

## Transformada de Fourier

A transformada de Fourier é uma ferramenta matemática que permite decompor um sinal no tempo (ou no espaço) em uma soma de ondas senoidais de diferentes frequências. Em outras palavras, ela transforma um sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência. Assim como qualquer função pode ser infinitamente aproximada por um polinômio, mesmo que o grau tenda para o infinito, uma função no tempo também pode ser aproximada por uma somatória de funções senoidais, mesmo que precisemos de muitos senos, cada um com uma dada amplitude e fase. Em outras palavras, a transformada de Fourier mostra quais frequências compõem um sinal e com que peso (amplitude) cada uma contribui.

Para um sinal  $x(t)$  a transformada de Fourier nos fornece uma nova função  $X(\omega)$ . Essa nova função, no domínio da frequência, para cada  $\omega = 2\pi f$ , a função nos dá um número complexo com amplitude e fase. Quanto maior essa amplitude, mais presente a frequência  $\omega$  está no sinal.

A função  $X(\omega)$  obtida com a transformada:

$$X(\omega) = \int_{-inf}^{+inf} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

- $X(\omega)$ : sinal no domínio da frequência
- $x(t)$ : sinal no domínio do tempo
- $\omega$ : frequência
- $j$ : unidade imaginária (raiz de -1)

Esse  $e^{-j\omega t}$  é uma senoide complexa (mistura de seno e cosseno), e a integral calcula "quanto" dessa senoide existe no sinal  $x(t)$ .

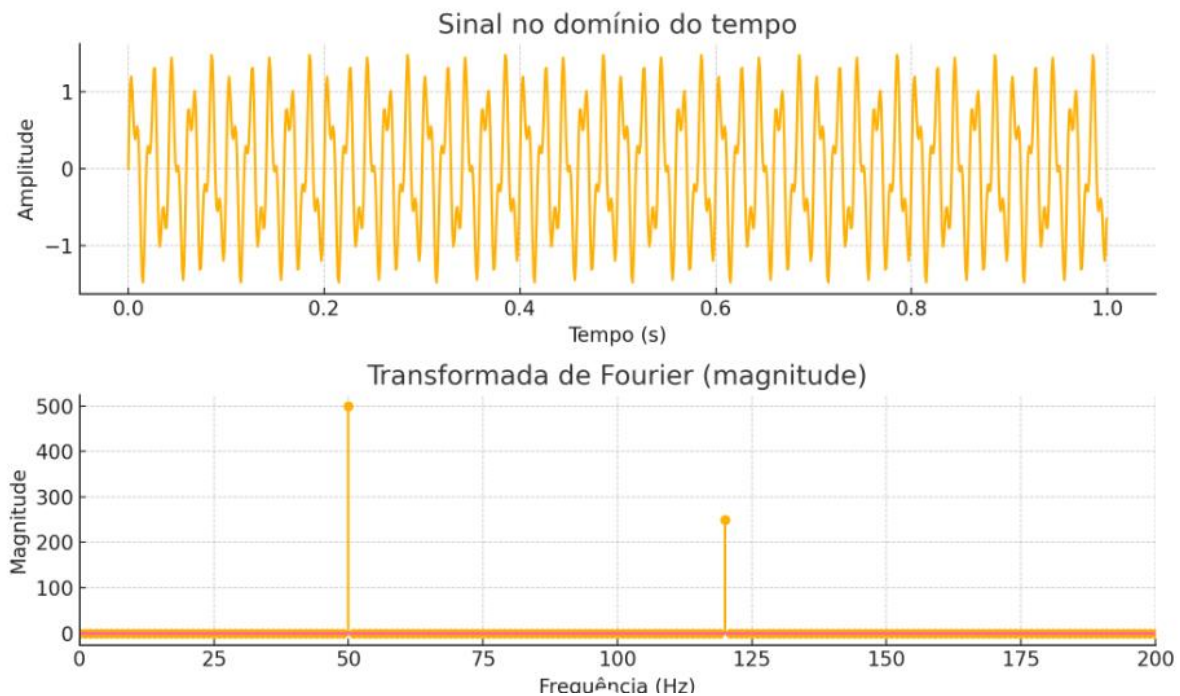
### Gráfico da transformada de Fourier (FFT)

Normalmente queremos saber quais senoides compõem um sinal. Então faremos um gráfico do sinal transformado  $X(\omega)$  vs  $\omega$ . Esse gráfico mostrará para cada  $\omega$  o módulo de  $X(\omega)$ . Assim saberemos com o gráfico quais  $\omega$  estão mais presentes no sinal original. Repare nos gráficos abaixo.



# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

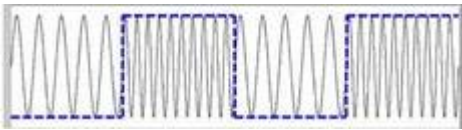
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto – 0#07E4/01



O sinal original mostrado no primeiro gráfico é composto de duas frequências puras: 50Hz e 120 Hz. Descobrimos isso olhando o gráfico de  $X(\omega)$ , que apresenta valor nulo para todas as frequências, exceto para 50 e 120. Note que podemos fazer o gráfico em função de  $\omega$  ou  $f$ , bastando dividir  $\omega$  por  $2\pi$ . Ou seja, a função  $X(\omega)$  retorna valores nulos para todos os  $\omega$ , exceto para  $\omega = 2\pi 50$  e  $2\pi 120$ . Notamos ainda que o sinal de 50 Hz é ainda mais intenso que o de 120 Hz.

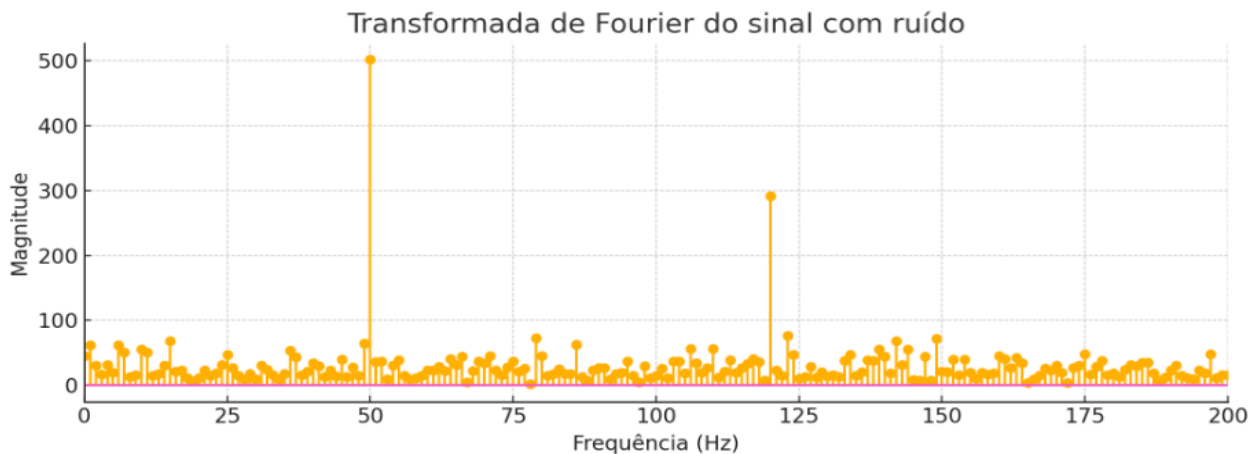
Repare agora como ficaria o gráfico da FFT se usássemos um sinal obtido com um microfone, ou seja,  $x(t)$  não é mais um sinal composto por duas senoides puras, mas sim duas senoides mais muitos ruídos introduzidos durante a gravação:





# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto – 0#07E4/01

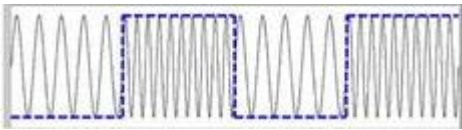


Podemos notar que o sinal é composto pelas duas senoides principais e muitas outras frequências (ruído).

## FFT em Python

Para fazer o gráfico da transformada de Fourier, ou seja, de  $x(t)$ , Você pode utilizar as funções que seu professor forneceu via Jupyter no Blackboard:

```
5 def plot_fft(sinal, fs):
6     """
7     Plota o gráfico da Transformada de Fourier (FFT) de um sinal.
8
9     Parâmetros:
10    - sinal: lista ou array com os valores do sinal no tempo
11    - fs: taxa de amostragem em Hz
12    """
13    # Converter sinal para array NumPy
14    sinal = np.array(sinal)
15
16    # Número de amostras e vetor de tempo
17    N = len(sinal)
18    t = np.arange(N) / fs
19
20    # FFT e cálculo da magnitude
21    fft_result = np.fft.fft(sinal)
22    freqs = np.fft.fftfreq(N, d=1/fs)
23    magnitude = np.abs(fft_result)
24
25    # Manter só metade do espectro (frequências positivas)
26    half_N = N // 2
27    freqs = freqs[:half_N]
28    magnitude = magnitude[:half_N]
29
30    # Plot do sinal no tempo (opcional)
31    plt.figure(figsize=(12, 4))
32    plt.subplot(1, 2, 1)
33    plt.plot(t, sinal)
34    plt.title("Sinal no tempo")
35    plt.xlabel("Tempo (s)")
36    plt.ylabel("Amplitude")
37    plt.grid(True)
```



# CAMADA FÍSICA DA COMPUTAÇÃO

ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO - Rodrigo Carareto – 0#07E4/01

```
39 # Plot do espectro de frequência
40 plt.subplot(1, 2, 2)
41 plt.stem(freqs, magnitude, basefmt=" ", use_line_collection=True)
42 plt.title("Transformada de Fourier (FFT)")
43 plt.xlabel("Frequência (Hz)")
44 plt.ylabel("Magnitude")
45 plt.grid(True)
```

## Exercício.

- 1) Gere um sinal composto por 3 senoides:

$$x_1(t) = 4 \text{sen}(2\pi 3000 t)$$

$$x_2(t) = 20 \text{sen}(2\pi 5000 t)$$

$$x_3(t) = 5 \text{sen}(2\pi 6000 t)$$

Atente para que essas senoides sejam construídas com frequência de amostragem de 44100 Hz e 2 segundos de duração, ou seja, a variável  $t$  deve ser uma lista cujos elementos estejam separados de  $\frac{1}{44100}$  s indo até 2s.

Faça o gráfico da FFT dessas 3 senoides somadas.

- 2) Adicione ruído à soma das 3 senoides e refaça o FFT. Aumente a intensidade do ruído e refaça o gráfico da FFT.