$\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{2}{3}$，

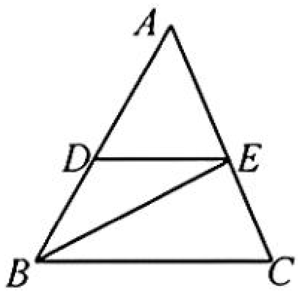
$\therefore \overrightarrow{BC}=\dfrac{3}{2}\vec{b}$，

$\because \overrightarrow{AB}=\vec{a}$，

$\therefore \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}+\dfrac{3}{2}\vec{b}$．

【点睛】本题主要考查了相似三角形的性质与判定，向量的线性运算，证明$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$推出$\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{2}{3}$是解题的关键．

13．（2023·上海·一模）如图，在$\triangle ABC$中，BE平分$\angle ABC$，$DE\,/\!/\,BC$，$AD=3$，$DE=2$．



(1)求$AE:AC$的值；

(2)设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$求向量$\overrightarrow{BE}$（用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示）．

【答案】(1)$\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{3}{5}$

(2)$\overrightarrow{BE}=\dfrac{3}{5}\vec{b}-\dfrac{2}{5}\vec{a}$

【分析】（1）先证明$\angle DEB=\angle EBC$，$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，结合角平分线的定义可得$\angle DBE=\angle CBE$，证明$DB=DE=2$，结合相似三角形的性质可得答案；

（2）先求解$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}+\vec{b}$，结合（1）可得$\dfrac{CE}{AC}=\dfrac{2}{5}$，可得$\overrightarrow{EC}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}=\dfrac{2}{5}\vec{a}+\dfrac{2}{5}\vec{b}$，再利用$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{EC}$，

从而可得答案.

【详解】(1）解：$\because BE$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle DBE=\angle CBE$，

$\because DE /\!/ BC$，

$\therefore \angle DEB=\angle EBC$， $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \angle DBE=\angle DEB$， 而 $DE=2$，

$\therefore DB=DE=2$， 而 $AD=3$，

$\therefore AB=AD+BD=5$，

$\because \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{3}{5}$.

(2）$\because \overrightarrow{AB}=\vec{a}$， $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}+\vec{b}$，

$\because \frac{AE}{AC}=\frac{3}{5}$，

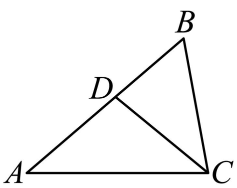
$\therefore \frac{CE}{AC}=\frac{2}{5}$，

$\therefore \overrightarrow{EC}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{EC}=\vec{b}-\frac{2}{5}\vec{a}-\frac{2}{5}\vec{b}=\frac{3}{5}\vec{b}-\frac{2}{5}\vec{a}$.

【点睛】本题考查了平面向量、相似三角形的判定与性质，注意熟练掌握相似三角形判定的方法，难度一般.

14.（2023·上海·一模）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BCD=\angle A$， $AD=5$， $DB=4$.



(1)求 BC 的长；

(2)若设 $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$， $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{CD}$.

【答案】(1)6

(2)$\frac{4}{9}\vec{a}+\frac{5}{9}\vec{b}$

【分析】（1）由$\angle BCD=\angle A$，公共角$\angle CBD=\angle ABC$，可证出$\triangle BCD\backsim\triangle BAC$，再利用相似三角形的性质可求出$BC$的长．

（2）由$AD:BD=5:4$，可得$\overrightarrow{AD}=\frac{5}{9}\overrightarrow{AB}$，结合$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}$，即可求出结论．

【详解】（1）$\because\angle BCD=\angle A$，

$\angle CBD=\angle ABC$，

$\therefore\triangle BCD\backsim\triangle BAC$，

$\therefore\frac{BC}{BA}=\frac{BD}{BC}$，即$\frac{BC}{4+5}=\frac{4}{BC}$，

$\therefore BC=6$或$BC=-6$（不符合题意，舍去），

$\therefore BC$的长为6；

（2）$\because AD:BD=5:4$，

$\therefore AD:AB=5:9$，

$\therefore\overrightarrow{AD}=\frac{5}{9}\overrightarrow{AB}$，

$\therefore\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CA}+\frac{5}{9}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CA}+\frac{5}{9}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\vec{a}+\frac{5}{9}(-\vec{a}+\vec{b})=\frac{4}{9}\vec{a}+\frac{5}{9}\vec{b}$．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质以及平面向量．解题的关键是：（1）利用相似三角形的判定定理，证出$\triangle BCD\backsim\triangle BAC$；（2）根据各向量之间的关系，用$\vec{a}$、$\vec{b}$的线性组合表示出向量$\overrightarrow{CD}$．

【过关检测】

一．选择题（共8小题）

1．（2023•崇明区一模）已知$\vec{e}$为单位向量，向量$\vec{a}$与$\vec{e}$方向相反，且其模为$|\vec{e}|$的4倍；向量$\vec{b}$与$\vec{e}$方向相同，且其模为$|\vec{e}|$的2倍，则下列等式中成立的是（　　）

A．$\vec{a}=2\vec{b}$　　B．$\vec{a}=-2\vec{b}$　　C．$\vec{a}=\frac{1}{2}\vec{b}$　　D．$\vec{a}=-\frac{1}{2}\vec{b}$

【分析】根据平面向量的性质进行一一判断．

【解答】解：根据题意知，$\vec{a}=-4\vec{e}$，$\vec{b}=2\vec{e}$．则$\vec{a}=-2\vec{b}$，观察选项，只有选项B符合题意．

故选：B．

【点评】此题考查了平面向量的知识．此题比较简单，注意掌握单位向量的知识．

2．（2023•杨浦区一模）已知一个单位向量$\vec{e}$，设$\vec{m}$、$\vec{n}$是非零向量，下列等式中，正确的是（　　）

A. $\frac{1}{|\vec{m}|}\vec{m}=\vec{e}$　　B. $|\vec{e}|\vec{m}=\vec{m}$　　C. $|\vec{n}|\vec{e}=\vec{n}$　　D. $\frac{1}{|\vec{m}|}\vec{m}=\frac{1}{|\vec{n}|}\vec{n}$

【分析】长度不为 0 的向量叫做非零向量，向量包括长度及方向，而长度等于 1 个单位长度的向量叫做单位向量，注意单位向量只规定大小没规定方向，则可分析求解．

【解答】解：*A*、得出的是向量 *n* 的方向不是单位向量，故不符合题意；

B、符合向量的长度及方向，故符合题意；

C、由于单位向量只限制长度，不确定方向，故不符合题意；

D、左边得出的是向量 *m* 的方向，右边得出的是向量 *n* 的方向，两者方向不一定相同，故不符合题意．

故选：*B*．

【点评】本题考查了向量的性质．注意：平面向量既有大小，又有方向．

3．（2023•奉贤区一模）如果 *C* 是线段 *AB* 的中点，那么下列结论中正确的是（　　）

A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{AC}\parallel\overrightarrow{BC}$　　C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=0$　　D. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BC}$

【分析】根据点 *C* 是线段 *AB* 的中点，可以判断$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$，但它们的方向相反，继而即可得出答案．

【解答】解：由题意得：$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$，且它们的方向相反，

$\therefore \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$，$\overrightarrow{AC}\parallel\overrightarrow{BC}$，

故选：*B*．

【点评】本题考查了平面向量的知识，注意向量包括长度及方向，及 0 与$\vec{0}$的不同．

4．（2023•普陀区一模）已知 *k* 为实数，$\vec{a}$是非零向量，下列关于$k\vec{a}$的说法中正确的是（　　）

A．如果 $k=0$，那么$k\vec{a}=0$

B．如果 *k* 是正整数，那么$k\vec{a}$表示 *k* 个$\vec{a}$相加

C．如果 $k\neq0$，那么$|k\vec{a}|=k|\vec{a}|$

D．如果 $k\neq0$，$k\vec{a}$与$\vec{a}$的方向一定相同

【分析】若 $k=0$，则$k\vec{a}=\vec{0}$；当 $k<0$ 时，$|k\vec{a}|=-k|\vec{a}|$；当 $k<0$ 时，$k\vec{a}$与$\vec{a}$的方向相反，由此可得答案．

【解答】解：*A*．若 $k=0$，则$k\vec{a}=\vec{0}$，

故 *A* 选项错误，不符合题意；

喵伴教研

B．若 k 是正整数，则 $k\vec{a}$ 表示 k 个 $\vec{a}$ 相加，

故 B 选项正确，符合题意；

C．当 $k<0$ 时，$|k\vec{a}|=-k|\vec{a}|$，

故 C 选项错误，不符合题意；

D．当 $k<0$ 时，$k\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相反，

故 D 选项错误，不符合题意．

故选：B．

【点评】本题考查平面向量，熟练掌握平面向量的性质是解答本题的关键．

5．（2022 秋•杨浦区校级期末）下列说法中不正确的是（　　）

A．如果 m、n 为实数，那么 $(m+n)\vec{a}=m\vec{a}+n\vec{a}$

B．如果 $k=0$ 或 $\vec{a}=\vec{0}$，那么 $k\vec{a}=\vec{0}$

C．如果 $k\neq0$，且 $\vec{a}\neq\vec{0}$，那么 $k\vec{a}$ 的方向与 $\vec{a}$ 的方向相同

D．长度为 1 的向量叫做单位向量

【分析】由平面向量的性质，即可得 A 与 B 正确，又由长度为 l 的向量叫做单位向量，可得 D 正确，向量是有方向性的，所以 C 错误．

【解答】解：A、根据向量的性质得 $(m+n)\vec{a}=m\vec{a}+n\vec{a}$，故本选项正确；

B、如果 $k=0$ 或 $\vec{a}=\vec{0}$，那么 $k\vec{a}=\vec{0}$，故本选项正确；

C、因为向量是有方向性的，所以 C 错误；

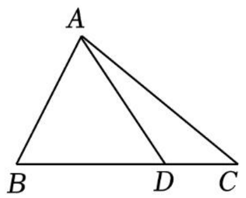
D、长度为 l 的向量叫做单位向量，故本选项正确．

故选：C．

【点评】此题考查了平面向量的性质．题目比较简单，注意向量是有方向性的，掌握平面向量的性质是解此题的关键．

6．（2022 秋•嘉定区校级期末）如图，在△ABC 中，点 D 是在边 BC 上一点，且 $BD=2CD$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，

那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于（　　）



A．$\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\vec{b}$　　B．$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　C．$\overrightarrow{AD}=\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$　　D．$\overrightarrow{AD}=\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}$

【分析】由 $BD=2CD$，求得$\overrightarrow{BD}$的值，然后结合平面向量的三角形法则求得$\overrightarrow{AD}$的值．

【解答】解：∵$BD=2CD$，

∴$BD=\frac{2}{3}BC$．

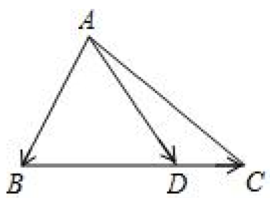
∵$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，

∴$\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\vec{a}$．

又$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，

∴$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\vec{b}+\frac{2}{3}\overline{a}$．

故选：D．



【点评】此题考查了平面向量的知识，解此题的关键是注意平面向量的三角形法则与数形结合思想的应用．

7．（2022 秋•青浦区校级期末）已知非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，且有$\vec{a}=-2\vec{b}$，下列说法中，不正确的是（　　）

A．$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$　　B．$\vec{a}/\!/\vec{b}$

C．$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相同　　D．$\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$

【分析】根据非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，有$\vec{a}=-2\vec{b}$，即可推出$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，$\vec{a}/\!/\vec{b}$，$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反，$\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$，由此即可判断．

【解答】解：∵非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，且有$\vec{a}=-2\vec{b}$，

∴$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，$\vec{a}/\!/\vec{b}$，$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反，$\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$，

故 A，B，C 正确，D 错误，

故选：D．

【点评】本题考查平面向量，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

8．（2022 秋•徐汇区校级期末）若非零向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 互为相反向量，则下列说法中错误的是（　　）

A．$\vec{a}\parallel\vec{b}$　　B．$\vec{a}\neq\vec{b}$　　C．$|\vec{a}|\neq|\vec{b}|$　　D．$\vec{b}=-\vec{a}$

【分析】向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 方向相反，则 $\vec{a}/\!/\vec{b}$，$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，由此结合选项进行判断即可．

【解答】解：∵非零向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 互为相反向量，

∴向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 方向相反，

∴$\vec{a}/\!/\vec{b}$，$\vec{a}\neq\vec{b}$，

故 A、B 不符合题意；

∵向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 方向相反，

∴向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的模相等，

∴$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，

故 C 符合题意；

∵向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 方向相反，

∴$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，

故 D 不符合题意；

故选：C．

【点评】本题考查平面向量，熟练掌握相反向量的定义及性质是解题的关键．

二．填空题（共 10 小题）

9．（2023•长宁区一模）计算：$-\frac{3}{2}\vec{a}+2(\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b})=$__$\frac{1}{2}\vec{a}-3\vec{b}$__．

【分析】先去括号，然后计算加减法．

【解答】解：$-\frac{3}{2}\vec{a}+2(\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b})$

$=-\frac{3}{2}\vec{a}+2\vec{a}-3\vec{b}$

$=\frac{1}{2}\vec{a}-3\vec{b}$.

故答案为：$\frac{1}{2}\vec{a}-3\vec{b}$.

【点评】本题主要考查了平面向量的知识，乘法分配率同样能应用于平面向量的计算过程中，属于基础题.

10.（2023•宝山区一模）计算：$2(\vec{a}-\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=$__ $-\vec{a}-5\vec{b}$__.

【分析】根据平面向量的加减运算法则计算即可.

【解答】解：$2(\vec{a}-\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})$

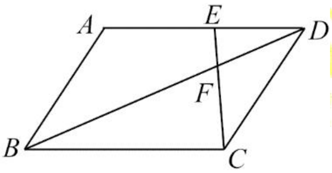
$=2\vec{a}-2\vec{b}-3\vec{a}-3\vec{b}$

$=-\vec{a}-5\vec{b}$.

故答案为：$-\vec{a}-5\vec{b}$.

【点评】本题考查平面向量，熟练掌握平面向量的加减运算法则是解答本题的关键.

11.（2023•虹口区二模）如图，在▱*ABCD* 中，点 *E* 在边 *AD* 上，且 *AE*＝2*ED*，*CE* 交 *BD* 于点 *F*，如果$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示向量$\overrightarrow{DF}=$__$\frac{1}{4}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b}$__.



【分析】根据平行四边形的性质和平行线截线段成比例求得 *DF* 的长度；然后利用三角形法则解答.

【解答】解：在▱*ABCD* 中，*AD*＝*BC*，

∵*AE*＝2*ED*，

∴$DE=\frac{1}{3}AD=\frac{1}{3}BC$.

∴$\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$.

在▱*ABCD* 中，*AD*∥*BC*，则$\frac{ED}{BC}=\frac{DF}{BF}=\frac{1}{3}$，

∴$DF=\frac{1}{3}BF$.

∴$DF=\frac{1}{4}BD$.

∵$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，

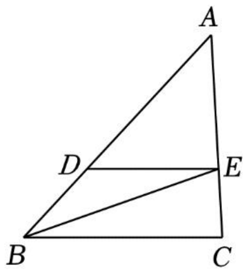
$\therefore \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}$.

$\therefore \overrightarrow{DF}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{a}-\frac{1}{4}\overrightarrow{b}$.

故答案为：$\frac{1}{4}\overrightarrow{a}-\frac{1}{4}\overrightarrow{b}$.

【点评】本题主要考查了平行四边形的性质和平面向量，掌握三角形法则和平面向量的方向是解题的关键.

12.（2023•金山区二模）如图，已知 D、E 分别是△ABC 的边 AB、AC 上的点，且 DE∥BC，联结 BE，如果 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，当 $\frac{AD}{AB}=\frac{2}{3}$ 时，那么 $\overrightarrow{BE}=$ __$\overrightarrow{b}-\frac{1}{3}\overrightarrow{a}$__.（用含 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 的式子表示）



【分析】由题意可得 $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{2}{3}$，进而可得 $\overrightarrow{CE}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{a}$，则 $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{b}-\frac{1}{3}\overrightarrow{a}$.

【解答】解：∵DE∥BC，

∴∠ADE=∠ABC，∠AED=∠ACB，

∴△ADE∽△ABC，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{2}{3}$，

$\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{a}$，

$\therefore \overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{a}$，

$\therefore \overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{a}$，

$\therefore \overrightarrow{CE}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{a}$，

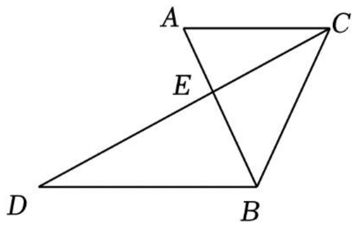
$\therefore \overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{b}-\frac{1}{3}\overrightarrow{a}$.

故答案为：$\overrightarrow{b}-\frac{1}{3}\overrightarrow{a}$.

【点评】本题考查平面向量，熟练掌握三角形法则是解答本题的关键.

13.（2023•金山区一模）如图，AB 与 CD 相交于点 E，AC∥BD，联结 BC，若 AE=2，BE=3，设 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{a}$，

$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{b}$，那么$\overrightarrow{BC}=$____$-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}-\frac{5}{3}\overrightarrow{b}$__（用含$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$的式子表示）．



【分析】由平行线截线段成比例和平面向量的三角形法则解答．

【解答】解：∵$AC /\!/ BD$，$AE=2$，$BE=3$，

∴$\frac{AC}{BD}=\frac{AE}{BE}=\frac{2}{3}$，$\frac{EC}{ED}=\frac{AE}{BE}=\frac{2}{3}$，

∴$BD=\frac{3}{2}AC$，$EC=\frac{2}{3}ED$，

∵$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{a}$，

∴$\overrightarrow{DB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$，

∵$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{b}$，

∴$\overrightarrow{EC}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{b}$，

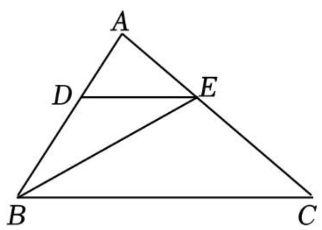
∴$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{b}+\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$，

∴$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{EB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{b}-(\overrightarrow{b}+\frac{3}{2}\overrightarrow{a})=-\frac{5}{3}\overrightarrow{b}-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$．

故答案为：$-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}-\frac{5}{3}\overrightarrow{b}$．

【点评】考查了平行线的性质和平面向量，需要掌握平行线截线段成比例和平面向量的三角形法则，难度不大．

14．（2022秋•杨浦区校级期末）如图，已知在△ABC中，$AD=2$，$AB=5$，$DE /\!/ BC$．设$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{b}$，试用向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示向量$\overrightarrow{BE}=$__$\frac{2}{5}\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}$__．



【分析】首先由$DE /\!/ BC$，得到△ADE∽△ABC，由$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{b}$，即可求得$\overrightarrow{BC}$，由相似三角形的对应

边成比例，即可得到$\overrightarrow{BD}$，$\overrightarrow{DE}$；即可求得$\overrightarrow{BE}$.

【解答】解：∵$AD=2$，$AB=5$，$DE\parallel BC$，

∴$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{2}{5}$，

∴$BD=\frac{3}{5}BA$，$DE=\frac{2}{5}BC$，

∵$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，

∴$\overrightarrow{BD}=-\frac{3}{5}\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=-\vec{a}+\vec{b}$，

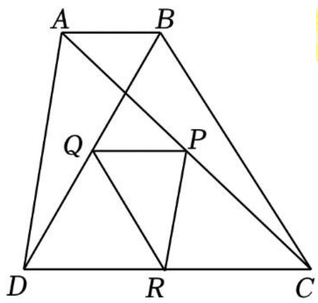
∴$\overrightarrow{DE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}=\frac{2}{5}(-\vec{a}+\vec{b})$，

∴$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DE}=-\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}(-\vec{a}+\vec{b})=-\frac{3}{5}\vec{a}-\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}=\frac{2}{5}\vec{b}-\vec{a}$.

故答案为：$\frac{2}{5}\vec{b}-\vec{a}$.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质，以及向量的意义与运算．此题难度一般，解题时要注意数形结合思想的应用．

15.（2023•静安区二模）如图，已知四边形 $ABCD$ 中，点 P、Q、R 分别是对角线 AC、BD 和边 CD 的中点．如果设$\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，那么向量 PQ=__$\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$__（用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示）．



【分析】利用三角形中位线定理求出$\overrightarrow{PR}$，$\overrightarrow{QR}$，再利用三角形法则求出$\overrightarrow{PQ}$.

【解答】解：∵$AP=PC$，$DR=RC$，

∴$PR\parallel AD$，$PR=\frac{1}{2}AD$，

∴$\overrightarrow{PR}=\frac{1}{2}\vec{a}$，

同法$\overrightarrow{QR}=\frac{1}{2}\vec{b}$，

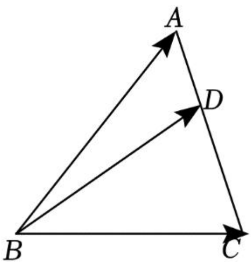
∵$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{RQ}$，

$\therefore \overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{a}-\frac{1}{2}\overrightarrow{b}$.

故答案为：$\frac{1}{2}\overrightarrow{a}-\frac{1}{2}\overrightarrow{b}$.

【点评】本题考查平面向量，三角形中位线定理，三角形法则等知识，解题的关键是掌握三角形中位线定理，三角形法则，属于中考常考题型.

16.（2023•徐汇区二模）如图，已知在△*ABC* 中，点 *D* 是边 *AC* 上一点，且 *CD*＝2*AD*．设$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，那么向量$\overrightarrow{BD}$＝__$\frac{2}{3}\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}\overrightarrow{b}$__．（用$x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$的形式表示，其中 *x*、*y* 为实数）



【分析】利用三角形法则求出$\overrightarrow{AC}$，再求出$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BD}$即可．

【解答】解：$\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$，

$\therefore \overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$，

$\because CD=2AD$，

$\therefore AD=\frac{1}{3}AC$，

$\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}(-\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})$，

$\therefore \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}(-\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b})=\frac{2}{3}\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}\overrightarrow{b}$.

故答案为：$\frac{2}{3}\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}\overrightarrow{b}$.

【点评】本题考查平面向量，三角形法则等知识，解题的关键是掌握三角形法则，属于中考常考题型．

17.（2023•杨浦区二模）在△*ABC* 中，点 *D* 是 *AC* 的中点，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{m}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{n}$，那么$\overrightarrow{BD}$＝__$\frac{1}{2}(\overrightarrow{n}-\overrightarrow{m})$____（用$\overrightarrow{m}$、$\overrightarrow{n}$表示）．

【分析】在△*ABC* 中，首先由三角形法则求得$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n}$；然后利用中点的性质求得$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n})$；最后在△*ABD* 中，利用三角形法则求得答案．

【解答】解：在△*ABC* 中，

∵$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{m}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{n}$，

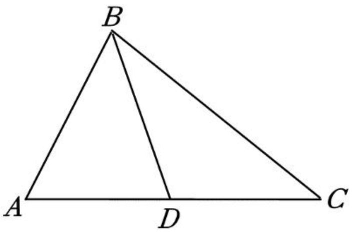
∴$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n}$.

∵点 D 是 AC 的中点，

∴$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}$（$\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n}$）.

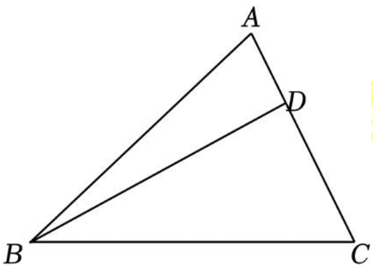
∴$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}$（$\overrightarrow{m}+\overrightarrow{n}$）$-\overrightarrow{m}=\frac{1}{2}$（$\overrightarrow{n}-\overrightarrow{m}$）.

故答案为：$\frac{1}{2}$（$\overrightarrow{n}-\overrightarrow{m}$）.



【点评】本题主要考查了平面向量，解题的关键是熟练掌握三角形法则.

18.（2023•虹口区一模）如图，在△ABC 中，点 D 在边 AC 上，已知△ABD 和△BCD 的面积比是 1：2，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{b}$，那么用向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示向量 $\overrightarrow{AC}$为 $\underline{\quad 3\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}\quad}$.



【分析】利用三角形法则可知：$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$，求出 $\overrightarrow{AD}$即可解决问题.

【解答】解：∵△ABD 和△BCD 的面积比是 1：2，

∴AD：DC＝1：2，

∴$AD=\frac{1}{3}AC$，

∴$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

∵$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{b}$，

∵$-\overrightarrow{b}=-\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

∴$\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$，

故答案为：$3\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$，

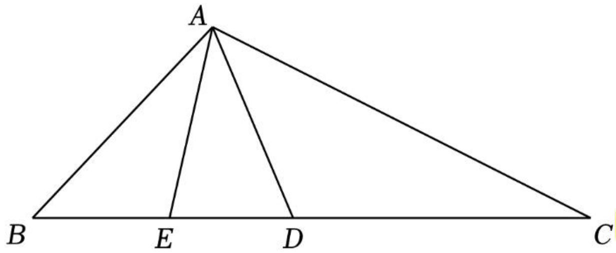
【点评】本题考查平面向量，三角形法则等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

三．解答题（共4小题）

19．（2023•奉贤区一模）如图，在△ABC中，点D在边BC上，$BD=AB=\frac{1}{2}BC$，E是BD的中点．

（1）求证：$\angle BAE=\angle C$；

（2）设$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$，用向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示向量$\overrightarrow{AC}$．



【分析】（1）根据三角形相似的判定和性质可得结论；

（2）由三角形法则求得$\overrightarrow{BD}$，然后根据$BD=AB=\frac{1}{2}BC$可求出$\overrightarrow{DC}$，再由三角形法则求得$\overrightarrow{AC}$．

【解答】（1）证明：∵$BD=AB=\frac{1}{2}BC$，E是BD的中点，

∴$BE=\frac{1}{2}BD$，

∴$\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$，$\frac{BE}{AB}=\frac{\frac{1}{2}BD}{AB}=\frac{1}{2}$，

又∵$\angle ABE=\angle CBA$，

∴△ABE∽△CBA，

∴$\angle BAE=\angle C$；

（2）解：∵$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$，

∴$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}$，

∵$BD=AB=\frac{1}{2}BC$，

∴$BD=DC$，

∴$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}$，

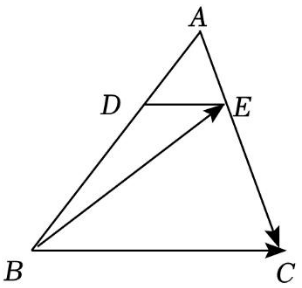
$\therefore \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\vec{b}+\vec{b}-\vec{a}=2\vec{b}-\vec{a}$.

【点评】本题主要考查了平面向量，掌握三角形法则即可解答该题，属于基础题．

20．（2023•静安区校级一模）如图，已知在△*ABC* 中，点 *D*、*E* 分别在边 *AB*、*AC* 上，且 $BD=2AD$，$AE=\frac{1}{2}EC$．

（1）求证：$DE\parallel BC$；

（2）设 $\overrightarrow{BE}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，试用向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC}$．



【分析】（1）由平行线分线段成比例进行证明；

（2）由三角形法则求得 $\overrightarrow{EC}$，然后由 *AE* 与 *EC* 的比例关系求得向量 $\overrightarrow{AC}$．

【解答】（1）证明：$BD=2AD$，$AE=\frac{1}{2}EC$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{1}{3}$．

$\therefore DE\parallel BC$；

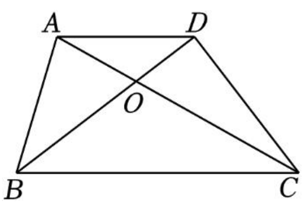
（2）解：$\because \overrightarrow{BE}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{EC}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BE}=\vec{b}-\vec{a}$．

$\therefore \overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\vec{b}-\frac{3}{2}\vec{a}$．

【点评】本题主要考查了平面向量，掌握平行线的判定，三角形法则即可解答该题，属于基础题．

21．（2022 秋•杨浦区期末）如图，在梯形 *ABCD* 中，$AD\parallel BC$，$BC=2AD$，对角线 *AC*、*BD* 相交于点 *O*，设 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的式子表示向量 $\overrightarrow{AO}$．



【分析】根据平面向量定理即可表示．

【解答】解：∵$AD\parallel BC$，$BC=2AD$，

∴$\frac{AO}{OC}=\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}$.

∴$\frac{OA}{AC}=\frac{1}{3}$，即 $OA=\frac{1}{3}AC$.

∵$\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{BC}$与$\overrightarrow{AD}$同向，

∴$\overrightarrow{BC}=2\vec{a}$.

∵$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{b}+2\vec{a}$.

∴$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}$.

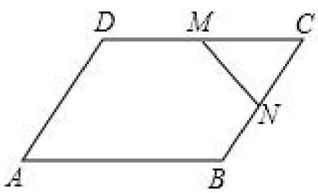
【点评】本题考查了梯形、平面向量定理，解决本题的关键是掌握三角形法则．

22．（2022 秋•浦东新区校级期末）如图，已知平行四边形 $ABCD$，点 M、N 是边 DC、BC 的中点，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$.

（1）求向量$\overrightarrow{MN}$（用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示）；

（2）在图中求作向量$\overrightarrow{MN}$在$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD}$方向上的分向量．

（不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量）．



【分析】（1）由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，可得$\overrightarrow{DB}$，又由点 M、N 是边 DC、BC 的中点，根据三角形中位线的性质，即可求得向量$\overrightarrow{MN}$；

（2）首先平移向量$\overrightarrow{MN}$，然后利用平行四边形法则，即可求得答案．

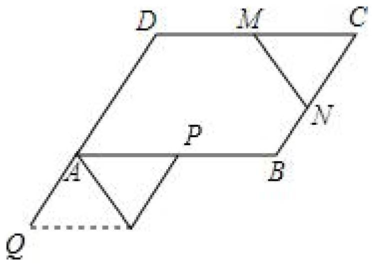
【解答】解：（1）∵$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，

∴$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\vec{a}-\vec{b}$，

∵点 M、N 分别为 DC、BC 的中点，

∴$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$；

（2）作图：结论：$\overrightarrow{AP}$、$\overrightarrow{AQ}$是向量$\overrightarrow{MN}$分别在$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD}$方向上的分向量．



【点评】此题考查了平面向量的知识、平行四边形的性质以及三角形的中位线的性质．注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键．

喵伴教研