

# APS - 2 Guilherme Guedes

guilhermegg5@al.insper.edu.br

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

$$\mathcal{L}\{t^n e^{-at}\} = \frac{\Gamma(n+1)}{(s+a)^{n+1}}, s > -a$$

$$\mathcal{L}\{\sin(at)\} = \frac{a}{s^2 + a^2}, s > 0$$

$$\mathcal{L}\{\cos(at)\} = \frac{s}{s^2 + a^2}, s > 0$$

$$\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$$

$$\sin(x) \cdot \cos(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin(2x)$$

$$\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

### Pergunta 1

0,25 Pontos

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 5e^{-2t}$

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função *laplace* do MATLAB).

(A)  $5s$

(B)  $\frac{5}{s+2}$  

(C)  $\frac{1}{2s+5}$

(D)  $2s$

(E)  $\frac{2}{s+5}$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$$

$$\mathcal{L}\{5e^{-2t}\} = \int_0^\infty e^{-st} \cdot 5e^{-2t} dt$$

$$5 \int_0^\infty e^{-(s+2)t} dt$$

$$a > 0 \rightarrow \int_0^\infty e^{-at} dt = \frac{1}{a}$$

$$a = 5 \cdot \frac{1}{s+2} \rightarrow s > -2$$

$$\boxed{\frac{5}{s+2}}$$

14:01 Terça-feira 18 de fevereiro

40%

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

### Pergunta 2

0,25 Pontos

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 9t^{-4}$

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função *laplace* do MATLAB).

(A)  $\frac{9}{s+4}$  

(B)  $4s$

(C)  $\frac{1}{4s+9}$

(D)  $\frac{4}{s+9}$

(E)  $9s$

### Pergunta 3

0,25 Pontos

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 2e^{-5t}$

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função *laplace* do MATLAB).

[Filtro de questões \(18\)](#) [Primeira](#) [Anterior](#) [Próximo](#) [Última](#) [Salvar e fechar](#) [Enviar](#)

$$\mathcal{L}\{g e^{-4t}\} = \int_0^\infty e^{-st} \cdot g e^{-4t} dt$$

$$= g \int_0^\infty e^{-(s+4)t} dt \rightarrow \int_0^\infty e^{-at} dt = \frac{1}{a}$$

$$a = s+4$$

$$= g \cdot \frac{1}{s+4}, s > -4 \rightarrow \boxed{\frac{g}{s+4}}$$

14:51 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 3

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 2e^{-t}$ . Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

A  $\frac{2}{s+5}$

B  $2s$

C  $\frac{1}{5s+2}$

D  $5s$

E  $\frac{5}{s+2}$

0,25 Pontos

Pergunta 4

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 4e^{-5t}$ . Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

Filtro de questões (18)

K Primeira < Anterior Próximo > Última | Salvar e fechar Enviar

$$\int \left\{ 2e^{-st} \right\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot 2e^{-5t} dt$$

$$= 2 \int_0^{\infty} e^{-(s+5)t} dt \rightarrow u = s+5$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{s+5} \cdot s > -5 \rightarrow \boxed{\frac{2}{s+5}}$$

16:01 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 4

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 4e^{-9t}$ . Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

A  $\frac{4}{s+9}$

B  $9s$

C  $4s$

D  $\frac{9}{s+4}$

E  $\frac{1}{4s+9}$

0,25 Pontos

Pergunta 5

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 4t^2e^{-10t}$ . Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

Filtro de questões (18)

K Primeira < Anterior Próximo > Última | Salvar e fechar Enviar

$$\int \left\{ 4t^2e^{-st} \right\} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot 4t^2e^{-10t} dt$$

$$= 4 \int_0^{\infty} e^{-(s+10)t} dt \rightarrow u = s+10$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{s+10} \cdot s > -10 \rightarrow \boxed{\frac{4}{s+10}}$$

14.02 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa  
18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 5 0,5 Pontos

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 3t^5 e^{-10t}$   
Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

(A)  $\frac{360}{(s+10)^6}$

(B)  $\frac{120}{(s+5)^5}$

(C)  $\frac{10}{(s+5)^5}$

(D)  $\frac{360}{(s+10)^5}$  ←

(E)  $\frac{120}{(s+10)^6}$

(F)  $\frac{3}{(s+10)^5}$

Filtro de questões (18) ▾ Primeira Anterior Próximo Última Salvar e fechar Enviar

$$t^n \cdot e^{-at} = \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$$

$$\cdot n=5 \quad \left. \begin{aligned} & \mathcal{L}\left[t^5 e^{-10t}\right] = \frac{120}{(s+10)^6} \\ \cdot a=10 \quad & \mathcal{L}\left[3t^5 e^{-10t}\right] = 3 \cdot \mathcal{L}[t^5 e^{-10t}] \rightarrow s > -10 \end{aligned} \right\}$$

$$\cdot n! = 5! = 120 \quad \rightarrow \boxed{\frac{360}{(s+10)^5}}$$

14.02 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa  
18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 6 0,5 Pontos

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = \sin(5t) + 5\cos(5t)$   
Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

(A)  $\frac{5s+1}{s^2+25}$

(B)  $\frac{s+5}{s^2+25}$

(C)  $\frac{5(s+1)}{s^2+25}$  ←

(D)  $\frac{5(s+1)}{s^2+5}$

(E)  $\frac{5(s+1)}{s+25}$

(F)  $\frac{5(s+1)}{s^2+25}$

Filtro de questões (18) ▾ Primeira Anterior Próximo Última Salvar e fechar Enviar

$$n=5$$

$$\mathcal{L}\left[\sin(5t)\right] = \frac{5}{s^2+25}$$

$$\mathcal{L}\left[5\cos(5t)\right] = \frac{5s}{s^2+25}$$

$$\therefore \boxed{\frac{5s+5}{s^2+25}}, s > 0$$

$$\boxed{\frac{5s+5}{s^2+25}}$$

14:52 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 7

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 7\sin(3t) + 4\cos(3t)$ . Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

A  $\frac{4s+7}{s^2+9}$

B  $\frac{4s+7}{s^2+4}$

C  $\frac{4s^2+7}{s^2+9}$

D  $\frac{21s+4}{s^2+9}$

E  $\frac{4s+21}{s^2+9}$  →

F  $\frac{4s+21}{s^2+3}$

Filtro de questões (18) ▾

Primeira < Anterior Próximo > Última ▾

Salvar e fechar Enviar

$$\rightarrow 7. \frac{3}{s^2+9} = \frac{21}{s^2+9}$$

$$\rightarrow 4. \frac{s}{s^2+9} = \frac{4s}{s^2+9}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \oplus = \frac{21}{s^2+9} + \frac{4s}{s^2+9} = \boxed{\frac{4s+21}{s^2+9}} \end{array} \right\}$$

14:52 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 8

Calcule a transformada de Laplace da seguinte função  $f(t) = 2t^2 + 4\sin(2t)\cos(2t)$ . Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função laplace do MATLAB).

A  $\frac{12}{s^3} + \frac{4}{s^2+2}$

B  $\frac{4}{s^4} - \frac{4}{s^2+16}$

C  $\frac{4}{s^4} + \frac{12}{s^2+16}$

D  $\frac{12}{s^3} + \frac{8}{s^2+16}$

E  $\frac{12}{s^3} + \frac{4}{s^2+16}$

F  $\frac{12}{s^3} + \frac{16}{s^2+16}$

Filtro de questões (18) ▾

Primeira < Anterior Próximo > Última ▾

Salvar e fechar Enviar

$$\cdot 2t^3 \\ n=3 \\ n!=6 \left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \mathcal{L}\{2t^3\} = 2 \cdot \frac{6}{s^4} = \frac{12}{s^4} \end{array} \right\}$$

$$\sin(2t) \cdot \cos(2t) = \frac{1}{2} \sin(4t)$$

$$4\sin(2t) \cdot \cos(2t) = 2\sin(4t)$$

$$D \mathcal{L}_2 \rightarrow \mathcal{L}\{\sin(4t)\} = \frac{4}{s^2+16}$$

$$2\sin(4t) \rightarrow n=4$$

$$\mathcal{L}\{2\sin(4t)\} = 2 \cdot \frac{4}{s^2+16} = \boxed{\frac{8}{s^2+16}}$$

14:52 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 9

0,5 Pontos

Calcule a transformada inversa de Laplace da função:  $\frac{s+3}{s^2+6s+34}$   
(obs: caso a expansão em frações parciais possua raízes repetidas e/ou complexas conjugadas, você pode calcular diretamente pelo computador).

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize as funções `partfrac` e `ilaplace` do MATLAB).

A)  $f(t) = e^{-3t}\cos(5t)$   
 B)  $f(t) = e^{-3t}\cos(5t)$   
 C)  $f(t) = e^{-3t}\cos(3t)$   
 D)  $f(t) = e^{-3t}\sin(3t)$   
 E)  $f(t) = e^{-3t}\sin(5t)$   
 F)  $f(t) = e^{-3t}\cosh(5t)$

G)  $f(t) = e^{-3t}\cos(5t)$

**Descrição**

ATENÇÃO: Verifique as instruções na página inicial da AFS. Ao final, não se esqueça de enviar um documento PDF com a resolução completa. Sua nota nessa atividade será automaticamente calculada pelo Blackboard, mas poderá ser reaberta posteriormente se não fizer o envio do documento completo e organizado apresentando sua resolução.

Filtro de questões (18) ▾

Primeira Anterior Próximo Última ▾

Salvar e fechar Enviar

• quadrado!!!

$$\begin{aligned} & \left( s^2 + 6s + 34 \right) \\ & \left( s+a \right)^2 + b^2 \\ & \left( s+3 \right)^2 + 5^2 \\ F(s) &= \frac{s+3}{\left( s+3 \right)^2 + 5^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int e^{-st} \left[ \frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2} \right] = e^{-at} \cos(bt) \\ & \int e^{-st} \left[ \frac{s+3}{(s+3)^2 + 5^2} \right] = e^{-3t} \cos(5t) \end{aligned}$$

14:52 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 10

0,5 Pontos

Calcule a transformada inversa de Laplace da função:  $\frac{s^2+3s+2}{s^2+4s+5+4s^2}$   
(obs: caso a expansão em frações parciais possua raízes repetidas e/ou complexas conjugadas, você pode calcular diretamente pelo computador).

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize as funções `partfrac` e `ilaplace` do MATLAB).

A)  $f(t) = \frac{t - \sin(2t)e^{-t}}{8}$   
 B)  $f(t) = \frac{1 - (\cos(2t) - \sin(2t))e^{-t}}{4}$   
 C)  $f(t) = \frac{t - \sin(2t)e^{-t}}{8}$   
 D)  $f(t) = \sin(8t)e^{-t}$   
 E)  $f(t) = \cos(2t)e^{-t}$   
 F)  $f(t) = \cos(8t)e^{-t}$

Filtro de questões (18) ▾

Primeira Anterior Próximo Última ▾

Salvar e fechar Enviar

$$\begin{aligned} s^5 + 5s^4 + 12s^3 + 8s^2 &= s^2(s^3 + 5s^2 + 12s + 8) \quad | \quad s=-1 \\ s^2 + 3s + 2 &= (s+1)(s+2) \\ -1 + 5 - 12 + 8 &= 0 \rightarrow s+1 \text{ Fator} \quad | \\ (s^3 + 5s^2 + 12s + 8) / (s+1) &= (s+1)(s^2 + 4s + 8) \end{aligned}$$

$$F(s) = \frac{(s+1)(s+2)}{s^2(s+1)(s^2 + 4s + 8)} \quad | \quad \begin{aligned} & (s^2 + 4s + 8) \\ & (s^2 + 4s + 4) + 4 \\ \hookrightarrow & (s+2)^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & F(s) = \frac{s+2}{s^2((s+2)^2 + 4)} \\ & = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{Cs + D}{(s+2)^2 + 4} \\ & As^3 + 4As^2 + 8As \quad | \quad s^3 : A+C \\ & Bs^2 + 4Bs + 8B \quad | \quad s^2 : 4A+B+D \\ & Cs^3 + Ds^2 \quad | \quad s^3 : 8A+4B \\ & ct.c : 8B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0s^3 + 0s^2 + 1s^2 + 2 \\ & A+C=0 \quad | \quad A=0 \\ & 4A+B+D=0 \quad | \quad B=1/4 \\ & 8A+4B=1 \quad | \quad C=0 \\ & 8B=2 \quad | \quad D=-\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$F(s) = \frac{0}{s} + \frac{1/4}{s^2} + \frac{0s - \frac{1}{4}}{(s+2)^2 + 4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{s^2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(s+2)^2 + 4}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2} \right\} = t \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+2)^2 + 4} \right\} = \frac{1}{2} e^{-2t} s \cdot h(2t)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ F(s) \right\} = \frac{1}{4} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2} \right\} - \frac{1}{4} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+2)^2 + 4} \right\}$$

$$f(t) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} e^{-2t} s \cdot h(2t) = \frac{1}{4} + \frac{e^{-2t} s \cdot h(2t)}{8}$$

14:52 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 11 (0,5 Pontos)

Calcule a transformada inversa de Laplace da função  $\frac{5s+10}{s^2+4s^2+4s+25}$  (obs: caso a expansão em frações parciais possua raízes repetidas e/ou complexas conjugadas, você pode calcular diretamente pelo computador). Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize as funções parfrac e ilaplace do MATLAB).

A)  $f(t) = \frac{5e^{-t}}{16} - \frac{5e^{-5t}}{16} + \frac{15e^{-5t}}{4}$

B)  $f(t) = \frac{5e^{-t}}{16} - \frac{5e^{-5t}}{16}$

C)  $f(t) = \frac{5e^{-t}}{16} + \frac{15e^{-5t}}{4}$

D)  $f(t) = \frac{5e^{-t}}{16} - \frac{5e^{-5t}}{4} + \frac{15e^{-5t}}{4}$

E)  $f(t) = \frac{5e^{-t}}{16} + \frac{15e^{-5t}}{4}$

Filtros de questões (18) ▾

Primeira < Anterior Próximo > Última ▾

Salvar e fechar Erroar

$$\frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{Cs + D}{(s+2)^2 + 4}$$

$$s+2 = A(s^2 + 4s + 8) + B(s^2 + 4s + 8) + (Cs + D)s^2$$

$$As^3 + 4As^2 + 8As$$

$$A + C = 0$$

$$4A + B + D = 0$$

$$8A + 4B = 1$$

$$8B = 2$$

$$B = \frac{1}{4}$$

$$A = 0$$

$$C = 0$$

$$D = -\frac{1}{4}$$

$$s^2 \rightarrow A + B$$

$$s^2 \rightarrow 10A + 6B + C$$

$$cte \rightarrow 25A + 5B + C$$

$$F(s) = \frac{5(s+2)}{(s+1)(s+5)^2}$$

$$\text{denom.} \Rightarrow s^2(s^2 + 5s^2 + 12s + 8)$$

$$\text{num.} \Rightarrow (s+1)(s+2) \rightarrow s = -1$$

$$-1 + 5 - 12 + 8 = 0 \rightarrow [s+1]e^{-t} \text{ fator.}$$

$$\overbrace{s^3 + 5s^2 + 12s + 8}^{s^3 + 4s^2 + 8} = (s+1)(s^2 + 4s + 8)$$

$$F(s) = \frac{s+2}{s^2(s^2 + 4s + 8)} = \frac{s+2}{s^2((s+2)^2 + 4)}$$

$$F(s) \frac{5/16}{s+1} + \frac{-5/16}{s+5} + \frac{75/4}{(s+5)^2} \left\{ e^t \right\} \left\{ f(t) = \frac{5}{16} e^t - \frac{5}{16} e^{-5t} + \frac{15}{4} t e^{-5t} \right\}$$

16.32 - Terceira Etapa de Inversão

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 12

Calcule a transformada inversa de Laplace da função  $\frac{12}{s^5}$ . (obs: Caso a expansão em frações parciais possua raízes repetidas e/ou complexas conjugadas, você pode calcular diretamente pelo computador). Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize as funções `partfrac` e `ilaplace` do MATLAB).

A  $f(t) = 0.5t^4$

B  $f(t) = 12t^4$

C  $f(t) = 0.25t^2$

D  $f(t) = 0.5t^3$

E  $f(t) = 12t^3$

F  $f(t) = 5t^4$

0.5 Pontos

Filtro de questões (18)

Primeira < Anterior Próximo > Última | Salvar e fechar Enviar

$$F(s) = \frac{12}{s^5} \quad n+1=5 \quad n=4 \quad \frac{4!}{5} = \frac{24}{5}$$

$$\frac{12}{s^5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{s^5}$$

$$\left[ -\frac{12}{s^5} = \frac{1}{2} \quad \left[ -\left\{ \frac{24}{s^5} \right\} \right] = \frac{1}{2} t^4 \right]$$

$$f(t) = \frac{1}{2} t^4 = 0,5 t^4$$

14:52 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 13

Calcule a transformada inversa de Laplace da função:  $\frac{8}{s^2 + 4}$

(obs: caso a expansão em frações parciais possua raízes repetidas e/ou complexas conjugadas, você pode calcular diretamente pelo computador).

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize as funções `partfrac` e `ilaplace` do MATLAB).

**A**  $f(t) = 8\cos(2t)$

**B**  $f(t) = 8\cos(4t)$

**C**  $f(t) = 4\sin(2t)$  (selected)

**D**  $f(t) = 8\sin(2t)$

**E**  $f(t) = 8\cos(4t)$

**F**  $f(t) = 4\sin(4t)$

**0,5 Pontos**

Filtro de questões (18) ▾

Primeira < Anterior Próximo > Última ▾

Salvar e fechar Enviar

$$F(s) = \frac{8}{s^2 + 4} \quad a = 2$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{s}{s^2 + 4} \right] \rightarrow \frac{8}{s^2 + 4} \rightarrow 4 \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$\mathcal{L}^{-1} = 4 \sin(2t)$$

14:52 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 14

Calcule a transformada inversa de Laplace da função:  $\frac{8}{2s^2 + 8}$

(obs: caso a expansão em frações parciais possua raízes repetidas e/ou complexas conjugadas, você pode calcular diretamente pelo computador).

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize as funções `partfrac` e `ilaplace` do MATLAB).

**C**  $f(t) = 2\sin(2t)$  (selected)

**B**  $f(t) = 8e^{-4t}$

**D**  $f(t) = 8\cos(4t)$

**E**  $f(t) = 8\cos(2t)$

**F**  $f(t) = 4\sin(2t)$

**G**  $f(t) = 4\sin(4t)$

**0,5 Pontos**

Filtro de questões (18) ▾

Primeira < Anterior Próximo > Última ▾

Salvar e fechar Enviar

$$\frac{2s^2 + 8}{4} = 2 \left( \frac{s^2 + 4}{4} \right)$$

$$\int \frac{2}{s^2 + 4} = \mathcal{L}^{-1} \{ \sin(2t) \}$$

$$= \frac{2}{s^2 + 4}$$

$$x_2 \rightarrow$$

$$f(t) = 2 \cdot \sin 2t$$

## Lição de casa

18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

## Pergunta 15

( 1 Ponto )

Utilizando a transformada de Laplace, resolva a mão a equação diferencial  $\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 0$ , considerando  $y(0) = 1$ .

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função dsolve do MATLAB).

- (A)  $y(t) = e^{-4t}$
- (B)  $y(t) = e^{4t}$
- (C)  $y(t) = 4e^{-t}$
- (D)  $y(t) = 4e^t$
- (E)  $y(t) = 4e^{-4t}$
- (F)  $y(t) = 4e^{4t}$

## Avaliação

 Pontos máximos

10 pontos

## Descrição

ATENÇÃO: Verifique as instruções na página inicial da APL para saber como enviar seu documento para com a resolução completa. Sua nota nessa atividade será automaticamente calculada pelo Blackboard, mas poderá ser reduzida posteriormente se não fizer o envio do documento completo e organizado apresentando sua resolução.

## Pergunta 16

( 1 Ponto )

Utilizando a transformada de Laplace, resolva a mão a equação diferencial  $\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 4t$ .

Filtro de questões (18) ▾

K Primeira &lt; Anterior Próximo &gt; Última &gt;

Salvar e fechar

Erinar

$$\begin{cases} \mathcal{L}\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\} = sY(s) - y(0) \\ \mathcal{L}\{4y(t)\} = 4Y(s) \end{cases}$$

$$sY(s) - y(0) - 4Y(s) = 0$$

$$F(s)(s-4) - 4 = 0$$

$$F(s) = \frac{4}{s-4}$$

$$\text{Laplace inverse: } 4e^{4t}$$

## Lição de casa

## Pergunta 16

( 1 Ponto )

Utilizando a transformada de Laplace, resolva a mão a equação diferencial  $\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 4t$ , considerando  $y(0) = 0$ .

Em seguida, valide os resultados com o computador (dica: utilize a função dsolve do MATLAB).

- (A)  $y(t) = \frac{6}{5}t - \frac{6}{25} - \frac{6}{25}e^{-5t/2}$
- (B)  $y(t) = \frac{6}{5}t + \frac{12}{25} - \frac{12}{25}e^{-5t/2}$
- (C)  $y(t) = \frac{6}{5}t + \frac{6}{25} - \frac{6}{25}e^{-5t/2}$
- (D)  $y(t) = \frac{6}{5}t - \frac{6}{25} - \frac{12}{25}e^{-5t/2}$
- (E)  $y(t) = \frac{6}{5}t - \frac{12}{25} - \frac{6}{25}e^{-5t/2}$
- (F)  $y(t) = \frac{6}{5}t + \frac{6}{25} - \frac{6}{25}e^{-5t/2}$

$$(s+5)Y(s) = \frac{c}{s^2}$$

$$Y(s) = \frac{c}{s^2(s+5)}$$

$$\begin{cases} A + C = 0 \\ 5A + B = 0 \\ 5B = 6 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{A}{s} & \frac{B}{s^2} & \frac{C}{s+5} \end{array}$$

$$(A+C)s^2 + (5A+B)s + 5B$$

$$= -\frac{6}{25} \cdot \frac{1}{s} + \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{s^2} + \frac{6}{25} \cdot \frac{1}{s+5}$$

$$\frac{6}{25} + \frac{6}{5}t + \frac{6}{25}e^{-5t/2}?$$

$$\mathcal{L}\{y'(t)\} = sY(s) - y(0)$$

$$\mathcal{L}\left\{+\frac{1}{s^2}\right\} \rightarrow \mathcal{L}\{5y(t)\} = 5Y(s)$$

$$\mathcal{L}\{6t\} = 6 \cdot \frac{1}{s^2}$$

## Pergunta 17

1 Ponto

Utilizando a transformada de Laplace, resolva a mão a equação diferencial  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 0$ , considerando  $y(0) = -2$  e  $\frac{dy(0)}{dt} = 2$ .

Em seguida, valide os resultados com o computador (clique: utilize a função dissolve do MATLAB).

- (A)  $y(t) = 2e^{-t}\cos(t)$
- (B)  $y(t) = -2e^{-2t} + 4e^{-2t}$
- (C)  $y(t) = -2e^{-2t} - 2e^{-2t}$
- (D)  $y(t) = -4e^{-2t} - 4e^{-2t}$
- (E)  $y(t) = -4e^{-t}\cos(t)$
- (F)  $y(t) = -2e^{-t}\cos(t)$

Continuar

Filtro de questões (18) ▾

Primeira

Anterior

Próximo &gt;

Última

Salvar e fechar

Enviar

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{d^2y(t)}{dt^2} \right] = s^2 F(s) - s F(0) - F'(0)$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow &= s^2 F(s) - s(-2) - 2 \\ &= s^2 F(s) + 2s - 2 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{2dy(t)}{dt} \right] = s^2 F(s) - f(0)$$

$$\hookrightarrow = 2s F(s) + 4$$

$$\frac{d}{dt} [2y(t)] = 2F(s)$$

$$\hookrightarrow s^2 F(s) + 2s - 2 + 2s F(s) + 4 + 2F(s)$$

$$\hookrightarrow = 0$$

$$F(s)(s^2 + 2s + 2) + 2s + 2 = 0$$

$$F(s) = -\frac{2(s+1)}{(s^2 + 2s + 2)}$$

$$e^{-at} \cos wt = \frac{s+\gamma}{((s+a)^2 + w^2)}$$

$$= -2e^{-t} \cos t$$

14.03 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa  
18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Pergunta 18 1 Ponto

O diagrama de blocos abaixo ilustra de modo detalhado um sistema de controle em malha fechada. Neste temos sinais que correspondem a grandezas físicas (blocos representando alguma operação matemática com sinais) e conexões (linhas transportando sinais entre blocos).

Por exemplo, o bloco o Compensador (parametrizado pelo ganho C) recebe como entrada o sinal  $e(t)$  (conhecido como erro) e tem como saída o sinal  $u(t)$  (conhecido como esforço de controle). Tal bloco funciona como uma espécie de ganho, então o diagrama nos comunica também que  $u(t) = C \cdot e(t)$ . Observe também que o sinal (sem nome) que entra no bloco G provém de um bloco sonorador, sendo então igual a  $u(t) + d(t)$ . Podemos concluir então o sinal  $y(t)$  (saída do bloco G) é  $y(t) = G \cdot (u(t) + d(t))$ .

14.03 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa 18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

Prosseguindo essa análise, e após um pouco de álgebra, você conseguirá chegar à seguinte conclusão sobre a saída  $y(t)$ :

$$y(t) = F_{r,r}(t) + F_{r,d}(d(t)) + F_{r,u}(u(t))$$

Conclua os cálculos e indique no campo de respostas abaixo, quais são respectivamente os resultados de  $F_{r,r}$ ,  $F_{r,d}$  e de  $F_{r,u}$ .

Obs: Em Medicão vamos utilizar uma versão simplificada desse diagrama, mas sua versão completa é interessante para perceber vários aspectos de um sistema de controle em malha fechada.

Para saber mais:

- O bloco  $r$  representa o modelo do sistema que desejamos controlar. Como sabemos, todo modelo é um approximação do realidade. Representando os erros de medição, temos o sinal  $d(t)$  uma entrada fática que explica essas diferenças. Perceba nela como um modelo dos erros de medição?
- O bloco  $C$  representa o compensador (ou controlador) que será usado para obter um bom funcionamento do sistema fechado. Nosso objetivo ao final do curso é que você consiga projetar esses compensadores.
- O bloco  $G$  modela o comportamento do sensor. Normalmente desejamos que o sensor informe de maneira confável a variação medida, e nesse caso  $G = 1$ . Mas nem sempre isso é possível ou mesmo desejável. Além disso, se você vai em Internet, toda medição está sujeita a erros e incertezas. A entrada  $r(t)$  representa os erros de medição do sensor.
- Por fim o bloco  $F$  representa um filtro de referência. Normalmente também será igual a unidade, mas existem situações em que é desejável fazer algum tratamento no sinal de referência  $r(t)$ . Alias, a referência  $r(t)$  é uma entrada real do sistema, por meio da qual informamos o que desejamos que aconteça com a saída  $y(t)$ .

Filtro de questões (18) K Primeira A Anterior Próximo Última Continuar

14.03 Terça-feira 18 de fevereiro

Lição de casa  
18 DE 18 QUESTÕES RESTANTES

mesmo desejável. Além disso como você viu em Instruções, toda medição está sujeita a erros e incertezas. A entrada  $r(t)$  representa os erros de medição do sensor.

• Por fim o bloco  $F$  representa um filtro de referência. Normalmente também será igual a unidade, mas existem situações em que é desejável fazer algum tratamento no sinal de referência  $r(t)$ . Alias, a referência  $r(t)$  é uma entrada real do sistema, por meio da qual informamos o que desejamos que aconteça com a saída  $y(t)$

Lembretes

① $F_{r,r}$	Respostas	<input type="button" value="Selecionar dados"/>
② $F_{r,d}$		<input type="button" value="Selecionar dados"/>
③ $F_{r,u}$		<input type="button" value="Selecionar dados"/>

Continuar

Filtro de questões (18) K Primeira A Anterior Próximo Última Salvar e fechar Enviar

$$e(t) = F_r(t) - H_y(t) - h(t)$$

$$v(t) = C \cdot e(t)$$

$$u(t) = C(F_r(t) - H_y(t) - h(t))$$

$$y(t) = G(v(t) + d(t))$$

$$\hookrightarrow G(F_r(t) - G(H_y(t) - G_h(t)) + G_d(t))$$

$$y(t) + G(H_y(t)) = G(F_r(t) + G_d(t) - G_h(t))$$

$$y(t) = \frac{G(F_r(t))}{(1+G(H))} + \frac{G_d(t)}{(1+G(H))} - \frac{G_h(t)}{(1+G(H))}$$

$$y(t) = F_{r,r}(t) + F_{r,d}(d(t)) + F_{r,u}(u(t))$$

$$\hookrightarrow F_{r,r} = \frac{GCF}{(1+GCH)}$$

$$\hookrightarrow F_{r,d} = \frac{G}{(1+GCH)}$$

$$\hookrightarrow F_{r,u} = \frac{-GC}{(1+GCH)}$$