

Workshop Gruppenbildung

ist noch nicht ganz fertig



1 Worum geht es?

Franzi organisiert Workshops, in denen die Teilnehmer in mehreren Runden in Gruppen zusammen arbeiten. Sie möchte die Gruppen so aufteilen, dass die Leute sich alle ein bisschen kennenlernen. Es sollen in keiner Runde Gruppenteilnehmer zusammenkommen, die sich schon aus einer früheren Runde kennen.

2 Das einführende Beispiel

Die Gruppen sollten alle möglichst gleich groß sein. Das geht natürlich nicht immer. Wenn zum Beispiel 14 Personen zu einem Workshop zusammenkommen, so möchte man in der Regel nicht in sieben Gruppen mit je zwei Personen zusammensitzen (außer vielleicht in einer ersten Kennenlern-Runde, in der man sein Gegenüber befragt und später den anderen vorstellt). Eine Aufteilung in zwei Gruppen mit je sieben Personen ist wiederum oft auch nicht unbedingt ideal, meist wünscht man sich für eine gute Gruppenarbeit kleinere Gruppen. Dann kann man z.B. mit zwei Gruppengrößen arbeiten, und im Beispiel zwei Gruppen mit 3 und zwei Gruppen mit 4 Personen bilden. Diese Situation bezeichne ich mit *14 Personen; Aufteilung: 3-3-4-4*.¹

2.1 14 Personen; Aufteilung: 3-3-4-4

Damit daraus eine Aufgabe wird, werden eigentlich weitere Angaben benötigt.
Wie viele Runden hat der Workshop?

¹ Genauso gut könnte ich 3-4-3-4, 4-3-4-3 oder 4-4-3-3 schreiben. Um Verwirrung zu vermeiden gebe ich die Aufteilung nach der Größe sortiert an.

Antwort: So viel wie möglich.

Soll die angegebene Aufteilung für alle Runden gelten?

Im Prinzip ja, wenn es mal nicht anders passt, kommt eine allererste Kennenlern-Runde mit Zweier-Gruppen dazu.

3 Die rundum glücklich Lösung

Ich bin weit davon entfernt. Ein allgemeines Lösungsverfahren habe ich nicht gefunden. Für wirklich praktischen Nutzen möchte ich noch ein Programm schreiben. Was ich gefunden habe, ist im Grunde nur ein Spezialfall. Der sich interessanterweise aber leicht so abwandeln und variieren lässt, dass gleich noch mehr Fälle mit erledigt werden.



Geschummelt also? Nun, könnte man antworten, es führt nicht immer der direkte Weg zum Ziel.

4 Aufteilungen quadratischer Personenzahlen m^2 mit einheitlicher Gruppengrösse m

Diese lässt sich am einfachsten behandeln. Es sind nicht ganz so viele Fälle. Interessant wird es erst ab $m=3$. Dann habe ich noch $m=4$ gefunden. Und ein paar Abwandlungen.

4.1.1 $m=3$

Das ist der Fall 9 Personen mit drei Dreiergruppen.

Tabelle 1: 9 Personen, Aufteilung 3-3-3

	Gruppe			Gruppe			Gruppe		
Runde 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Runde 2	1	4	7	2	5	8	3	6	9

Runde 3	1	5	9	2	6	7	3	4	8
Runde 4	1	6	8	2	4	9	3	5	7

4.1.2 $m=4$

Das ist der Fall 16 Personen mit vier Vierergruppen.

Tabelle 2: 16 Personen, Aufteilung 4-4-4-4

	Gruppe				Gruppe				Gruppe				Gruppe			
R. 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
R. 2	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16
R. 3	1	6	11	16	2	5	12	15	3	8	9	14	4	7	10	13
R. 4	1	7	12	14	2	8	11	13	3	5	10	16	4	6	9	15
R. 5	1	8	10	15	2	7	9	16	3	6	12	13	4	5	11	14

Die Darstellung ist so gewählt, dass wenn statt den Zahlen 1 bis 9 oder 1-16 Buchstaben eines Alphabets ständen, von links nach rechts und von oben nach unten eine lexikographische Ordnung gegeben wäre. Ein Gruppeneintrag ist immer als wachsende Zahlenfolge angegeben. So hat man dann Regelmäßigkeiten, die beim Ausfüllen der Tabelle helfen.

Schaut man die Gruppe ganz links an, so steht dort in jeder Runde die 1, nach und nach kombiniert mit allen anderen Personennummern. In einer weiteren Runde wäre die 1 nicht mehr unterzubringen. Wir haben also die maximal mögliche Rundenzahl erreicht. Allgemein gilt für Aufteilungen quadratischer Personenzahlen m^2 mit einheitlicher Gruppengröße m , dass höchstens $m+1$ Runden möglich sind. Wenn $m+1$ Runden angegeben werden können, sind dann auch alle Paarungen erschöpft, jeder hat mit jedem einmal in einer Gruppe gegessen.

5 Abwandlungen

5.1 15 Personen, Aufteilung 3-4-4-4

Die 16 bleibt zu Hause

Tabelle 3: 16 entfällt

	Gruppe				Gruppe				Gruppe				Gruppe			
R. 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
R. 2	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16
R. 3	1	6	11	16	2	5	12	15	3	8	9	14	4	7	10	13
R. 4	1	7	12	14	2	8	11	13	3	5	10	16	4	6	9	15
R. 5	1	8	10	15	2	7	9	16	3	6	12	13	4	5	11	14

Tabelle 4: 15 Personen, Aufteilung 3-4-4-4

	Gruppe				Gruppe				Gruppe				Gruppe		
R. 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R. 2	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12
R. 3	1	6	11		2	5	12	15	3	8	9	14	4	7	10 13
R. 4	1	7	12	14	2	8	11	13	3	5	10		4	6	9 15
R. 5	1	8	10	15	2	7	9		3	6	12	13	4	5	11 14

Die Darstellung macht es nicht ganz einfach zu erkennen, aber mit nachprüfen sieht man, dass wir in allen 5 Zeilen 3-4-4-4 haben. Mehr als fünf Zeilen geht nicht. Jeder trifft mit jedem zusammen.

6 14 Personen

Die 15 hat einen Arzttermin. Wir streichen aus der Tabelle für 16 Personen die 15 und die 16.

Tabelle 5: 15 und 16 entfallen aus der Ausgangstabelle

	Gruppe				Gruppe				Gruppe				Gruppe			
R. 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
R. 2	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16
R. 3	1	6	11	16	2	5	12	<u>15</u>	3	8	9	14	4	7	10	13
R. 4	1	7	12	14	2	8	11	13	3	5	10	16	4	6	9	15
R. 5	1	8	10	15	2	7	9	16	3	6	12	13	4	5	11	14



Nun ist das Traurige, dass nicht mehr in allen Runden eine günstige Aufteilung möglich ist. Wir hatten bei 16 Personen und 5 Runden, dass jeder einmal jeden trifft. Also musste es so kommen, dass 15 und 16 einmal in einer Runde zusammentreffen. Was tun? Wir machen kurzen Prozess und streichen die erste Runde. Dadurch verschiebt sich dann alles nach oben und die Runden werden entsprechend umbenannt

Alternativ könnte man eine Kennenlern-Runde mit den Paaren (1,2), (3,4), (5,6), (7,8), (9,10), (11,12), (13,14) voranstellen. Das wird hier nicht weiter betrachtet, geht aber bei allen folgenden Beispielen mit vier Gruppen ganz ähnlich.

Tabelle 6: 14 Personen, Aufteilung 3-3-4-4

	Gruppe				Gruppe				Gruppe				Gruppe			
R. 1	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11		4	8	12	
R. 2	1	6	11		2	5	12		3	8	9	14	4	7	10	13
R. 3	1	7	12	14	2	8	11	13	3	5	10		4	6	9	
R. 4	1	8	10		2	7	9		3	6	12	13	4	5	11	14

7 13 Personen

Die 14 hat einen akuten Schwindelanfall.

Tabelle 7: 14 entfällt

	Gruppe				Gruppe				Gruppe				Gruppe			
R. 1	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11		4	8	12	
R. 2	1	6	11		2	5	12		3	8	9	<u>14</u>	4	7	10	13
R. 3	1	7	12	14	2	8	11	13	3	5	10		4	6	9	

R. 4	1	8	10	2	7	9	3	6	12	13	4	5	11	14
------	---	---	----	---	---	---	---	---	----	----	---	---	----	---------------

Tabelle 8: 13 Personen, Aufteilung 3-3-3-4

	Gruppe				Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	13	2	6	10	3	7	11	4	8	12
R. 2	1	6	11		2	5	12	3	8	9	4	7	10 13
R. 3	1	7	12		2	8	11 13	3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10		2	7	9	3	6	12 13	4	5	11

8 12 Personen

Die 13 hat den Bus verpasst.

Tabelle 9: 13 entfällt

	Gruppe				Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	13	2	6	10	3	7	11	4	8	12
R. 2	1	6	11		2	5	12	3	8	9	4	7	10 13
R. 3	1	7	12		2	8	11 13	3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10		2	7	9	3	6	12 13	4	5	11

Tabelle 10: 12 Personen, Aufteilung 3-3-3-3

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6	10	3	7	11	4	8	12
R. 2	1	6	11	2	5	12	3	8	9	4	7	10
R. 3	1	7	12	2	8	11	3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10	2	7	9	3	6	12	4	5	11

9 11 Personen

Die 12 hat verschlafen.

Tabelle 11: 12 entfällt

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6	10	3	7	11	4	8	12
R. 2	1	6	11	2	5	12	3	8	9	4	7	10
R. 3	1	7	12	2	8	11	3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10	2	7	9	3	6	12	4	5	11

Tabelle 12: 11 Personen, Aufteilung 2-3-3-3

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6	10	3	7	11	4	8	
R. 2	1	6	11	2	5		3	8	9	4	7	10
R. 3	1	7		2	8	11	3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10	2	7	9	3	6		4	5	11

10 10 Personen

Die 11 hat Schnupfen.

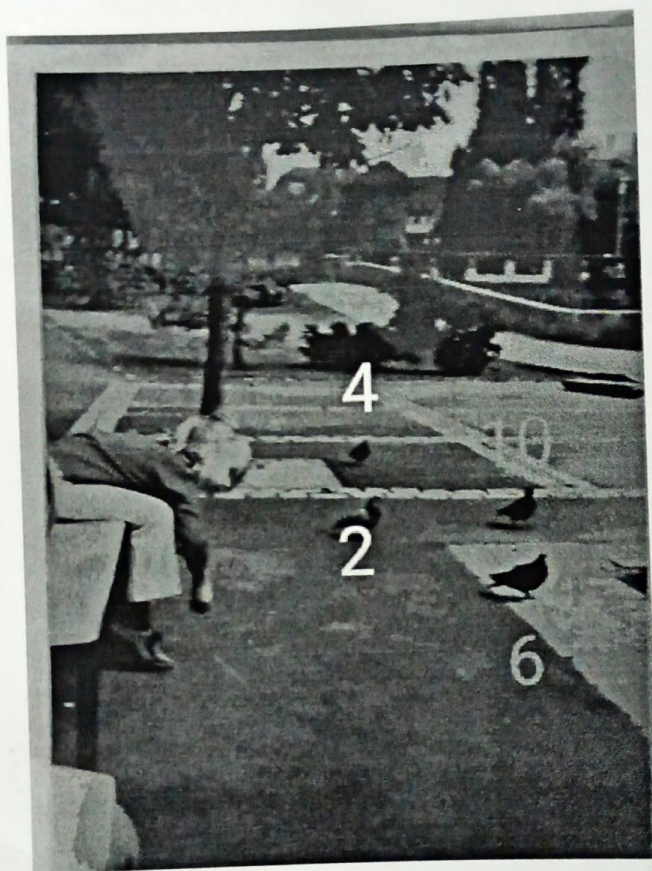


Tabelle 13: 11 entfällt

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6	10	3	7	11	4	8	

R. 2	1	6	11	2	5	3	8	9	4	7	10	
R. 3	1	7		2	8	11	3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10	2	7	9	3	6		4	5	11

Tabelle 14: 10 Personen, Aufteilung 2-2-3-3

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6	10	3	7		4	8	
R. 2	1	6		2	5		3	8	9	4	7	10
R. 3	1	7		2	8		3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10	2	7	9	3	6		4	5	

11 9 Personen

Die 10 ist beim Bäcker.

Tabelle 15: 10 entfällt

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6	10	3	7		4	8	
R. 2	1	6		2	5		3	8	9	4	7	10
R. 3	1	7		2	8		3	5	10	4	6	9
R. 4	1	8	10	2	7	9	3	6		4	5	

Tabelle 16: 9 Personen, Aufteilung 2-2-2-3

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6		3	7		4	8	
R. 2	1	6		2	5		3	8	9	4	7	
R. 3	1	7		2	8		3	5		4	6	9
R. 4	1	8		2	7	9	3	6		4	5	

12 8 Personen

Die 9 fehlt unentschuldigt.

Tabelle 17: 9 entfällt

	Gruppe			Gruppe			Gruppe			Gruppe		
R. 1	1	5	9	2	6		3	7		4	8	

R. 2	1	6	2	5	3	8	9	4	7
R. 3	1	7	2	8	3	5		4	6 9
R. 4	1	8	2	7 9	3	6		4	5

Tabelle 18: 8 Personen, Aufteilung 2-2-2-2

	Gruppe		Gruppe		Gruppe		Gruppe	
R. 1	1	5	2	6	3	7	4	8
R. 2	1	6	2	5	3	8	4	7
R. 3	1	7	2	8	3	5	4	6
R. 4	1	8	2	7	3	6	4	5

13 Und jetzt?

Jetzt werden es zu wenig Leute, vier Gruppen sind deutlich zu viel für sieben Personen.

Aber es müssen ja nicht vier Gruppen sein, das war ja auch schon bei 9 Personen ungünstig. Ganz am Anfang hatten wir ja schon 9 Personen in drei Dreiergruppen. Das passt da doch viel besser.

*Viel Spaß bei der
Workshop-
Gruppenbildung und in
den Workshops!*

