

წრფივ ორუცნობიან განტოლებათა სისტემის

ავტორი : გულიკო საბაძე
gulikosabadze@gmail.com

ამოხსნა ჩასმის ხერხით

განვიხილოთ ჩასმის ხერხით სისტემის ამოხსნის მაგალითები.

მაგალითი 1: მოცემულია განტოლებათა სისტემა:

(1) განტოლებიდან y ცვლადი გამოვსახოთ x -ით: $y = 3x - 5$.
- 5. მივიღებთ მოცემული სისტემის ტოლფას სისტემას.

$$\begin{cases} 3x - y = 5 & (1) \\ 5x + 2y = 23 & (2) \end{cases}$$

$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$ y - ის მნიშვნელობა ჩავსვით (2)-ე განტოლებაში:
 $5x + 2(3x - 5) = 23$. მივიღებთ თავდაპირველად მოცემული განტოლებათა სისტემის ტოლფას განტოლებათა სისტემას: $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2(3x - 5) = 23 \end{cases}$
განტოლებათა უკანასკნელი სისტემის ამოხსნის შემდეგ მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 6x - 10 = 23 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ 11x = 33 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ x = 33 : 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ x = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 3 \cdot 3 - 5 \\ x = 3 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

ამრიგად, ამ სისტემის ამონახსნია რიცხვთა წყვილი **(3; 4)**. მართლაც ამ რიცხვების ჩასმით სისტემის ნებისმიერ განტოლებაში, ისინი სწორ ტოლობად გადაიქცევიან: $\begin{cases} y = 3x - 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 3 \cdot 3 - 5 \\ 5 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 4 \\ 23 = 23 \end{cases}$

მაგალითი 2: ამოვხსნათ ჩასმის ხერხით განტოლებათა სისტემა:

ცხადია, ამჯერად უმჯობესია მეორე განტოლებიდან გამოვსახოთ x ცვლადი y -ით. მივიღებთ მოცემული სისტემის ტოლფას სისტემას:

$$\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ x - 2y = 1,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ x = 2y + 1,5 \end{cases}$$

უკანასკნელი განტოლებათა სისტემის თანმიმდევრული

ამოხსნის შედეგად მიიღება:

$$\begin{cases} x = 2y + 1,5 \\ 2(1,5+2y) - 4y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 1,5 \\ 3 + 4y - 4y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5+2y \\ 0 \cdot y = 0 \end{cases}$$

მიღებული სისტემის მეორე განტოლებას y – ის ნებისმიერი მნიშვნელობა ამაყოფილებს. მაშასადამე, სისტემის ამონახსნია x და y –ის მნიშვნელობათა ყველა წყვილი, რომელიც პირველ განტოლებას აკმაყოფილებს. პირველ განტოლებას უამრავი ამონახსნი აქვს. მიღებული სისტემის და მაშასადამე, მოცემულ სისტემასაც უამრავი ამონახსნი აქვს. მაგალითისათვის, მიღებული სისტემის ყოველი ამონახსნი ასე შეიძლება ჩაიწეროს: $(2a + 1,5 ; a)$, სადაც a რაიმე რიცხვია.

მაგალითი 3: ამოვხსნათ ჩასმის ხერხით განტოლებათა სისტმა

$$\begin{cases} 2x - 4y = 3 \end{cases}$$

მეორე განტოლებაში x გამოვსახოთ y -ით : $x = 2y + 5$. მიღებული x –ის მნიშვნელობა ჩავსვათ პირველ განტოლებაში. მივიღებთ მოცემული განტოლებათა სისტემის ტოლფას სისტემას:

$$\begin{cases} x - 2y = 5 . \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y + 5. \\ 2(2y+5)-4y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 4y+10-4y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 5 \\ 0 \cdot y = -7 . \end{cases} \quad \text{უკანასკნელი}$$

სისტემის პირველ განტოლებას არ აქვს ამონახსნი, შესაბამისად მოცემულ განტოლებათა სისტემას არ ექნება ამონახსნი.

ამრიგად, წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა ჩასმის ხერხით შემდეგში მდგომარეობს:

- 1) უნდა გამოვსახოთ ერთ–ერთი განტოლებიდან უცნობი მეორე უცნობით;
- 2) უცნობის ეს მნიშვნელობა უნდა ჩავსვათ მეორე განტოლებაში ამ უცნობის მაგივრად;
- 3) მიიღება ერთუცნობიანი განტოლება, რომელიც ადვილად ამოიხსნება;
- 4) თუ ამ ერთუცნობიან განტოლებას აქვს ერთი ამონახსნი, ამ ამონახსნის მეორე განტოლებაში ჩასმით ვიპოვით მეორე უცნობის მნიშვნელობასაც. ამ შემთხვევაში სისტემას ერთადერთი ამონახსნი აქვს;
- 5) თუ ამ ერთუცნობიან განტოლებას არ ექნება ამონახსნი , მაშინ მოცემულ სისტემასაც არ ექნება ამონახსნი;

6) თუ ერთუცნობიან განტოლებას ექნება უამრავი ამონახსნი, მაშინ სისტემასაც ექნება უამრავი ამონახსნი.

დავალებები

16.1 წრფივ ორუცნობიან განტოლებათა სისტემის ჩასმის ხერხით ამოხსნისას რა სახე უნდა მიიღოს ერთ-ერთმა განტოლებამ, რომ სისტემას უამრავი ამონახსნი ჰქონდეს?

- 1) $0 \cdot x = 0$ 2) $0 \cdot x = k$, სადაც $k \geq 0$ 3) $0 \cdot x = k$; $k > 0$ 4) $0 \cdot x = k$; $k < 0$

16.2. წრფივ ორუცნობიან განტოლებათა სისტემის ამოხსნისას რა სახე უნდა მიიღოს ერთ-ერთმა განტოლებამ, რომ თვითონ სისტემას არ ჰქონდეს ამონახსნი?

- 1) $0 \cdot x = k$; $k = 0$ 2) $0 \cdot x = k$; $k \geq 0$ 3) $0 \cdot x = k$; $k \leq 0$ 4) $0 \cdot x = k$; $k \neq 0$

16.3. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 5x + y = -10. \end{cases}$$

- 1) $(-1; 3)$ 2) $(-1; -5)$ 3) \emptyset 4) $(-5; -1)$

16.4. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ 2x + y = -1. \end{cases}$$

- 1) $(3; 3)$ 2) $(5; 2)$ 3) $(5; 2)$ 4) $(-2; 3)$

16.5. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ 3x + 5y = 5. \end{cases}$$

- 1) $(-3; -2)$ 2) $(3; -2)$ 3) $(5; -2)$ 4) $(-2; 3)$

16.6. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} 8x - 7y = 15 \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

- 1) $(1; -2)$ 2) $(1; -1)$ 3) $(5; -2)$ 4) $(-2; 3)$

16.7. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} 6x - 5y = 55 \\ x - y = 10. \end{cases}$$

- 1) (5; -5) 2) (5; -1) 3) (5; -2) 4) (-2; 3)

16.8. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 5x + y = -10. \end{cases}$$

- 1) (1; -5) 2) (-1; -5) 3) (5; -1) 4) (-2; 5)

16.9. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} 4x + 3y = -3 \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

- 1) (-3; 3) 2) (-1; 3) 3) (5; -3) 4) (-3; 5)

16.10. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = x + 2. \end{cases}$$

- 1) (2; 4) 2) (4; 2) 3) (-2; 4) 4) (2; -4)

16.11. ამოხსენით განტოლებათა სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 2x - y = -3. \end{cases}$$

- 1) (0; 4) 2) (4; 0) 3) (-4; 0) 4) (0; -3)

16.12. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y - x = 5. \end{cases}$$

- 1) (-1; 4) 2) (4; 1) 3) (-4; 1) 4) (1; -4)

16.13. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} x = 4y + 12 \\ 2y + x = 0. \end{cases}$$

- 1) $(-2; -4)$ 2) $(-4; -1)$ 3) $(4; -2)$ 4) $(-1; -4)$

16.14. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} 4x + y = 13 \\ 2x - 3y = -4. \end{cases}$$

- 1) $(2,5; 3)$ 2) $(4,5; -1)$ 3) $(-2,5; -3,5)$ 4) $(3; 4,5)$

16.15. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} 5x - y = 24 \\ 2x - 0,1y = -6. \end{cases}$$

- 1) $(5,3; 3)$ 2) $(5,3; 2)$ 3) $(5,6; 4)$ 4) $(3,1; 4)$

16.16. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით.

$$\begin{cases} x - 2y = -24 \\ 5x + 2y = 72. \end{cases}$$

- 1) $(-12; -16)$ 2) $(16; -12)$ 3) $(12; 16)$ 4) $(12; -24)$

16.17. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 2x + 6y = -3. \end{cases}$$

- 1) \emptyset 2) $(5; 2)$ 3) $(6; 4)$ 4) $(3; 4)$

16.18. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} y + 0,75x = 2 \\ 3x + 4y = 8. \end{cases}$$

- 1) $(3; 3)$ 2) $(5; 2)$ 3) \emptyset 4) $(1; 2)$

16.19. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} x - 2y - 6 = 0 \\ 3x - y - 4 = 0. \end{cases}$$

- 1) $(0, 3; 3)$ 2) $(0, 3; -2, 8)$ 3) $(0, 6; -4, 2)$ 4) $(0, 4; -2, 8)$

16.20. ამოხსენით სისტემა ჩასმის ხერხით

$$\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - y - 4 = 0. \end{cases}$$

- 1) $(3 \frac{4}{7}; 1 \frac{5}{7})$ 2) $(2 \frac{6}{7}; 1 \frac{5}{7})$ 3) $(\frac{4}{7}; 1 \frac{5}{7})$ 4) $(4 \frac{4}{7}; 5 \frac{5}{7})$