ISLab

Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Informática

Lógica

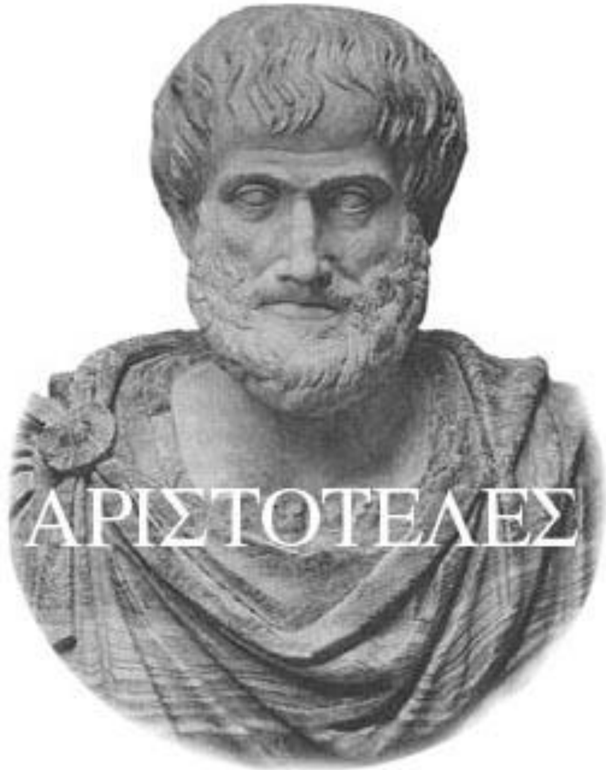
LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
MESTRADO integrado EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
Inteligência Artificial
2022/23

- Conhecimento e Raciocínio;
- Lógica e Programação em Lógica;
- Regras de Produção;
- Programação Dirigida aos Padrões;
- Estruturas hierárquicas:
    - Redes semânticas;
    - Frames;
- Scripts;
- Sistemas Baseados em Conhecimento.

Definições

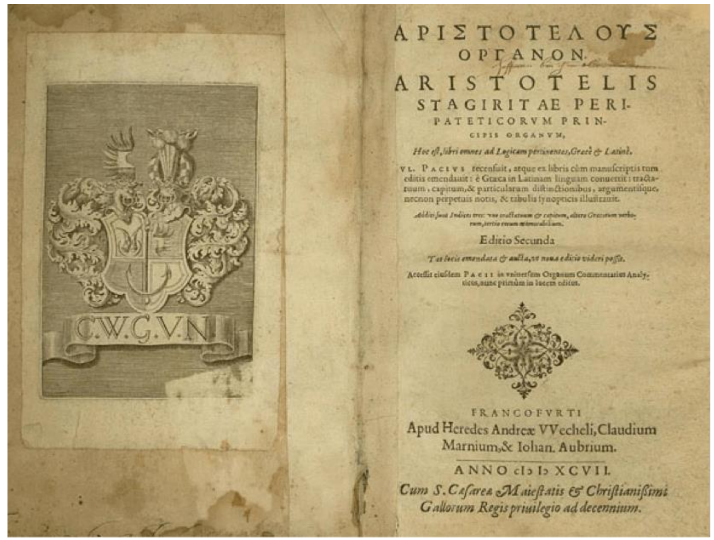
- Lógica:
  - Do grego «logos» (λογική)
  - [Dicionário Priberam da Língua Portuguesa]
  - [Infopédia - dicionários Porto Editora]

- A Lógica tem como objeto de estudo as leis gerais do pensamento (raciocínio) e o modo de as aplicar corretamente na investigação da verdade (mecanização do raciocínio);



Origem

- Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.)
  - Filósofo grego;
  - Sistematizou os conhecimentos sobre Lógica na obra “Organon”, conjunto de 6 textos;
  - “Organon”: instrumento; ferramenta para o correto pensar;



Aristóteles

- Estudou o modo como o encadeamento de observações permite obter novo conhecimento: raciocínio;
  - Termo: coisa; representação de algo;
    - Mortal;
    - Bandeira;
  - Proposição: afirmação passível de avaliação lógica;
    - A bandeira portuguesa é redonda;
  - Silogismo: mecanismo de interpretação que obtém uma conclusão a partir de duas afirmações:
    - Qualquer homem é mortal;
    - Sócrates é homem;
    - Logo, Sócrates é mortal.

- A partir de observações avaliadas como verdadeiras, o lugar da Lógica é na formulação de leis gerais de encadeamento que permitem a descoberta de novas verdades.

Synthetic Intelligence Lab

Definições

- Lógica:
  - Relacionamento de proposições
- Proposição:
  - Afirmação (facto)
- Predicado:
  - Algo que se diz sobre uma coisa

(recolha de contribuições em aula)

Definições

- Lógica:
  - Ciência de raciocinar

    in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa
  - Disciplina normativa, tradicionalmente vinculada à filosofia, que se propõe determinar as condições da verdade nos diferentes domínios do saber

    in Infopédia – Dicionários Porto Editora
- Proposição:
  - Enunciado verbal suscetível de ser declarado verdadeiro ou não;

    in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa
- Predicado:
  - Qualidade positiva; virtude; mérito;

    In Infopédia – Dicionários Porto Editora
  - Propriedade característica de algo ou de alguém (atributo);

    in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa

Synthetic Intelligence Lab

A Lógica Matemática

- A Lógica Matemática adota dois princípios fundamentais de pensamento:
  - Princípio da não negação:
    - Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo;
  - Princípio do terceiro excluído:
    - Qualquer proposição ou é verdadeira ou é falsa;
    - Verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

- Operadores de conexão, ou conectivas lógicas:
  - Expressões ou palavras usadas para compor novas proposições (e, ou, não, se ... então, ... se e só se ..., etc.);

- Valores lógicos:
  - O valor lógico de uma proposição é verdade se a proposição for verdadeira;
  - O valor lógico de uma proposição é falsidade se a proposição for falsa.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Proposições

1. O céu está nublado.
2. Cesar Analide é presidente da República Portuguesa.
3. Que horas são?
4. São 7 e meia da tarde.
5. O Vitória é o melhor clube do mundo.
6. O Vitória é o único clube que existe.
7. Qual Vitória?
8. Pouco barulho!
9. Quem me dera ser do Vitória.
10. Portugal é Campeão Europeu de Futebol.
11. Portugal é Campeão do Mundo de Futebol?
12. Portugal é Campeão do Mundo de Futebol.

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Proposições

1. O céu está nublado.
2. Cesar Analide é presidente da República Portuguesa.
3. ~~Que horas são?~~
4. São 7 e meia da tarde.
5. O Vitória é o melhor clube do mundo.
6. O Vitória é o único clube que existe.
7. ~~Qual Vitória?~~
8. ~~Pouco barulho!~~
9. ~~Quem me dera ser do Vitória.~~
10. Portugal é Campeão Europeu de Futebol.
11. ~~Portugal é Campeão do Mundo de Futebol?~~
12. Portugal é Campeão do Mundo de Futebol.

Synthetic Intelligence Lab

Proposições

- Proposição:
  - é uma afirmação que pode ser classificada como <u>verdadeira</u> ou <u>falsa</u>, ou seja, que tem um **Valor de Verdade**.
- Não-proposição:
  - É uma frase (ordem, exclamação, pergunta, desejo, conselho) que não pode ser classificada como <u>verdadeira</u> ou <u>falsa</u>, portanto, que <u>**não tem**</u> um **Valor de Verdade**.
- Proposições simples:
  - Proposições que não se decompõem noutras proposições:
    - Guimarães é uma cidade.
- Proposições compostas:
  - Proposições que se podem decompor em proposições mais simples:
    - Guimarães foi a primeira capital de Portugal <u>**e**</u> Lisboa é a capital atual.

Synthetic Intelligence Lab

Tabelas de verdade

- Por assunção do Princípio do terceiro excluído, qualquer proposição tem o valor lógico verdadeiro ($\mathbb{V}$) ou falso ($\mathbb{F}$);
- No caso das proposições compostas, o seu valor lógico depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples que a compõem;
- Para determinar o valor lógico de proposições compostas utiliza-se a construção de **Tabelas de Verdade**:

p
$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$

p	q
$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$

p	q	r
$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$

Operações lógicas

- Negação ($\neg$): chama-se negação de uma proposição p à proposição representada por $\neg$p, cujo valor lógico é <u>verdade</u> ($\mathbb{V}$) quando p é falsa e <u>falsidade</u> ($\mathbb{F}$) quando p é verdadeira;

p	$\neg$p
$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$

Operações lógicas

- Conjunção ($\wedge$): chama-se conjunção de duas proposições p e q à proposição representada por $p \wedge q$, cujo valor lógico é <u>verdade</u> ($\mathbb{V}$) quando ambas as proposições p e q são verdadeiras e <u>falsidade</u> ($\mathbb{F}$) nos restantes casos;

p	q	$p \wedge q$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

- Disjunção ($\vee$): chama-se disjunção de duas proposições p e q à proposição representada por $p \vee q$, cujo valor lógico é <u>verdade</u> ($\mathbb{V}$) quando pelo menos uma das proposições é verdadeira e <u>falsidade</u> ($\mathbb{F}$) quando ambas as proposições são falsas;

p	q	$p \vee q$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$

ISLab

Synthetic Intelligence Lab

Operações lógicas

- Disjunção exclusiva ($\vee'$): chama-se disjunção exclusiva de duas proposições p e q à proposição representada por $p \vee' q$, cujo valor lógico é verdade ($\mathbb{V}$) quando somente uma das proposições é verdadeira e falsidade ($\mathbb{F}$) quando ambas as proposições são falsas ou ambas são verdadeiras;

p	q	$p \vee' q$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$
$\mathbb{V}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{V}$	$\mathbb{V}$
$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$	$\mathbb{F}$

Operações lógicas

- Implicação (→): chama-se implicação à proposição representada por p → q (leia-se "se p então q"), cujo valor lógico é falsidade (𝔽) quando p é verdadeira e q é falsa e verdade (𝕍) nos restantes casos;

p	q	p → q
𝕍	𝕍	𝕍
𝕍	𝔽	𝔽
𝔽	𝕍	𝕍
𝔽	𝔽	𝕍

Operações lógicas

- Equivalência (↔): chama-se equivalência à proposição representada por p ↔ q (leia-se "p é equivalente a q"), cujo valor lógico é verdade (𝕍) quando ambas as proposições são verdadeiras ou são falsas e falsidade (𝔽) nos restantes casos;

p	q	p ↔ q
𝕍	𝕍	𝕍
𝕍	𝔽	𝔽
𝔽	𝕍	𝔽
𝔽	𝔽	𝕍

Synthetic Intelligence Lab

Exemplos

- Assumir que:
  - p: Lisboa é a capital do Brasil; q: Carlos é advogado; r: Está a chover;

1. $\neg p$: Lisboa **<u>não</u>** é a capital do Brasil
2. $\neg q$: Carlos **<u>não</u>** é advogado
3. $p \wedge q$: Lisboa é a capital do Brasil **<u>e</u>** Carlos é advogado
4. $p \vee r$: ______________________________
5. $\neg q \wedge \neg r$: ______________________________
6. $p \vee q \wedge r$: ______________________________
7. $(p \vee q) \wedge r$: ______________________________
8. $\neg (\neg r \wedge \neg q) \vee p$: ______________________________

____

Exemplos

- Assumir que:
  - p: Lisboa é a capital do Brasil; q: Carlos é advogado; r: Está a chover;

1. $\neg p$: Lisboa **não** é a capital do Brasil
2. $\neg q$: Carlos **não** é advogado
3. $p \land q$: Lisboa é a capital do Brasil **e** Carlos é advogado
4. $p \lor r$: Lisboa é a capital do Brasil **ou** está a chover
5. $\neg q \land \neg r$: Carlos **não** é advogado **e não** está a chover
6. $p \lor q \land r$: Lisboa é a capital do Brasil **ou** Carlos é advogado **e** está a chover
7. $(p \lor q) \land r$: Lisboa é a capital do Brasil **e** está a chover **ou** Carlos é advogado **e** está a chover
8. $\neg (\neg r \land \neg q) \lor p$: Lisboa é a capital do Brasil **ou não é verdade** que **não** está a chover **e** Carlos **não** é advogado

A Lógica

- Como utilizar a lógica e a informatização, para automatizar os procedimentos de raciocínio?
- Existem duas aproximações para desenvolver a Lógica como um mecanismo computacional (de programação):

- A Teoria dos Modelos
    - Hodges, Wilfrid – Model theory. Cambridge University Press, Cambridge 1997.
    - (https://doi.org/10.1017/CBO9780511551574)

- A Teoria da Prova
    - A. S. Troelstra, H. Schwichtenberg (1996). Basic Proof Theory. In series Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, Cambridge University Press, ISBN 0-521-77911-1.
    - (https://doi.org/10.2307/2586674)

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

A Lógica

- Teoria dos Modelos
  - Examina as relações entre fórmulas lógicas, quando interpretadas
  - Associa-lhes domínios de valores
  - Atribui-lhes valores de verdade
  - Utiliza termos como:
    - Verdadeiro
    - Falso
    - Interpretação
    - Satisfação
    - Modelo
    - Implicação
    - Consequência semântica

A Lógica

- Teoria dos Modelos
  - Examina as relações entre fórmulas lógicas, quando interpretadas
  - Associa-lhes domínios de valores
  - Atribui-lhes valores de verdade
  - Utiliza termos como:
    - Verdadeiro
    - Falso
    - Interpretação
    - Satisfação
    - Modelo
    - Implicação
    - Consequência semântica

- Teoria da Prova
  - Examina as relações entre as fórmulas lógicas através da derivabilidade a partir de outras fórmulas
  - Usa regras que atuam, apenas, na estrutura das fórmulas
  - Utiliza termos como:
    - Axioma
    - Regra de inferência
    - Teorema
    - Prova
    - Consistência
    - Consequência sintática

A Lógica

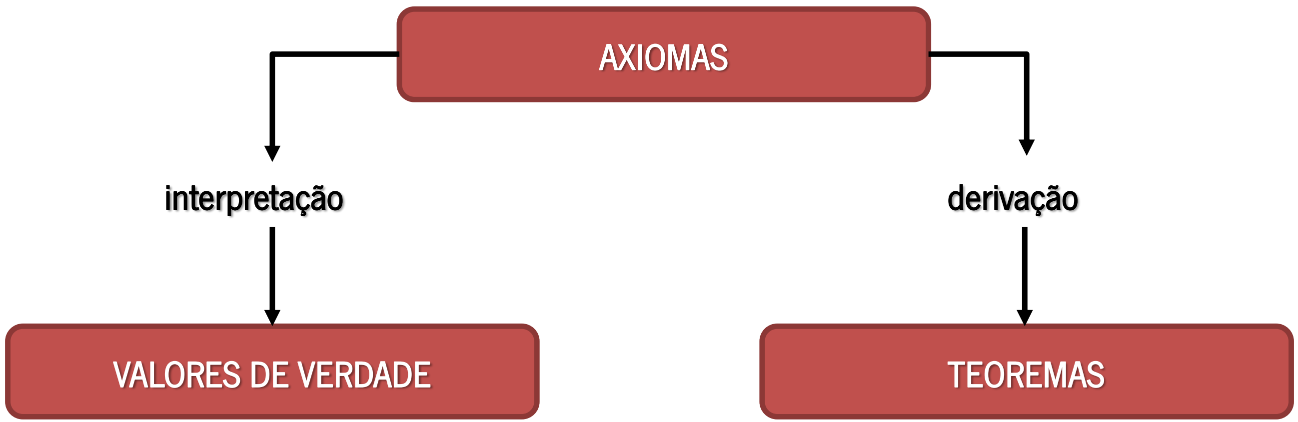
- Teoria dos Modelos
    - O que tencionamos que seja verdadeiro
    - As respostas que um programa implica

- Teoria da Prova
    - O que somos capazes de provar
    - As respostas que são computacionalmente obtidas de um programa

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

- Teoria dos Modelos
  - O que tencionamos que seja verdadeiro
  - As respostas que um programa implica

- Teoria da Prova
  - O que somos capazes de provar
  - As respostas que são computacionalmente obtidas de um programa



A Lógica

- A Teoria dos Modelos considera a atribuição do significado a fórmulas lógicas
- A relação de Implicação Lógica:
  - É uma relação sobre uma linguagem $\mathcal{L}$, tal que seja:
    - $\mathcal{L}$ uma linguagem lógica (predicativa) de primeira ordem
    - S um subconjunto de $\mathcal{L}$
    - s um membro de $\mathcal{L}$
  - Tem-se que:
    - $\models\ = \{ \langle S, s \rangle$ em que qualquer modelo para S é um modelo para s $\}$
    - $S \models s$
    - Recorrendo à noção de valores de verdade sobre $\mathcal{L}$

Synthetic Intelligence Lab

- A <u>Teoria da Prova</u> considera a geração de fórmulas lógicas a partir de outras fórmulas lógicas;
- A Teoria da Prova usa a noção de Derivabilidade de uma fórmula através da aplicação de um conjunto de regras de derivação;
- A relação de <u>Derivabilidade</u>:
  - É uma relação sobre uma linguagem $\mathcal{L}$, tal que seja:
    - $\mathcal{L}$ uma linguagem lógica (predicativa) de primeira ordem
    - $\mathcal{S}$ um subconjunto de $\mathcal{L}$
    - $\mathcal{R}$ um conjunto de regras de derivação
    - s um membro de $\mathcal{L}$
  - Tem-se que:
    - $\vdash = \{ <\mathcal{S},s>$ s é derivável de $\mathcal{S}$ usando $\mathcal{R}$ $\}$
    - $\mathcal{S} \vdash s$

A Lógica
Teoria da Prova

- Axiomas: conjunto inicial de fórmulas lógicas
- Teoremas: fórmulas derivadas a partir dos axiomas e/ou teoremas (consequências semânticas)
- Regras de Inferência: conjunto de regras de derivação
  - *Modus ponens* $\{ (A \text{ se } B), B \} \vdash A$ (*sound* – válida)
  - *Modus tollens* $\{ (A \text{ se } B), \neg A \} \vdash \neg B$ (*sound* – válida)
  - *Modus mistakens* $\{ (A \text{ se } B), A \} \vdash B$ (*unsound* – não válida)
- Sistema de Inferência: união dos axiomas e das regras de derivação $\mathcal{R}$
- Prova: sequência $<s_1, s_2, \ldots>$ de s_i que são axiomas ou são derivações usando $\mathcal{R}$ e um subconjunto dos membros da sequência que precedem s_i;
  - A sequência é uma prova para s_n (derivação ou dedução)
- Teoria: união dos axiomas e de todos os teoremas derivados usando $\mathcal{R}$
  - Diz-se consistente sse não existe nenhuma fórmula s tal que, na teoria $\mathcal{T}$, exista s e $\neg s$
- **Nenhuma destas considerações toma em linha de conta o significado!**
  Apenas a estrutura sintática!!!

A prova de teoremas em Lógica

- Pretende-se que:
  - s seja logicamente implicado por S
- Ou seja, que se obtêm respostas corretas em qualquer interpretação que use regras de inferência válidas (*modus ponens* ou *modus tollens*)
  - $\forall\ S,s : S \vDash s$ se $S \vdash s$ (a derivabilidade é um subconjunto da implicação lógica)
- Ainda, pretende-se que:
  - s seja derivável de S, sempre que S implique s
- Para que não existam respostas corretas que não possam ser obtidas através de uma prova
  - $\forall\ S,s : S \vdash s$ se $S \vDash s$ (a implicação lógica é um subconjunto da derivabilidade)
- Tal acontece quando $\mathcal{L}$ (linguagem):
  - É a Lógica Proposicional
  - É a Lógica Predicativa de primeira ordem
  - Obedece à notação clausal

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

- A Programação em Lógica é um formalismo computacional que combina 2 princípios básicos:

1. Usa a Lógica para representar conhecimento
   (representação de pressupostos e de conclusões)

2. Usa a Inferência para manipular o conhecimento
   (estabelecer as relações lógicas entre os pressupostos e as conclusões)
   (mecanizar os procedimentos de prova; raciocinar)

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Um programa em PROLOG é criado pela adição de fórmulas designadas por **cláusulas**
- As cláusulas podem ser de 3 tipos:
  - Factos: expressam algo que é sempre verdadeiro

    p. `filho( xico,quim ).`

  - Regras: expressam algo que é verdadeiro, dependente da veracidade das condições

    p se q. `pai( josé,joão ) se filho( joão,josé ).`

  - Questões: expressam algo que é verdadeiro, dependente da veracidade das condições

    ?q. `? pai( josé,joão ).`

    ¬q. `¬pai( josé,joão ).`

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Um programa em PROLOG é criado pela adição de fórmulas designadas por **cláusulas**
- As cláusulas podem ser de 3 tipos:
  - Factos: expressam algo que é sempre verdadeiro

    p. `filho( xico,quim ).`

  - Regras: expressam algo que é verdadeiro, dependente da veracidade das condições

    p se q. `pai( josé,joão ) se filho( joão,josé ).`

  - Questões: expressam algo que é verdadeiro, dependente da veracidade das condições

    ?q. `? pai( josé,joão ).`

    ¬q. `¬pai( josé,joão ).`

p se q.

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:

  - p se q   ou seja $p \leftarrow q$

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:
  - p se q ou seja $p \leftarrow q$
  - ou, admitindo a expansão de q $p \leftarrow q_1 \land q_2 \land \ldots \land q_n$

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:
  - p se q ou seja $p \leftarrow q$
  - ou, admitindo a expansão de q $p \leftarrow q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n$
  - usando conectiva implicação lógica (→) $q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n \rightarrow p$

Synthetic Intelligence Lab

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:
  - $\boxed{\text{p se q}}$ ou seja $\boxed{p \leftarrow q}$
  - ou, admitindo a expansão de q $p \leftarrow q_1 \land q_2 \land \ldots \land q_n$
  - usando conectiva implicação lógica ($\rightarrow$) $q_1 \land q_2 \land \ldots \land q_n \rightarrow p$
  - aplicando a regra de equivalência de introdução da implicação $\boxed{A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \lor B}$
  - passamos a ter $\neg(q_1 \land q_2 \land \ldots \land q_n) \lor p$

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:
  - p se q ou seja $\boxed{p \leftarrow q}$
  - ou, admitindo a expansão de q $p \leftarrow q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n$
  - usando conectiva implicação lógica (→) $q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n \rightarrow p$
  - aplicando a regra de equivalência de introdução da implicação $\boxed{A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B}$
  - passamos a ter $\neg(q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n) \vee p$
  - aplicando a Lei de Morgan $\boxed{\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B}$
  - teremos $\neg q_1 \vee \neg q_2 \vee \ldots \vee \neg q_n \vee p$

Synthetic Intelligence Lab

Caracterização da Programação em Lógica
PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:
  - p se q ou seja $\boxed{p \leftarrow q}$
  - ou, admitindo a expansão de q $p \leftarrow q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n$
  - usando conectiva implicação lógica (→) $q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n \rightarrow p$
  - aplicando a regra de equivalência de introdução da implicação $\boxed{A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B}$
  - passamos a ter $\neg(q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n) \vee p$
  - aplicando a Lei de Morgan $\boxed{\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B}$
  - teremos $\neg q_1 \vee \neg q_2 \vee \ldots \vee \neg q_n \vee p$
  - que podemos reduzir a $\neg q_i \vee p_j$
  - em que $i \geq 0$

    $0 \leq j \leq 1$

Synthetic Intelligence Lab

Caracterização da Programação em Lógica PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:
  - p se q ou seja $\boxed{p \leftarrow q}$
  - ou, admitindo a expansão de q $p \leftarrow q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n$
  - usando conectiva implicação lógica (→) $q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n \rightarrow p$
  - aplicando a regra de equivalência de introdução da implicação $\boxed{A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B}$
  - passamos a ter $\neg(q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n) \vee p$
  - aplicando a Lei de Morgan $\boxed{\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B}$
  - teremos $\neg q_1 \vee \neg q_2 \vee \ldots \vee \neg q_n \vee p$
  - que podemos reduzir a $\neg q_i \vee p_j$
  - em que $i \geq 0$, $0 \leq j \leq 1$
  - ou seja $\boxed{q_i \rightarrow p_j}$

Synthetic Intelligence Lab

Caracterização da Programação em Lógica PROLOG

- Utilizando a linguagem da Lógica para a representação do conhecimento usamos regras do tipo:
  - $\boxed{\text{p se q}}$ ou seja $\boxed{p \leftarrow q}$
  - ou, admitindo a expansão de q $p \leftarrow q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n$
  - usando conectiva implicação lógica ($\rightarrow$) $q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n \rightarrow p$
  - aplicando a regra de equivalência de introdução da implicação $\boxed{A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B}$
  - passamos a ter $\neg(q_1 \wedge q_2 \wedge \ldots \wedge q_n) \vee p$
  - aplicando a Lei de Morgan $\boxed{\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B}$
  - teremos $\neg q_1 \vee \neg q_2 \vee \ldots \vee \neg q_n \vee p$
  - que podemos reduzir a $\neg q_i \vee p_j$
  - em que $i \geq 0$, $0 \leq j \leq 1$
  - ou seja $\boxed{q_i \rightarrow p_j}$

Cláusulas de Horn

Cláusulas de Horn

- Clausulado de Horn (notação clausal da Lógica de primeira ordem)
  - É uma versão restrita do Cálculo Predicativo
  - É uma formula bem formada
  - Todas as fórmulas estão quantificadas universalmente
  - Todas as fórmulas são fechadas
  - As fórmulas lógicas admitem, apenas, 1 termo na disjunção positiva de literais

ISLab
Synthetic Intelligence Lab

- Clausulado de Horn (notação clausal da Lógica de primeira ordem)
  - É uma versão restrita do Cálculo Predicativo
  - É uma formula bem formada
  - Todas as fórmulas estão quantificadas universalmente
  - Todas as fórmulas são fechadas
  - As fórmulas lógicas admitem, apenas, 1 termo na disjunção positiva de literais

Cláusulas de Horn

  - $\boxed{\neg q_i \vee p_j}$
  - em que $i \geq 0$

    $0 \leq j \leq 1$

Synthetic Intelligence Lab

Bibliografia Recomendada

- Stuart Russell and Peter Norvig, Artificial Intelligence - A Modern Approach, 4rd edition, ISBN: 978-0134610993, 2020.
- Ivan Bratko, PROLOG: Programming for Artificial Intelligence, 3rd Edition, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 2000.

Universidade do Minho
Escola de Engenharia
Departamento de Informática

Lógica

LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
MESTRADO integrado EM ENGENHARIA INFORMÁTICA
Inteligência Artificial
2022/23