CAPITULO II : MARCO TEORICO.-

2.1 INTRODUCCIÓN A LA MODELACIÓN Y A LA SIMULACIÓN

2.1.1 Definiciones.

Simulación es la técnica numérica para conducir experimentos en una computadora digital. Estos experimentos comprenden ciertos tipos de relaciones matemáticas y lógicas, las cuales son necesarias para describir el comportamiento y la estructura de sistemas complejos del mundo real a través de largos periodos de tiempo.

2.1.2 Ventajas y Desventajas de la Simulación.

Ventajas :

- Se puede estudiar el efecto de cambios internos y externos del sistema.
- Mejor entendimiento del sistema
- Puede ser utilizada como un instrumento pedagógico.
- El modelo se puede usar con tanta frecuencia como se desee.
- Puede ser utilizada para experimentar con nuevas situaciones.
- El modelo de simulación es menos costoso que si se utiliza el mundo real.
- Puede ser utilizada para entrenamiento de personal.

Desventajas :

- Se requiere equipo computacional y recursos humanos costosos.
- Se requiere bastante tiempo para desarrollar y perfeccionar un modelo de simulación.
- Muchas veces la Alta Administración no acepta la idea.

2.1.3 Clasificación de la Simulación.

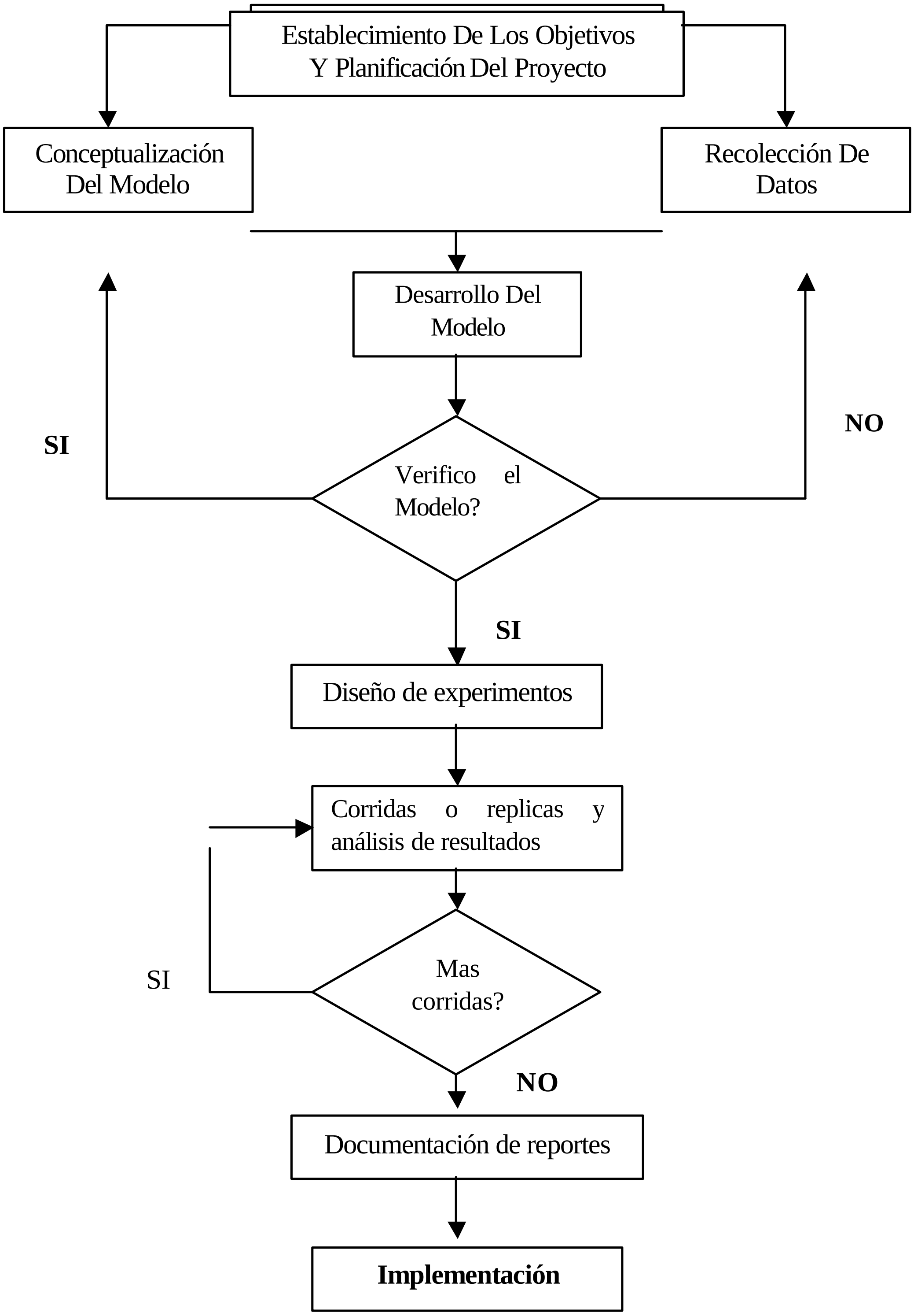
La simulación y en general los modelos de simulación se pueden clasificar de acuerdo a varios criterios, entre los cuales destacan:

A.- En función del objetivo del estudio de simulación...	
En el análisis de sistemas	Donde se busca imitar el comportamiento de la naturaleza para entender o mejorar el desempeño del sistema.
En la educación y la capacitación	Donde el primer objetivo es entender los conceptos y luego la aplicación de estos.
En la adquisición y recepción de sistemas	Donde el modelo de simulación intenta dar respuesta a preguntas tales como: ¿el sistema encuentra requerimientos? Un subsistema contribuye significativamente a la mejora del desempeño del sistema.
En la investigación	Este involucra la creación de un ambiente artificial, en el cual los sistemas que lo componen pueden ser probados o el comportamiento de un individuo o grupal puede ser comparado, contrastado o categorizado.
En el entrenamiento	Utiliza un modelo de simulación en tiempo real para generar diversión y placer.
B.- En función del tiempo y el estado de un modelo de simulación...	
Discretos	Un modelo en el cual las variables de estado cambian en un numero entero de puntos en el tiempo.
Continuos	Las variables de estado cambian continuamente en el tiempo.
Eventos discretos y modelos continuos combinados	Permite a ambas técnicas ser aplicadas dentro del mismo estudio.
Modelos de simulación híbridos.	Generalmente incorpora un submodelo analítico sin considerar modelos de eventos discretos
C.- En función del tiempo...	
Estáticos	Representación de un sistema en un instante particular de tiempo.
Dinámica	Representación de un sistema que se desarrolla a lo largo del tiempo.
D.- En función de los datos usados...	
Determinísticos	Simulación que no usa variables aleatorias. Para cada conjunto de entrada, existirá solamente una respuesta.
Estocástica	Simulación que contiene una o mas variables aleatorias. Los resultados también serán aleatorios, por lo que solo se puede estimar la respuesta.

Algunos ejemplos de aplicación de simulación:

- Sistemas de computadoras.
- Selección de equipos para una nueva línea de ensamblaje.
- Administración de procesos, como el proceso de matricula.
- diseño de la distribución de un aplanta industrial.
- Tácticas militares.
- Control y disposición de la basura.
- Determinación de los periodos de mantenimiento de equipos industriales.
- Simulación de inventarios.
- Establecimiento de políticas de precio.
- Cabinas de simulación de vuelo de la fuerza aérea.
- Alternativas en el transporte urbano.
- Consumo de energía eléctrica en el alumbrado público

2.1.4 Pasos para la Simulación.


Establecimiento De Los Objetivos Y Planificación Del Proyecto
Conceptualización Del Modelo
Recolección De Datos
Desarrollo Del Modelo
SI
NO
Verifico el Modelo?
SI
Diseño de experimentos
Corridas o replicas y análisis de resultados
SI
Mas corridas?
NO
Documentación de reportes
Implementación

2.2. SIMULACIÓN DE EVENTOS DISCRETOS (caso en estudio).

La Simulación de eventos discretos es la realización de modelos de sistemas en los cuales el estado de las variables cambian en intervalos discretos de tiempo. Estos cambios ocurren cuando sucede un evento, lo que ocasiona que los valores de las variables que se manejan en el modelo, se actualicen.

Para determinar el momento en que va a ocurrir un evento es necesario establecer una lista de eventos en donde se enumeran en orden de ocurrencia todos los eventos futuros.

Este tipo de simulación se analiza por métodos numéricos antes de por métodos analíticos. Los métodos analíticos usan razonamiento deductivo matemático para resolver el modelo, por ejemplo cuando se usa el calculo diferencial para determinar el consumo de combustible en una planta termoeléctrica. Los modelos numéricos no resuelven el problema, sino corren el modelo, es decir, se genera información basada en observaciones de "datos históricos", para usarla en el modelo y analizar el comportamiento que sirve para establecer conclusiones.

Entonces en la simulación de eventos discretos el tiempo en el reloj avanza a saltos definidos por la lista de eventos, se actualizan las variables de estado del sistema, se genera un evento futuro que se añade a la lista de eventos ordenada siempre en función del tiempo de ocurrencia del siguiente evento.

2.2.1 Distribución de Probabilidad y Simulación

Es un conjunto de valore los cuales son contabilizados a partir de una frecuencia relativa en el cual un evento ocurre o es probable que ocurra.

Variable aleatoria.

Cuando se realiza un experimento aleatorio, a veces nos interesa cierta cantidad numérica determinada por el resultado. Estas cantidades de interés que son determinadas por los resultados del experimento se conocen como variables aleatorias. En general son : funciones reales de variable real.

Variable aleatoria discreta

Variable aleatoria que puede asumir un número finito o a lo más una cantidad numerable de valores posibles.

2.2.2 Pasos para determinar una función de Distribución de Probabilidad

1.- Recopilación de datos(data emperica).- **R**ecoger los datos del sistema y ponerlos en una tabla.

Ejemplo.- tome 100 muestras del tiempo de atención de un cajero.

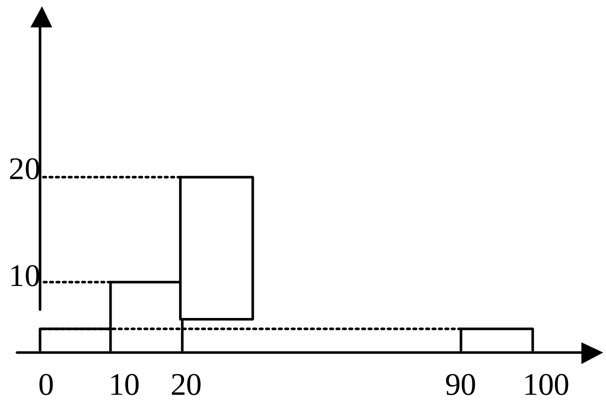
MUESTRA	**HORA DE INICIO**	**HORA FIN**	**TIEMPO**
1	10:30':20''	10:30':50''	30''
2	11:25':30''	11:26':10''	40''
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
100	5:30':25''	5:31':00''	35''

DATA EMPIRICA

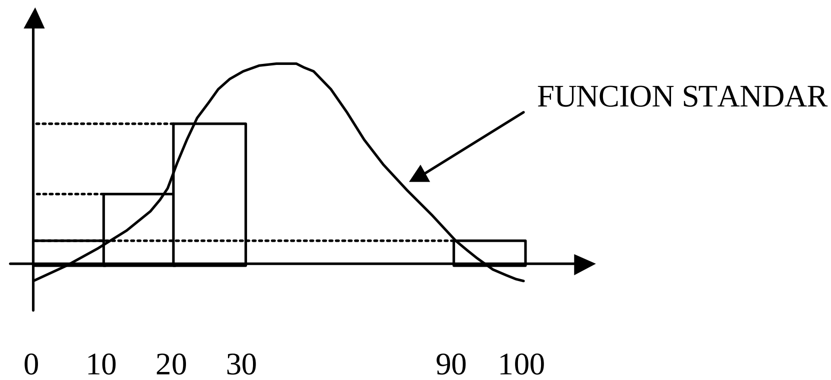
2.- Hacer una frecuencia relativa.-del ejemplo anterior:

INTERVALO	**OBSERVACIONES**	**PROBABILIDAD**
0'' – 10''	3	3/100
10'' – 20''	10	10/100
.	.	.
.	.	.
.	.	.
90'' – 100''	2	2/100

3.- Graficar El Histograma



4.- Proponer Una Función De Distribución De Probabilidad.-



La data empírica se ajusta a una distribución normal.

5.- Realizar pruebas de bondad y ajuste.-entre las pruebas tenemos:

- Chi – cuadrado.
- Kolmogrov- Smimov.

2.2.3 Pruebas de Bondad y Ajuste.

En el análisis de la data para determinar su distribución es la constatación de un histograma de frecuencia relativa, la forma de este grafico puede mostrar que uno o más de las distribuciones estándares se parezca para ajustar la tabla.

2.2.3.1 Prueba de CHI CUADRADO(X^2)

El resultado de la data es basado en el valor calculado de la data empírica y un valor critico x2 obtenido de la tabla Chi cuadrado.

Si el valor calculado x2 es menor que el valor critico obtenido de la tabla, entonces la distribución teórica (standar) no puede ser rechazada como una buena representación de la distribución empírica. El valor X2 derivado de la data empírica es basado en dos factores:

1.- la frecuencia observada en cada una de los intervalos de clase.

2.- la frecuencia esperada correspondiente al mismo intervalo en una distribución teórica.

Foi =.- la frecuencia observada en el i - ésimo intervalo de clase.

Fei= .- la frecuencia esperada en el i - ésimo intervalo de clase.

K = numero total de intervalos de clase.

Ejemplo.-

Al usar varias leyes de falla hemos encontrado que la distribución exponencial desempeña un papel muy importante y por tanto interesa poder decidir si una muestra particular en tiempos de falla proviene de una distribución exponencial básica. Supóngase que se ha probado 335 bombillas y el resumen siguiente de simulación t(en horas)es el siguiente:

DURACIÓN (HORAS)	**0<=T<=100**	**100<=T<=200**	**200<=T<=300**	**300<=T<=400**	**T>500**
Número	82	71	68	62	52

De los tiempos de falla que se registraron se encontró que el promedio muestral era igual a t = 229.40 horas. Usando esta información docimar la hipótesis de que el tiempo para fallas esta distribuido exponencialmente.

Solución:

Función exponencial:

$f(t) = \propto e^{-\propto t}$; en este caso $\propto = 1 / t = 0.00436$, $f(t) = 0.00436e^{-0.00436\ t}$

INTERVALOS	Foi	fei= np	(Fei-Foi)/FEi
[0 – 100]	82	185.93	58.094
[100 – 200]	71	82.736	1.665
[200 – 300]	68	36.816	26.413
[300 – 400]	62	164.78	127.021
[400 – 500]	52	130.65	115.000
TOTAL	335		

$F(t) = 1- e^{-\propto t}$

$X^2_{(\text{teórico})} = X^2_{(k-m-1)} = X^2_{(5-1-1)} = X^2_{(3)} = 7.815$

Nº de intervalos

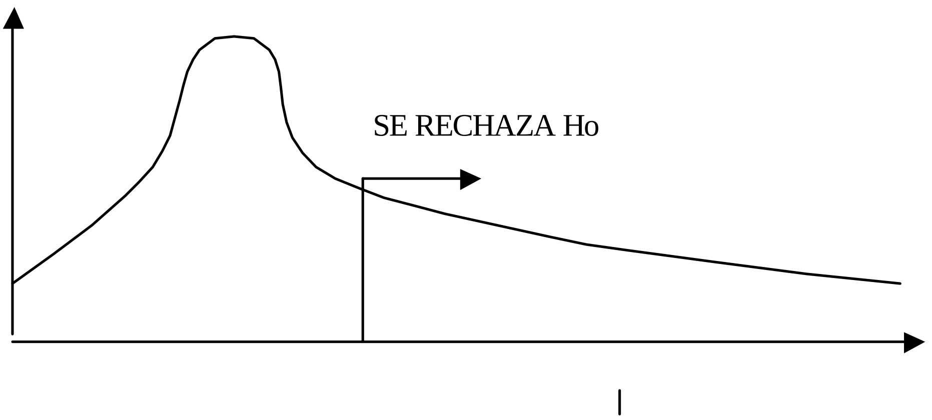
Nº de parámetros estimados

Nº de grados de libertad

Ahora aplicaremos prueba de hipótesis para comprobar:

Ho: los datos se ajustan a una función exponencial.

H1: los datos no se ajustan a una función exponencial.



$X^2_{(3)} = 7.815$; $X^2_{(hallado)} = 328.194$

Como $X^2_{(teórico)} < X^2_{(hallado)}$ entonces se rechaza Ho, por lo tanto no existen condiciones suficientes para asumir que la data se ajusta a una función exponencial.

2.2.3.2 Prueba KOLMOGOROV – SMIRNOV

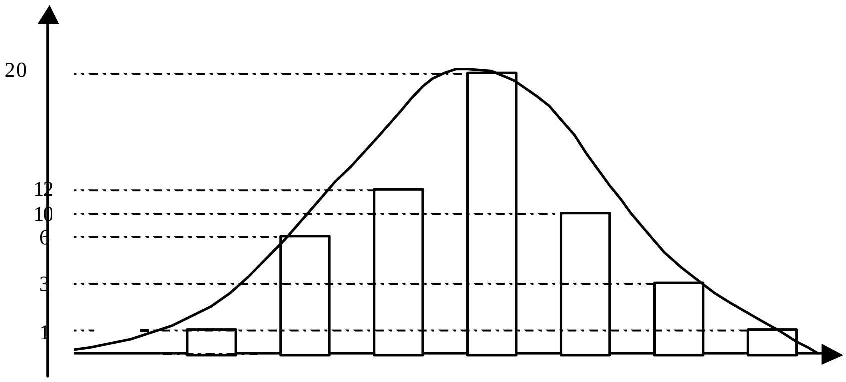
Esta prueba se va a explicar en un ejemplo:

Un proveedor entrega su mercancía en 17 días o menos pero su muestreo nos indica lo siguiente:

Días de entrega de un pedido	FO frecuencia
0 – 1	0
2 – 3	1
4 – 5	8
6 – 7	12
8 – 9	20
10 – 11	10
12 – 13	3
14 – 17	1

Observando los datos tenemos media u = 18, desviación estándar ∂=2

Analizando los datos como un histograma:



De acuerdo a lasa frecuencia podemos observar que los datos se comportan como una función normal.

INTERVALO	FD	FOA	POA	PEA	|POA – PEA |
0 – 1	0	0	0	0	0.0000025
2 - 3	1	1	0.018	0.00621	0.0968
4 – 5	8	9	0.264	0.06681	0.0797
6 – 7	12	21	0.382	0.3090	0.0475
8 – 9	20	41	0.745	0.6979	0.00599
10 – 11	10	51	0.927	0.9332	0.00025
12 – 13	3	54	.928	0.9999975	.000010
14 – 17	1	55	1.00	0.9999999	
			Máxima Diferencia Md = 0.0968		

Analizaremos por prueba de hipótesis:

Ho: los datos se ajustan a una función normal.

H1: los datos no se ajustan a una función normal.

$Z_i = (x_i - u)/\partial$

$Z_i = (L_s - u)/\partial$

L_s : Límite superior de la máxima diferencia encontrada.

u = media ∂ = desviación estándar

$Z_i = (5 - 8)/2 = -1.5$ (ver en la tabla cual valor de probabilidad cumple que $z < -1.5$)

Nivel de significancia por defecto = 5%

Grados de libertad = 55.

Hallando el valor de $d_{(teórico)}$ en la tabla K- S

$d_{(5\%,55)} = 1.36/(55)^{0.5} = 0.1833$.

Como $d_{(teórico)} > d_{(hallado)}$ entonces se concluye que:

No se rechaza Ho:

La variable aleatoria "x : tiempo de entrega" se ajusta a una normal N(8,4)

2.2.3.3 Comparación entre las pruebas CHI CUADRADO Y KOLGOMOROV – SMIRNOV

- La prueba K-S es solo valida para distribuciones continuas, mientras que la prueba Chi-cuadrado es aplicable para distribuciones discretas y continuas.
- La prueba Chi-cuadrado no es aplicable para muestras pequeñas mientras que la prueba K-S es valida para cualquier tamaño de muestra.
- En general para la prueba Chi-cuadrado necesitamos un tamaño de muestra de al menos 100 observaciones.

La prueba Paired – Test en la Simulación.

Esta prueba requiere el numero de replicas ejecutadas de un modelo para que ada alternativa sea igual. También es empleado como una cadena de números aleatorios común, es usada en las respectivas replicas del modelo.

Esta prueba requiere que las observaciones de cada población (sistema simulado)sea normalmente distribuidos independiente dentro de una población. Por lo tanto el método del intervalo de confianza pareada no requiere que las observaciones entre poblaciones sean independientes.

n: número de observaciones pareadas(replicaciones del modelo) di: es la diferencia entre X1i y X2i sobre la i-ésima replica del modelo (X1i representa el valor (respuesta a la simulación)observada para el diseño de configuración en la i – ésima replica del modelo)

di: es un punto estimado de la diferencia media, entre todas las observaciones pareadas. Esto es calculado sumando las diferencias X1i y X2i y dividiendo la suma por el numero total de replicas del modelo.

: es el valor de la distribución t con n-1 grados de libertad.

:Es la varianza estimada de las diferencias

Ejemplo:

Suponga que simulaciones terminales están siendo usadas para analizar el porcentaje de utilización para dos alternativas (método 1 y método 2). 10 replicas de un modelo, son ejecutadas para cada alternativa. Una cadena de números aleatorios común es usada con cada conjunto de replicaciones.

Observaciones pareadas	Utilización(%) Método 1	Utilización(%) Método 2	Diferencia entre Métodos	Diferencia al cuadrado
Replica I	X1i	X2i	di = X1i – X2i	di*di
1	75	67	8	64
2	76	85	9	81
3	73	68	5	25
4	74	62	12	144
5	76	71	5	25
6	91	87	4	16
7	55	63	-8	64
8	67	55	12	144
9	85	90	-5	25
10	89	85	4	16
			Σ = 28	Σ = 604

Al 90% de confianza:

Para este ejemplo la diferencia verdadera tiene la posibilidad igual a 0. un valor de 0, implica que no hay diferencia entre el método 1 y el método 2, por lo tanto no podemos concluir que un método es superior a otro en términos de variable de decisión (porcentaje de utilización).