Лабораторная работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: исследовать влияние параметров линейной системы на ее устойчивость.

Структурная схема исследуемой системы и численные значения параметров.

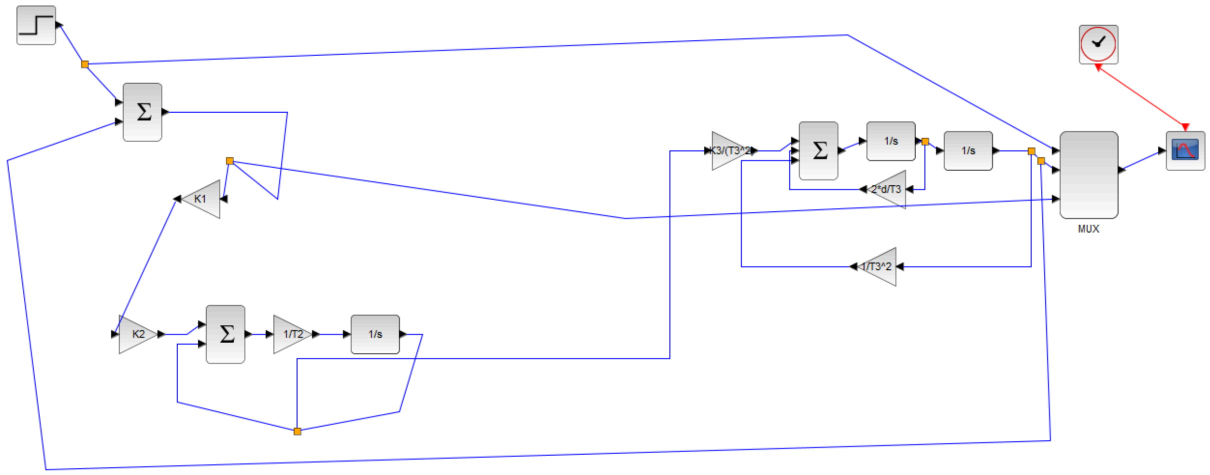


Рисунок 1 – структурная схема исследуемой системы.

Табличные значения параметров:

$k_1 = 2$

$k_2 = 1$

$T_2 = 0.1$

$k_3 = 2$

$T_3 = 0.8$

$d = 0.8$

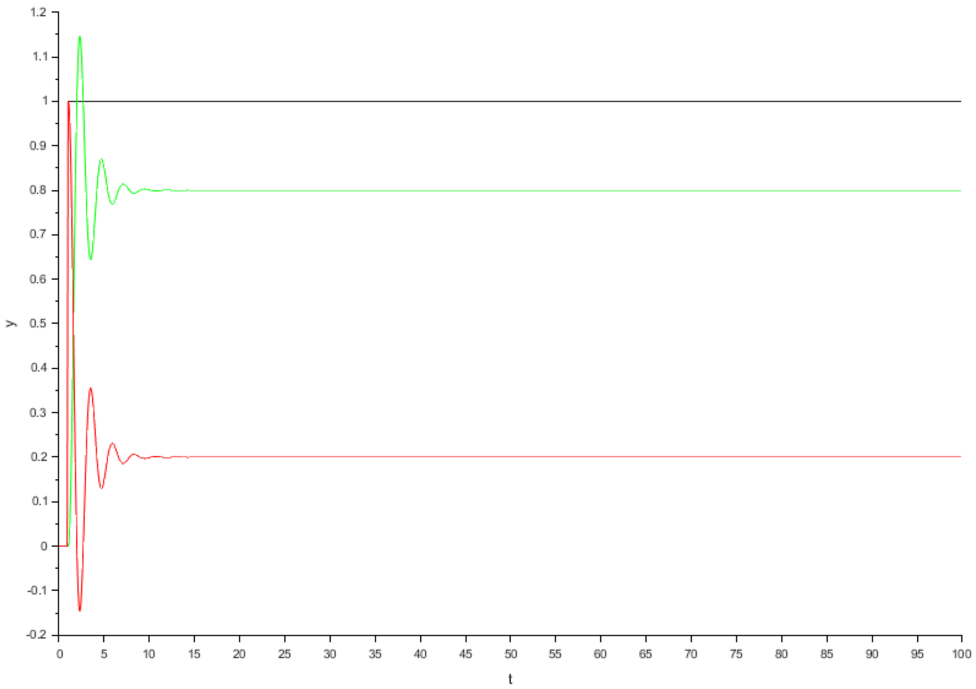


Рисунок 2 – график переходного процесса при табличных значениях параметров.

Зеленый – выход.

Красный – ошибка.

Рассчитанные и экспериментально найденные критические значения параметра $k_1$:

Колебательная граница устойчивости

$k_1$ = 7.78 (экспериментально)

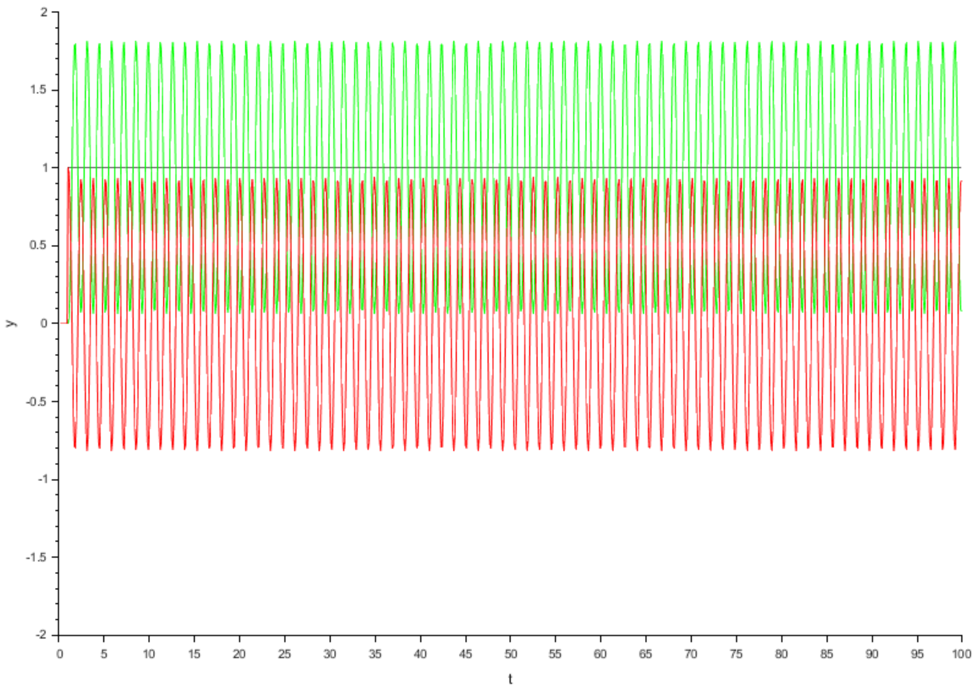


Рисунок 3 – график переходного процесса на колебательной границе устойчивости при $k_1$ = 7.78.

Апериодическая граница устойчивости

$k_1$ = -0.5 (экспериментально)

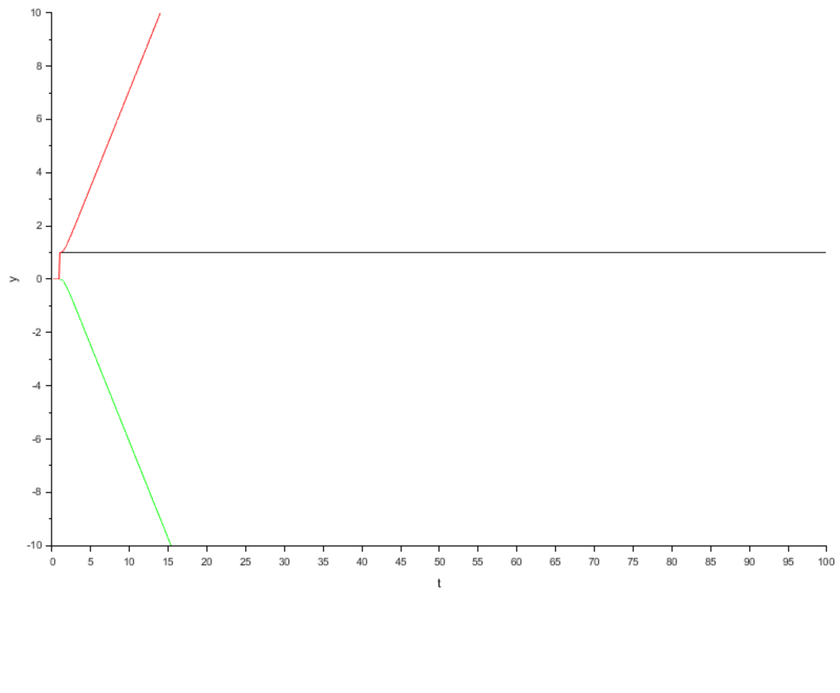

Рисунок 4 – график переходного процесса на апериодической границе устойчивости при $k_1$ = -0.5.

Расчетные значения критических параметров по критерию Найквиста.

$$\mathbf{W(p)} = \frac{2k}{0.064p^3+2.378p^2+1.38p+1}$$

$$\mathbf{W(jw)} = \frac{2k((1-2.378w^2)-jw(1.38-0.064w^2))}{(1-2.378w^2)^2-w^2(1.38-0.064w^2)^2}$$

$$\mathbf{Re(W(jw))} = \frac{2k(1-2.378w^2)}{(1-2.378w^2)^2-w^2(1.38-0.064w^2)^2}$$

$$\mathbf{Im(W(jw))} = \frac{-2kw(1.38-0.064w^2)}{(1-2.378w^2)^2-w^2(1.38-0.064w^2)^2}$$

$Im(W(jw)) = 0 \rightarrow w_0 = 0,\ w_{1,2} = \pm\sqrt{1.38\ /\ 0.064}$

$Re(W(jw_1)) = -1 \rightarrow\ k_1^{кол.} = 7.77$

$Re(W(jw_0)) = -1 \rightarrow\ k_1^{апер.} = -0.5$

Таблица 1 – сравнение критических значений параметра $к_1$.

| Граница устойчивости | Экспериментально | Теоретически |
|---|---|---|
| апериодическая | -0.5 | -0.5 |
| колебательная | 7.78 | 7.77 |

Переходные процессы недалеко от границы устойчивости

Около колебательной границы:

$k_1 = 0.8 * k_{1\ кр} = 6{,}224$

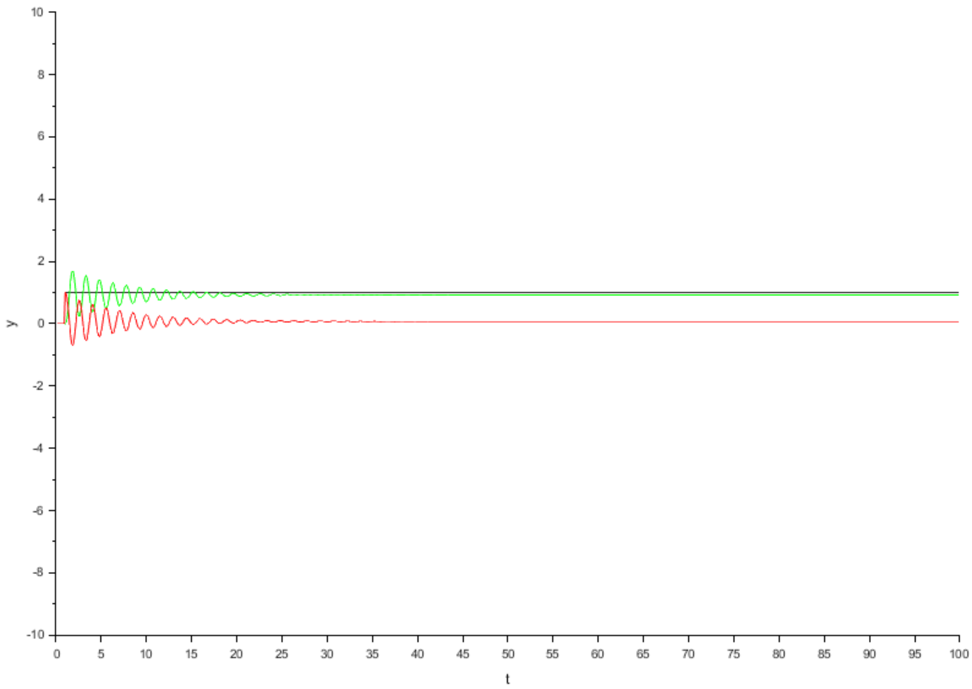


Рисунок 5 – график переходного процесса перед колебательной границей устойчивости при $k_1 = 6.224$.

$k_1 = k_{1\ кр} = 7.78$

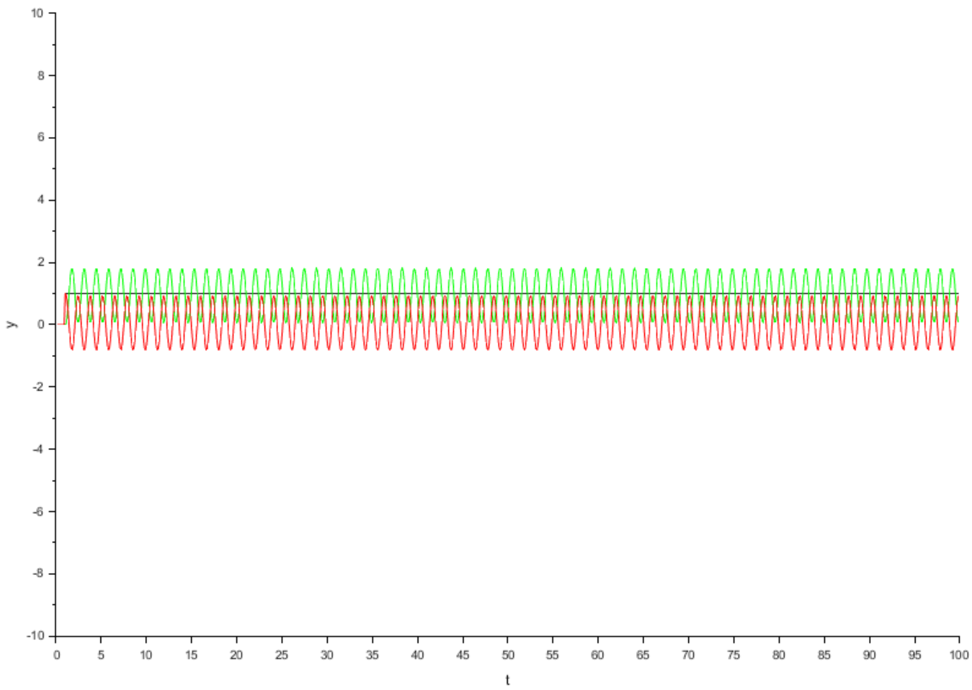

Рисунок 6 – график переходного процесса на колебательной границе устойчивости при $k_1$ = 7.78.

$k_1$ =  1.2 * $k_{1\ кр}$ = 9.336

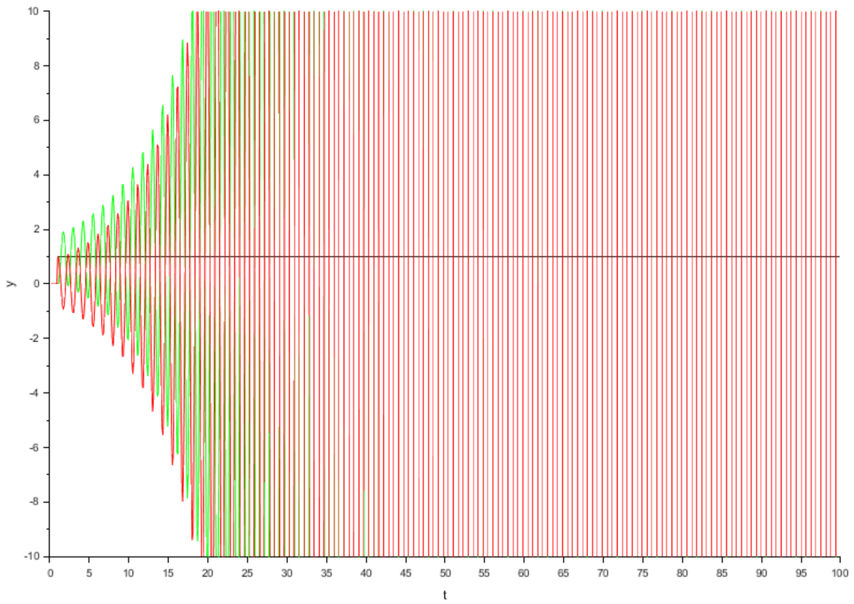


Рисунок 7 – график переходного процесса за колебательной границей устойчивости при $k_1$ = 9.336.

Около апериодической границы:

$k_1$ = 0.8 * $k_{1\ кр}$ = -0.4

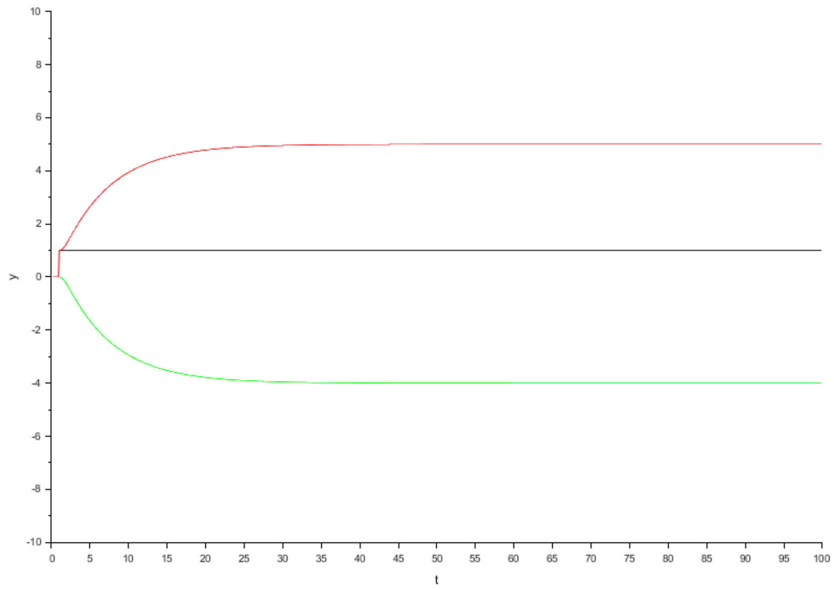


Рисунок 8 – график переходного процесса перед апериодической границей устойчивости при $k_1$ = -0.4.

$k_1 = k_{1\ кр} = -0.5$

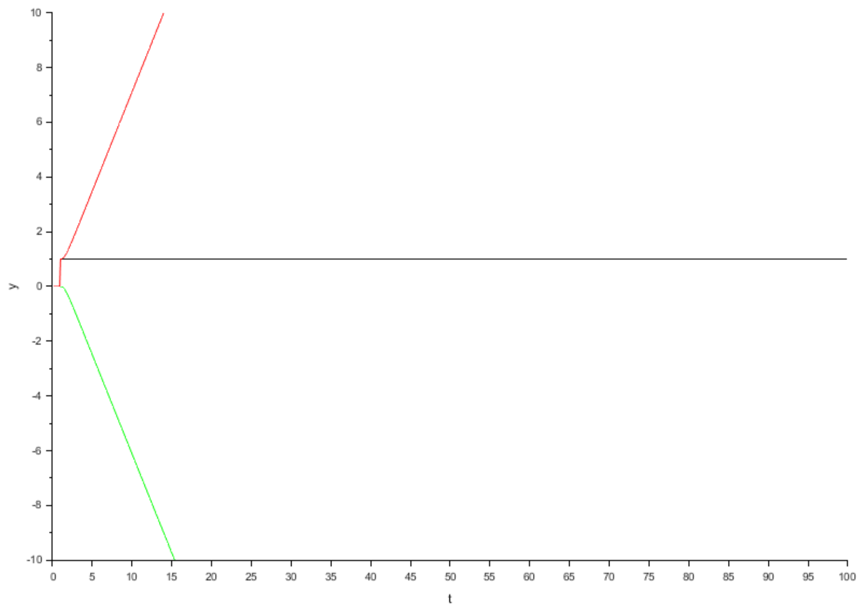


Рисунок 9 – график переходного процесса на апериодической границе устойчивости при $k_1$ = -0.5.

$k_1 = 1.2 * k_{1\ кр} = -0.6$

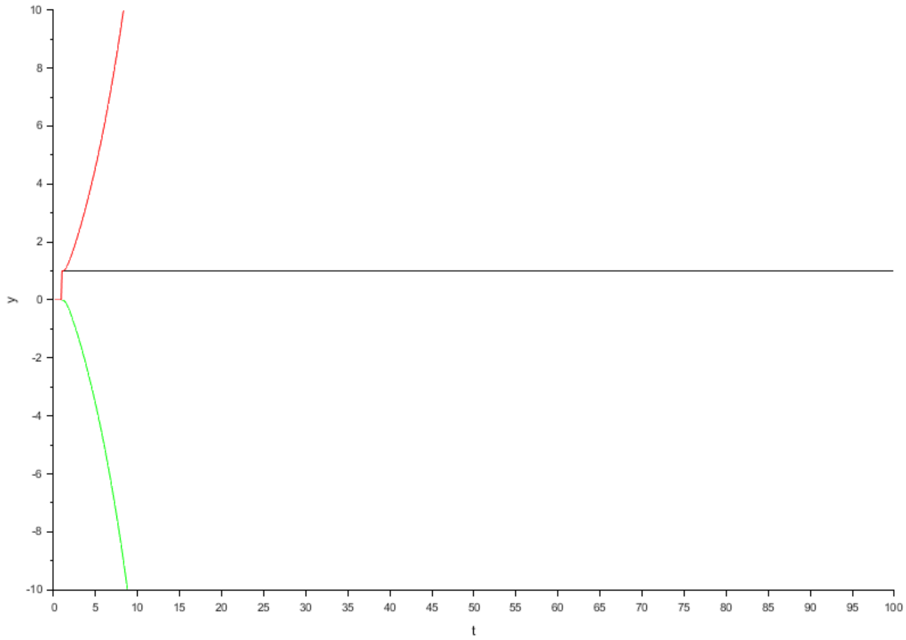


Рисунок 9 – график переходного процесса за апериодической границей устойчивости при $k_1$ = -0.6.

Таблица 2 – зависимость $k_{1\ кр}$ от значения d.

| d | 0.4 | 0.8 | 1.6 |
|---|---|---|---|
| $k_{1\ кр}$ | 3.575 | 7.75 | 18.125 |

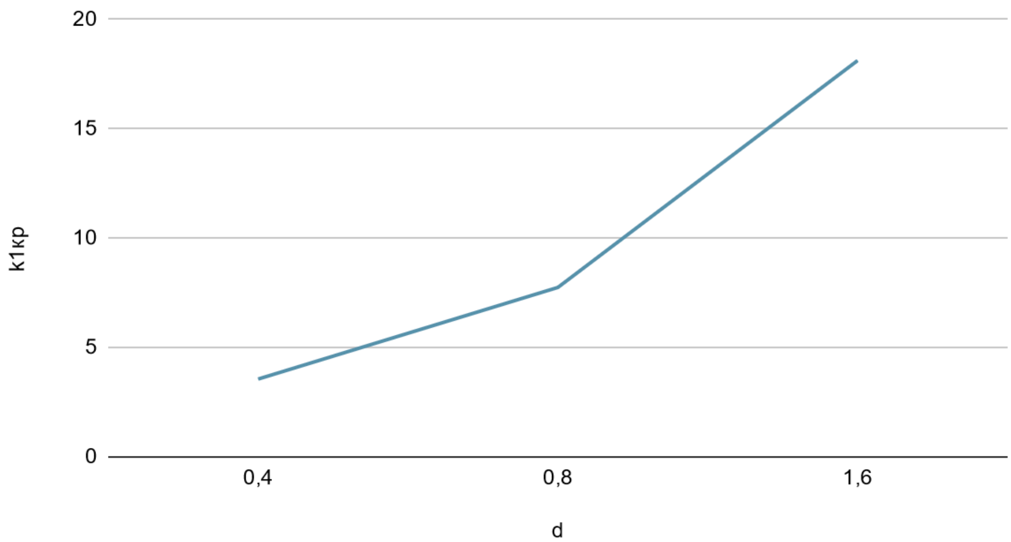


Рисунок 10 – график зависимости $k_{1\ кр}$ от значения d.

Рассчитанное и экспериментально найденное критическое значение параметра d на колебательной границе устойчивости:

$d_{кр}$ = 0.233 (экспериментально).

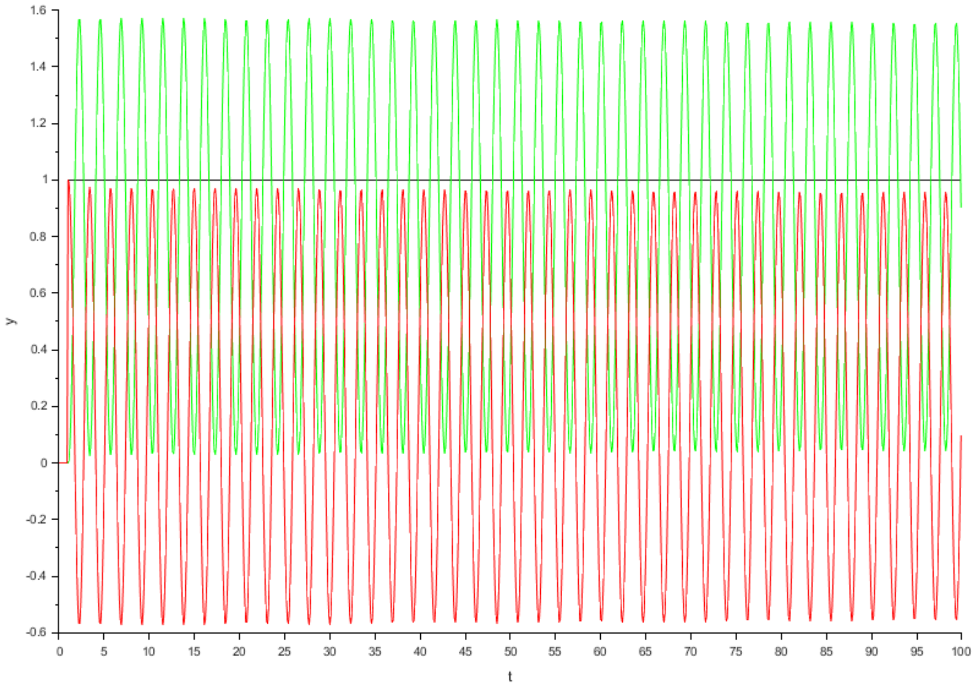


Рисунок 11 – график переходного процесса на колебательной границе устойчивости при $d_{кр}$ = 0.233.

Условие колебательной устойчивости из критерия Гурвица таково:

$$A(p) = 0.064p^3 + (0.16d + 0.64)p^2 + (1.6d + 0.1)p + 5$$

$$\mathrm{H} = \begin{bmatrix} 0.16d + 0.64 & 5 & 0 \\ 0.064 & 1.6d + 0.1 & 0 \\ 0 & 0.16d + 0.64 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Delta 1 = 0.16d + 0.64 > 0$$

$$\Delta 2 = \begin{vmatrix} 0.16d + 0.64 & 5 \\ 0.064 & 1.6d + 0.1 \end{vmatrix} = 0$$

$d_{кр}^{кол.}$ = 0.232812

Рассчитанное и экспериментально найденное критическое значение параметра $T_2$ на колебательной границе устойчивости.

При исходном значении $k_1 = 2$ колебательной границы устойчивости для параметра $T_2$ нет. Положим $k_1 = 4$. Тогда $T_{2\,кр} = 0.26$ (экспериментально).

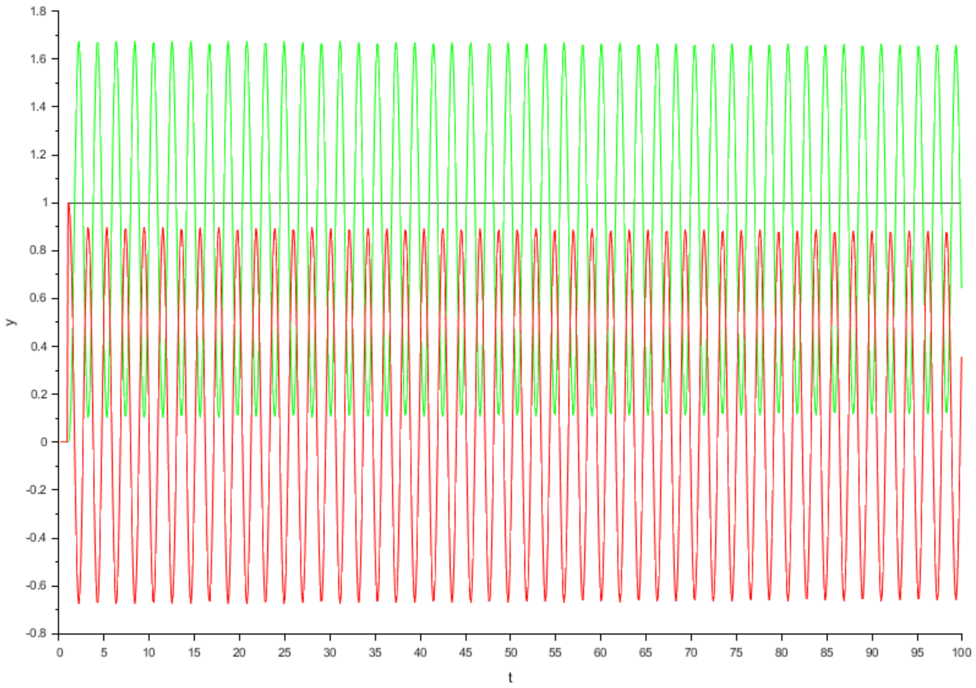


Рисунок 12 – график переходного процесса на колебательной границе устойчивости при $T_2 = 0.26$.

Условием нахождения системы на границе устойчивости является прохождение годографа Михайлова через начало координат.

$$A(p) = 0.64T2p^3 + p^2(1.28T2 + 0.64) + p(1.28 + T2) + 5$$

$$A(jw) = (5\text{-}w^2(1.28T2 + 0.64)) + jw((T2 + 1.28) - 0.64T2w^2)$$

$$Im(jw) = 0$$

$$Re(jw) = 0$$

$$\begin{cases} 9 - w^2(1.28t + 0.64) = 0 \\ t + 1.28 - 0.64tw^2 = 0 \end{cases}$$

Solutions

$$t = \frac{34}{25} - \frac{6\sqrt{21}}{25}, \quad w = -\frac{1}{4}\sqrt{93 + 12\sqrt{21}}$$

$$t = \frac{34}{25} - \frac{6\sqrt{21}}{25}, \quad w = \frac{1}{4}\sqrt{93 + 12\sqrt{21}}$$

$$t = \frac{34}{25} + \frac{6\sqrt{21}}{25}, \quad w = -\frac{1}{4}\sqrt{93 - 12\sqrt{21}}$$

$$t = \frac{34}{25} + \frac{6\sqrt{21}}{25}, \quad w = \frac{1}{4}\sqrt{93 - 12\sqrt{21}}$$

Отсюда $T_{2\ кр}$ = 0.26 и $T_{2\ кр}$ = 2.46. (Оба соответствуют колебательной границе устойчивости.)

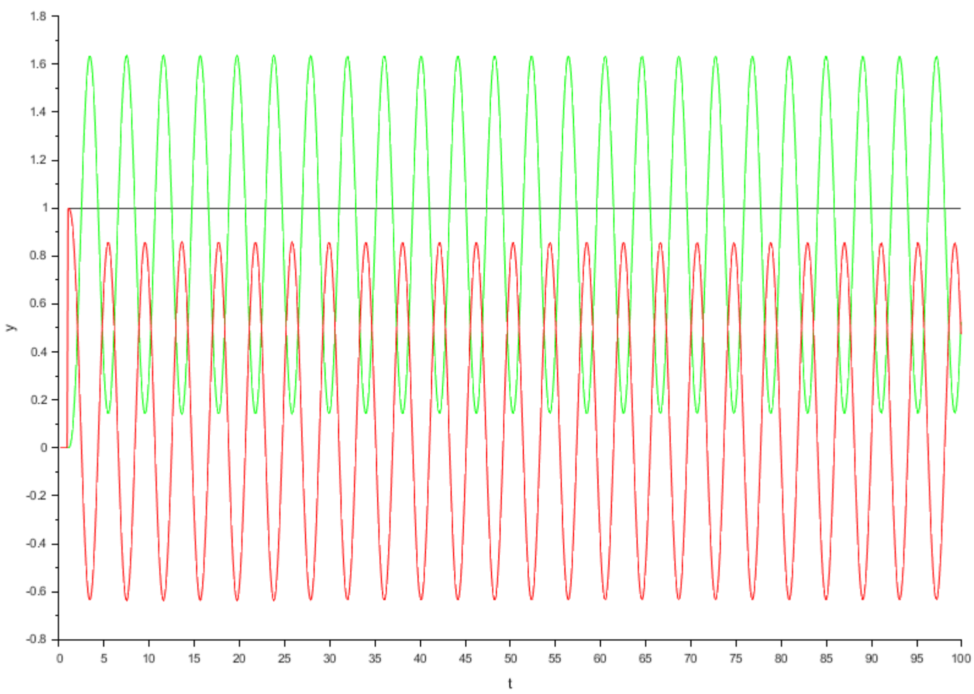


Рисунок 13 – график переходного процесса на колебательной границе устойчивости при $T_{2\ кр}$ = 2.46.